28.4.81

WANDSWORTH
S.1427.B58

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.

NEUE FOLGE. BAND III.

AUS DEM JAHRE 1904.

BERLIN.

WEIDMANNSCHE BUCHHANDLUNG.

1905.

INHALT.

E. Ehlers, Neuseeländische Anneliden. Mit 9 Tafeln.

A. v. Koenen, Ueber die Untere Kreide Helgolands und ihre Ammonitiden. Mit 4 Tafeln.

Schur und Ambronn, Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsold-schen 6zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.

M. Brendel, Theorie des Mondes.

F. Linke, Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten. Mit 4 Tafeln.

12 DEC 1906
BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

426.

13 SEP 1904

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 1.

Neuseeländische Anneliden.

Von

E. Ehlers.

Mit neun Tafeln.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1904.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 1.

Neuseeländische Anneliden.

Von

E. Ehlers.

Mit neun Tafeln.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1904.

Neuseeländische Anneliden.

Von

E. Ehlers.

Mit neun Tafeln.

Vorgelegt in der Sitzung am 5. März 1904.

Zu einer Bearbeitung neuseeländischer Anneliden erhielt ich von zwei Seiten die Anregung und die Möglichkeit. Herr Suter in Christchurch sandte mir wiederholt Anneliden, die von ihm an verschiedenen Orten der neuseeländischen Küsten gesammelt waren und bat um deren Bestimmung. Von Herrn Schauinsland in Bremen erhielt ich die Aufforderung die von ihm auf seiner in den Jahren 1896—97 unternommenen, so ergebnisreichen Reise durch das pacifische Gebiet gesammelten Anneliden zu bearbeiten. In beiden Fällen konnte es sich nach der Beschaffenheit des Materiales nur um eine Benennung und, wo es wie in den meisten Fällen nöthig war, um eine Beschreibung der Arten handeln, eingehendere anatomische Untersuchungen waren ausgeschlossen. Das systematische und faunistische Interesse stand im Vordergrunde. Dabei empfahl es sich aus der Bearbeitung des von Herren Suter und Schauinsland gelieferten Stoffes das zu vereinigen, was sich für neuseeländische Anneliden ergab. Von dem übrigen in der Schauinslandschen Sammelausbeute vorhandenen, einen inneren Zusammenhang nicht besitzenden Material berichte ich an einer anderen Stelle. Mit den neuseeländischen Anneliden habe ich aber die von Herrn Schauinsland bei den Chatham-Inseln gesammelten Würmer vereinigt, da diese Fundstätten ohne Zweifel in den Bezirk einer neuseeländischen Fauna einbezogen werden können.

Eine Polychaeten-Fauna der neuseeländischen Küsten will ich in der vorliegenden Arbeit nicht geben; das was mir zugängig gewesen ist, reicht dazu nicht. Eine mit Benutzung der damals vorhandenen Literatur gearbeitete Zusammenstellung der bekannten neuseeländischen Chaetopoden hat Hutton [1]) 1879 in seinem Catalogue of the Worms of New Zealand gegeben. Einzelne spätere Veröffentlichungen haben die Zahl der bekannten neuseeländischen Borstenwürmer

1) Transactions and proceedings of the New Zealand Institute. Vol. XI. 1879. p. 318—327.

um etwas vergrössert. Wichtiger als eine Vergrösserung dieser Zahl schien es mir zu sein, die von Hutton aufgeführten Arten besser bekannt zu machen, als es zur Zeit der Fall war. Das ist mir zum Theil gelungen, da Herr Grobben in Wien die Güte hatte, mir die von Schmarda aus Neu-Seeland beschriebenen Anneliden, die in der Sammlung des I. zoologischen Instituts in Wien aufbewahrt werden, zur Nachprüfung anzuvertrauen. Auch Herrn Théel in Stockholm bin ich zu Dank verpflichtet für die Zusendung einiger von Kinberg beschriebener Borstenwürmer. Ich bin dadurch in den Stand gesetzt, die Synonymie einiger Arten aufzuklären.

Das hat die weitere Folge gehabt, dass der Zusammenhang der neuseeländischen Annelidenfauna mit der von anderen Bezirken sich klarer als bisher herausstellte. Der Gesammtcharakter der Fauna darf wohl jetzt schon als ein pacifisch-notialer bezeichnet werden, und damit ergeben sich Verbindungen mit der Westküste Südamerikas einerseits und der Südspitze Afrikas andererseits. Ob und wie weit ein notiales marines Gebiet in ein pacifisches und atlantisches getrennt werden kann, ist zur Zeit nicht ersichtlich. Die Abhängigkeit der notialen Küstenfauna von einem antarctischen Bezirke stellt sich vielleicht aus den Ergebnissen heraus, die von hierhin gerichteten Expeditionen unserer Zeit zu erwarten sind.

Dass die neuseeländische Küstenfauna zu der von Südaustralien viele Beziehungen hat, ist zu erwarten und wird sich wohl noch mehr erweisen, als es zur Zeit der Fall ist: ich verzeichne als beiden gemeinsam: Eurymedusa picta Kbg, Nereis amblyodonta Schm., Lumbriconereis brevicirra Schm., Stauronereis australis (Hasw.), Timarete ancylochaeta (Schm.), Galeolaria rosea (Qtfgs.).

Nordwärts im pacifischen Meere geht die Verbreitung von Eurymedusa picta Kbg (Laysan), Nereis vancaurica Gr. (Vancauri, Philippinen), Laonome ceratodaula (Schm.) (Laysan) und Hydroides cumingi Mörch. (Philippinen, Laysan). — In das indoaustralische Küstengebiet, dessen characteristische Formen wie die grossen Amphinomiden, Iphione, die auffallend gezeichneten Hesioniden u. a. im neuseeländischen Gebiet fehlen, gehen dagegen hinüber Psammolyce antipoda (Schm.) (Rothes Meer, Philippinen) Nephthys dibranchis Gr. (Neu Guinea, Arafura) und Eunice australis (Samoa). — Neuseeländische Arten an der Westküste Südamerikas sind: Nephthys macrura Schm., Nereis vallata Gr., Marphysa corallina Kbg., Hemipodus simplex (Gr.), Thelepus rugosus Ehl. Die Gattung Hemipodus, die man bis dahin als eine auf die Westküste Südamerikas und Juan Fernandez beschränkte ansehen musste, erscheint nun als eine weit verbreitete pacifische Form. — Die südafrikanische Küste hat mit der neuseeländischen gemein: Syllis closterobranchia Schm., Nereis vallata Gr., Thelepus rugosus Ehl. Von diesen können die beiden letzteren als eurypacifisch bezeichnet werden, da sie ausser an Neu-Seeland an der afrikanischen und amerikanischen Küste gefunden sind. — Als Arten, die auch im atlantischen Gebiete vorkommen sind Polydora polybranchia Hassw. und Laonome ceratodaula (Schm.) zu nennen. Das Vorkommen von Polydora polybranchia Hassw. an europäischen

Küsten (Mittelmeer, Canal) geht vielleicht auf Einschleppung zurück. Die im stillen Ocean weit verbreitete Laonome ceratodaula, die nach der Angabe von E. M. Pratt an den Falklands-Inseln vorkommt, ist dagegen augenscheinlich eine Art, die aus der notial-pacifischen Verbreitung in den atlantischen Grenzbezirk hinübergreift.

Zu den Arten, die als bipolar zu bezeichnen sind, gehört vielleicht Travisia forbesi Johnst., bei der dann nach unserer jetzigen Kenntnis eine Beschränkung auf die pacifischen Küsten gegenüber einer circumpolaren arctischen Verbreitung vorhanden wäre.

Einer Besprechung der einzelnen Arten lasse ich deren übersichtliche Zusammenstellung vorangehen. — Von den darin angeführten Fundorten, deren Lage nicht allgemein bekannt sein dürfte, erwähne ich Folgendes: French Pass, Elmeli Bay, Durville Insel sind Lokalitäten am nördlichen Ende der Cookstrasse nahe der Südinsel Neuseelands. — Summer ist der Name eines Badeortes in der Nähe von Christchurch (Südinsel). — Waitangi, Red Bluff, Maunganui sind Orte auf der grössten Insel der Chatham-Gruppe (Warekawi). — Pitts Island gehört ebenfalls zu den Chatham-Inseln.

Aphroditidae.

Lepidonotus polychroma Schm. French Pass. Foveaux Street . . . . . S. 7
Polynoe (L) macrolepidota Schm. Auckland . . . . . S. 8
Physalidonotus squamosus (Qtfgs.). Oamaru, Neuseeland . . . . . S. 9
Sthenelais semitecta n. sp. Lyttelton . . . . . S. 10
Psammolyce antipoda (Schm.). Chatham . . . . . S. 12

Nephthyidae.

Nephthys macrura Schmarda . . . . . S. 13
Nephthys dibranchis Gr. Lyttelton . . . . . S. 14

Phyllodocidae.

Carobia ochracea n. sp. Lyttelton . . . . . S. 14
Carobia microphylla (Schm.). Chatham, French Pass. Christchurch . . . . . S. 16
Pterocirrus brevicornis n. sp. French Pass . . . . . S. 17

Syllidae.

Syllis closterobranchia Schm. Christchurch. var. Chatham . . . . . S. 19
Eurymedusa picta Kbg. Christchurch . . . . . S. 21

Lycoridae.

Nereis ruficeps n. sp. Chatham. Red Bluff. Summer . . . . . S. 24
Nereis vancaurica Ehl. French Pass. Christchurch. Auckland . . . . . S. 25
Nereis vallata Gr. Summer, French Pass; Chatham. Pitt-Island . . . . . S. 26
Nereis australis (Schm.). Summer. Christchurch. Lyttelton . . . . . S. 26
Nereis amblyodonta (Schm.). French Pass. Chatham . . . . . S. 28
Nereis cricognatha n. sp. Chatham. Waitangi . . . . . S. 29

Eunicidae.

Eunice australis Qtfgs. French Pass . . . . . S. 30
Marphysa corallina (Kbg.). Chatham . . . . . S. 31
Marphysa depressa (Schm.). Auckland . . . . . S. 33

Lumbriconereis sphaerocephala (Schm.). Chatham, Waitangi. Pitts Isl. . . . . S. 33
Lumbriconereis brevicirra (Schm.). Pitts Isl. Maunganui . . . . . S. 35
Stauronereis incerta (Schm.) Neuseeland . . . . . S. 36
Stauronereis australis (Hasw.). Durville Isl. Cook Str. . . . . S. 37

Glyceridae.

Glycera ovigera Schm. Auckland . . . . . S. 37
Hemipodus simplex (Gr.). French Pass . . . . . S. 37

Goniadidae.

Goniada (Glycinde) dorsalis n. sp. Lyttelton . . . . . S. 38

Spionidae.

Spio aequalis n. sp. Chatham . . . . . S. 40
Polydora monilaris n. sp. French Pass. Elmeli Bay . . . . . S. 43
Polydora polybranchia Hassw. French Pass . . . . . S. 44

Ariciidae.

Scoloplos cylindrifer n. sp. Durville Island. Maunganui. Chatham Island . . . . . S. 45

Opheliidae.

Travisia forbesi Johnst. Lyttelton . . . . . S. 46

Chloraemidae.

Flabelligera lingulata n. sp. Chatham. Waitangi . . . . . S. 47
Flabelligera semiannulata n. sp. Chatham . . . . . S. 49

Scalibregmidae.

Oncoscolex dicranochaetus Schm. Chatham. Neuseeland . . . . . S. 51

Cirratulidae.

Timarete ancylochaeta (Schm.). Chatham. Neuseeland. . . . . S. 53

Maldanidae.

Clymenella insecta n. sp. Chatham . . . . . S. 54

Hermellidae.

Pallasia quadricornis (Schm.). Auckland . . . . . S. 56

Amphictenidae.

Pectinaria (Lagis) australis n. sp. Lyttelton . . . . . S. 56

Ampharetidae.

Ampharetidae sp.? Lyttelton . . . . . S. 58

Terebellidae.

Thelepus rugosus Ehl. Chatham. Waitangi. Neuseeland . . . . . S. 59
Leprea haplochaeta n. sp. Chatham. Waitangi. Pitts Isl. . . . . S. 59
Terebellides sieboldi Kinb.? Lyttelton . . . . . S. 61

Sabellidae.

Branchiomma suspiciens n. sp. French Pass . . . . . S. 62
Laonome ceratodaula (Schm.) Neuseeland . . . . . S. 64
Potamilla laciniosa n. sp. Summer . . . . . S. 65

Serpulidae.

Pomatoceros strigiceps Mörch. French Pass . . . . . S. 67
Galeolaria rosea Qtfgs. French Pass . . . . . S. 70
Hydroides (Eucarphus) cumingi Mörch. Neuseeland . . . . . S. 70
Filigrana sp. Foveaux Str. . . . . S. 72
Spirorbis sp. French Pass . . . . . S. 72

Aphroditidae.

Lepidonotus polychroma Schm.

Schmarda Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 153 Taf. XXXVI, Fig. 307.

Taf. I, Fig. 1—6.

Die Benennung dieser Art stützt sich auf eine Untersuchung der Schmarda-schen Originalexemplare in der Sammlung des I. zoologischen Instituts in Wien. Ich gebe von ihr eine vollständigere Beschreibung nach den von Schauinsland gesammelten Thieren.

Ein 28 mm langes, 9 mm breites Thier von 25 Rudertragenden Segmenten ist in ganzer Länge mit Ausnahme des gerundeten Vorder- und Hinterendes gleichmässig breit. Der mässig gewölbte Rücken ist in der Regel von den 12 Paaren einfarbig grünlich grauer oder auf hellerem Grunde dunkler gewölkter Elytren völlig gedeckt, danach wechselt die Färbung der Thiere von einem hellen Grau bis zu dunkel schmutzig Braun. Am Seitenrande ragen nur die Spitzen der hell- oder dunkelfarbigen Borstenbündel und Rückencirren vor. Bei einem stark nach der Bauchfläche gekrümmten Thiere liessen die Elytren, wohl in Folge dieser Krümmung, den Mittelrücken frei. Bisweilen erscheint die Mitte der Elytren buckelförmig erhoben und durch einen kleinen dunklen Fleck ausgezeichnet. (T. I, F. 2).

Der weit zurückgezogene Kopflappen ist quer rechteckig, jederseits schwach polsterförmig gewölbt oder durch eine tiefe mediane Längsfurche getheilt; am Seitenrande der hinteren Hälfte stehen jederseits zwei zusammenstossende grosse schwarze Augen. Aus seinem graden Vorderrande gehen gleich hoch mit langen Grundgliedern unmittelbar neben einander drei lange Fühler hervor, von denen der mittlere etwas länger als die seitlichen ist, alle viel länger als der Kopflappen; sie sind schlank kegelförmig, mit einfachen Endspitzen, glatt. — Die beiden grossen kegelförmigen Subtentakel ragen mit ihren einfachen Spitzen weiter als der unpaare Fühler, sind glatt, bisweilen durchscheinend quer geringelt. (T. I, F. 2).

Das erste Segment war in allen Thieren von oben nicht sichtbar, mit dem Hinterrande des Kopflappen unter dem Vorderrande des folgenden zurückgezogen. Es trägt jederseits auf gemeinsamem, grossem Grundglied, das über die Basen der Fühler hinausreicht, zwei kurze kegelförmige glatte Fühlercirren, die wenig länger als das Grundglied sind.

Vom ersten Rudertragenden Segment ab, dessen Vorderrand keine besondere nach vorn gerichtete Erweiterung trägt, sind alle folgenden durch tiefe Segmentfurchen stark von einander gesondert.

Das Ruder ist so lang als die halbe Segmentbreite. Sein oberer Ast ist kaum selbständig; er enthält ein grosses Bündel capillarer Borsten, die so weit wie der untere Ast hinausreichen; von diesen sind die centralen doppelt gezähnelt, länger als die an ihrem Umfange stehenden kürzeren und dickeren; der untere Ast hat ein Bündel von zahlreichen dicken an der einfachen Spitze wenig gekrümmten, davor auf kurzer Strecke grob sägeblätterigen Borsten (T. I, F. 6). — Die über die Borsten hinaus ragenden Rückencirren haben ein grosses kegelförmiges Grundglied, das so weit als der untere Ruderast vorragt, und ein einfach kegelförmiges, subterminal nicht verdicktes glattes Endglied. Das grosse Grundglied zeigt auf dem dorsalen Umfange oft eine kielartig erscheinende Linie. Neben ihnen steht ein Elytrenhöcker.

Die grossen ovalen Elytren, die auf den rudertragenden Segmenten 1. 3. 4. 6. 8. . . . 22. sich dachziegelförmig decken, sind lederig weich, oft im Centrum neben der Anheftungstelle stumpf kegelförmig aufgetrieben und mit einem kleinen dunkelfarbigen Fleck (T. I, F. 2. 4); selten sind alle, häufig die hinteren Elytren fast glatt; meistens stehen auf ihrer Rückenfläche zwischen gleichmässig vertheilten kleinen flachen Papillen verstreut, bald dicht, bald weiter getrennt, auch wohl vereinzelt grössere niedrig kegelförmige harte braune Höcker, mit radiär geriefelter Fläche; der dunkle centrale Fleck enthält auf areolirtem Grunde zwischen dicht gedrängten kleinen Papillen dunkle grössere Warzen (T. I, F. 5). Der Vorderrand der Elytren ist von langen fadenförmigen Papillen gefranst (Fig. 4). — Bei einem Thiere erschienen die Elytren stark zottig wie mit grossen Fadenpapillen dicht bedeckt. Die genauere Untersuchung ergab aber, dass dieses Bild durch einen dichten Bewuchs mit Algenfäden erzeugt war.

Die Bauchcirren sind einfach kegelförmig.

Grosse Genitalpapillen habe ich vom 7. Ruder ab gefunden.

Das Analsegment trägt zwei kurze glatte Aftercirren.

Der Rüssel hat einen Kranz von 18 Papillen, braune Kiefer.

Fundorte: French Pass (Schauinsland). New Brighton — Christchurch. — Foveaux Street (Suter). Ostküste von Neuseeland (Schmarda).

Polynoe (L) macrolepidota Schm.

Schmarda Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 155.

Taf. I, Fig. 7—9.

Nach Kenntnisnahme des Schmardaschen Originalstückes dieser Art füge ich zu der vorhandenen Beschreibung und Abbildung einige Bemerkungen hinzu, die das Wiedererkennen der Art erleichtern werden. Leider sind sie unvollkommen, da das vorliegende Stück schlecht erhalten ist.

Der Kopflappen ist länger als breit, hinten fast halsartig verschmälert, seine Seitenränder vorne gerade und fast parallel; der grade Vorderrand trägt an den Ecken je einen grossen kegelförmigen Facialhöcker; zwischen beiden Höckern zieht sich der Kopflappen zum Basalgliede des unpaaren Fühlers aus, das weiter

als die Höcker vorspringt. Das Endglied des Fühlers fehlt. Von den paarigen Fühlern ist einer erhalten, er entspringt unter dem Facialhöcker, sein Wurzelglied ragt darüber hinaus, sein Endglied ist kurz kegelförmig. — Ein erhaltener Subtentakel ist einfach kegelförmig, gekrümmt. — Augen habe ich auf der Dorsalfläche des Kopflappens nicht mit Sicherheit erkennen können, sie mögen zerstört sein.

Von den Fühlercirren des ersten, von oben nicht sichtbaren Segmentes waren nur die Grundglieder vorhanden, zwischen denen ein kleines Borstenbündel zu erkennen war.

An den Rudern der folgenden Segmente ist das typische Alterniren der Elytren und Rückencirren vorhanden. Ihr oberer Ast ist fast ganz reduciert, der untere schlank kegelförmig (T. I, F. 7). Die von SCHMARDA abgebildeten Borsten des unteren Astes haben eine spitz oder stumpf auslaufende Endstrecke, die spitzen sind zum Theil am Ende zweizähnig; dieser Unterschied geht vermuthlich auf Abnutzung zurück. Die dorsalen Borsten waren mit einem rostbraunen Filz dicht bedeckt (T. I, F. 9). — Die schlanken einfach zugespitzten, der subterminalen Schwellung entbehrenden Rückencirren sind rauh von spärlichen langen fadenförmigen Papillen; sie stehen hinter dem dorsalen Borstenbündel und ragen über das ventrale hinaus. Medianwärts von ihnen steht ein kegelförmiger Höcker. — Die dünnwandigen dachziegelförmig sich deckenden Elytren haben eiförmigen Umriss (T. I, F. 8); ihre dorsale Fläche ist, soweit sie frei liegt, von Papillen bedeckt, diese sind im Centrum kleine Kegel, die nach aussen gegen den freien Rand hin in dichter stehende, fadenförmige übergehen, wie solche dann den freien Rand besetzen. Die untere Elytrenfläche ist glatt, ihre Anheftungsstelle liegt excentrisch und ist gegen den Rand hin ausgezogen.

Fundort: Hafen von Auckland, Neuseeland (SCHMARDA).

Ich habe SCHMARDAS Gattungsbezeichnung für diese Art beibehalten, da nach dem, was bis jetzt an Kennzeichen von ihr bekannt ist, sich nicht sicher feststellen lässt, in welche der zahlreichen Polynoinen-Gattungen, die unterschieden werden, sie einzureihen ist.

Physalidonotus n. gen.

φυσαλίς ἡ = Blase — *νῶτος, ὁ* Rücken.

Polynoinen mit 20 Paar lederartigen rauhen, den Rücken deckenden Elytren, drei Tentakeln mit grossen Wurzelgliedern am Vorderrande des Kopflappens, Nackencarunkel, Borsten zwischen den Fühlercirren; feinen gesägten dorsalen Capillarborsten im kurzen dorsalen, und derben sägeblättrigen Borsten im ventralen Ruderaste; mit blasenartigen Auftreibungen um die Basis des Cirro- und Elytrophors.

Physalidonotus squamosus (Qtfgs.).

Aphrodite squamosa Quatrefages Histoire des Annelés 1865 T. I. p. 201.

Lepidonotus giganteus Kirk On some New Zealand Aphroditae. Transactions New Zealand Institute. Vol. XI. 1879 p. 399. — W. Blakland Benham and W. Malcom Thomson An Account of a large branchiate Polynoid from New Zealand Lepidonotus giganteus Kirk. Proceedings Zoologic. Society of London for the year 1900. p. 974. Pl. LX—XLII.

Von dieser durch ihre Grösse unter den Polynoinen auffallenden Art erhielt ich von Herrn Suter einige bei Oamaru gesammelte Stücke. Eine ausführliche Beschreibung davon hat W. Malcolm Thomson gegeben unter dem von Kirk früher verwendeten Namen Lepidonotus giganteus. Dieser Artname hat aber vor dem älteren Namen squamosa, den Quatrefages früher gegeben hatte, zu weichen, da die Beschreibung, die Quatrefages von der so benannten Art gegeben hat, diese völlig kennzeichnet und die Aehnlichkeit des Namens mit dem des Lepidonotus squamatus L zur Beseitigung kein Recht giebt.

In die Gattung Aphrodite, wohin sie von Quatrefages gestellt war, gehört die Art nicht; die Verwandtschaft mit den Polynoinen, insbesondere mit Lepidonotus, ist augenscheinlich. Immerhin ist die eigenartige Ausbildung der blasenförmigen Ausstülpungen neben den Basen des Elytro- und Cirrophors, die respiratorische Bedeutung haben mögen, wohl von der Bedeutung, dass die Art aus der Gattung Lepidonotus abgesondert und in eine neue Gattung, Physalidonotus, eingestellt wird.

Fundort: Oamaru (Suter).

Sthenelais semitecta n. sp.

Taf. I, Fig. 10—12. Taf. II, Fig. 1—4.

Von Herrn Suter in Christchurch erhielt ich eine Anzahl von ihm bei Lyttelton gesammelter Stücke einer Sthenelais-Art, von der ich, da ich sie mit einer der beschriebenen Arten nicht vereinigen kann, unter dem vorstehenden Namen eine Beschreibung gebe.

Alle mir vorliegenden Thiere sind klein oder mittelgross. Eines der grösseren, ganz erhaltenen war 34 mm lang, seine grösste im vorderen Drittel gelegene Breite war mit Einschluss der Ruder 3 mm; eine geringe Verschmälerung zeigten die vorderen 10 Segmente, eine etwas stärkere, allmälig ansteigende die des hinteren Körperdrittels; das Thier hatte 99 Rudertragende Segmente. Seine Bauchfläche ist platt, die Rückenfläche in der Mitte wenig gewölbt. Diese Fläche ist in der vorderen Körperstrecke ganz oder zum grössten Theil von den Elytren nicht gedeckt, in der verschmälerten hinteren Strecke bleibt nur eine schmale Mittelstrecke frei oder die Elytren decken sie ganz. Am Vorderende treten die unpaare Antenne und die Cirren des ersten Ruders weit hinaus; an den Körperflanken ragen die seitwärts gerichteten Ruder mit den glänzenden Borstenbündeln frei über die Elytren hervor. Die Segmentgrenzen sind auf der Rückenfläche schwach, auf der Bauchfläche deutlich ausgeprägt, entsprechend den tiefen Einschnitten der Ruderbasen, die sich stark von dem neuralen Mittelfelde

absetzen. — Die Färbung der Thiere wechselte unabhängig von der Grösse: die Mehrzahl war einfarbig, weisslich oder hellgrau, bei anderen waren die durchscheinenden Elytren, bei noch anderen ausser diesen auch die Rückenfläche lebhaft rostroth; diese Färbung erstreckt sich dann auch auf die Ruder und Cirren, während die Bauchfläche farblos bleibt.

Der Kopflappen (T. I, F. 10), der von den beiden ersten nach vorn gerichteten, über ihn weit hinausreichenden Rudern jederseits eingefasst wird, ist eine querovale Platte die fast doppelt so breit als lang ist, schmäler als das erste Segment, aber länger als die Rückenfläche der kurzen zusammengedrängten beiden ersten Segmente; seine Rückenfläche ist durch eine mediane Längsfurche getheilt, jederseits davon kissenartig gewölbt, bisweilen in der vorderen Hälfte so stark, dass sie höckerartig hervortritt. Auf ihr steht nahe dem Vorderrande und der Medianfurche je ein kleiner runder schwarzer Augenfleck. — Aus dem vorderen Theile der Medianfurche geht die unpaare Antenne hervor, deren Gesammtlänge etwa der der vorderen 5 Segmente gleich kommt; sie hat ein grosses schwach geringeltes Basalglied, das über den Vorderrand des Kopflappens hinausreicht und jederseits ein durchscheinendes, breit birnförmiges zugespitztes und etwas abgeplattetes Läppchen trägt (T. I, F. 11); das Endglied der Antenne ist einfach, schlank kegelförmig.

Von den Rudertragenden Segmenten sind die beiden ersten auf der Rückenfläche stark verkürzt, zusammengeschoben. Sie umgeben seitlich den Mundeingang, von dessen hinterem Umfange ein längsgefurchtes dreieckiges Buccalpolster bis auf das 4. Segment reicht. Die folgenden Segmente sind im allgemeinen mit Rudern achtmal, ohne Ruder viermal breiter als lang. Die entwickelten Ruder ragen seitwärts etwa um die halbe Segmentbreite vor.

Das erste Ruder (T. I, F. 11. 12) ist von den folgenden dadurch unterschieden, dass es in beiden Aesten nur Capillarborsten trägt. Es ist nach vorn gerichtet, liegt dem Kopflappen dicht an und ragt über ihn und das Wurzelglied der Antenne hinaus. Seine beiden kurzen dicken Aeste sind wenig von einander getrennt, der dorsale etwas höher als der ventrale; neben dem grossen Borstenfächer steht eine häutige lanzettförmige Lippe, etwas über dieser ein schlank kegelförmiger Fortsatz, den ich als Papille deute, und von der hinteren Fläche des Astes erhebt sich auf grossem, schwach geringelten Grundgliede ein langer schlank kegelförmiger Cirrus, der nach vorn gelegt über die Spitze der Antenne hinausragt. Auf der dorsalen Fläche der Basis dieses Astes sitzt ein Wimperpolster. Der untere Ast trägt neben dem Borstenfächer eine schlank eiförmige, dünne Lippe, unter ihm eine kegelförmige Papille, deren Spitze wie ein kleines Glied abgesetzt ist. Auf der hinteren Fläche der gemeinsamen Ruderstrecke entspringt mit einem grossen Wurzelgliede der lange schlank kegelförmige einfache Buccalcirrus, der weitaus längste von allen Cirren, der nach hinten gelegt bis an das 11. Segment reicht. Sein Wurzelglied wird zum grössten Theil von einem dünnen häutigen Blatte umfasst.

Die Ruder der folgenden Segmente (T. II, F. 1. 2. 3) tragen alle im dorsalen

Ast einen Fächer von capillaren, im ventralen einen solchen von zusammengesetzten Borsten, ihre Aeste sind im Allgemeinen gleichmässig gebaut; die Elytren stehen am 2. 4. 5. 7. . . . 23. 25. 27. 28. 29. 30. . . . Segment; Rückencirren fehlen, Kiemen sind überall vorhanden. Die beiden gleich langen Ruderäste sondern sich vom 3. Ruder ab schärfer von einander und divergiren dann, überall ist der obere bis um die Hälfte dünner als der untere, grössere häutige Lippenblätter fehlen, dagegen stehen am freien Rande ungleich grosse spindelförmige Papillen, deren Zahl und Grösse variirt: so fand ich bei einem Thiere am dorsalen Ast des 2. Ruders zwei kleine und zwei grosse Papillen, am ventralen Ast drei grosse und eine kleine, während ich am dorsalen Ast des 6. Ruders eine kleine und eine grosse, am ventralen Ast drei kleine und eine grosse verzeichnete. An anderen Thieren waren andere Zahlen dafür vorhanden. Der Bauchcirrus des zweiten Ruders ist etwas grösser, als der des folgenden; er steht auf einem Wurzelgliede als ein über das Ruder hinaus ragender kegelförmiger Faden, während er an den folgenden Rudern hinter der Länge des Ruderastes zurückbleibt und am dorsalen Umfange seiner Basalstrecke einen deutlichen Höcker, bisweilen davor eine schwächere Auftreibung besitzt.

Alle Elytren sind weiche fest anhängende, durchscheinende, fast kreisförmige oder ovale Scheiben, mit glatter Fläche und einfachem, oft aufgebogenem Rande. Sie sitzen mit excentrischer, lateral verschobener Anheftung auf einem niedrigen Elytrophor hoch über dem dorsalen Aste. — Die unter ihnen oder auf den elytrenlosen am Elytrenhöcker hängende Kieme ist kurz und grade, fast cylindrisch, lang bewimpert. Auf der oberen Ruderkante stehen zwischen dem Elytrophor und dem Ende des Ruderastes in gleichen Abständen vertheilt drei Wimperplatten.

Die capillaren Borsten des oberen Astes sind schlank und fein, glatt, farblos. Die zusammengesetzten Borsten des unteren Astes, von denen die grössten so lang als die capillaren dorsalen sind, sind erheblich dicker als diese, und durch ein weisses opakes Aussehen ihrer Spitzen ausgezeichnet. Dieses ist durch Kalkeinlagerung veranlasst, die in ungleicher Ausdehnung entweder nur die Endglieder der Borsten, oder auch über die Endglieder hinaus noch eine Strecke des Schaftes ergreift. Die an Länge sehr ungleichen spitz auslaufenden Endglieder gehen ohne schärfere Sonderung aus dem Schafte hervor, und sind auf einer Fläche mit einer Doppelreihe von Zahneinschnitten versehen, deren Zahl mit der Länge der Endglieder zu- oder abnimmt.

Das Aftersegment ist kurz kegelförmig. Aftercirren waren an keinem Exemplare erhalten.

Der ausgestreckte lange, dorsoventral etwas abgeplattete Rüssel hat die Länge der vorderen 17 Segmente; seine Eingangsöffnung trägt einen Kranz von 20 Gabelpapillen; dahinter stehen im Innern zwei Paar dunkelbrauner ventraler und dorsaler Kiefer (T. I, F. 10).

Fundort: Lyttelton, Neuseeland (SUTER).

Psammolyce antipoda (Schm.).

Pelogenia antipoda. SCHMARDA Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 160 Taf. XXXVII, Fig. 320–322.

Psammolyce rigida Gr. GRUBE Beschreibung einiger von Ritter von Frauenfeld gesammelter Anneliden. Verhandl. K. K. zool. botan. Ges. Wien Bd. XVIII. 1868 p. 631. Taf. 7, Fig. 1. — Annulata Semperiana. 1878. p. 55.

Mir liegt nur ein Exemplar vor, auf das ich, ohne Bedenken, die obige Benennung in Anwendung bringe, nachdem ich durch Herrn GROBBENS Güte das Originalexemplar für die von SCHMARDA beschriebene Art kennen gelernt hatte. SCHMARDAS Beschreibung reicht allein zur Wiedererkennung nicht aus, das von ihm gegebene Habitusbild ist aber kenntlich.

Ich ziehe als Synonym die von GRUBE beschriebene Psammolyce rigida Gr. heran nach den Angaben, die er darüber gemacht hat. Er hat darin Thiere vereinigt, die aus dem rothen Meere und von den Philippinen stammten, die ersteren erwachsen und gross, die letzteren viel kleiner und vermuthlich nicht ausgewachsen. — Das mir vorliegende Thier übertrifft noch erheblich die grössten Thiere, die GRUBE gesehen hat; es ist 18,3 cm lang, 1,1 cm breit und hat 202 Rudertragende Segmente.

Von den Unterschieden dieses Stückes gegenüber den GRUBEschen Beschreibungen erwähne ich zuerst, dass ich Augen bei ihm nicht gesehen habe; das würde mit dem Fehlen der Augen bei den GRUBEschen Stücken von den Philippinen übereinstimmen, die klein waren, während die grossen Stücke aus dem rothen Meere Augen besassen; mit den Philippinischen Stücken stimmt mein Thier ferner darin überein, dass GRUBE von ihren Elytren nur einen lappenförmigen gefransten Fortsatz ausgehen lässt und so tragen die Elytren meines Thieres ebenfalls nur einen zungenförmigen Lappen, der vom medialen Rande auf die Rückenfläche hinaufgreift, während die Thiere aus dem rothen Meere zwei derartige Verlängerungen haben. Danach würde ich geneigt sein, die philippinische Form und die neuseeländische zusammen der erythraeischen gegenüberzustellen. Allein die Borsten der neuseeländischen Form zeigen das Verhalten, wie es GRUBE von den Exemplaren aus dem rothen Meere beschreibt. — Danach bleibt die Entscheidung, ob es sich bei diesen Differenzen neben den Uebereinstimmungen um Variationen oder um specifische Besonderheiten handelt, vorbehalten; vielleicht sind zwei nahe stehende Arten mit östlicher und westlicher geographischer Beschränkung zu unterscheiden. Ein reicheres Material wird wohl die Entscheidung bringen.

Fundort: Chatham (SCHAUINSLAND).

Der Gattungsname Pelogenia muss dem älteren Psammolyce Kinb. weichen. Was an dieser Art als „Saugfüsschen" gedeutet und systematisch verwerthet ist, sind reich entwickelte Papillen der Körperwand, die auch Psammolyce besitzt.

Nephthyidae.

Nephthys macrura Schmarda.

Schmarda Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 91.

Syn. Nephthys virgini Kbg. Annulata nova. Öfvers. K. Vet. Akad. Forh. 1865 No. 4 p. 239.

Nephthys trissophyllus Grube Anneliden-Ausbeute . . . Gazelle. Monatsber. Ak. Wiss. Berlin 1877.

Nephthys trissophyllus McInt. McIntosh Report. Zool. . . Challeng. XII. 1885 p. 159. Pl. XXVI. 1—5. XXVII. 1. 4. XXX. 8. XIVA 9—11.

Ehlers Polychaeten Hamburg. Magalh. Sammelreise. 1897 p. 19 Taf. I, 9—12. — Polychaeten magell. chilen. Strandes 1901 p. 66.

Die Untersuchung der Schmardaschen Typen dieser Art ergab, dass sie mit der Nephthys virgini Kbg. identisch ist. Deren eigenartige Anordnung der Rüsselpapillen ist hier in gleicher Weise vorhanden, wie die Bildung des Parapodiums, dessen Lippenbildung sehr variabel ist. In den Schmardaschen Stücken ist das mittlere der drei Lippenblätter des oberen Astes bandartig schmal, eine Bildung, die ich auch bei Thieren aus dem Magellangebiete gesehen habe.

Der Art wird nun der Name macrura Schm. als der älteste zu geben sein.

Der Nachweis ihres Vorkommens an der neuseeländischen Küste ist von Interesse für die Verbreitung der pacifischen Arten.

Fundort: Auckland, Neuseeland.

Nephthys dibranchis Gr.

Grube Annelidenausbeute S. M. S. Gazelle. Monatsber. Akad. Wiss. Berlin. 1877 p. 536.

McIntosh Report . . . Challenger XII. p. 162.

Eine Anzahl von Nephthyiden, von denen die kleineren farblos, die grösseren rostroth gefärbt waren und so gefärbte Borsten hatten, passt zu den von Grube und McIntosh gegebenen Schilderungen der Nephthys dibranchis Gr. bis auf einen Punkt. Nach diesen Darstellungen soll der Rüssel dieser Art papillenlos sein; in der von McIntosh gegebenen Abbildung ist aber der abgebildete Rüssel offenbar unvollständig ausgestülpt; mir vorliegende Stücke stimmten ganz mit dieser Abbildung überein, zeigten dann aber im aufgeschnittenem Zustande die characteristische Ausrüstung des Rüssels mit Papillen. Unter der Voraussetzung, dass die bislang von Nephthys dibranchis Gr. gegebenen Darstellungen, soweit sie den Rüssel betreffen, nicht zutreffend sind, verwende ich diese Benennung auf die mir vorliegenden Stücke und ergänze die Artbeschreibung durch die Schilderung des Rüssels, wie er im völlig ausgestreckten Zustande sich darstellt.

Er zeigt dann einen terminalen Kranz von 20 Gabelpapillen, deren äussere Zinke länger als die innere ist, und je eine kleine einfache ventrale und dorsale mediane Papille; seine Oberfläche trägt 22 Längsreihen von Papillen, die am dorsalen und ventralen Umfang bedeutend kürzer als am lateralen sind. In

jeder Reihe stehen dicht hinter einander bis zu 7 Papillen, die von vorn nach hinten an Grösse abnehmen.

Sollte meine Voraussetzung irrig sein, dass der Rüssel von Nephthys dibranchis Gr. Papillen trägt, so würden die von mir so benannten Thiere durch die eigenartigen Grössenunterschiede der Papillen in den medianen und lateralen Reihen als besondere Art gut gekennzeichnet sein.

Fundort: Lyttelton — Neuseeland (SUTER). Neu-Guinea (GRUBE). Arafura See (MCINTOSH).

Phyllodocidae.

Carobia ochracea n. sp.

Taf. II, Fig. 5—7.

Der lineare lange Körper ist nur im Bereich der vorderen 8—10 Segmente und einer kurzen präanalen Strecke etwas verschmälert, in dorsoventraler Richtung etwas abgeplattet; seine fast mit halber Segmentbreite vortretenden Parapodien stehen weitläufig, da die einzelnen Segmente durch breite Intersegmentalfurchen von einander getrennt sind; die blattförmigen Rückencirren lassen die Rückenfläche ganz oder fast ganz frei, greifen je nach ihrer Stellung nicht oder nur wenig übereinander. — Die Thiere sind in sehr ungleicher Ausdehnung rost- oder ockerfarben gefärbt, bisweilen ganz gleichmässig, im anderen Extrem ist der Körper weisslich oder hellgelb und nur die Cirren tief dunkelbraun; dazwischen kommen Uebergänge vor, so dass nur eine Strecke des Körpers hellfarbig, die übrige rostfarben ist; die blattförmigen Cirren waren immer gefärbt. — Ein Thier von 105 rudertragenden Segmenten war 43 mm lang, mit Rudern 2,6 mm, ohne Ruder 1 mm breit.

Der Kopflappen (T. II, F. 5) erscheint vom Rücken gesehen trapezförmig mit abgerundeten Ecken, sein Vorderrand ist etwas breiter als die Hälfte des Hinterrandes, beide Seitenränder sind grade oder schwach convex, auf der glatten Rückenfläche steht bisweilen eine seichte mediane Längsfurche; auf ihrer hinteren Hälfte steht nahe dem Seitenrande, entfernt vom Hinterrande je ein kreisförmiges schwarzes Auge mit hellem Centrum. Nahe hinter den Vorderecken stehen am Seitenumfange jederseits zwei Fühler, durch einen etwa ihrer Dicke gleich kommenden Abstand von einander getrennt; sie sind dick spindelförmig, etwas kürzer als die Breite des Vorderrandes.

Das erste Segment, dessen Ventralfläche von dem gekerbten Mundeingang eingenommen wird, trägt jederseits 3 Fühlercirren und ein Borstenbündel; die Fühlercirren sind schlank spindelförmig, nicht abgeplattet, mit fast abgesetzter dünner Endspitze, auf grossen Wurzelgliedern. Zwei von ihnen, kürzer als der dritte, und etwas länger als die Körperbreite stehen am Seitenumfange über einander; aus dem Wurzelgliede des unteren tritt neben einem Höcker ein kleines Borstenbündel aus; der längste nach hinten gelegt bis an das 7. Segment rei-

chende dritte Fühlercirrus entspringt höher als die beiden andern am Seitenrande der Rückenfläche. Eine Segmentfurche, die die Zusammensetzung dieses Segmentes aus einem ersten und zweiten bezeugte, habe ich nicht gesehen.

Das zweite Segment trägt jederseits ein hinter dem folgenden an Grösse zurückbleibendes borstentragendes Ruder, einen den kürzeren Fühlercirren an Form und Grösse entsprechenden Rückencirrus und einen eiförmigen abgeplatteten Bauchcirrus, der mit schmaler Basis aufsitzt.

Die folgenden Segmente haben schwach kegelförmige Borstenhöcker mit einer vorderen, durch einen Einschnitt in zwei Lappen getheilten Lippe. Hinter dieser tritt das ansehnliche fächerförmige Borstenbündel hervor, von einer einfachen Stützнadel aus (T. II, F. 6). Die farblosen zusammengesetzten Borsten (T. II, F. 7) haben ein etwas aufgetriebenes, fein längsgestreiftes auf einer Fläche gehöhltes Schaftende, das mit einer kleinen Reihe von gleich grossen Dornen besetzt ist. Das grade spitzauslaufende, 0,09 mm lange Endglied ist auf der Fläche quer schraffirt, Zähnelungen an der Schneide habe ich nicht gesehen. — Die blattförmigen braunen Rückencirren werden von einem grossen Wurzelgliede getragen, das an seinem ventralen Umfange einen fast halbkugeligen Höcker trägt. Nach Aufhellung in Glycerin erscheint dessen Gewebe netzartig areolirt und macht den Eindruck, als seien hier Blutgefässe so entwickelt, dass es sich in dem Höcker um den Ansatz zu einer Kiemenbildung handle. Die blattförmigen Rückencirren haben durch den tiefen Einschnitt, mit dem sie auf dem Wurzelgliede sitzen, herzförmigen Umriss, sind im Allgemeinen an der Basis breiter als hoch. — Die gleichfalls braunen blattförmigen Bauchcirren sitzen mit langer Basis dem ventralen Umfang des Ruderastes auf, und haben fast nierenförmigen Umriss, wobei der Hilus durch den Insertionsrand gebildet wird.

Aftercirren habe ich nur einmal in Form kleiner Blättchen gesehen.

Der herauspräparirte Rüssel war sehr lang; auf der Scheide in ganzer Ausdehnung dicht mit niedrigen höckerartigen Papillen besetzt.

Fundort: Lyttelton, Neuseeland (Suter).

Die Art steht der Carobia castanea v. Mar. aus Japan, nach der Beschreibung die von Marenzeller[1]) davon gegeben hat, nahe; bei dieser sind aber die Fühlercirren blattartig abgeplattet, und der eigenartige Höcker am Wurzelglied der Rückencirren ist nicht erwähnt.

Carobia microphylla (Schm.).

Eulalia microphylla. Schmarda Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 p. 86. Taf. XXIX, Fig. 230.
Porroa microphylla (Schm.). Quatrefages Histoire des Annelés. II. 1. 1865 p. 128.
Eulalia caeca Qtfgs. Quatrefages Histoire des Annelés. II. 1. 1865 p. 123.

Taf. II, Fig. 8. 9.

Nach Untersuchung der Originalexemplare Schmardas bezeichne ich eine Anzahl mir vorliegender Exemplare als Carobia microphylla (Schm.) und bin über-

1) v. Marenzeller, Südjapanische Anneliden. I. (Denkschr. math.-naturw. Cl. Kais. Ak. d. Wiss. Wien). 1879. p. 19.

zeugt, dass Eulalia caeca Qtfgs. aus Neuseeland damit zusammenfällt. Dafür spricht die von Quatrefages gegebene Beschreibung, insbesondere das Hervorheben einer blattartigen Erweiterung an der Basis des Parapodium, die auch von Schmarda angegeben ist (T. II, F. 8). Als characteristisches Merkmal hebe ich die Bildung des Schaftendes der zusammengesetzten Borsten hervor, deren Endglied, was auch Quatrefages betont, meist fehlt. Dieses Schaftende ist erweitert und auf einer Fläche löffelartig ausgehöhlt, an den Seiten fein feilkerbig, und läuft mit zwei ungleich langen Zähnen aus. Der kurze grade 0,066 mm lange Endanhang ist auf der Fläche quer gestreift, auf der Schneide fein gezähnelt (T. II, F. 9). Schmardas Abbildung lässt seine Gestalt erkennen.

Die Augen, die Quatrefages nicht erkennen konnte, Schmarda zu vier angiebt, zeigen ein eigenartiges Verhalten; ich sehe an einem in Sublimat und Pikrin conservirten Stücke zwei hintere dunkle Pigmentflecke und unmittelbar vor jedem einen weisslichen runden Fleck mit hellem Centrum; das entspricht vermuthlich den vier Augen, die Schmarda, wohl an lebenden Thieren, gesehen hat.

Der lange schwach keulenförmige Rüssel ist auf der Fläche dicht mit kleinen blattförmigen Papillen bedeckt und trägt 24 grosse Randpapillen am Eingang.

Fundort: Chatham. — French Pass (Schauinsland). Neuseeland: Christchurch; Summer (Suter).

Pterocirrus brevicornis n. sp.

Taf. II, Fig. 10–12.

Das einzige mir vorliegende gleichmässig braun gefärbte Thier dieser Art ist 73 mm lang, vorn mit Rudern 4 mm, hinten 3 mm breit, hat 146 rudertragende Segmente und ein unreifes regenerirtes Hinterende mit 13 Segmenten. Die grossen blättrigen Rückencirren, die an den Seiten des Körpers aufrecht stehend die Rückenfläche nicht decken, geben einen characteristischen Habitus.

Der Kopflappen ist quer oval, breiter als lang, so lang als die Rückenfläche der beiden ersten Segmente; seine 4 Stirnfühler stehen übereinander, an den Vorderecken des Kopflappens und lassen die Mitte von dessen Vorderrand frei; sie sind kürzer als der Kopflappen, dick spindelförmig; der Scheitelfühler steht vor den beiden linsentragenden Augen, ist aufwärts gerichtet und reicht nach vorn niedergelegt über den Vorderrand des Kopflappens hinaus (T. II, F. 10).

Die Segmente der vorderen Körperstrecke sind ohne Ruder sechsmal, die der hinteren viermal breiter als lang, die vorderen bei schmalen tiefen Segmentgrenzen eng aneinander geschoben, die hinteren durch breite Segmentfurchen so weit von einander getrennt, dass zumal ihre Rückenflächen als quere Wülste vorspringen.

Das erste Segment trägt jederseits auf einem Wurzelgliede einen kurzen, kegelförmigen, abgeplatteten Fühlercirrus. Das zweite Segment hat jederseits zwei grosse Fühlercirren, von denen der obere schlank kegelförmig und abgeplattet ist, nach hinten gelegt bis zum 7. Segment reicht, der untere nicht halb so lang ist, aber durch grossen ventralen Flügelsaum sich auszeichnet. — Das

dritte Segment hat jederseits einen kegelförmigen Fühlercirrus, der nach hinten nicht ganz so weit als der dorsale des zweiten Segmentes reicht, darunter einen Borstenhöcker wie die folgenden Segmente und blattförmigen Bauchcirrus. (T. II, F. 10).

Die kurzen Ruder der folgenden Segmente (T. II, F. 11) haben eine vordere Lippe, hinter der das Borstenbündel austritt; diese Lippe ist am freien Rande durch einen Einschnitt in einen grösseren oberen und kleineren unteren Lappen getheilt; im Einschnitt liegt meist die Spitze der einfachen Stützнadel. Das fächerförmige Borstenbündel besteht aus 25—30 zusammengesetzten schlanken, glashellen Borsten; deren Schaft (T. II, F. 12) ist am Ende aufgetrieben, hier vom Rande her deutlich feilkerbig gefurcht und an der Einlenkungsfurche des Endgliedes mit einem grössern und einem kleineren Dorn versehen; der bis 0,1 mm lange grade Endanhang ist messerförmig mit langer Endspitze, dünn und offenbar sehr brüchig; die Bruchlinie war überall die gleiche so dass eine kleine dreieckig zugespitzte Spitze am Borstenschaft hängen geblieben war; das weist wohl auf eine Structur im Anhange hin; auf der Fläche ist der Endanhang sehr fein quer gestreift, die Schneide ist sehr fein gezähnelt. — Die Rückencirren stehen auf hohen Wurzelgliedern über der Basis des Ruders, es sind aufwärts gerichtete, schwach schief lanzettförmige Blätter mit eingeschnittener Basis; niedergelegt reichen sie an den vorderen Segmenten bis auf die Mitte der Rückenfläche, an den hinteren Segmenten werden sie kürzer und bekommen einen eiförmigen Umriss. Die Bauchcirren stehen auf einem an der Ruderbasis sitzenden Wurzelglied, quer eiförmige Blätter, die so lang als die Ruderlippe vorragen.

Den Rüssel des Wurmes kenne ich nicht.

Fundort: French Pass, Neuseeland (Schauinsland).

Michaelsen [1]) hat aus Ceylon einen Pterocirrus ceylonicus beschrieben und es lag nahe, anzunehmen, dass die aus Neuseeland stammende Art mit dieser indischen zusammenfalle. Durch die Güte des Herrn Michaelsen konnte ich die von ihm beschriebenen Thiere nachuntersuchen, und damit einige von Pterocirrus brevicornis abweichende Bildungen feststellen. Sie bestehen darin, dass die Fühler schlank und länger als der Kopflappen sind, und dass an Stelle der in zwei stumpfe Lappen eingeschnittenen vorderen Ruderlippe die Parapodien zwei lange, dreieckig zugeschnittene vordere Lippenblätter tragen (T. II, F. 13). Das aufgetriebene Schaftende der Borsten ist feilkerbig und gezähnelt wie bei Pterocirrus brevicornis, an der Schneide der Endglieder, die schlanker und länger (0,165 mm) als bei Pterocirrus brevicornis sind, läuft ein, von Michaelsen nicht angegebener vermuthlich leicht abfallender gezähnelter Saum, und von da ab, wo dieser in die Schneide übergeht, ist diese fein gezähnelt.

Ein durch Herrn Dr. Friedländer von Levucca (Fiji) erhaltener Pterocirrus nimmt eine Zwischenstellung zwischen der neuseeländischen und ceylonensischen

1) W. Michaelsen Polychaeten von Ceylon (Jahrbuch d. hamburg. wiss. Anstalten. IX. 2). 1902. p. 13. Fig. 7. 8.

Form ein, insofern er die schlanken Kopffühler der letzteren und die kurze eingeschnittene Ruderlippe der neuseeländischen Form besitzt. Vielleicht handelt es sich hierbei um Lokalrassen einer Art, die wenn sie in ihren gesonderten Vorkommnissen constant sind, als Arten unterschieden und aufgeführt werden mögen.

Wie zu diesen indo-pacifischen Formen die mediterranen stehen, kann ich noch nicht sagen.

Syllidae.

Syllis closterobranchia Schmarda.

Schmarda Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 72.

Taf. III, Fig. 1—4.

Von Herrn Suter in Christchurch erhielt ich mit anderen Anneliden einige Syllideen, die mir mit der durch Schmarda vom Cap der guten Hoffnung beschriebenen Syllis closterobranchia übereinzustimmen schienen. Herr Prof. Grobben hatte die Güte, mir das in der Sammlung des I. Zool.-Zootom. Instituts in Wien aufbewahrte Original-Exemplar Schmardas zum Vergleich einzusenden, und danach bin ich überzeugt, trotz der Differenz der Fundorte, die mir vorliegenden Thiere auf diese Art beziehen zu dürfen. Danach kann ich auch Schmardas Beschreibung in einigen Punkten ergänzen.

Das Thier ist mittellang; ein voll erhaltenes Stück hat bei 18 mm Länge 115 rudertragende Segmente; die wenigen mir vorliegenden Stücke sind hellfarbig oder farblos, während Schmarda seine Art als bräunlich bezeichnet; das Originalexemplar ist ganz dunkelfarbig; es macht aber ganz den Eindruck, als ob es eingetrocknet gewesen wäre; und vielleicht ist die dunkle Färbung darauf zurückzuführen.

Der Kopflappen (T. III, F. 1) ist fünfeckig, breiter als lang, und etwa so lang als die beiden ersten Segmente; er trägt auf der hinteren Hälfte vier grosse braune, jederseits nahe bei einander stehende Augen, von denen die vorderen grösser sind und becherförmig erscheinen. Von den drei kurzen, in der Mitte wenig verdickten Fühlern ist der mittlere auf dem Scheitel zwischen den Augen entspringende wenig länger als die seitlichen nahe dem Vorderrande stehenden, alle sind stark, fast rosenkranzförmig gegliedert, mit 7 und 8 Gliedern. Die Palpen sind dick, kurz eiförmig, länger als der Kopflappen, berühren sich nur am Ursprunge.

Das erste Segment ist von oben ganz sichtbar, wenig kürzer als das nächste; seine vier Fühlercirren sind wie die Fühler gestaltet, wenig länger als diese, kürzer als die nächstfolgenden Rückencirren, mit 9—10 Gliedern (T. III, F. 1).

Von den rudertragenden Segmenten sind die vorderen nur wenig kürzer als die der Körpermitte, diese etwa dreimal breiter als lang. Die zweilippigen Ruder

(T. III, F. 2) sind kürzer als die halbe Segmentbreite. Die zusammengesetzten Borsten, von denen ich vorn bis zu 8, hinten 5 in einem Bündel zählte, zeigten Differenzen, die ich gegenüber dem Befunde am Originalexemplar zu betonen habe. Bei zwei der neuseeländischen Würmer hatten in den vorderen Rudern (T. III, F. 3) die oberen Borsten ein langes, die unteren ein kurzes Endglied mit gebärtelter Schneide und einfachem Endzahn, die Borsten der hinteren Ruder fast alle ein noch mehr verkürztes Endglied mit einfacher Spitze; bei einem dritten Wurme von Neuseeland, dem grössten, hatten fast alle Borsten stark verkürzte Endglieder. Daher möchte ich diese Differenz nicht hoch veranschlagen, vielleicht auf eine Altersdifferenz zurückführen. Dann ist es von keiner Bedeutung, dass von den Borsten im Originalexemplar, das etwas kleiner als die erstgenannten Stücke ist, nur einzelne verkürzte Endglieder haben. — Einfache Nadeln fehlen.

Die wie die Fühler gegliederten Rückencirren sind an den ersten 6—7 Segmenten länger als an den folgenden, die an Ausdehnung die Segmentbreite nicht erreichen; an den ersteren sind etwa 15, an den letzteren höchstens 10—11, bisweilen nur 8 Glieder. Diese Cirren sind dann durch Spindelform ausgezeichnet, die durch starke Verdickung etwa vom 2.—3. Glied ab erfolgt, während die Endstrecke wieder dünner wird.

Die Bauchcirren sind kurze, eiförmige, nicht bis zum Ruderende reichende Höcker.

Am Aftersegment stehen zwei lange, schwach spindelförmige Cirren mit 15 Gliedern; ein Schwänzchen habe ich nicht gesehen.

Der Papillenkranz am Eingang der graden Rüsselröhre liegt auf der hinteren Grenze des 4. rudertragenden Segmentes, unmittelbar dahinter ein kurzer, stumpfer Zahn; der gegen 40 Querstreifen zeigende Magen im 14.—20. Segment. Am Originalexemplar gelang es durch Aufhellung soviel zu erkennen, dass der Magen vom 12.—18. Segment reichte.

Fundort: Cristchurch (SUTER).

Die Art ist danach vom Cap der guten Hoffnung bis Neuseeland verbreitet, vermuthlich noch weiter verbreitet nachzuweisen.

Unter den von Herrn SCHAUINSLAND bei Chatham gesammelten Anneliden fanden sich einige Syllideen, die der Syllis closterobranchia sehr nahe kommen, doch aber solche Abweichungen von der vorstehend beschriebenen Form aufweisen, dass ich sie als eine besondere, vielleicht locale Varietät ansehe.

In Färbung, Grösse und Segmentzahl besteht keine besondere Abweichung. Eine solche, die ich nicht hoch anschlage, liegt darin, dass ausser den 4 auf der hinteren Kopflappenhälfte stehenden, wie bei der typischen Form gebildeten Augen zwei kleine punktförmige rothbraune median von der Wurzel der äusseren Antennen stehen.

Wesentlicher ist eine Abweichung, die darin besteht, dass alle Anhänge des Körpers länger, und damit schlanker als bei der vorher beschriebenen Form sind. Das betrifft nicht nur die Palpen, sondern vor allem die kurz gegliederten

Fühler, Fühler- und Rückencirren; mit der grösseren Länge besitzen sie eine grössere Anzahl von Gliedern und sind weniger spindelförmig. An allen sind die Grundglieder ganz kurz und wenig von einander gesondert. Die Fühler ragen beträchtlich über die Palpen hinaus, der unpaare hat 18, die paarigen 21 und 24 Glieder. An den Fühlercirren zählte ich am unteren 21, am oberen 23 Glieder im gleichen Paare. Die Rückencirren der vorderen Ruder sind, wie bei der typischen Form, länger als die der hinteren, und, ungleichmässig alternirend, länger und kürzer, immer länger als die Körperbreite; die längsten hatten 41 Glieder. An den hinteren Segmenten sind — mit Ausnahme des letzten — die Rückencirren immer noch länger als der Körper breit ist; die Zahl der Glieder sinkt auf 21.

Ruder und Borsten zeigten keine Besonderheiten. Am Analsegment war ein Schwänzchen.

Die Anfangstrecke des Darmes entsprach dem vorhin beschriebenen Verhalten; die Rüsselröhre lag im 5.—12., der Magen im 13.—21. Segment; er hatte etwa 45 Querbänder.

Fundort: Chatham (SCHAUINSLAND).

Eurymedusa picta Kbg.

KINBERG Annulata nova. Öfvers. K. Vet.-Akad. Förh. 1865 p. 249.

Taf. III, Fig. 5—9.

Die Art gehört zu den grösseren Syllideen; leider liegen mir nur zerbrochene Thiere vor, so dass ich über die ganze Länge und Gesammtzahl der Segmente keine Angabe machen kann. An einer vorderen Körperstrecke von 22 mm Länge waren 54 rudertragende Segmente vorhanden, das Thier war 2,5 mm breit. Der Körper ist linear, in seiner grössten Länge gleich breit, vorn wenig, in der hinteren Körperstrecke etwas mehr verschmälert. Die Färbung der hochgewölbten Rückenfläche ist gegenüber der platten gelblich weissen Bauchfläche und den ebenso gefärbten Anhängen dunkel, bei einigen Thieren gleichmässig dunkel bleifarben oder schiefergrau, bei anderen deutlich gezeichnet, indem auf dem dunklen Grunde helle gelbliche Querbänder standen, auf jedem Segmente eines nahe hinter dem Vorderrande, ein zweites auf der halben Länge.

Der Kopflappen (T. III, F. 5) ist breiter als lang, an den Seiten gerundet erweitert, nach hinten stärker als nach vorn verschmälert; seine Rückenfläche dunkelfarbig mit hellen Rändern und zwei von hinten gegen die Mitte des Vorderrandes winklig zusammenlaufenden Streifen. Nahe am Vorderrande entspringen die drei kurzen stark gegliederten Fühler, die paarigen etwas weiter nach hinten als der unpaare, an Grösse wenig verschieden, etwas länger als der Kopflappen. Die Palpen springen, getrennt von einander, weit über den Kopflappen vor, sind nach unten umgeschlagen. Augen konnte ich auf der dunkelen Oberfläche des Kopflappens nicht unterscheiden.

Das Buccalsegment trägt auf der Rückenfläche einen grossen halbmondförmig abgerundeten, weiss gerandeten Occipitallappen, der an seinem Hinterrande in

dessen ganzer Breite entspringt und nach vorn die halbe Kopflappenlänge überragt und deckt. Die beiden Fühlercirren sind fast gleich lang, wie die Rückencirren gestaltet. Die Ventralfläche ist durch tiefe Furchen, die vom Mundeingange abgehen, in 7 dreieckige Polster zerlegt, von denen die nach vorn und aussen stehenden grösser als die medianen sind (T. III, F. 6). Die rudertragenden Segmente sind gleichförmig, etwa 4—5 mal breiter als lang. Die kurzen stumpfen Ruder (T. III, F. 7) sind zweilippig; die aus ihnen hervortretenden Borsten, bis zu 25 und auch mehr, tragen auf dem wenig erweiterten Schaftende, das unter starker Vergrösserung eine Schraffirung zeigt, ein kurzes Endglied, das mit einem starken Doppelhaken ausläuft und auf der ungedeckten Schneide einige kleine und feine stäbchenförmige Anhänge zeigt (T. III, F. 8); in den Rudern der hinteren Segmente sind die Endglieder der Borsten schmäler und der Zahn vor der Endspitze bedeutend schwächer, dahinter einfache Härchen. Zu dem Bündel gehören 2—3 starke grade Stützнadeln. — Die Rückencirren, im Allgemeinen etwa so lang als der Körper breit, nur an den hinteren Segmenten länger, sind ungleich lang, hier und da alternirend; sie sitzen auf einem Höcker über der Wurzelbasis, in dem ich gelegentlich eine Pigmentanhäufung sah, sie bestehen aus einem längeren Grundgliede und 10—15 kurzen, stark von einander abgesetzten Gliedern. — Der Bauchcirrus ist ein stumpfer Lappen, der von der Ruderbasis ausgeht und etwa so weit als die Ruderlippen hinausragt.

Das Aftersegment, dessen Cirren abgefallen waren, zeigte in dem einzigen beobachteten Falle, einen kurzen Endhöcker, aber kein Schwänzchen.

Soweit ich es mit der Präparation feststellen konnte, liegt in den ersten 15 rudertragenden Segmenten eine dünnwandige gefaltete Rüsselröhre, im Eingange mit einem starkem ungezähnelten, in der Basis dunkelgefärbten Ringe und einem grossen Zahn, der als eine pigmentirte von der Wand vorspringende Falte erschien (T. III, F. 9); vielleicht ist aber das, was ich als solches fand und abgebildet wiedergebe, nur der Wulst, von dem der eigentliche chitinöse Zahn abgefallen ist. Der „Magen“ nahm den Raum der folgenden 25 Segmente ein; daran schloss sich zunächst der mit einer Windung nach vorn unter dem Magen verlaufende Darm, an dem zwei Anhangdrüsen sassen.

Schauinsland hat die von ihm bei Laysan gesammelten Thiere als „leuchtende Anneliden“ bezeichnet.

Fundort: Christchurch (Suter). Laysan (Schauinsland) — Port Jackson Neu-Holland (Kinberg).

Meine Vermuthung, dass diese Thiere auf die Eurymedusa picta Kbg. von Port Jackson in Neu-Holland zu beziehen seien, bestätigte sich durch Vergleich mit dem Original-Exemplar Kinbergs, das Herr Théel aus dem Reichs-Museum in Stockholm mir zu übersenden die Güte hatte. Es reichte trotz dem misslichen Erhaltungszustande zu einer Identificirung aus. Abweichend war nur die Beborstung der Ruder. Das Originalexemplar liess die von Kinberg angegebenen zusammengesetzten Borsten fast nur in den hinteren Segmenten erkennen, überall aber die als stark und zweispaltig bezeichneten. Diese zweizinkigen Nadeln

machen aber durchaus den Eindruck, wie die von mir [1]) aus der Syllis palifica beschriebenen, die aus der Verschmelzung des Endgliedes mit dem Schaftende hervorgegangen und deren Anwesenheit mit einem Entwicklungszustande des Wurmes zusammenhängt; in einigen Fällen war eine Andeutung eines solchen Verschmelzungsvorganges noch erkennbar. Deshalb ist für mich kein Anlass, die mir vorliegenden Würmer von der KINBERG'schen Art zu trennen, weil ihnen diese zweizinkigen Nadeln abgehen. In den letzten Rudern des KINBERG'schen Stückes und in der einzigen zusammengesetzten, die ich in einem der vorderen Ruder gesehen, haben die Endglieder der Borsten keinen Doppelhaken, sondern eine einfache Spitze. Auch das scheint mir für eine specifische Sonderung keine Berechtigung zu geben, da in den mir zugegangenen Thieren die Endglieder der Borsten in den hinteren Rudern eine geringere Ausbildung des Doppelhakens zeigen, in der Borste des vorderen Ruders der subterminale Zahn aber vielleicht abgenutzt war. Das mag unter bestimmten Verhältnissen bis zu dessen völliger Rückbildung führen.

Leider gestattet der Erhaltungzustand des KINBERG'schen Stückes eine Erkennung der Verhältnisse des ausgestülpten Rüssels nicht; KINBERGS Beschreibung fasst vielleicht den Zahn und den Ring zusammen.

In der Bildung des Ruders erinnert Syllis macroura Schm., von der ich das Originalexemplar untersuchte, so sehr an Eurymedusa picta, dass ich vermuthete, beide möchten zusammen fallen. Leider ist die Nuchalregion des Stückes verstümmelt, und damit fehlt ein Anhaltspunkt für die Identificirung. Gegen eine solche spricht auch die Form des Endgliedes der Borsten, dieses ist kurz mit einfachem Endhaken und längs der Schneide gebärtelt. SCHMARDAS Figur passt allerdings wenig dazu, aber eben so wenig seine Angabe, dass im Ruder nur 6 Borsten vorhanden seien. Deren Zahl ist erheblich grösser. Die SCHMARDA'sche Syllis macroura ist zur Zeit eine unkenntliche Art.

Ich habe diese Syllidee unter dem von KINBERG 1865 gegebenen Gattungsnamen Eurymedusa aufgeführt. Vielleicht ist dieser durch den von CLAPARÈDE [2]) 1864 gegebenen Namen Trypanosyllis zu ersetzen. Dann ignorirt man den Mangel einer Zähnelung an dem Ringe im Eingange der Schlundröhre, die für Trypanosyllis characteristisch ist, und schlägt die Entwicklung des nuchalen Lappens am Buccalsegment, der von KINBERG nicht in die Gattungs-, sondern nur in die Artdiagnose aufgenommen war, nicht hoch an. Solche Lappen sind von Eusyllis und Odontosyllis [3]) bekannt, Gattungen der Eusyllideen, deren Arten sich durch ungegliederte Cirren bei ähnlicher Schlundbewaffnung von Trypanosyllis unterscheiden. Unter ihnen finden sich leuchtende Thiere.

---

1) Polychaeten d. magellan. u. chilen. Strandes. p. 90, T. IX, F. 15.

2) CLAPARÈDE Glanuras zootomiques parmi les Annélides de Port-Vendres. (Mem. Soc. Phys. et d'Hist. nat. de Genève. t. 17.) p. 98.

3) A. MALAQUIN Recherches sur les Syllidiens. Lille 1893 (Mém. Soc. d. Sc. et Arts de Lille) pg. 178.

Lycoridae.

Nereis ruficeps n. sp.

Taf. III, Fig. 10—15.

Zwei kleinere Thiere habe ich von dieser, wie mir scheint, bislang nicht beschriebenen Art gesehen. Das grössere von ihnen war 28 mm lang und hatte 78 rudertragende Segmente. Der Körper war im vorderen Viertel der Länge am breitesten, nahm von da nach hinten gleichmässig an Breite ab, so dass die hintere Strecke kaum halb so breit als die vordere war. Beide Thiere erschienen farblos, am grösseren war die Rückenfläche des Kopflappens rothbraun bestäubt. Der Kopflappen, dessen Länge grösser als die des Buccalsegmentes ist, ist so lang als in der hinteren Hälfte breit; sein Frontaltheil ist etwas kürzer als der hintere Augentragende, rechteckige Scheiteltheil, am Grunde etwas breiter als dessen halbe Breite, nach vorn wenig verschmälert. Seine einfachen, schwach spindelförmigen Fühler sind am Grunde getrennt, etwa so lang als der Stirntheil und ragen wenig über die Palpen hinaus. Diese sind gross und dick, mit kurzem fast kugeligen Endglied. Die vier grossen schwarzen Augen stehen im Trapez am Seitenrande der Scheitelfläche des Kopflappens, die vorderen weiter auseinander als die hinteren (T. III, F. 10).

Das Buccalsegment ist so breit und etwas länger als das erste rudertragende. Seine kurzen Fühlercirren sind gegliedert, die oberen längsten ragen über die Palpen hinaus, erreichen nach hinten gelegt kaum den Hinterrand des ersten rudertragenden Segmentes (T. III, F. 10).

Die folgenden Segmente sind etwa viermal breiter als lang, die Segmentfurchen seicht. Die Ruder (T. III, F. 12. 13. 14) nehmen an den mittleren und hinteren Segmenten, mit Verlängerung des oberen Züngelchens, an Grösse zu: während sie an den vorderen Segmenten etwa mit einem Drittel der Segmentbreite vorragen, erreichen sie an den hinteren in dieser Erstreckung die Segmentbreite. Die beiden Ruderäste sind wenig von einander getrennt. In allen ist die obere Lippe des oberen Astes fast völlig reducirt; in den vorderen Rudern sind alle Lippen und Züngelchen stumpf abgerundet und ragen fast gleichweit vor; gegen die Mitte des Körpers spitzen Züngelchen und Lippen sich dreieckig zu, das obere Züngelchen tritt weiter als die Lippe des oberen Astes, diese weiter als die des unteren Astes hervor; in der hinteren Körperstrecke steigert sich dadurch die Entwicklung des oberen Züngelchen zu einem Fähnchen, das untere Züngelchen ragt dann nicht so weit als sein Ruderast hervor. Die Rückencirren sind kurz, ungegliedert, ragen stets über die Borsten hinaus, werden mit der Fähnchenbildung nach aussen gerückt, aber nicht endständig. Die Bauchcirren sind einfach ungegliedert, ragen überall über das untere Züngelchen nicht hinaus. — Jeder Ast hat eine starke schwarze Stützuadel; im oberen Ast stehen nur wenige homogomphe Grätenborsten mit fein gebärtelter

Schneide des Endgliedes; im unteren Ast steht ein oberes Bündel von wenigen homogomphen Gräten-, wie die des oberen Astes, und ein zahlreicheres Bündel von dickeren heterogomphen Sichelborsten, deren Zahl in den vorderen Rudern grösser als in den hinteren ist; die Sicheln sind überall kurz, am Grundtheil der Schneide behaart, in den vorderen Rudern bräunlich und länger (0,039 mm) als in den hinteren, (0,030 mm lang) wo sie farblos sind (T. III, F. 15). — In der Rückenkante des oberen Züngelchens liegen überall dunkelfarbige Spinndrüsen, deren Zahl und Grösse bei Fähnchenbildung zunimmt.

Das Aftersegment ist etwas länger als die letzten rudertragenden Segmente und hat zwei lange ungegliederte Aftercirren.

Der Rüssel trägt zwei hornbraune Kiefer mit 6—7 Zähnen; am oralen Ringe fehlten die dorsalen Paragnathen (V. VI), am ventralen Umfange (VII. VIII) stand eine quere Binde von zwei weitläufig gestellten Kieferspitzchen; der maxillare Ring trug auf I eine einzelne, auf III zwei Spitzchen nebeneinander, II und IV trugen dreieckige Haufen gleichgrosser Kieferspitzen.

Fundort: Chatham, Red Bluff — Summer (Neuseeland) (SCHAUINSLAND).

Nereis vancaurica Ehl.

EHLERS Borstenwürmer (1868) pg. XX.

GRUBE Annulata Semperiana. Mem. Acad. St. Petersbourg T. XXV, No. 8. 1878. pg. 83.

Syn. *Nereis languida* GRUBE Anneliden. Reise . . . Novara Zool. Bd. 2. 1867. (pg. 15).

Von zwei Fundorten des neuseeländischen Gebietes liegen mir Würmer vor, die ich mit der von GRUBE beschriebenen Nereis vancaurica Ehl. nach der davon gegebenen Beschreibung und Abbildung zusammenbringe. Zu deren Ergänzung führe ich an, dass bei einem Thiere von 43 mm Länge und 67 rudertragenden Segmenten der obere Ast homogomphe Grätenborsten, der untere Ast in einem oberen Bündel homo- und heterogomphe Gräten- und heterogomphe Sichel-, im unteren Bündel nur heterogomphe Sichelborsten trägt. Der Grätenanhang der Borsten ist kurz, längs der ganzen Schneide behaart; der Sichelanhang ist in den vorderen Rudern länger (= 0,043 mm) als in den hinteren (0,034 mm), in allen längs der Schneide der basalen Hälfte gebärtelt, der Endhaken ungedeckt.

Am ausgestreckten Rüssel stehen schwarze Kiefer; die Kieferspitzen des maxillaren Ringes sind alle sehr klein, auf I eine einzelne, auf II und IV eine zwei- oder dreifache gebogene Doppelreihe, auf III eine quere Doppelreihe, am oralen Ringe sind die Paragnathen grösser, dunkelbraun oder schwarz, auf V stehen 3 kleine in einem nach hinten gerichteten Dreieck, auf VI je zwei grosse quer lineare, auf VII und VIII eine doppelreihige quere Binde.

Fundorte: French Pass (SCHAUINSLAND) Christchurch, Auckland (SUTER) Vancauri, Luzon, Philippinen (GRUBE).

Die Art steht der Nereis variegata Gr. nahe, unterscheidet sich aber durch andere Verhältnisse der Paragnathen, insbesondere dadurch, dass auf VI je zwei quere Kieferspitzen, und auf V 3 kleine im Dreieck stehen, während bei Nereis variegata hier nur je eine Kieferspitze vorhanden ist.

Nereis vallata Gr.

Synon. siehe EHLERS Polychaeten des magell.- u. chilen. Strandes 1901 p. 110 und ferner
Nereis pacifica Schm. SCHMARDA Neue wirbell. Thiere I. II. 1861 p. 107. Taf. XXX, Fig. 246.
Nereis brevicirris GRUBE Anneliden. Reise Fregatte Novara. 1867 p. 19. Taf. II, Fig. 2.

Die Untersuchung des Originalexemplares der von SCHMARDA als Nereis pacifica beschriebenen Art veranlasst mich, sie als Synonym zu Nereis vallata Gr. zu ziehen, und das gleiche hat meines Erachtens mit der Nereis brevicirris Gr. von St. Paul zu geschehen, die von GRUBE selbst schon als nahe Verwandte der Nereis vallata bezeichnet wurde. Dass GRUBE diese Art zu Nereilepas stellte geschah wohl, weil das von ihm untersuchte Thier in der epitoken Wandlung stand.

Dass die eine Querreihe bildenden dorsalen Paragnathen des oralen Kieferwulstes bald quer bald spitz kegelförmig sind, kann für eine Unterscheidung von Arten nicht in Betracht kommen, da beide Formen in ein und derselben Reihe neben einander stehen. Ob die queren durch Abnutzung der kegelförmigen entstanden sind, kann ich nicht entscheiden. — Bei einem epitoken Thier, das ich nach den Warzen am Rückencirrus als Männchen ansprach, waren die vorderen 16 Ruder atok.

Mit der Heranziehung dieser Arten erweist sich die Nereis vallata als eine weit verbreitete pacifische Art. Die Exemplare von ihr, die ich aus Neuseeland gesehen, sind sehr viel grösser als die von der Küste Chiles und Süd-Japan stammenden, die mir vorgelegen haben. Das legt die Auffassung nahe, dass das Optimum der Lebensbedingungen dieser Art im Süd-Pacific zu suchen ist.

Fundorte: Summer. French Pass. Chatham. Pitt Island (SCHAUINSLAND).

Nereis australis (Schm.).

Heteronereis australis SCHMARDA Neue wirbellose Thiere I. II. 1861 p. 101 Taf. XXXI, Fig. 242.

Taf. III, Fig. 16—20. Taf. IV, Fig. 1. 2.

Die atoken Zustände dieser Art, von der SCHMARDA die epitoke Form beschrieben hat, liegen mir in der Sammlung SCHAUINSLANDS in mehreren Stücken vor. Ihre Bezeichnung als solche stützt sich auf den Vergleich mit dem SCHMARDA'schen Original-Exemplare. Dieses zeigt allerdings einen Unterschied in den Paragnathen, von denen nur die von IV vorhanden sind, während bei den mir vorliegenden Stücken sich auch die von VI, VII, VIII finden. Da aber im sonstigen Bau völlige Uebereinstimmung besteht, schreibe ich die geringere Zahl der Paragnathen einem Verlust zu; ob ein solcher im Leben eingetreten oder während der Conservirung entstanden ist, lasse ich unentschieden.

Zu SCHMARDAS Beschreibung gebe ich einige Ergänzungen.

Ein atokes Thier von 47 mm Länge hatte 104 rudertragende Segmente. Die Rückenfläche des Kopflappens ist eiförmig, länger als breit, sein Stirntheil

ohne Einschnürung eingeengt, der Vorderrand grade, die Stirnfühler einfach, nicht ganz so lang als der Kopflappen, am Ursprung von einander getrennt; vier grosse schwarze Augen (T. III, F. 16).

Das Buccalsegment ist etwas länger als das erste rudertragende, der dorsale Vorderrand in der Mitte nach vorn erweitert, jederseits daneben ausgebuchtet (Nackenorgane).

Von den Fühlercirren des Buccalsegmentes ist der obere des hinteren Paares am längsten, reicht nach hinten gelegt bis zum 9ten rudertragenden Segment, während der obere des vorderen Paares bis zum 6ten rudertragenden Segment reicht (T. III, F. 16).

In der vorderen Körperstrecke haben die vier ersten rudertragenden Segmente Ruder mit schlanken, stumpfen Lippen und Züngelchen, das 5.—10. plötzlich dicke, stumpf abgerundete Lippen und Züngelchen (T. III, F. 18). Vom 11. Ruder ab beginnt mit einer Streckung der Ruder und Spreizung der Aeste die Zuspitzung der Züngelchen und Lippen, zugleich treten im Grundtheile des oberen Züngelchens dunkelfarbige Spinndrüsen auf. Der obere Ast hat nur eine untere Lippe (mittleres Züngelchen) und ein oberes Züngelchen, das je weiter nach hinten um so schlanker wird und über die anderen Lippen hinausragt; der untere Ruderast besteht an den vorderen 5—10 Rudern aus einem ganz niedrigen Borstenhöcker, der an den hinteren Rudern zu einem schlanken Kegel wird, überall in zwei ganz niedrige Lippen getheilt; das untere Züngelchen ist an den vorderen 5—10 Rudern kurz und stumpf gerundet, so lang als das obere, mit dem Borstenhöcker vereinigt; wo dieser an den hinteren Rudern sich streckt, wird das untere Züngelchen von ihm frei und bildet einen schlanken Kegel, der je weiter nach hinten um so mehr über den Borstenhöcker hinausragt; alle schlanken Fortsätze der hinteren Ruder sind vascularisirt. — Der Rückencirrus ist an allen Rudern ein schlank kegelförmiger einfacher Faden, der auf dem oberen Ruderrande an der Wurzel des Züngelchens entspringt und über dieses hinausragt. Der Bauchcirrus steht auf dem Basaltheile des Ruders, ist einfach schlank kegelförmig, und ragt nur an den vorderen Rudern so weit als das untere Züngelchen, erreicht an den hinteren Rudern dessen Spitze nicht (T. III, F. 19. 20). — Die vorderen stumpflippigen Ruder tragen in beiden Aesten zahlreichere Borsten als die hinteren, bei denen die Anzahl nach hinten zu mehr und mehr abnimmt; überall stehen im oberen Aste homogomphe Grätenborsten, im unteren Aste homo- und heterogomphe Grätenborsten, und heterogomphe Sichelborsten; die Form und Grösse der Sichel ist etwas ungleich in den aufeinanderfolgenden Rudern, in den vorderen und mittleren Rudern 0,039 mm, in den hinteren 0,045 mm lang; in den stumpflippigen Rudern waren die Sicheln längs der ganzen Schneide behaart, in den mittleren Rudern stand Behaarung nur in der basalen Hälfte, die Endstrecke war bis zur Hakenspitze von einem Blatte gedeckt; in den letzten Rudern fehlte die Behaarung an den Sicheln ganz, während die Endstrecke gedeckt war (T. IV, F. 1. 2).

Die Umwandlungen der Ruder, die das von Schmarda beschriebene Thier,

ein Weibchen, unter dem Einfluss der Epitokie erhalten hat, bestehen in einer basalen Verdickung der Rückencirren an den 7 ersten Rudern und in der epitoken Entfaltung der Ruderäste vom 31. Ruder ab, die SCHMARDA in Abbildung gegeben hat.

Der ausgestreckte Rüssel der atoken Form zeigt schlanke hornbraune Kiefer; am maxillaren Abschnitte fehlen die Paragnathen vom I., II. und III, auf IV stehen dicht gedrängt in 6 Reihen Stiftchen und bilden dreieckige Felder; am oralen Abschnitte fehlt V; VI ist auf einem Polster jederseits eine kurze quere Doppelreihe von kleinen Spitzchen, und auf VII und VIII stehen 5 kurze quere Doppelreihen von Spitzchen in gleichen Abständen von einander.

Einzelne atoke Thiere staken in dünnwandigen, wohl von ihnen selbst verfertigten Röhren.

Fundorte: Neuseeland, Auckland (SCHMARDA). Summer bei Christchurch (SCHAUINSLAND). Lyttelton (SUTER).

Die Art steht der Nereis dumerili Aud. u. M.-Edw. und agassizi Ehl. ganz nahe, unterscheidet sich von beiden durch das ungleiche Verhalten der Paragnathen, indem bei N. dumerili auf V eine quere Doppelreihe steht, die bei N. australis Schm. und agassizi Ehl. fehlt, und bei Ner. agassizi Ehl. auf III ein Haufen, der bei Nereis dumerili Aud. u. M.-Edw. und Ner. australis Schm. fehlt. — Die Ruderbildung ist bei allen drei Arten sehr ähnlich, bei allen beginnt die Zuspitzung der Lippen und Züngelchen vom 11. Ruder an, und haben die Ruder der drei oder vier ersten Segmente in allen drei Arten ähnliche, schlanke stumpfe Lippen gegenüber den dicken Lippen des 5.—10. Segmentes. — An den hinteren Rudern ist das untere Züngelchen bei Nereis australis Schm. relativ länger als bei den beiden anderen Arten, da es über den Borstenhöcker des untern Astes hinausragt, während es bei Nereis dumerili Aud. u. M.-Edw. kürzer als dieser und bei Nereis agassizi Ehl. so lang als dieser ist. Dieser Unterschied kommt durch die Ausbildung des Borstenhöckers zu Stande, der bei Nereis dumerili Aud. u. M. Edw. am grössten ist. Derartige Bildungen sind aber am ehesten individuellen Variationen unterworfen und daher für Artunterscheidungen mit Vorsicht zu verwenden. — Darin besteht zwischen der Nereis australis Schm. und Nereis dumerili Aud. u. M. Edw. und agassizi Ehl. ein Unterschied, dass bei der ersten die Umbildung der epitoken Ruder am 30. Ruder, bei den beiden anderen am 21.—23. Ruder erfolgt. Auch kenne ich von diesen beiden nicht die mit der Epitokie verknüpfte basale Verdickung der 7 ersten Rückencirren, die bei Nereis australis Schm. vorhanden ist.

Nereis amblyodonta (Schm.).

Nereilepas amblyodonta SCHMARDA Neue wirbell. Thiere I, II. 1861 p. 106. Taf. XXXI, Fig. 245.

Perinereis novae hollandiae KINBERG Annulata nova Öfvers. K. Vet. Akad. Förh. 1865 p. 175. — Fregatt. Eugenies Resa. Zool. Annulater. Taf. XX, Fig. 9.

Mit der kurzen Beschreibung, mehr noch durch die Abbildungen hat KINBERG diese Art kenntlich dargestellt. Ihr kommt aber der von SCHMARDA gegebene

Name zu. Die Untersuchung eines typischen, von SCHMARDA gesammelten Stückes dieser Art aus dem I. zoologischen Institut in Wien zeigte mir, dass sie mit der von KINBERG beschriebenen identisch ist.

Fundort: French Pass. Chatham (SCHAUINSLAND). Port Jackson, New South Wales (SCHMARDA. KINBERG).

Nereis cricognatha n. sp.

Taf. IV, Fig. 3—7.

Diese Art, die der Nereis caudata d. Ch., wie nachher zu erörtern ist, sehr nahe steht, beschreibe ich nach wenigen mir vorliegenden Stücken.

Sie sind farblos weiss; der schwach gewölbte Körper ist in der Kopfregion wenig verschmälert, nach hinten stark zugespitzt, und trägt grosse, zumal in der mittleren Körperstrecke weit abstehende Ruder. Ein 17 mm langes Thier hatte 40 rudertragende Segmente.

Der kurze Kopflappen ist hinten breiter als lang, seine vor den Palpen gelegene frontale Strecke ist abgerundet dreieckig, kürzer als die breite Parietalfläche, auf der jederseits zwei grosse linsentragende Augen stehen, die sich berühren; die beiden des vorderen Paares weiter von einander getrennt als die des hinteren. — Die spindelförmigen Stirnfühler sind am Ursprunge von einander getrennt, kürzer als die frontale Fläche des Kopflappens. Die grossen Palpen sind dreigliedrig, und ragen etwas über die Stirnfühler hinaus.

Das Buccalsegment ist wenig länger als das nächste, sein dorsaler Vorderrand in der Mitte schwach nach vorn erweitert, seine ventrale Fläche längsgefurcht. Die kurzen Fühlercirren sind ungegliedert, der obere des hinteren Paares ist der längste, er reicht nach hinten gelegt bis an oder auf das 4. rudertragende Segment, während die kürzesten nur bis an das erste rudertragende Segment reichen.

Die ausgebildeten rudertragenden Segmente sind ohne Ruder dreimal, mit Rudern sechsmal breiter als lang; die ausgebildeten Ruder reichen so weit, als die halbe Segmentbreite beträgt, hinaus, stehen sperrig von einander ab.

An den drei ersten Segmenten sind die Ruder unvollständig entwickelt (T. IV, F. 6); vom vierten Ruder ab sind alle Lippen und Züngelchen vorhanden, dann tritt in der folgenden Reihe der Ruder allmählich ein Formunterschied darin ein, dass die beiden Ruderäste stärker von einander gespreizt werden und dass das obere Züngelchen höher und breit dreieckig wird; die damit erhaltene Form (T. IV, F. 7) bleibt auch an den Rudern der hinteren Segmente, wo diese erheblich kleiner werden. — Der obere Ruderast ist wenig höher und länger als der untere, er hat eine schlank dreieckige vor dem Borstenbündel, und eine fast ebenso geformte unter diesem liegende Lippe (mittleres Züngelchen); das obere Züngelchen ist höher und länger als der Ast zu dem es gehört, breit dreieckig, blattartig abgeplattet; auf seinem oberen Rande steht etwa auf der halben Länge vor einer abfallenden Strecke der einfache, schlank kegelförmige Rückencirrus, der nicht über die Spitze des Züngelchen hinaus reicht. — Der

untere Ast hat zwei ungleich lange Lippen, die obere längere schlank kegelförmig, abgerundet, die untere an den vorderen Rudern ein stumpfer, an den hinteren ein zugespitzter Höcker; sein unteres Züngelchen ist an den hinteren Rudern etwas grösser und stärker zugespitzt als an den vorderen, und ragt dann über die untere Ruderlippe hinaus. Der obere Ast hat ein Bündel von homogomphen Grätenborsten, der untere hat ebensolche und heterogomphe Sichelborsten; ihre schlanken 0,03—0,04 mm langen Endglieder laufen mit einem dicken stumpfen Endhaken aus, Rücken und Schneide sind parallel, neben letzterer steht eine weitläufige Reihe von Härchen, die gleich gross sind mit Ausnahme der letzten, die vor dem Endhaken die Endstrecke der Schneide umfassen (T. IV, F. 5).

Der ausgestreckte Rüssel zeigt schwarze Kiefer; auf seinem maxillaren Ringe stehen kleine schwarze Paragnathen auf I und III auf rechteckigen Feldern in queren Reihen, auf II und IV dichtgedrängt dreieckige Haufen bildend; am oralen Ringe fliessen die Kieferspitzen von V—VII zu einem geschlossenen mehrreihigen Gürtel zusammen (T. IV, F. 3. 4).

Fundort: Chatham, Ins. Mangani — Waitangi, Sand (SCHAUINSLAND).

Diese Art steht der Nereis caudata d. Ch. (acuminata Ehl.) von Neapel so nahe, dass ich Zweifel hegte, ob sie als selbständige Art aufzuführen sei. Die Unterschiede zwischen beiden finde ich darin, dass bei N. cricognatha die Augen zusammenstossen, bei caudata getrennt sind; und dass bei N. caudata d. Ch. die Ruderäste der hinteren Ruder schlanker als die der N. cricognatha, dass ihre Rückencirren länger als die oberen Züngelchen, bei circognatha kürzer als diese sind; die Endglieder der Sichelborsten sind in beiden Arten gleich gebildet, bei Nereis caudata (d. Ch.) grösser (0,048—0,05 mm) als bei N. cricognatha (0,03—0,04 mm). Endlich hat N. caudata d. Ch. blonde, N. cricognatha schwarze Kiefer, und es steht am oralen Rüsselringe im ventralen Umfange des Paragnathengürtels bei Nereis caudata eine gesonderte Reihe von grösseren Kieferspitzchen, die in solcher Bildung und Stellung bei N. cricognatha fehlen. Es bleibt festzustellen, ob nicht grössere Differenzen in den epitoken Zuständen beider Formen auftreten, und wie weit die hier erwähnten in lokaler Begrenzung vorhanden sind.

Eunicidae.

Eunice australis Qtrfgs.

QUATREFAGES Histoire des Annelés I. 1865 p. 321.

GRUBE Bemerkungen über Anneliden des Pariser Museum. Arch. f. Naturgesch. I. 1870 p. 294. — Annulata Semperiana (a. a. O.) 1878 p. 151.

Eunice paucibranchis. GRUBE Bericht schlesisch. Gesells. 1866 p. 64. Das. 1877 p. 56.

Diese Art ist von QUATREFAGES und GRUBE kenntlich beschrieben; es bleibt nur weniges dazu nachzutragen. Sie gehört zu den Arten der Gattung Eunice,

deren Fühler und Cirren stark, fast rosenkranzförmig gegliedert sind, und bei denen die Kiemen mit grosser Zahl einzeilig stehender Fäden an einem der vordern Segmente auftreten und nur an einer geringen Zahl von Segmenten vorhanden sind. Bei einem grösseren Thiere von 140 Segmenten waren 28 Kiemenpaare vorhanden und stand die erste vielfädige Kieme am 7. Ruder; bei einem anderen, das etwa 120 Segmente, die letzten unentwickelt, hatte, waren vom 7. Ruder ab 18 Kiemenpaare vorhanden; die erste hatte 7 Fäden.

Der Vorderrand des Kopflappens ist median tief eingeschnitten, die Palpen bilden einfache ungetheilte Polster; zwischen dem mittleren und äusseren Fühler steht jederseits ein grosses dunkelbraunes Auge.

Die Stücke des Oberkiefers sind hellbraun, die Spitzen der Sägezähne weiss überlaufen; die Träger länger als breit, hinten flügelförmig erweitert; die Zangen schlank; der linke Zahn hat 5, der rechte 6, die unpaare Sägeplatte 10, die paarigen kappenartig erweiterten je 6 Zähne, ihre hintere Randstrecke ungezähnelt, nach aussen davon eine einfache Reibplatte. Die hellfarbigen Stäbe des Unterkiefers sind am medialen Rande verwaschen braun, mit kurzer Symphyse verbunden, ihre Schneidestücke sind emailleweiss, mit stumpfzähniger Schneide.

Fundort: French Pass (SCHAUINSLAND). Neuseeland (QUATREFAGES). Samoa (GRUBE).

Marphysa corallina (Kbg.).

Syn.: EHLERS Polychaet. magell.-chilen. Strandes. 1901 p. 131.

Taf. IV, Fig. 8—12.

Das Vorkommen dieser Art im neuseeländischen Gebiet bei Chatham habe ich früher bereits erwähnt. Die grossen Thiere, die mir von dort vorgelegen haben, zeigen keine Abweichung von der früher von mir gegebenen Beschreibung; die Zahl der vorderen kiemenlosen Ruder schwankte bei ihnen zwischen 21 und 23.

Vom gleichen Fundort liegen mir wenige kleinere Stücke einer Marphysa vor, die ich als Jugendformen dieser Art in Anspruch nehme. Da sie aber nicht unerhebliche Abweichungen von den erwachsenen zeigen, gebe ich eine Beschreibung von ihnen. Der Beweis für die Richtigkeit meiner Auffassung dieser Thiere als jugendlicher wird durch den Fund von Uebergängen zwischen den alten und jungen zu erbringen sein.

Ein völlig erhaltenes Thier von 28 mm Länge hatte 125 rudertragende Segmente. Die hellfarbigen Thiere haben eine gleichmässig schwach kupfrig glänzende Vorderstrecke, oder die hintere dorsale Fläche des Kopflappens und des ersten Buccalsegmentes sind dunkler rothbraun und schwach weiss getüpfelt, das zweite Buccalsegment ist dann meist etwas heller. Die Rückenfläche ist in der hinteren Körperstrecke fast so hoch als in der vorderen gewölbt.

Der Kopflappen hat einen durch die einfachen Palpen eingeschnitten erscheinenden Vorderrand; die Fühler reichen alle über ihn hinaus, der unpaare von ihnen ist der längste, reicht zurückgelegt bis an den Hinterrand des 3. rudertragenden Segmentes; alle sind undeutlich gegliedert oder geringelt. Hinter den äusseren Fühlern steht jederseits ein schwarzer Augenfleck.

Von den beiden nackten Buccal-Segmenten ist das erste nicht ganz doppelt so lang als das zweite, dieses an Grösse dem ersten rudertragenden gleich.

Die vorderen rudertragenden Segmente sind sechsmal, die mittleren zehnmal breiter als lang; am Hinterende erfolgt starke Verschmälerung. — Die Ruder der ersten Segmente sind stumpfe Höcker mit zwei ungleich langen Lippen (T. IV, F. 8); sie gehen an den folgenden Segmenten an Länge zurück, ihre hintere Lippe spitzt sich dann kegelförmig zu (T. IV, F. 9). — Ihre Borsten sind in den vorderen Rudern zahlreich, zumal im unteren Bündel, weiterhin sinkt die Zahl; die oberen sind einfach gesäumt, die unteren zusammengesetzt mit einem Endgliede, das dem der erwachsenen Thiere entspricht.

In den vorderen Rudern sind eine bis drei grade schwarze Stützknadeln, in den mittleren kommt dazu eine oder mehrere untere, schwach gekrümmte mit undeutlicher Hakenspitze.

Die Rückencirren sind überall kurze einfache kegelförmige Fäden, die wenig oder nicht über die Ruderspitze hervorragen. Die Bauchcirren der vorderen Segmente stehen frei unter den Rudern als Kegel mit dick aufgetriebener Basis; an den mittleren und hinteren Rudern wird diese Basis zu einem mit dem Ruder verschmolzenen Polster, das einen kleinen Endhöcker trägt.

Die erste Kieme stand bei dem 28 mm langen Thiere am 14. Ruder, dann folgten 80 kiementragende und 30 kiemenlose Ruder; bei einem anderen Thiere, dem das Hinterende fehlte, stand die erste Kieme am 18. Ruder und es folgten 86 kiementragende Ruder bis zur Bruchstelle. In diesem Falle waren alle Kiemen einfädig, bei dem ersten Thiere waren die Kiemen der mittleren Segmente zweifädig, indem der Hauptfaden einen kleinen Nebenstrahl an der Wurzel erhielt. Der eine Kiemenfaden oder Hauptstrahl war meist stark geringelt, wohl durch Contraction.

Das Aftersegment ist gross.

Der Oberkiefer (T. IV, F. 11) ist durchscheinend hornbraun; seine fast parallelrandigen Träger schlank, ebenso die Zangen; die hellfarbigen Zähne haben 5 Sägezähne; die unpaare, längs neben dem Zahnrande sich erstreckende Sägeplatte vorn 3 deutliche, weiterhin undeutliche Sägezähne; vom folgenden Paare der Sägeplatten, die gross kappenförmig ausgedehnt sind, hat die linke drei deutliche, die rechte neun Sägezähne; nach aussen davon jederseits eine Reibplatte. — Die beiden Hälften des schlanken Unterkiefers (T. IV, F. 12) stossen nur mit einer medianen Ecke der emailleweissen, vorn undeutlich gezahnten Schneidestücke zusammen; ihre hinteren Strecken sind schmale, schlanke weit von einander getrennte dunkelfarbige Stäbe.

An einem Thiere fand ich die Reste einer dünnwandigen spinnwebartigen Röhre mit Sandkörnern.

Fundort: Chatham (SCHAUINSLAND).

Marphysa depressa (Schm.).

Eunice depressa. SCHMARDA Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 127.

Diese Art kenne ich nur nach dem von SCHMARDA herrührenden Stücke in der Sammlung des I. zoologischen Instituts in Wien. Ich erwähne die Art, deren Namen ihren characteristischen Habitus sowie den der nächst Verwandten kennzeichnet, um darauf hinzuweisen, dass sie in der Bildung der Borsten eine Verbindung zwischen der Marphysa sanguinea (Mont.) und Marphysa corallina (Kbg.) bildet, insofern bei ihr die zusammengesetzten Borsten mit langem spitzen Endglied, wie Marphysa sanguinea (Mont.) sie allein besitzt, neben den Borsten mit kurzem Endgliede, wie sie allein bei Marphysa corallina (Kbg.) vorhanden sind, neben einander vorkommen; die kurzen Endglieder der Borsten von Marphysa depressa Schm. sind etwas schmäler als die von Marphysa corallina (Kbg.).

Was die Vertheilung der Kiemen angeht, so sind bei der Marphysa depressa die ersten 42 und die letzten 30 Ruder kiemenlos, danach wäre die vordere kiemenlose Körperstrecke bei Marphysa depressa (Schm.) grösser als bei den darin übereinstimmenden Marphysa sanguinea (Mont.) und corallina Kbg.

Fundort: Hafen von Auckland, Neuseeland (SCHMARDA).

Lumbriconereis.

SCHMARDA hat von der Küste Neuseelands und Neu-Süd-Wales zwei zur Gattung Lumbriconereis zu stellende Arten beschrieben, Notocirrus sphaerocephalus Schm. und Notocirrus brevicirrus Schm., die sich beide in der SCHAUINSLAND'schen Sammlung von Neuseeland vorfinden. Ich ergänze die SCHMARDA'sche Beschreibung und konnte zur Sicherstellung durch die Güte des Herrn GROBBEN dafür die in der Sammlung des I. Zoologischen Instituts in Wien verwahrten Originalstücke SCHMARDAS zum Vergleich heranziehen.

Lumbriconereis sphaerocephala (Schm.).

Notocirrus sphaerocephalus. SCHMARDA Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 116.

Taf. V, Fig. 3—11.

Die mir vorliegenden theils hell-, theils dunkelfarbigen Thiere entsprechen nach Grösse und Segmentzahl dem SCHMARDA'schen Exemplare; für dieses hatte SCHMARDA 70 mm Länge und 1,2 mm Breite angegeben, ich messe jetzt 62 mm Länge, etwas über 1 mm Breite und zähle 147 Segmente; von SCHAUINSLAND gesammelte Stücke hatten bei 43 mm Länge und 1,5 mm Breite 140 rudertragende Segmente, ein anderes von 39 mm Länge 143 rudertragende Segmente; das Vorderende eines dunkelfarbigen Thieres zeigte eine grösste Breite von etwas mehr als 2 mm.

Die dunkelfarbigen Thiere irisiren; bei einem Stücke bildete die dunklere Färbung quere Bänder auf der Rückenfläche der hinteren Segmente.

Der Kopflappen ist fast kugelig, wenn der Rüssel auch nur theilweise vorgeschoben ist, sonst eiförmig, so lang als an der Basis breit, etwas länger als die beiden ersten Segmente zusammen (T. V, F. 3. 4).

Von diesen, die zusammen etwas länger als die beiden ersten rudertragenden Segmente sind, ist das erste wenig länger als das zweite, sein dorsaler Vorderrand ist median schwach nach hinten concav ausgerandet. Der Oralfortsatz des zweiten Segmentes trägt neben der medianen Längsfurche jederseit am Vorderrande eine oder zwei Längsfurchen; die an ihn anstossenden Theile des Vorderrandes des ersten Segmentes haben gleichfalls eine Längsfurche.

Zwei grosse quere Mundpolster.

Der Körper ist in der vorderen, und etwas mehr in der hinteren Körperstrecke verschmälert, sonst fast gleich breit; die hinteren Segmente sind etwas kürzer als die vorderen, erstere nicht ganz, letztere etwas mehr als viermal so lang als breit. Die Segmentfurchen sind in der hinteren Körperstrecke stärker als in der vorderen. In einem Thiere waren die hinteren Segmente deutlich zweiringelig durch eine Ringfurche, der vordere Ringel trat dann an manchen Segmenten stärker hervor als der hintere.

Die kurzen Ruder haben eine hintere Lippe, die an den hinteren Segmenten etwas länger wird, aber nicht über die Borstenbündel hinausragt (T. V, F. 5. 6).

Zusammengesetzte Borsten sah ich in dem Originalexemplar in 14 vorderen Rudern, in einem anderen Thier in 15 vorderen Rudern. Breite gesäumte Capillarborsten hatte das Originalexemplar in 26, das andere Stück in 38 vorderen Rudern. Wo die zusammengesetzten Borsten aufhörten, traten die einfachen Haken auf, die in den hinteren Segmenten bräunlich wurden. In allen Rudern waren zwei grade Stützнadeln, die in den vorderen hell-, in den hinteren dunkelbraun waren. — Die zusammengesetzten Borsten (T. V, F. 8) tragen auf der gebogenen schwach gesäumten Endstrecke ein 0,04 mm langes gestrecktes Endglied, dessen Endhaken auf der Schneide gezähnt ist. — An den einfachen Borsten mit gesäumter, stark verbreiterter Endstrecke ist der Endhaken auf der Scheitelkante grob gezähnelt (T. V, F. 9). — Die Capillarborsten sind in der fast winklig abgebogenen Endstrecke breit gesäumt (T. V, F. 7).

Das Aftersegment hat 4 fast gleich lange Aftercirren.

Der dunkelbraune Oberkiefer (T. V, F. 10) ist auf den Zahnspitzen emailleweiss überlaufen; der linke Zahn hat 4, der rechte 5 Sägezähne, die erste Zahnplatte jederseits 2, die zweite einen Zahn; nach aussen von ihnen liegt eine Reibplatte, deren Vorderecke zahnartig erhoben ist; hinter ihr eine lange bandartige gekörnte Platte; der Rand der Kiefernische ist hinter der Zahnbasis braun chitinös verdickt.

Die beiden Hälften des weissen Unterkiefers (T. V, F. 11) liegen in grösster Ausdehnung aneinander, nur die Hinterenden der Stäbe weichen etwas auseinander; die Stäbe sind auf der Fläche von der Raphe aus winklig gezeichnet.

Die mit concentrischen, am Vorderrande dunkelfarbigen Linien gezeichnete Schneideplatte ist in der Mitte tief ausgerandet; auf den Seitentheilen ihres Vorderrandes stehen emailleweisse, ungezähnte Schneidestücke.

Fundorte: Pitts Island — Chatham Ins. (SCHAUINSLAND). Auckland, Neuseeland, im schlammigen Grunde (SCHMARDA).

Lumbriconereis brevicirra (Schm.).

Notocirrus brevicirrus. SCHMARDA Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 p. 117.

Taf. IV, Fig. 13—20. Taf. V, Fig. 1. 2.

Das in der Sammlung des zoologischen Instituts in Wien als Original-Exemplar SCHMARDAS aufbewahrte Stück von dieser Art ist viel kleiner als die Mehrzahl der von SCHAUINSLAND gesammelten Stücke, die in massgebenden Punkten damit übereinstimmen. Der Wurm, der dem Anscheine nach durch Eintrocknen gelitten hat, ist 30 mm lang, kaum 1 mm breit und hat 145 Segmente; SCHMARDA giebt in seiner Beschreibung, ohne die Zahl der Segmente zu nennen, eine grössere Länge (120 mm) und Breite (2,5 mm) an. Die von mir untersuchten Thiere gehen noch darüber hinaus: ein Wurm von 185 mm Länge, der mit Rudern 2,5 mm, ohne Ruder 2 mm breit war, hatte 440 rudertragende Segmente, dabei fehlten noch einige, wenn auch wohl nur wenige der letzten Segmente.

Die Thiere sind heller und dunkler bräunlich gefärbt, meist irisirend, bei dunklerer Färbung trat unter Vergrösserung eine staubförmige Vertheilung des Hautpigmentes hervor; bisweilen war die ventrale Medianlinie dunkler gefärbt als die übrige Fläche und stand ein dunkelfarbiger runder Fleck unter dem ventralen Umfang der Ruderbasis.

Der Kopflappen (T. IV, F. 13. 14) ist stumpf kegelförmig, nach der Stellung des Rüssels schlanker oder stumpfer, stets länger als an der Basis breit, so lang als die vier ersten Segmente. Seine Scheitelfläche ist bisweilen dunkel pigmentirt. Am dorsalen Hinterrande war bei einigen Stücken jederseits in einigem Abstande von der Medianlinie ein kleiner Höcker — Nackenorgan — bemerkbar.

Von den beiden Buccalsegmenten, die zusammen nicht so lang als die beiden folgenden sind, ist das erste nur wenig länger als das zweite. Die Grenzfurche zwischen ihnen ist bei einigen Thieren ganz verstrichen. Der dorsale Vorderrand des ersten ist im medianen Theile schwach concav ausgerandet. Der Oralfortsatz des zweiten Segment ist entweder ungefurcht oder hat neben der Medianfurche jederseits nur eine schwache, bei vorgeschobenem Rüssel verstrichene Längsfurche. Neben ihm ist der Vorderrand des ersten Segmentes bisweilen gekerbt. — Die queren Mundpolster waren in einem Falle auf der ventralen Fläche wie ausgehöhlt.

Die rudertragenden Segmente sind vorn etwa dreimal, hinten viermal breiter als lang; in der hinteren Körperstrecke etwas schärfer als in der vorderen von einander getrennt. Die Ruder (T. IV, F. 15—18) sind kurz, ihre stumpfe Lippe an der hinteren Ecke ist kürzer als der Ruderhöcker, häufig deutlich ventralwärts gerichtet. — Zusammengesetzte Borsten fehlen; Hakenborsten stehen in den vorderen und hinteren Rudern, die der vorderen Ruder sind schlank und auf einer längeren Endstrecke gesäumt (T. IV, F. 19), die der hinteren breiter, zumal in der kurzen gesäumten Endstrecke (T. IV, F. 20); so war die gesäumte Endstrecke dieser Borsten im 5. Ruder eines grossen Thieres 0,112 mm lang und 0,018 mm breit, im 136. Ruder 0,09 mm lang und 0,038 mm breit; die Scheitel-

kante des Endhakens ist an den vordern Borsten kürzer, an den hinteren länger und feiner gezähnelt[1]). — Breit gesäumte geschwungene Capillarborsten (T. IV, F. 17) standen in dem grossen Wurme in den vorderen 66 Rudern, in dem kleinen Thiere aus der Wiener Sammlung in den vorderen 48 Rudern. — Die graden Stützknadeln waren überall hellfarbig.

Das Aftersegment hat vier kurze Aftercirren.

Die Stücke des Oberkiefers (T. V, F. 1) sind schwarz oder braunschwarz, die Zahnränder nicht weiss überlaufen; am linken Zahn zählte ich 5, am rechten 7 Sägezähne, beide Reibplatten haben grosse Flügelplatten, die erste ist zweizähnig etwas kleiner als die zweite einzähnige; eine quadratische und eine lang bandförmige Reibplatte; der Rand der Kiefernische hinter der Schneide des Zahnes braun chitinös; daneben eine bräunliche Platte. — Die Raphe des Unterkiefers (T. V, F. 2) erreicht fast den Vorderrand der Endplatte; die Stäbe sind hinten durch einen fast halbkreisförmigen concaven Ausschnitt getrennt, ihre Flächen sind von dichten braunen Winkelhaken bedeckt; die Schneideplatte trägt braune concentrische Streifen, die am Rand auf dunkele Randflecke stossen.

Fundorte: Chatham, Waitangi. Sand. (SCHAUINSLAND).

SCHMARDA giebt als Fundort Port Jackson, Neu Süd-Wales an mit dem Zusatze: Im Sande. Diese Uebereinstimmung über die Beschaffenheit des Fundortes an beiden Localitäten zeigt vielleicht eine Besonderheit in den Lebensverhältnissen der Art an.

Stauronereis incerta (Schm.).

Cirrosyllis incerta SCHMARDA Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 pg. 79.

Der von SCHMARDA als Cirrosyllis incerta beschriebene Wurm ist, wie die Untersuchung des Originalexemplares ergab, eine Stauronereis, die den von SCHMARDA gegebenenen Artnamen zu behalten hat. Ich kann sie mit keiner anderen identificiren. Von Stauronereis australis weicht sie durch das andere Grössenverhältnis der Fühler und Palpen ab, die bei dieser Art gleich gross sind, während bei Stauronereis incerta die Fühler fast doppelt so lang als die Palpen sind. Darin stimmt sie mit Stauronereis rudolphii (d. Ch.) aus dem Mittelmeer und longicornis Ehl. von der chilenischen Küste überein. Von beiden weicht sie, soweit ich habe erkennen können, durch den Bau der Ruder ab: sie haben drei gleich grosse schlanke Lippen, einen über die Lippen hinausragenden Rückencirrus und einen schlanken Bauchcirrus, der fast auf der halben Länge der ventralen Kante entspringt und so weit als die Lippen hinausragt. Capillar- und Gabelborsten sind wie bei den genannten Arten, an den Endgliedern der zusammengesetzten Borsten habe ich keine Zähnelung an der Schneide gesehen; doch kann diese durch wenig gute Erhaltung fortgefallen sein.

Der Kopflappen und seine Anhänge sind wie bei Stauronereis longicornis gestaltet; Augen waren nicht mit Sicherheit nachzuweisen.

---

1) SCHMARDAS Abbildung von der Gestalt des Endhakens trifft nicht ganz zu.

Zum Vergleich heranzuziehen ist auch Stauronereis loveni (Kbg.)[1]) von Port Jackson (Neu-Holland), zumal wenn die Angabe von Haswell[2]) zutrifft, dass das zweite Paar der Antennen doppelt so lang als das erste ist. Kinberg hat aber für St. loveni angegeben, dass die Palpen mit kurzem Endglied doppelt so lang als die Fühler sind, und das, wie Kinbergs Angabe, dass die subterminalen Bauchcirren kurz seien, passt nicht zu Stauronereis incerta (Schm.). Vielleicht hat Haswell diese Art gesehen und sie fälschlich auf Stauronereis loveni (Kbg.) bezogen.

Stauronereis australis (Hasw.).

Staurocephalus australis Haswell Observations on some australian Polychaeta. Proceed. Linn. Soc. New. South Wales (Extract. p. 15) Pl. LIII, Fig. 1—5.

In der Sammlung Schauinslands findet sich ein grosses Exemplar, auf das die Beschreibung Haswells passt.

Fundort: Durville Island im nördlichen Theile der Cook-Strasse, nahe der Süd-Insel Neuseelands.

Glyceridae.

Glycera ovigera Schm.

Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 pg. 95.

Die Art gehört nach Untersuchung des Original-Exemplares in den Kreis der Gl. americana Leidy, unterscheidet sich von ihr durch anderen Bau der Parapodien. Bei ihnen sind die hinteren kürzeren Lippen unter einander gleich gross, kurz kegelförmig, die vorderen viel länger und schlanker. Der Rückencirrus ist verhältnismässig lang. Unter den in der Mehrzahl vorhandenen kleinen blattförmigen Papillen des Rüssels stehen zerstreut sehr viel grössere, kurz gestielte, breit blattförmige.

Fundort: Hafen von Auckland, Neuseeland (Schmarda).

Hemipodus simplex (Gr.).

Synon. Ehlers Polychaeten d. magellan. u. chilen. Strandes. 1901 p. 15.

Eine kleine Zahl von Glyceriden, die bei French Pass von Herrn Schauinsland gesammelt sind, führe ich unter diesem Namen auf, muss aber bemerken, dass geringe Unterschiede von den Thieren zu verzeichnen sind, die mir von der Westküste Süd-Amerikas bekannt geworden sind. Solche bestehen in der Form der Ruderlippe und der Rüsselpapillen. Die hintere Ruderlippe ist meist

1) Kinberg Annulata nova. Öfver. K. Vet. Akad. Förh. 1864 pg. 574.
2) Proceed. Linn. Soc. New South Wales. Vol. X. Pl. 4. Extract. p. 16.

schlank lanzettförmig, ähnlich wie es ARVIDSON[1]) von der Form abbildet, die er als Hemipodus roseus bezeichnet; allein ich habe an einigen, sonst nicht zu sondernden Thieren, vom gleichen Fundorte diese Lippe als einen eiförmigen, abgerundeten Lappen gefunden. So mag ich auch hier diese Bildung nicht als maassgebend für eine Artunterscheidung ansehen, wie ich es früher schon ausgeführt habe.

Die Rüsselpapillen, so weit ich sie gesehen habe, waren gleichmässig gross, schlank kegelförmig; damit wichen sie von den ungleich grossen ab, die ich von Hemipodus simplex (Gr.) angegeben, aber auch von der Form, die ARVIDSON für die von ihm festgehaltene Art Hemipodus roseus Qtfgs. als blattförmig klein bezeichnet. Ich beschränke mich zur Zeit darauf, dieses Verhalten zu erwähnen, das ich gleichfalls für eine Artunterscheidung nicht verwenden möchte, solange nicht weitere Unterscheidungen, etwa aus der Anatomie der Thiere, hinzutreten.

Fundort: French Pass (SCHAUINSLAND).

Das Vorkommen einer Hemipodus-Art bei Neuseeland ist von besonderem Interesse, da damit die Gattung über die südamerikanische Küste hinaus, woher sie bislang allein bekannt war, verbreitet erscheint. Vielleicht ist es eine notiale pacifische Form, die an der Westküste Südamerikas am weitesten nach Norden vordringt.

Goniadidae.

Goniada (Glycinde) dorsalis n. sp.

(Taf. V, Fig. 12—17).

Von Herrn SUTER in Christchurch erhielt ich einige kleine Anneliden, die sich als eine Art der Gattung Goniada (Glycinde) erwiesen. Mit einer der beschriebenen Arten kann ich sie zur Zeit nicht zusammenbringen, vielleicht wird das zu machen sein, wenn grössere Thiere davon vorliegen, die sich als erwachsene Zustände einer bereits bekannten Art erweisen.

Ein nach vorn, stärker nach hinten verschmälertes, wenig abgeplattetes Thier von 10mm Länge hatte 78 rudertragende Segmente und war im vorderen Drittel etwa 0,75mm breit. Seine Rückenfläche trug wie die anderen Stücke auf den Segmenten breite dunkelbraune Querbinden und gleich gefärbte Flecke an den Rudern, beides durch braune Körner hervorgebracht, die wohl in Hautdrüsen erzeugt sind.

Der kegelförmige Kopflappen (T. V, F. 12) ist neungliederig, der basale Ring, wie gewöhnlich, länger und breiter als die folgenden, der terminale Ring

1) IVAN ARVIDSON Studien über die Familien Glyceridae und Goniadidae. BERGENS Museums Aarbog. 1898 Nr. XI. pg. 28, Fig. 23.

etwas länger als die vorangehenden, birnförmig. Er trägt 4 kleine zweigliedrige, terminale Fühler. Augen habe ich nicht auf der Aussenfläche gesehen, dagegen zeigte sich bei einem in Canadabalsam eingeschlossenen und aufgehellten Stück jederseits ein aus der Tiefe durchscheinender, wohl dem Seitentheile des Hirnes aufgelagerter brauner Augenfleck (T. V, F. 12). An dem gleichen Präparat war tiefer als das Auge undeutlich ein Fleck zu erkennen, der die Lage des Nackenorganes angab.

Die rudertragenden Segmente der vorderen Körperstrecke sind etwa dreimal breiter als lang, an den Seiten wenig gerundet erweitert und durch schwach einschneidende Segmentfurchen von einander getrennt. Die hinteren Segmente sind wenig breiter als lang, ihre Seiten treten gerundet hervor, auch dadurch, dass die Segmentgrenzen tief zwischen ihnen einschneiden.

Die grössere Entwicklung der Ruder, durch welche die hintere Körperstrecke vor der vorderen ausgezeichnet wird, tritt am 42. Ruder ein.

Das voll ausgebildete Ruder der vorderen Segmente (T. V, F. 14) ist nicht ganz so lang als die halbe Segmentbreite; es ist einästig und läuft mit zwei fast gleichlangen schlanken kegelförmigen Lippen aus, von denen die eine an der Spitze stumpf abgerundet ist. Zwischen den Lippen tritt ein grosser Fächer von glashellen Borsten aus, die weit über die Lippen hinausragen. Diese Borsten (T. V, F. 16) sind zusammengesetzt, sie tragen auf dem schräg abgeschnittenen Ende des Schaftes ein langes schmales spitz auslaufendes Endglied.

Ueber der Basis des Ruders steht ein kegel- oder birnförmiger Rückencirrus, der etwa die halbe Länge des Ruders erreicht. — Ein dreieckiger etwas blattförmig abgeplatteter Bauchcirrus sitzt auf der halben Länge des ventralen Umfanges des Ruders und reicht so weit oder nicht ganz so weit als dessen Lippen.

An den hinteren Segmenten ist das zweiästige Ruder (T. V, F. 15) länger und höher als an den vorderen; seine Basis nimmt den grössten Theil der Segmentflanke ein, seine Länge beträgt mehr als die Hälfte der Segmentbreite. Der untere Ast, seine Borsten und der Bauchcirrus entsprechen dem vorderen Ruder, nur hat der gestreckte Ruderast drei Lippen, zwischen denen die Borsten austreten und ist der Bauchcirrus verhältnismässig kürzer; der obere Ast erscheint als eine basale Auftreibung des Rückencirrus, wie er an dem Ruder der vorderen Segmente steht; es ist ein kurzer zweilippiger Höcker, dessen untere kegelförmige Lippe länger als die stumpfe obere ist; zwischen den Lippen treten wenige dicke und dunkle Borsten aus; sie enden mit einer hakenförmig umgebogenen Spitze, von deren Scheitel sich ein feiner nadelartiger Stachel erhebt (T. V, F. 17); sie ragen nicht über die Spitze des Rückencirrus hinaus.

Das Aftersegment ist so lang als die beiden vorangehenden; es trägt einen unpaaren Cirrus, von dem ich nur das Wurzelstück gesehen habe.

Der lange Rüssel liegt im eingezogenen Zustande, wie ich an einem aufgehellten Thiere erkennen konnte, so, dass die Kiefer im 21. rudertragenden Segment Platz finden. An der Rüsselröhre steht ein dorsaler und ein ventraler

Streifen von ungleich gestalteten Papillen (T. V, F. 12); die dorsalen sind hellfarbig, schlanke, kegelförmige Haken (T. V, F. 13a), die ventralen bräunlicher, niedriger und warzenähnlich, indem sie auf einem niedrigen Basalstücke eine schräg angesetzte Platte tragen (T. V, F. 13b). Der Ring der Kiefer enthält zwei Makrognathen und bei einem grösseren Thiere 6 dorsale und 6 ventrale zweizähnige Mikrognathen, während ich bei einem kleineren Thiere neben den Makrognathen im ganzen nur 8 Mikrognathen gefunden habe.

Fundort: Lyttelton, Neuseeland (SUTER).

Die Art gehört in die von KINBERG[1]) als Epicaste bezeichnete Gruppe, die nach ARVIDSON[2]) identisch mit Glycinde Fr. Müll. ist.

Spionidae.

Spio aequalis n. sp.

Taf. V, Fig. 18—21. Taf. VI, Fig. 1—4.

Mir liegen von dieser Art nur Bruchstücke vor, zwei von diesen aber waren so zusammengerollt, dass sie als Bestandtheile eines damit ganz erhaltenen Thieres erschienen; dessen Länge betrug dann bei 265 borstentragenden Segmenten 135 mm; eine andere 74 mm lange vordere Körperstrecke hatte 130 Segmente. Die vordere Körperstrecke der farblosen Thiere (T. V, F. 18) war straff und gestreckt gegenüber der hinteren, schlaffen und unregelmässig aufgerollten. Der Körper erreicht etwa am 10. Segmente die grösste Breite (5 mm), verschmälert sich dann in der hinteren Strecke allmählich bis zum zugespitzt auslaufenden Afterende (2 mm), dabei ist die vordere Körperstrecke auf der Rücken- und Bauchfläche stärker abgeplattet als die hintere, ihre Segmente sind kürzer, die Segmentgrenzen näher aneinander gerückt als hinten. Die vorderen Segmente sind achtmal, die hinteren fünfmal breiter als lang. Die platte Bauchfläche trägt neben einem schmalen Neuralstreifen auf jedem Segmente jederseits ein die ganze Segmentbreite einnehmendes polsterartiges Feld, das durch eine Querfurche getheilt ist; in den letzten Segmenten fehlte diese Furche, doch hängt das vielleicht mit der Schlaffheit zusammen, die an den darauf untersuchten Stücken die Körperwand hier besass.

Der Kopflappen ist mit dem Buccalsegment verschmolzen und so geht aus der Vorderfläche des ersten Segmentes mit dessen voller Breite ein fast cylindrischer vorn nur wenig verdünnter Zapfen hervor, der auf der dorsalen medianen Fläche ein etwa ein Drittel davon einnehmendes abgeplattetes, vorn etwas verbreitertes Feld trägt, das ist der Kopflappen (T. V, F. 19. 20. T. VI, F. 1); sein

1) KINBERG Annulata nova. Öfver. K. Vet.-Akad. Förh. 1865 pg. 247.

2) ARVIDSON Studien über die Familien Glyceridae und Goniadidae. Bergens Museums Aarbog. 1898 p. 49.

Vorderrand ist in der Mitte zu einem kleinen Zipfel ausgezogen, jederseits daneben schwach ausgerandet. Nach hinten geht er in eine carunkelartige, oben abgerundete Leiste über, die sich ohne eine freie Endspitze und in ganzer Länge aufliegend bis auf das 2. borstentragende Segment erstreckt. An den Seitenrändern dieses Kopflappens steht auf deren hinterer Hälfte jederseits ein braunvioletter Längswisch, und am Seitentheile des Kopfzapfens hart vor dem ersten Ruder jederseits ein gleichgefärbter rundlicher, augenähnlicher Fleck; gleiche Flecke stehen an den vier folgenden Segmenten vor dem Zwischenraume zwischen dorsalem und ventralem Aste und sind wohl intrapodiale Sinnesorgane (T. VI, F. 1). Fühlercirren fehlten, waren vermuthlich abgefallen, wenn ich auch nicht Bruchstellen, die auf deren Abfallen hätten deuten können, sicher erkennen konnte; zwei grubenförmige Vertiefungen neben dem hinteren Theile des Kopflappens entsprechen ihren Ursprungstellen. — Der ventrale Umfang des Kopfzapfens geht unmittelbar in die Bauchfläche des ersten borstentragenden Segmentes über und ist in dieser Ausdehnung langgefurcht. Die Mundöffnung liegt auf der Endfläche des Zapfens terminal.

Die zweiästigen Ruder sind an allen Segmenten gleichförmig gestaltet und tragen alle Kiemen; die Unterschiede an ihnen sind nur quantitativer Art (T. VI, F. 2. 3). Sie nehmen die ganze Höhe der Seitenfläche der Segmente ein, in der vorderen Körperstrecke sind beide Aeste durch einen Zwischenraum von einander getrennt, in der hinteren Körperstrecke hängen sie durch eine leistenartige Erhebung zusammen. Der hohe von vorn nach hinten abgeplattete dorsale Höcker trägt einen grossen Fächer von reihenweis geordneten Capillarborsten; hinter diesem erhebt sich der Rand des Höckers zu einem Lippenblatte, das frei als ein kurzer Zipfel über den oberen Umfang des Borstenbündels dorsal vorspringt, dabei aber mit der Wurzel der über dem Borstenhöcker entspringenden Kieme verschmolzen ist.

Der ventrale Ast ist an den vorderen Rudern fast eben so hoch als der dorsale und in gleicher Weise compress, sein hinterer Rand gleichfalls zu einer auf die Höhe des Höckers beschränkten Lippe erhoben; vor dieser tritt der mehrreihige Fächer von Capillarborsten aus; dieser Ast erleidet von vorn nach hinten grössere Umwandlungen als der dorsale.

Am gleichförmigsten ist die Kieme gestaltet; sie ist ein dicker, gegen das meist schwach hakenförmige freie Ende hin kaum verdünnter Faden, der auf dem etwas abgeplatteten ventralen Umfange eine Längsfurche trägt; alle Kiemen waren über der Rückenfläche des Körpers medianwärts gerichtet, erreichten niedergelegt deren Medianebene nicht; die der hinteren Segmente werden kürzer, bleiben aber immer ansehnliche Fäden.

Der obere Ruderast nimmt je weiter nach hinten um so mehr an Höhe ab, wird damit mehr höckerförmig, behält aber die allerdings kleiner werdende Lippe. Sein Borstenfächer besteht in den vorderen Segmenten aus sehr zahlreichen bräunlichen langen und gekrümmten Haarborsten, deren Schaft fein längsstreifig und in der Endstrecke gesäumt ist; in den hinteren Segmenten

nimmt die Zahl der Borsten ab, bis in der Endstrecke des Körpers schlanke Bündel von wenigen glashellen langen Haarborsten vorhanden sind (T. VI, F. 3).

In ähnlicher Weise wie der obere nimmt auch der untere Ruderast an Höhe ab und erscheint als ein kurzer Wulst mit sehr erniedrigter Lippe. — In den vorderen Segmenten trägt er einen Borstenfächer, der dem des dorsalen Astes gleich kommt (T. VI, F. 2). In den vorderen 21 Segmenten hat dieser Ast nur Haarborsten, von da ab treten langgestielte Haken auf; in den folgenden 30 Segmenten finden sich an Zahl mehr und mehr abnehmend die Haarborsten der vorderen Segmente neben dem dorsalen Ende der Reihe, in der die Hakenborsten auftreten. Dann fehlen die grossen Haarborsten, neben den einzelnen Hakenborsten stehen dann aber, einreihig, glashelle einfache Haarborsten, die wenig über die Haken vorragen (T. VI, F. 3); in den letzten 35 Segmenten habe ich nur die Hakenborsten gesehen. Mit der Höhe der ventralen Höcker nimmt die Zahl der in ihnen stehenden Haken ab, ich zählte in den vorderen Segmenten etwa 30, in den hinteren nur 6.

Die Form der Haken ist in allen Segmenten gleich, ihre Grösse in den hinteren Segmenten vielleicht etwas geringer als in den vorderen. Der schwach gekrümmte lange Schaft läuft in seinem frei vorragenden Endtheil mit einem jederseits von einem dünnen Blatte gedeckten fast rechtwinklig zur Schaftaxe stehenden Endzahn aus, dessen grösste Länge 0,02 mm beträgt; auf seiner Scheitelkante sieht man in der Profillage zwei hinter einander stehende ungleich grosse Zähnchen (T. VI, F. 4a); die Ansicht von der Spitze her oder bei Schrägstellung zeigt aber, dass hier zwei Reihen von je zwei Zähnchen hinter einander stehen: die Anordnung die sich auf den Haken der Terebelliden findet (T. VI, F. 4b).

Der After ist ein auf der Rückenfläche der letzten 4 Segmente gelegener trichterförmig vertiefter Längsspalt, dessen Eingang von einem wulstigen Rande umgeben ist (T. V, F. 21); ob dieser etwa noch besondere Anhänge trägt, liess sich nicht entscheiden. Die ganze Bildung macht auch wohl den Eindruck einer grossen saugnapfartigen Analscheibe.

Fundort: Chatham (Schauinsland).

In die Gattung Spio stelle ich die Art, indem ich als Kennzeichen der Gattung jene anerkenne, die von Levinsen[1]) und Felix Mesnil[2]) dafür angegeben sind. Dagegen könnte sprechen, dass ich keine Aftercirren gesehen, sondern nur eine Afterscheibe, die der Gattung Spio nach Levinsens Auffassung fehlt. Ich schlage das zunächst nicht hoch an.

---

1) Levinsen Systematik-geografisk Oversigt 1883 p. 100. 102. (Vid. Meddel. naturh. For. Kjobenhavn. 1883. p. 97. 99).

2) Fel. Mesnil, Études de morphologie externe chez les Annélides. Bull. scient. de la France et de la Belgique. T. XXIX. 1896. p. 117. 118.

Polydora monilaris n. sp.

Taf. VI, Fig. 5—14.

Die in zahlreichen Stücken von einem Fundort vorliegenden, und daher wohl gesellig wie andere Arten dieser Gattung, lebenden Thiere, sind kleine farblose, durch die aufrecht getragenen „Palpen" gekennzeichnete Thiere, theils gleichmässig breit, schwach abgeplattet, theils, in voller Geschlechtreife, mit aufgetriebenen, rosenkranzförmig abgesetzten Segmenten in der mittleren Körperstrecke [1]). Ihre Länge schwankte zwischen 4,5 mm bis 6 mm; ihre durchschnittliche Breite war 0,25 mm. Die Zahl der Segmente schwankte von 29 bei nicht ganz 5 mm Länge, bis 39 bei 6 mm Länge.

Der mit dem ersten borstentragenden Segment verschmolzene Kopflappen (T. VI, F. 6) ist eine fast quadratische Platte mit schwach gerundeten Seitenrändern; ihre dorsale Fläche trägt in der Mitte eine längslaufende stumpfe First, die etwa ein Viertel der Breite einnimmt, nach hinten bis an das zweite Segment reicht, vorn mit einem frei vorragenden lappenartigen, oder auch stumpf kegelförmigen Höcker ausläuft. Die Seitentheile der Platte sind dünnwandig, an ihrem Vorderrande neben dem Längswulste grubenartig vertieft (Nackenorgane?). Augen fehlen. Die beiden Palpen (T. VI, F. 9. 10) entspringen, schwach eingezogen, nahe vor dem dorsalen Parapodialhöcker des ersten Segmentes, sind fast gleichmässig breit, wenig abgeplattet, und reichen zurückgelegt bis an den Hinterrand des vierten borstentragenden Segmentes.

Die borstentragenden Segmente sind in der Mitte des Seitenumfanges erweitert, die sie trennenden Segmentfurchen erscheinen dadurch tief (T. VI, F. 5. 6); das steigert sich bei den von Geschlechtsproducten gefüllten Segmenten so sehr, dass der Körper hier rosenkranzförmig erscheint. Diese Bildung, die sich nach meinen Beobachtungen über 8—13 Segmente erstreckt, tritt an den letzten kiementragenden Segmenten oder hinter diesen auf (T. VI, F. 12).

Das erste Segment ist kürzer als die folgenden, erreicht etwas mehr als deren halbe Länge. Die folgenden Segmente bis zum 5. sind dreimal breiter als lang; dieses 5. durch den Besitz besonders ausgestalteter Borsten ausgezeichnete ist grösser als die übrigen, etwa zweimal breiter als lang (T. VI, F. 6). Die danach folgenden Segmente nehmen etwas an Länge zu, dass sie etwa $1^1/_2$ mal breiter als lang werden. In der präanalen Strecke werden die Segmente kürzer und etwas schmäler, so dass sie etwa $2^1/_4$ mal breiter als lang sind.

Die Segmente der vorderen Körperstrecke, bis über die kiementragende hinaus, haben einen dorsalen und ventralen durch kleinen Abstand von einander getrennten kegelförmigen Borstenhöcker, der eine hinter dem Borstenbündel stehende Lippe trägt. Diese Lippe verschwindet in der hinteren Körperstrecke zugleich mit einer Verkleinerung des Borstenhöckers selbst. Die Borstenhöcker

1) Ein Exemplar habe ich gesehen, bei dem die vordere Körperstrecke in Regeneration war. (T. VI, F. 13).

des ersten Segmentes stehen auf gleicher Höhe mit den folgenden, der dorsale unmittelbar hinter dem Ursprunge des Palpus. In den ersten 6 Segmenten sind, abgesehen von der besonderen Ausrüstung des 5., nur Capillarborsten in beiden Aesten; am 7. borstentragenden Segment treten zuerst im ventralen Aste gedeckte Hakenborsten aus; in den letzten 7—9 Segmenten stehen im dorsalen Aste neben einzelnen schlanken Capillarborsten grosse Büschel von dicken pfriemförmigen Nadeln. — Die Borsten des ersten Segmentes, in jedem Aste 2—3, sind erheblich kleiner als die der folgenden. In diesen stehen in jedem Aste 5—6 Capillarborsten, deren zum Schaft etwas abgebogene Endstrecke vor der fein zugespitzt auslaufenden Spitze schwach gesäumt ist. — Die abweichend gestalteten dorsalen Borsten des 5. Segmentes, drei an Zahl, sind wenig vorragende dicke braungelbe Nadeln, deren Spitze hakenartig gebogen ist und mit zwei nebeneinander stehenden Zinken ausläuft, an die vom Schaft aus ein dünnes Deckblatt tritt (T. VI, F. 14); über ihnen stehen einzelne einfache Haarborsten. Die vom 7. borstentragenden Segment an auftretenden ventralen Haken, 3—4 an Zahl, haben einen gleichmässig breiten Schaft, dessen winklig abgebogene Endstrecke mit einem gedeckten Doppelhaken ausläuft (T. VI, F. 15); neben ihnen stehen einzelne feine grade Capillarborsten. — Die dorsalen pfriemförmigen starken Nadeln der letzten Segmente bilden zu 6—7 ein mit den Spitzen zusammengelegtes pinselförmiges Bündel. (T. VI, F. 8).

Am 7.—12. Segment stehen 6 Paar Kiemen, aufrecht getragene stumpfe Läppchen, nahe am medialen Rande des dorsalen Borstenhöckers, doch ganz getrennt von ihm. Die des ersten Paares sind kaum halb so lang als die unter sich gleich grossen der folgenden Segmente. (T. VI, F. 6. 9. 12).

Das Aftersegment trägt zwei grosse Lappen, in denen dicht gedrängt stäbchenartige Gebilde (Drüsensekrete?) eingelagert sind, sie reichen von der Ventralfläche, wo sie in der Medianebene sich mit graden Rändern fast berühren, an den Flanken des Segmentes fast bis zur Rückenfläche, an Höhe abnehmend. (T. VI, F. 8. 11).

Fundort: French Pass, Elmslie Bay (Neuseeland), (Schauinsland).

Die Bildung des vorn abgerundeten Kopflappens, die Anwesenheit eines dorsalen und ventralen Borstenhöckers am ersten Segment, die Form der anormalen Borsten des 5. Segmentes und die starken Pfriemborsten der letzten Segmente, sowie die beiden analen Hautlappen kennzeichnen die Art.

Polydora polybranchia Hasw.

Die über den pacifischen Bereich hinaus an den atlantischen und mediterranen Küsten verbreitete Art liegt in der Schauinsland'schen Sammlung von French Pass (Neuseeland) vor.

Ariciidae.

Scoloplos cylindrifer n. sp.

Taf. VI, Fig. 16—19.

Von den wenigen mir vorliegenden Stücken dieser Art war ein ganz erhaltenes 17 mm lang und hatte 115 borstentragende Segmente; die grösste, etwa 1,5 mm betragende Breite des wenig abgeplatteten Körpers liegt im Bereich des 8.—20. Segmentes, die davor gelegene Strecke läuft zugespitzt aus, während die hintere allmälig an Breite abnimmt, in den letzten Segmenten rasch bis auf 0,25 mm sinkt. In der vorderen Körperstrecke stehen die Parapodien mit grossen Borstenfächern an den Flanken der Segmente (T. VI, F. 16. 17), mit dem Auftreten der Kieme treten sie auf die Rückenfläche, und stehen dann, mit einer erheblichen Verkürzung der Segmente der hinteren Körperstrecke, weit vorspringend dicht aneinander (T. VI, F. 8).

Der Kopflappen ist in der Fortsetzung des Buccalsegmentes mit diesem kegelförmig zugespitzt, länger als an der Basis breit, durch eine Ringfurche in eine längere Endspitze und ein kürzeres Basalstück getheilt (T. VI, F. 16. 17).

Das auf ihn folgende borstenlose, nach vorn kegelförmig verjüngte Segment, aus dessen Vorderfläche der schmälere Kopflappen hervorgeht, bezeichne ich als Buccalsegment. Seine ventrale Fläche trägt nahe vor der hinteren Segmentfurche die breite quer gestellte halbmondförmige Mundöffnung, deren hintere Lippe einen gekerbten Rand hat (T. VI, F. 16).

Die rudertragenden Segmente der vorderen Körperstrecke sind etwa 6—7 mal breiter als lang, nach hinten zu werden sie kürzer und an der verschmälerten Endstrecke sind sie etwa 8 mal so breit als lang. Die Segmentgrenzen sind überall scharf ausgeprägt. Das Aussehen der vorderen und hinteren Körperstrecke ändert sich durch eine ungleiche Stellung der Ruder, die bei den vorderen Segmenten auf der Seitenfläche, bei den hinteren auf der abgeplatteten Rückenfläche stehen (T. VI, F. 19). Die Aenderung dieser Stellung fällt, soviel ich gesehen habe, mit dem Auftreten der Kieme zusammen; das wechselt; die erste Kieme stand bei einem Wurme am 18., bei einem anderen am 26. borstentragenden Segment.

Alle Parapodien sind zweiästig, die beiden Aeste stehen überall nahe aneinander, sind aber in den verschiedenen Körperstrecken ungleich ausgebildet. In den vorderen Segmenten trägt das seitlich vorspringende Ruder an jedem Aste ein abgerundetes Lippenblatt, vor dem die Borstenbündel austreten (T. VI, F. 16. 19). Der dorsale Ast behält an allen Segmenten dieses Lippenblatt, das nach hinten an Länge zunimmt und sich zuspitzt. Der ventrale Ast aber verliert nach hinten zu diese Lippe und wird in der hinteren Körperstrecke, bei der dorsalen Stellung der Parapodien, zu einem niedrigen kegelförmigen Höcker

reducirt (T. VI, F. 19). Jeder Ruderast trägt ein Bündel gleich gestalteter dünner feilkerbiger Borsten, in den vorderen Segmenten treten beide Bündel als ansehnliche Fächer hervor, in den hinteren Rudern nimmt Zahl und Grösse der Borsten in den Bündeln ab, zumal in dem ventralen Aste, der nur wenige Borsten besitzt, dagegen bisweilen eine einfache vorgeschobene Stütznadel zeigte.

Die medianwärts vom dorsalen Parapodialaste stehende Kieme ist ein cylindrischer Faden von der Länge oder etwas länger als die dorsale Ruderlippe, der mit stark eingeschnürter Basis von der Rückenfläche des Segmentes entspringt. Die Länge dieser Kiemen nimmt an den Segmenten der hinteren Körperstrecke, abgesehen von den letzten, an Länge zu. In einem Falle trug dieser Kiemenfaden unterhalb seiner Spitze einen frei vorspringenden Höcker, eine unvollkommene Gabelung.

An einem Wurme waren vom 25.—65. Segment neben dem ventralen Ruderaste die Mündungen der Segmentalorgane als grosse platt schüsselförmige Gebilde mit durchscheinendem Rande vorhanden (T. VI, F. 19).

Das von der Rücken- zur Bauchfläche schräg abgestutzte Aftersegment trägt auf dieser Endfläche um die weite Afteröffnung einen gekerbten Rand (T. VI, F. 18).

Fundort: Durville Island, Süd-Insel Neuseelands; Maunganui, Chatham Island (Schauinsland).

Die Art ist von den sonst beschriebenen durch die Form der Ruder und der Kieme unterschieden. Der Ansatz zur Gabelung der Kieme ist beachtenswerth.

Opheliidae.

Travisia forbesi Johnst.

Eine kleine Anzahl von Thieren, die Herr Suter bei Lyttelton gesammelt und mir eingesandt hatte, kann ich mit durchgreifenden Kennzeichen von der nordischen Travisia forbesi nicht unterscheiden. Unter den Stücken dieser Art, die mir von verschiedenen Fundorten vorliegt, kommen allerdings Abweichungen vor, von denen festzustellen bleibt, ob sie Lokalrassen bilden. Die neuseeländischen Stücke stimmen mit solchen von Helgoland darin überein, dass sie 26 borstentragende Segmente haben, von denen die letzten 12 seitliche Höcker tragen, die an den 6—8 hinteren voll zu einer Doppelreihe jederseits ausgebildet sind. Die einfachen Capillarborsten beider Bündel sind bräunlich. — Bei Thieren von Franz-Josefs-Land finde ich nur 23—24 borstentragende Segmente, an denen die seitlichen Höcker vom 17. Segment an auftreten, die Borsten sind farblos. — Wenn ich hierzu auch Travisia chinensis Gr. ziehen darf, so hat diese Art 27 borstentragende Segmente, deren Seitenhöcker vom 19. ab auftreten und vom 21.—26. Segment jederseits gedoppelt sind [1]).

1) Hakenförmig endende ventrale Borsten, wie sie H. Rathke von seiner Ammotrypane oestroi-

Danach scheint es, dass Travisia forbesi, auf der nördlichen Halbkugel circumpolar, von da ab mit pacifischer Verbreitung südwärts geht, an der magellanisch-chilenischen Küste aber durch andere Arten (Tr. kerguelensis McInt. und olens Ehl.) vertreten wird.

Fundort: Lyttelton (SUTER).

Chloraemidae.

Flabelligera lingulata n. sp.

Taf. VII, Fig. 1—5.

Die Körperwand der in eine ansehnliche Schleimhülle eingeschlossenen Thiere ist auch da, wo sie contrahirt ist, durchscheinend weiss; an ausgedehnten Körperstrecken schimmern die Längsstreifen des Hautmuskelschlauches und Theile von Eingeweiden durch (T. VII, F. 1). Der Körper ist lang spindelförmig, die Rückenfläche hochgewölbt, die Bauchfläche zwischen den ventralen Parapodien abgeplattet, in der hinteren Körperstrecke stärker als in der vorderen; bei starker Streckung sind die vorderen zwei bis drei Segmente eingeschnürt, und dünner als das Vorderende; das hintere Körperende läuft zugespitzt aus. Die Segmentirung tritt, wenn überhaupt, nur in der hinteren Körperstrecke hervor, wo dann bei stärkerer Contraction auf der Bauchfläche tiefere Segmentfurchen die Mitte des Segmentes zwischen den ventralen Parapodien quer riffartig hervortreten lassen.

Die von dem Fächerbündel des ersten Segmentes umfassten Anhänge des Kopfes sind ein unpaarer Tentakel, zwei Subtentakel und zwei Bündel von Kiemenfäden. Der von mir als unpaarer Tentakel bezeichnete Anhang tritt nach dem, was ich gesehen habe, nie über den Rand der Fächerborsten hervor, ist vielmehr oft so weit zurückgezogen, dass man ihn nur mit Spaltung und Ausbreitung des dorsalen Theiles der borstentragenden Saumfalte des ersten Segmentes zu sehen bekommt. Es ist ein kurzes und schmales abgeplattetes, mit einer Längsfurche versehenes Fädchen, das von der Mitte einer kleinen queren Hautplatte ausgeht, an deren Ventralfläche es angeheftet erscheint. Unter ihm in der Medianebene sich fast berührend stehen zwei rothbraune Augenflecke (T. VII, F. 2. 3).

Die Subtentakel sind lange schlanke, auf der Ventralfläche längsgefurchte Fäden, die unter dem unpaaren Tentakel und dem Augenpaare entspringen und stets, nach dem Contractionszustande allerdings ungleich weit, über den Borstenfächer des ersten Segmentes hervorragen. — Jederseits neben und über ihnen

---

des, die als synonym zu Travisia forbesi Johnst. aufgefasst wird, beschreibt und abbildet (Beiträge zur Fauna norvegica 1843 p. 196 Tab. X, Fig. 18 v — Nova Acta XX) habe ich bei keinem der mir vorliegenden Thiere gesehen.

steht ein Bündel feiner Kiemenfäden. — Bei Thieren, deren Schlundwand vorgetrieben war, sah ich auf deren dorsalem Umfang jederseits einen kleinen länglichen Wulst, dessen Bedeutung mir unbekannt geblieben ist.

Das erste Segment, das fast so lang ist als die drei folgenden zusammen, hat am Vorderrand eine Saumfalte, die weder auf der Rückenfläche noch auf der Bauchfläche unterbrochen ist. Unter ihrem freien Rande treten in fächerartiger Stellung die nach vorn gerichteten Borsten aus, die in der dorsalen Mittellinie, wo sie gegeneinander geneigt sind, nur durch einen kleinen Zwischenraum von einander getrennt sind, auf der ventralen Fläche zusammen fliessen (T. VII, F. 2. 3). — Die Borsten entsprechen den dorsalen Borsten der folgenden Segmente.

Die folgenden Segmente sind, nach dem Abstande der Borstenbündel gemessen, in der vorderen Körperstrecke dreimal, in der hinteren viermal, bei starker Contraction fünf- bis sechsmal breiter als lang. Die beiden ersten dieser Segmente sind erheblich kürzer als die folgenden.

Alle diese Segmente tragen dorsale und ventrale kegelförmige Parapodialhöcker, die nahe aneinanderstehen, an den hinteren Segmenten sich wohl berühren. Der dorsale Höcker, der mit einer kleinen lippenförmigen Erweiterung ausläuft, trägt ein meist eng zusammengelegtes, dann fast fadenförmig erscheinendes Bündel von langen Capillarborsten; dieses ist am ersten dieser Segmente nach vorn gerichtet und reicht dann etwas über den Randsaum hinaus. Seine langen schlanken Capillarborsten, von denen ich bis zu 10 zählte, sind in der ganzen Länge des fein längsstreifigen Schaftes quer geringelt; der Abstand der Ringe ist an den einzelnen Borsten ungleich, bisweilen stehen sie um die Breite der Borsten von einander entfernt, in anderen rücken die Ringe eng aufeinander.

Der ventrale Parapodialhöcker trägt im ersten dieser Segmente ein Bündel Capillarborsten, die wie die dorsalen gestaltet sind, in den folgenden ein oder zwei grosse Haken und daneben wenige kurze Capillarborsten. Die grossen abwärts gewandten an der Spitze dunkelbraunen Haken sind windschief in der Endstrecke gekrümmt; ihr fein schräg gestreifter Schaft hat ungleichmässig vertheilte, feine spangenförmige Querfurchen, die auf der Seite der Krümmung am breitesten sind; am ausgeprägtesten sind sie an der Mittelstrecke des Schaftes, aber auch noch an der Endstrecke wahrzunehmen; das Schaftende ist an der Ansatzstelle des Endhakens etwas verbreitert; der 0,04 mm lange an der klauenartigen Endspitze dunkelbraun gefärbte Endhaken ist in der Verlängerung der Strichelung des Schaftes innen fein schräg gestreift (T. VII, F. 4. 5). — Neben den Haken stehen 2—4 feine glashelle einfache Nadeln, die nicht oder nur wenig aus dem Borstenhöcker hervorragen.

Die zahlreich in der Schleimhülle steckenden langen Fadenpillen enden einfach kolbenförmig oder mit doppelter Endanschwellung.

Das Aftersegment ist bräunlich gefärbt, kurz kegelförmig, ohne Anhänge.

Fundort: Chatham, Waitangi. Sand. (SCHAUINSLAND).

Flabelligera semiannulata n. sp.

Taf. VII, Fig. 6—10.

Das einzige mir vorliegende Stück von bräunlicher Färbung und derb aussehender Körperwand ist lang spindelförmig, vorn abgestutzt, hinten zugespitzt auslaufend, 43 mm lang; vorn nicht ganz 4 mm, in der Mitte 5,5 mm, am Analende 1 mm breit; die breitere mittlere Körperstrecke ist dünnwandiger und erscheint aufgetrieben; das ist vielleicht ein zufälliger Zustand (T. VII, F. 6). Der Körper ist auf der Rückenfläche hoch gewölbt (T. VII, F. 7), die Bauchfläche zwischen den ventralen Borsten platt, vorn fast söhlig (T. VII, F. 8), hinten rinnenförmig. Er hat 54 borstentragende Segmente, die durch tiefe Segmentfurchen von einander getrennt sind. Die vorderen 20 Segmente sind auf der Rückenfläche zwei- oder dreiringelig, auf der Bauchfläche ungeringelt (T. VII, F. 7. 8). Die Haut hat eine schwache Schleimhülle, in der die characteristischen langen Papillen stecken, keine incrustirten Fremdkörper und ist nur schwach gerunzelt oder warzig.

Der Kopf trägt zwei in der dorsalen Medianebene fast zusammenstossende Bündel von bräunlichen dünnen Kiemenfäden und unter jedem Bündel einen soweit wie diese vorragenden Subtentakel, der zungenförmig gestaltet und abgeplattet ist, auf der ventralen Fläche eine Längsfurche trägt, in die quere Furchen hinein münden (T. VII, F. 7. 8). Hinter den Basen der Subtentakel zeigt der median gespaltene Kopflappen je einen braunen Pigmentfleck; als Auge möchte ich ihn nicht bezeichnen.

Das erste Segment ist am Vorderrande zu einem auf der Rückenfläche ungetheilten, bis zur Bauchfläche reichenden Saum erweitert, aus dem jederseits, die dorsale Mittelstrecke frei lassend, ein Fächer von langen feinen bräunlichen Haarborsten hervor- und über die Kiemenfäden hinausragt (T. VII, F. 7).

Das zweite Segment trägt in einem nach vorn gerichteten dorsalen und ventralen kegelförmigen Borstenhöcker ein Bündel von Haarborsten, die fast so lang als die des ersten Segmentes sind.

An den folgenden Segmenten steht je ein dorsaler Borstenhöcker mit Haarborsten und ein ventraler mit einer grossen braunen Hakenborste (T. VII, F. 8). An den Segmenten der vorderen Körperstrecke sind die Borstenhöcker und ihre Borsten nach vorn gerichtet, die dorsalen stärker als die ventralen. In den vorderen dorsalen Borstenhöckern ist die Zahl der Borsten in einem Bündel grösser als in der mittleren und hinteren Körperstrecke, wo die Zahl auf 5—6 herabgeht.

Die bräunlichen dorsalen einfachen Haarborsten sind in ein und demselben Borstenhöcker ungleich gross, innen in ganzer Länge geringelt, häufig von einer dünnen Scheide umschlossen. Feine der Endstrecke oft ansitzende Fädchen, die die Borsten wie fein gefiedert erscheinen lassen, halte ich für epiphytische Bildungen.

Die grossen weit vortretenden klauenartig endenden Hakenborsten sind messingglänzend, am Ende dunkelbraun gefärbt (T. VII, F. 9. 10). Die mittlere Strecke des langen Schaftes trägt eine Ringelung, ich zählte bis zu 25 Ringfurchen, die gegen die Spitze des Schaftes hin näher an einander gerückt sind als in der basalen Strecke. Der Schaft besitzt eine dichte Längsstreifung, die gegen sein Ende stärker ausgeprägt ist und schräg gegen die Wurzel des Endgliedes ausläuft. Das klauenförmige, an der Spitze ganz dunkelfarbige Endglied steht winklig zum Schaft und ist ein windschief gebogener, seitlich abgeplatteter Haken, der im basalen Theile der convexen Fläche grubenförmig vertieft erscheint; in dieser Strecke zeigt er eine starke Längsstreifung; bisweilen standen hier kleine feine und starre Stäbchen, ich halte diese für Absplitterungen der längsstreifigen Basalstrecke (T. VII, F. 10). Die Länge des Endhakens bestimmte ich in einem Falle auf 0,268 mm. Häufig war diese ganze Borste von einem feinen geknitterten oder gefalteten Häutchen umschlossen.

Die langgestielten Hautpapillen sind besonders an den Borstenhöckern entwickelt. Dass sie über die Borsten hinausragten habe ich nicht gesehen. Sie sind am Ende keulenförmig angeschwollen, oder laufen mit einer doppelten Endanschwellung aus (T. VII, F. 9).

Ich kann das Thier auf keine der beschriebenen Arten zurückführen. Es lag nahe, darin Schmardas Pherusa bicolor Schm.[1]) von Neuseeland zu sehen; diese hat aber nach der von Schmarda gegebenen Abbildung anders gestaltete ventrale Haken. — Auch mit Siphonostoma affine Hasw. kann ich die Art nicht zusammenbringen, da Haswell[2]) von ihr 4 Augen angiebt und abbildet, die ich in solcher Form nicht gesehen habe, und einen Kreis von 25 kurzen cylindrischen Kiemen beschreibt, die in der Abbildung als Blättchen dargestellt sind. Das stimmt in keiner Weise zu den Bündeln von fadenförmigen Kiemen, die der von mir untersuchte Wurm besitzt. Dass die als Palpen bezeichneten längsfaltigen Kopfanhänge, die ich Subtentakel genannt habe, bei Siphonostoma affine dreimal länger als die Kiemen sind, würde ich gegenüber diesen Anhängen bei Flabelligera semiannulata nicht als bedeutungsvoll für eine Artunterscheidung ansehen, da hier Contractionszustände in Betracht kommen. — Durch den Besitz einzelner Haken in den ventralen Parapodien stimmt das Siphonostoma affine Hasw. mit der Flabelligera semiannulata überein; dass aber, wie aus Haswells Angaben hervorzugehen scheint, seine Art neben den ventralen Haken auch Haarborsten besitzt, trennt sie von der letzteren.

Fundort: Chatham (Schauinsland).

---

1) Schmarda Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 21.

2) W. A. Haswell Observations on some australian Polychaeta. Proceed. Linn. Soc. New South Wales. Vol. X. Pt. 4. p. 18. Pl. LIV, Fig. 1—5.

Scalibregmidae.

Oncoscolex dicranochaetus Schm.

SCHMARDA Neue wirbellose Thiere. I. II. 1861 p. 55.
Syn.: *Oncoscolex homochaetus* SCHMARDA a. a. O. p. 55.

Taf. VII, Fig. 11—15.

Die farblosen gelblich weissen[1]) Würmer sind fast drehrund, da die Ventralfläche nur wenig abgeplattet ist, auf der grössten Strecke der Körperlänge gleichmässig dick, in der Analstrecke etwas stärker als am Kopfende verdünnt; die gleichmässige Körperdicke wird gelegentlich durch Auftreibungen des Leibes, wo dann die Körperwand verdünnt erscheint, unterbrochen (T. VII, F. 11).

Die Segmentirung und die Ringelung ist in der ganzen Länge des Körpers gleichmässig. 55 borstentragende Segmente fand ich bei einem 23 mm und bei einem 28 mm langen Thiere, deren Dicke (nicht ganz 3 mm) wenig verschieden war.

Der bald mehr, bald minder weit vorgestreckte Kopflappen ist eine auf der Rückenfläche gleichmässig gewölbte Platte, deren Vorderecken zu stumpfen dreieckigen Zipfeln ausgezogen sind. Auf der hinteren Hälfte der Rückenfläche stehen zwei grosse braune kegelförmige Augen, deren einander zugewendete Basen nierenförmig ausgehöhlt sind (T. VII, F. 12).

Auf den Kopflappen folgt vor dem ersten borstentragenden Segment ein nackter, glatter, nur dorsal vorhandener Halbring, dessen seitliche Enden in die Mundöffnung gehen (T. VII, F. 12).

Das erste borstentragende Segment hat die weite Mundöffnung, hinter der ein die ganze Segmentlänge einnehmendes rechteckiges Polster mit einer medianen Längsfurche steht. Ein ähnliches längsgetheiltes Polster steht auf der Ventralfläche der drei folgenden Segmente. Diese Bildung ist aber bei verschiedenen Thieren ungleich ausgeprägt.

Die borstentragenden Segmente, die drei- bis viermal breiter als lang sind, sind auf der Bauch- und Rückenfläche quer geringelt, und zwar trägt, mit Ausnahme der letzten 25 Segmente, jede Fläche drei fast gleich grosse Ringe, an den letzten 25 Segmenten dagegen einen vorderen kürzeren und einen längeren hinteren Ringel. Durch längs laufende Furchen sind die Ringel gefeldert. Im Bereich der Parapodien geht der vordere Ringel von der Rückenfläche auf die Bauchfläche hinüber; die hinteren enden an der Fläche, auf der die Borstenhöcker stehen. Der dorsale und ventrale Borstenhöcker sind gleich gestaltete niedrige

1) Ein vom gleichen Fundort stammendes mit Sublimat und Pikrin conservirtes Stück war tief schwarz, diese Färbung halte ich, da sie auch bei anderen in gleicher Weise conservirten Polychaeten vorkommt, für Kunstproduct, dann muss sie aber auf einen bestimmten Zustand des Integumentes zurückgehen, da die farblosen Thiere nach der Angabe auf der Etikette gleichfalls mit Sublimat-Pikrin behandelt sein sollen.

Höcker, die um etwas mehr, als ihr basaler Durchmesser beträgt, von einander abstehen (T. VII, F. 14). Aus jedem Höcker tritt ein grosser seidenglänzender Fächer von Borsten aus. Der Fächer besteht aus mehr als 30 langen feinen Haarborsten, deren Schaft unter starker Vergrösserung fein längsstreifig erscheint, und aus 8—10 sehr viel kürzeren farblosen Gabelborsten, an denen die beiden Endzinken ungleich lang und darin von einander verschieden sind, dass die längere Zinke am inneren Rande einen Besatz von langen Kammhaaren trägt (T. VII, F. 15).

Das kurze einfache Aftersegment (T. VII, F. 13) trägt um die Afteröffnung einen fein gekerbten Saum. Nach aussen von ihm stehen grössere und kleinere, vermuthlich leicht abfallende Papillen; über deren Anordnung, insbesondere, ob diese eine regelmässige Vertheilung der grossen und kleinen Papillen aufweist, bin ich zu keiner Entscheidung gekommen. In einem Falle sah ich zwei seitliche und vier ventrale Papillen, von denen die lateralen grösser als die medianen sind; in anderen war eine regelmässige Vertheilung nicht zu sehen.

Nach Vergleich der Schmarda'schen Originalstücke von Oncoscolex dicranochaetus Schm. und homochaetus Schm. unter einander und mit den mir vorliegenden Thieren gehören alle einer Art an, und ich benenne diese Oncoscolex dicranochaetus (Schm.). Die Unterschiede, die Schmarda zwischen seinen beiden Oncoscolex-Arten angiebt, und die im Besitz oder Fehlen von Gabelborsten bestehen sollen, sind nicht vorhanden, da ich diese auch im Schmarda'schen Oncoscolex homochaetus, dem sie fehlen sollten, vorhanden fand. Die einfache gebärtelte Capillarborste, die Schmarda von Oncoscolex dicranochaetus abbildet, halte ich für eine Gabelborste, deren glatte Zinke abgebrochen ist. An allen von Schmarda gesammelten Stücken sehe ich die von ihm nicht erwähnten Augenflecken auf dem Kopflappen.

Mit diesen steht die Art der Eumenia oculata Ehl. nahe; von ihr unterscheidet sie sich durch andere Ringelung der Segmente, den Besitz von Borstenhöckern und von gegabelten Borsten.

Fundort: Chatham (Schauinsland), Neuseeland. — Port Jackson, Australien (Schmarda).

Die von Schmarda (1861) aufgestellte Gattung Oncoscolex fällt mit der Gattung Eumenia Örd. zusammen, wiewohl Schmarda [1]) diese in der Familie der Telethusa aufführt ausser der zu den Aricieen gestellten Gattung Oncoscolex [2]). Der von Örsted 1844 aufgestellte Name Eumenia ist einzuziehen, da er bereits 1825 für eine Schmetterlingsgattung verwendet war; 1866 hatte Quatrefages [3]) ihn wegen einer Gattung Eunomia Risso durch den Namen Polyphysia ersetzen wollen. Vor diesem hat aber der Name Oncoscolex Schm. die Priorität. Vielleicht lässt sich die Gattung nach dem Besitz oder dem Mangel von Augen, falls das mit anderen, noch aufzudeckenden Unterschieden zusammenfallen sollte, in

1) Schmarda Neue wirbellose Thiere. I. II. p. 50.

2) a. a. O. p. 53. 54.

3) Quatrefages Histoire des Annelés. 1865. II. p. 268.

2 Gattungen zerlegen. Dann würde Oncoscolex für die augenbesitzenden, Polyphysia Qtfg. für die augenlosen Arten zu verwenden sein.

Cirratulidae.

Timarete ancylochaeta (Schm.).

Cirratulus ancylochaetus Schmarda Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 p. 58.
Timarete fecunda Kinberg Annulata nova. Öfvers. K. Vet.-Akad. Förh. 1865. No. 4. p. 254.

Dass ich eine Anzahl von Cirratuliden von Chatham auf den Cirratulus ancylochaetus Schm. aus Neuseeland mit Recht bezog, davon überzeugte mich die Kenntnisnahme der Schmarda'schen Originalstücke; dass diese Art aber mit Kinbergs Timarete fecunda von Port Jackson zusammenfällt, kann nach Kinbergs Angaben darüber nicht bezweifelt werden. Mit dem älteren Schmarda'schen Namen bleibt die Art in Kinbergs Gattung Timarete.

Die vorhandenen Beschreibungen ergänze ich nach den Beobachtungen, die ich an ungleich grossen Thieren gemacht habe. Die Art gehört zu den grossen, mit mächtiger Kiemenausbildung versehenen Formen; Thiere von 115 mm Länge und 7 mm grösster Breite hatten etwa 430 sehr kurze Segmente; bei 50 mm Länge waren 225, bei 60 mm Länge und 2 mm grösster Breite waren 280 weniger kurze Segmente vorhanden. Alle Thiere waren einfarbig heller oder dunkler gelblich grau, ohne besondere Zeichnungen.

Der kegelförmige Kopflappen ist so lang oder etwas kürzer als die drei nächsten Segmente, auf der Ventralfläche in ungleicher Weise grubenartig vertieft; am Seitenumfang der Basis steht jederseits eine dreieckige Grube, die bei kleineren Thieren schwärzlich pigmentirt ist.

Die drei ersten borstenlosen Segmente sind länger als die folgenden, auf der Rückenfläche geringelt, auf der Bauchfläche meist mit einem breit vom Mundeingange ausgehenden dreieckigen Felde.

Die folgende von den borstentragenden Segmenten gebildete Körperstrecke ist zumal im vorderen Theile vierkantig durch die Abplattung der die Parapodien tragenden Flanken; die Ventralfläche ist oft breit rinnenförmig vertieft, die Rückenfläche mit schmaler Längsfurche versehen.

Die borstentragenden Segmente sind bei älteren Thieren kürzer als bei jüngeren, im allgemeinen in der hinteren Körperstrecke länger als in der vorderen, doch spielen hier ungleiche Contractionszustände mit: bei einem grossen Wurme waren die Segmente 25—30 mal breiter als lang, bei einem jüngeren, 50 mm langen Wurme waren die vorderen Segmente nicht über 25 mal, die hinteren 12 mal breiter als lang.

Die dorsalen und ventralen Borsten treten aus niedrigen Höckern aus, die durch eine leistenartige Erhebung verbunden sind; die Reihen beider Parapodial-

höcker treten kantig hervor, die Leisten zwischen ihnen lassen die Seitenfläche der Segmente abgeplattet erscheinen; in der vorderen Körperstrecke ist der Abstand des dorsalen und ventralen Borstenhöckers grösser als in der hinteren, die Flanken der Segmente erscheinen damit niedriger, das Parapodium ventralwärts verschoben, da die ventrale Reihe der Borstenhöcker die Stellung zur Bauchfläche in der Länge des Körpers nicht verändert.

In allen Segmenten tragen beide Höcker capillare Borsten, die zum Theil glatt, zum Theil mit gesägtem Saum versehen sind; die seidenglänzenden Borstenbündel sind in den vorderen Segmenten erheblich länger und reicher an Borsten als in den hinteren. In beiden Höckern treten neben den Borsten Nadeln auf: bei einem grossen, durch den Besitz von Eiern als Weibchen gekennzeichneten Thiere fehlten die Nadeln in den 74 vorderen Segmenten im oberen, in den 55 vorderen Segmenten im unteren Borstenhöcker; bei einem 60 mm langen Thiere fehlten die dorsalen Nadeln in den 32 vorderen, die ventralen in den 27 vorderen Borstenbündeln. Die Nadeln im unteren Bündel sind meist etwas dicker und auch dunkler gefärbt als im oberen; bei den grossen Thieren waren die Nadeln beider Bündel gerade oder nur wenig gekrümmt; bei kleineren Thieren waren die Nadeln, zumal des unteren Bündel fast S-förmig gekrümmt; danach gab Schmarda den Namen, dessen Bedeutung nur beschränkten Werth hat.

Die drei ersten borstentragenden Segmente tragen unmittelbar über dem dorsalen Borstenhöcker einen langen Faden; am 4.—6. borstentragenden Segment steht jederseits eine mehrfache gegen die Medianebene nach hinten convergirende Reihe von sehr langen Kiemenfäden, die einen grossen Busch von Kiemenfäden bilden; beide Büschel von Kiemenfäden sind an ihrem Ursprunge von einander durch eine leere Fläche getrennt. — Fäden kommen zu je einem an den Seiten aller folgenden Segmente vor, von sehr wechselnder Länge, doch wohl nie so lang als die Fäden der Kiemenbüschel; an den Segmenten der vorderen Körperstrecke stehen sie unmittelbar über dem dorsalen Borstenhöcker; wie die Parapodialhöcker der hinteren Segmente nahe aneinander und gegen die Bauchfläche rücken, behalten die Fäden die gleiche Ursprunghöhe wie in der vorderen Körperstrecke und stehen damit entfernt vom dorsalen Borstenhöcker.

Fundort: Chatham, Neuseeland (Schauinsland); Küste von Neuseeland (Schmarda); Port Jackson (Schmarda).

Maldanidae.

Clymenella insecta n. sp.

Taf. VII, Fig. 16—19. Taf. VIII, Fig. 1—5.

Ein einzelnes Stück in zwei Hälften zerfallen (T. VII, F. 16. 18), doch dem Anscheine nach vollständig, dunkel schwarzblau mit Metallschimmer. Diese Färbung stammt vermuthlich von der mit Sublimat und Pikrin gemachten Conser-

virung, da eine daneben liegende gleich behandelte Lumbriconereis das gleiche Aussehen hat.

Der Wurm, dessen Länge ich auf 135 mm schätzte, hat hinter dem Kopflappen und borstenlosen Buccalsegment 19 borstentragende und 3 präanale borstenlose Segmente. Er ist im allgemeinen, von den Segmentgrenzen und Wulstbildungen abgesehen, drehrund, vorn und hinten 2,5 mm, in der Mitte 3 mm dick.

Die beiden ersten Segmente sind etwa doppelt so lang als breit, die 3 folgenden nehmen etwas an Länge zu, sind vorn etwas dicker als hinten und scheinen daher in das je folgende Segment wie eingeschoben, ohne dass es auf den Grenzen zu Kragenbildungen kommt (T. VII, F. 16). Diese Bildung geht an den darauf folgenden allmählig länger werdenden Segmenten zurück, dafür springt an ihnen nahe vor der hinteren Grenze, der Borstenhöcker und das Hakenpolster stärker wulstförmig hervor. Das 15.—18. Segment ist dann sehr verlängert. Während das 1. bostentragende Segment 4 mm lang war, war das 15. 15 mm lang. Diese Segmente sind dann durch tiefe ringförmige Segmentfurchen sehr stark von einander abgesetzt. An den borstenlosen kurzen präanalen Segmenten stehen an Stelle der Hakenpolster ringförmige, kristenartig zugeschärfte Wülste (T. VII, F. 19).

Der Kopflappen (T. VII, F. 17) ist eine eiförmige Platte, sein Umfang ist ein Hautsaum, der hinten median und seitlich hinter der halben Länge eingeschnitten ist; seine vorn in einen kurzen freien Zipfel auslaufende Firste erstreckt sich über die halbe Länge des Kopflappens und wird von zwei tiefen Furchen begleitet, die in der hinteren Strecke sich etwas nähern; auf der Fläche hinter der Firste stehen zwei quere Furchen. Augenflecke waren nicht zu erkennen. Das Buccalsegment ist einfach geringelt und etwas gerunzelt.

Die dorsalen Borstenbündel treten aus niedrigen Borstenhöckern aus und bestehen vermuthlich überall — sie waren an manchen Segmenten abgebrochen — aus grossen gelben fein längsstreifigen Haarborsten und aus kürzeren und viel schmaleren glashellen farblosen, deren Endstrecke fein doppelt gefiedert ist (T. VIII, F. 1. 2). — Unter den dorsalen Borstenbündeln steht an den drei ersten borstentragenden Segmenten je ein starker brauner durchscheinender Haken, soviel ich gesehen, trägt seine Scheitelkante keine Zähne; er ist dreimal so dick als die Haken der folgenden Segmente (T. VIII, F. 5). — Diese Haken stehen in einfacher Reihe, ihre Zahl nimmt nach hinten mit der Ausdehnung des Wulstes, der sie trägt, erheblich zu. Der einzelne, lang gestielte Haken ist in der Endstrecke halsförmig eingezogen, seine Scheitelkante trägt 4 tiefe Zahnkerben, über seine Spitze greift ein kleiner Fächer von Deckhaaren (T. VIII, F. 3. 4).

Das Aftersegment trägt einen circumanalen Trichter, dessen Rand in 21 Papillen eingeschnitten ist, die gleich gross sind mit Ausnahme der ventralen medianen, die fadenförmig verlängert ist (T. VII, F. 19).

Fundort: Chatham (SCHAUINSLAND).

Die Art gehört nach den von MALMGREN [1]) (1865) gemachten Unterscheidungen in dessen Gattung Axiothea; und ebenso nach deren Auffassung durch DE SAINT-JOSEPH [2]). Mit ihr fällt die von VERRILL [3]) aufgestellte Gattung Clymenella zusammen. Dieser Name ist aufzunehmen, da der Name Axiothea bereits 1864 einer Käfergattung gegeben war.

Hermellidae.

Pallasia quadricornis (Schm.).

Hermella quadricornis SCHMARDA Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 p. 25. Taf. XX, Fig. 174.

Diese neuseeländische Art, die ich wegen des Besitzes der Haken im Nacken zur Gattung Pallasia ziehe, ist von SCHMARDA kenntlich dargestellt, wenn auch die von den Kronenpaleen gegebenen Figuren wenig zutreffend sind. Ich füge nach Kenntnisnahme des SCHMARDA'schen Originalexemplares zur Ergänzung hinzu, dass jederseits 9 Kronenpapillen und 18 Paare gerippter Kiemen vorhanden sind, von denen die beiden ersten an den Paleen tragenden Segmenten stehenden wie die drei letzten weniger entwickelt sind als die mittleren.

Mit einer der sonst beschriebenen Arten kann ich diese nicht zusammenbringen.

Fundort: Auckland, Neuseeland (SCHMARDA).

Amphictenidae.

Pectinaria (Lagis) australis n. sp.

Taf. VIII, Fig. 6—12.

Von den wenigen mir vorliegenden Stücken dieser Art ist das best erhaltene grad gestreckte 9,5 mm lang, davon entfallen auf die Scapha etwa 2 mm, die Breite am Vorderende ist 3 mm, am Hinterende etwa 1 mm; der Körper ist von vorn nach hinten schwach kegelförmig verjüngt, die vordere Strecke schwach weinroth, die hintere farblos.

Der von den Paleen gedeckte Kopflappen trägt am Vorderrande etwa 20 lange fadenförmige Papillen, von denen die lateralen kürzer sind und dichter aneinander gedrängt stehen als die medialen (T. VIII, F. 6. 8).

1) MALMGREN Nordiska Hafs-Annulater. (Öfvers. K. Vet.-Akad. Förh.) Stockholm. 1865. p. 190.

2) DE SAINT-JOSEPH Annélides polychètes des Côtes de Dinard. Annales des sc. nat. Zool. Ser. VII. T. XVII. 1894. p. 131.

3) A. E. VERRILL Report upon the invertebrate animals of Vine-Yard Sound. U. St. Report of Commissioner of Fish and Fisheries. Washington 1873. p. 607.

Die unter dem Kopflappen stehenden 15 Tentakel sind keulenförmig, auf der Unterfläche schwach gefurcht und geringelt, ungleich gross, die kleineren stehen über und hinter den grösseren.

Das quere Nackenschild ist halbmondförmig, seine Ränder sind glatt, vom concaven Vorderrande tritt ein kleiner dreieckiger Lappen in den Raum zwischen den beiden Paleenfächern (T. VIII, F. 7). Jeder von diesen enthält 10 goldbraune Paleen, deren fadenförmige, gekrümmte Endstrecken convergent von jeder Seite übereinander greifen und weit über den Kopflappen hinausreichen (T. VIII, F. 6. 7. 8).

Von den Segmenten des Körpers sind die vorderen siebenmal, die hinteren dreimal breiter als lang; Segmentfurchen nur vorn ausgeprägt.

Von den 2 kammförmigen Kiemenpaaren ist das vordere etwas grösser als das hintere (T. VIII, F. 6. 7).

Von den Fühlercirren entspringt der vordere an der ventralen Ecke des Nackenschildes, der hintere etwas dahinter von der Fläche; sie sind fadenförmig, gleich lang und ragen so weit als die Paleen vor (T. VIII, F. 6).

An den Flanken des Körpers stehen jederseits 16 Borstenbündel, die vier vorderen klein, allmählig grösser werdend, das 5. und 6. am grössten; von da ab erfolgt eine langsame Grössenabnahme. Diese gelben Borsten sind gesäumte Capillarborsten, zum Theil mit einfacher grader Spitze, zum Theil mit einer winklig abgebogenen und gesäumten Endspitze; die Säume sind überall fein quergerieft; der Schaft der Borsten ist längsstreifig (T. VIII, F. 10. 11). — Vom 4. borstentragenden Segmente ab sind 12 Paar, an den hinteren Segmenten kleiner werdende Flösschen vorhanden, die auf dem Rande eine Reihe dicht stehender Hakenborsten tragen. Die Haken haben ein Manubrium, das länger als der zahntragende Körper ist; dieser trägt auf der Schneide vier Querreihen von je 3 Zähnen, von denen der mittlere kleiner als die beiden seitlichen ist; die Basis unter der Zahnreihe läuft mit zwei Randhöckern aus (T. VIII, F. 12 a. b). — Die gerundet vortretenden Flanken der beiden letzten vor der Scapha stehenden Segmente tragen weder Borsten noch Haken.

Die beiden kiementragenden Segmente haben auf der Bauchfläche je ein schmales, fast rechteckiges Bauchpolster, das vordere ist etwas grösser als das hintere (T. VIII, F. 8).

Das die Scapha tragende Analsegment hat auf der Rückenfläche jederseits ein von 4 Nadeln gebildetes, vortretendes Bündel; die braunen Nadeln sind an der Spitze schwach hakenartig gekrümmt. Die Scapha ist ein durch die aufgebogenen Seitenränder auf der Ventralfläche concav erscheinendes Blatt, das, zumal bei durchfallendem Licht, von 3 quer laufenden Linien gegliedert erscheint; seine Seitenränder sind dieser Gliederung entsprechend mit kurzen stumpfen Papillen besetzt; der Hinterrand trägt ein medianes längeres Läppchen (T. VIII, F. 9).

Die meist röthlich braunen, seltener grauen oder farblosen Röhren sind kegelförmig, grade; ihre Wand wird meist von annähernd gleich grossen und

gleich farbigen Sandkörnern gebildet, die in eine farbige Kittmasse eingebettet sind; in einzelnen Röhren waren auch, die gleichmässige Färbung unterbrechend, dunkelfarbige Stückchen in die Wandung eingesprengt.

Fundort: Lyttelton, Neuseeland (SUTER).

Unter den von MALMGREN unterschiedenen Gattungen entspricht die Gattung Lagis am meisten dem Bau dieses Thieres, nur ist im Character dieser Gattung die Zahl von 15 Paaren von Borstenbündeln aufgenommen, während diese Thiere deren 16 Paare besitzen. Es ist schon von anderer Seite auf die Variabilität dieses Characters hingewiesen; er möchte daher nicht streng zu nehmen sein.

Mit der Pectinaria antipoda Schm. von Port Jackson (N. S. Wales), an die nach der geographischen Vertheilung zu denken war, fällt diese Art nicht zusammen. Pectinaria antipoda ist kurz und gedrungen; zu der von SCHMARDA [1]) gegebenen Beschreibung füge ich einiges hinzu, um sie kenntlicher zu machen. Der Rand ihres Kopflappens trägt, während eine mediane Strecke ganzrandig ist, an den Seitentheilen je 10 Papillen, von denen die lateralen erheblich länger als die medialen und fadenförmig sind. Die kurzen fast keulenförmigen Fühler sind auf der Unterfläche tief rinnenförmig vertieft. Die Paleen stehen auf einer, median kaum unterbrochenen Reihe. Die Nackenfläche ist halbmondförmig, ganzrandig. Die beiden Kiemen jederseits sind gross; von Fühlercirren habe ich nur je einen langen gesehen, vermuthlich waren die übrigen abgerissen. Am Körper stehen jederseits 16 Borstenbündel, die ersten und letzten bedeutend kleiner als die übrigen, und 13 flossenartig erweiterte Hakenwülste, der erste neben dem 4. Borstenbündel. Eine auffallende Bildung ist auf der Bauchfläche des 3. borstentragenden Segmentes jederseits eine am Vorderrande des Segmentes stehende Querreihe von stumpf abgerundeten Papillen, von denen ich jederseits 7 zählte, in der Mitte ist die Querreihe unterbrochen. An dem die Scapha tragenden Segment steht augenscheinlich ein kleines Bündel von Nadeln, deren Bildung ich nicht erkennen konnte. Die Scapha ist ein dorsalwärts aufgeschlagener, hohl gekrümmter Lappen, der breiter als lang ist; ihr Rand ist von breiten gerundeten dünnen Lappen gebildet, die zum Theil zipfelförmige Anhänge tragen; die mediane unpaare Papille ist gleichfalls lappenförmig.

Die farblose, schwach gekrümmte, kegelförmige Röhre trägt auf der Aussenfläche hell- und dunkelfarbige Steinchen und Bruchstücke von Molluskenschalen.

Ampharetidae.

Ich muss mich darauf beschränken, das zu erwartende Vorkommen dieser Familie im neuseeländischen Gebiet festzustellen. Von Herrn SUTER erhielt ich kleine Exemplare von zwei Arten, leider so wenig gut erhalten, dass ich von einer Benennung absehen muss.

1) SCHMARDA Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861. p. 46.

Thelepus rugosus Ehl.

Synon.: cfr. EHLERS Polychaeten d. magellan. u. chilen. Strandes. 1901. p. 211
und: *Terebella plagiostoma* SCHMARDA Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 p. 41.
Terebella heterobranchia SCHMARDA Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 p. 42.

Nach Untersuchung der in der Sammlung des I. Zoologischen Instituts in Wien als SCHMARDAS Originalexemplare von Terebella plagiostoma und heterobranchia aufbewahrten Würmer, beide von Neuseeland, halte ich diese für identisch mit Thelepus rugosus Ehl. Für Terebella heterobranchia hat SCHMARDA einen Unterschied zwischen der ersten und den beiden folgenden Kiemen damit angegeben, dass die letzteren gestielt seien, die erste Kieme mehrere Stämmchen habe. Das trifft an dem als Terebella heterobranchia bezeichneten Stücke nicht zu. Die Kiemen sind hier, wie in gleicher Weise bei Terebella plagiostoma, übereinstimmend gebaut, sie stehen bei allen dreien auf Querwülsten und haben lockig aufgerollte Fäden. Der Unterschied zwischen der ersten und den beiden folgenden Kiemen besteht darin, dass an der ersten Kieme der Ursprung der Kiemenfäden über die Parapodiallinie ventralwärts sich erstreckt, während die der 2. und 3. Kieme diese Ausdehnung nicht haben.

Die gerunzelte vordere Strecke der Bauchfläche, die Vertheilung und Gestalt der Parapodien, die Stellung und Form der Borsten ist dieselbe wie bei Thelepus rugosus Ehl. Ich halte mich danach für berechtigt, die beiden SCHMARDA'schen Artnamen als Synonyme zu Thelepus rugosus zu stellen.

Fundort: Waitangi, Chatham-Sand (SCHAUINSLAND); Neuseeland (SCHMARDA).

Damit wird in der bis jetzt bekannten Verbreitung dieser Art, Ostküste Afrikas und Küste Chiles, eine wichtige Lücke ausgefüllt.

Leprea haplochaeta n. sp.

Taf. VIII, Fig. 13—18.

Von dieser Art, die ich mit Sicherheit auf keine der beschriebenen dieser Gattung zurückführen kann, liegen mir aus der Sammlung SCHAUINSLAND eine Anzahl von ungleich grossen Stücken vor, die beachtenswerthe, von mir als Altersunterschiede gedeutete Bildungen zeigen.

Alle Thiere sind farblos, weiss, wie die meisten Terebelliden in der vorderen Körperstrecke ungleich aufgetrieben erweitert, in der hinteren sehr verschieden lang gestreckt und verschmälert. Unter den kleineren Thieren hatte ein durch den Besitz von Eiern als Weibchen gekennzeichnetes Stück bei 23 mm Länge 67 Segmente; unter den grösseren männlichen und weiblichen Thieren fand ich bei 52 mm Länge 105 Segmente.

Der Kopflappen (T. VIII, F. 13) ist eine wenig ausgedehnte hufeisenförmige Platte. Die zahlreichen, die halbe Körperlänge erreichenden, auch wohl überschreitenden Tentakel sind bei den grösseren Thieren canaliculirt. Bei den kleineren Thieren stehen zahlreiche dunkelfarbige Augenflecke in zwei bandförmigen

lateralen Haufen auf seiner hinteren Fläche (T. VIII, F. 14), den grösseren Thieren fehlen sie.

Die vordere Körperregion trägt drei Paar Kiemen (T. VIII, F. 14), hinter der polsterförmig aufgetriebenen rechteckigen Mundplatte des ersten Segmentes bei einem kleineren Thiere 14, bei einem grösseren 17 Bauchschilde; diese sind, mit Ausnahme der letzten stark verschmälerten und damit quadratischen, quer, breiter als lang und auf den vorderen Segmenten am kürzesten (T. VIII, F. 13).

Die drei Kiemen (T. VIII, F. 14) jederseits erscheinen dicht buschig und decken die Rückenfläche; die dritte ist stets weniger als die beiden vorderen ausgebildet. Die Grundform der Kieme ist halbgefiedert; so tritt sie an den jungen Thieren auf; hier stehen an einem schwach gekrümmten Stamme der dritten Kieme einzeilig kurze Fäden (T. VIII, F. 18), an den voraufgehenden werden diese dann gegabelt oder mehrfach getheilt. Die vorschreitende Theilung und Gabelung, das stärkere Hervortreten der Grundäste verwischt dann bei grösseren Thieren den ursprünglichen Formcharacter. Unter der zweiten Kieme steht ein Höcker, der bisweilen so gross ist, dass er ein Parapodium vortäuschen kann.

Der erste Borstenhöcker steht am vierten Segment unter der 3. Kieme; borstentragende Parapodien stehen dann an den folgenden Segmenten mit Ausnahme der letzten 30—40. Unter und etwas hinter dem 3., 4. und 5. Borstenhöcker steht eine niedrige Papille (T. VIII, F. 14). Der erste Hakenwulst steht unter dem 2. Borstenhöcker; alle folgenden Segmente tragen Hakenwülste.

Die Borstenhöcker der vorderen Segmente sind kurze, von vorn nach hinten abgeplattete Kegel, die an den folgenden Segmenten bald an Grösse abnehmen; an allen findet sich eine niedrige Lippe. Die in den Borstenhöckern stehenden Borsten zeigen bei den grösseren und kleineren Thieren Verschiedenheiten, die ich als Altersunterschiede auffassen möchte. Bei den grösseren Thieren erscheint das Borstenbündel bräunlich gefärbt. Die fächerförmig austretenden Borsten sind ungleich gross (T. VIII, F. 15); ihr Schaft geht in eine gesäumte Endstrecke über, die am Ende des Saumes mit plötzlichem Absatz in eine dünne schlanke Endspitze ausläuft, die bisweilen eine geringe Drehung aufweist; an einzelnen Borsten ist diese Endspitze auf einer Kante fein gebärtelt. In den hinteren Borstenbündeln stehen neben solchen wenige andere kürzere Borsten, wie sie bei jüngeren Thieren überall in allen Bündeln vorhanden sind; ein Zeichen der geringeren Formentwicklung dieser auch sonst zurückbleibenden Segmente. Bei diesen abweichend gestalteten Borsten, die neben den vorhin beschriebenen stehen, geht breit aus dem Schaft eine winklig von ihm abgebogene, spitz auslaufende Endstrecke hervor, die auf einer Kante stark gebärtelt ist; der Winkel, unter dem die Endstrecke aus dem Schaft hervorgeht, ist bei verschiedenen Borsten ungleich gross (T. VIII, F. 16).

Die Hakenwülste erstrecken sich an den vorderen Segmenten von der Basis des Borstenhöckers bis an den Rand der Bauchpolster; fallen diese fort, so reichen die Wülste bis nahe an die ventrale Medianfurche, werden dabei sehr viel niedriger und bilden, ohne zu Flösschen zu werden, quere, niedere, am Seitenrande

der Bauchfläche stehende Höcker. Die Haken stehen auf den ersten 4 oder 5 Wülsten in einfacher Reihe, auf den folgenden in Doppelreihe oder in alternirend verschränkter einfacher Reihe, beidemale sind die Spitzen der Haken von einander abgewendet, die Haken sind also „ganz rückenständig, zweireihig“ (v. Marenzeller). Auf den hinteren Wülsten nimmt die Zahl der Haken bedeutend ab, es erhält sich aber die intercalirte Stellung. — Die Basis der Haken ist einfach; die Zähnelung des Scheitels wechselt etwas, das häufigste war 1 — 222 — 333 (T. VIII, F. 17); daneben fand ich auch 1 — 222 — 3333, und 1 — 2222 — 33333; für diesen Wechsel habe ich eine bestimmte Regel nicht gefunden.

Das kurze Aftersegment hat einen gekerbten Rand.

Fundorte: Chatham; Waitangi, Chatham. Sand; Pitts Island (Schauinsland).

Die Angabe, die Langerhans [1]) macht, dass Amphitrite orotavae Lghs. im Borstenhöcker geschweifte, an die abdominalen Spateln der Serpulaceen erinnernde Borsten trage, und die Abbildung, die er davon giebt, legten die Vermuthung nahe, dass die von mir untersuchten Thiere zu dieser Art gehören möchten, um so mehr als die Scheitelbildung der Haken in beiden offenbar sehr ähnlich ist. Allein die von Langerhans beschriebene Stellung der Kiemen von Amphitrite orotavae stimmt nicht zu der neuseeländischen Art. Langerhans hat nur kleine Thiere gesehen; die spatelförmigen Borsten bei ihnen deuten dann auch wohl auf einen Jugendzustand.

Terebellides sieboldi Kbg?

Kinberg Annulata nova. Öfvers. K. Vet.-Akad. Förh. 1866. no. 9. p. 346.

Die zur Gattung Terebellides gehörenden Arten sind als solche an dem Bau der Kieme leicht zu erkennen, schwer ist es aber, einen Theil der beschriebenen Arten wieder zu erkennen oder die Synonymie dafür festzustellen. So kann ich die Benennung Terebellides sieboldi Kbg. auch nur mit Vorbehalt auf eine kleine Zahl von Vertretern einer Terebellides-Art in Anwendung bringen, veranlasst durch die besonders gestalteten Haken unter dem 6. Borstenbündel, die von den weiterhin folgenden Haken, die wie für die Gattung characteristisch gestaltet waren, in der Form abwichen. Die zur Untersuchung kommenden Thiere waren Weibchen, und es wäre möglich, dass diese Form der Haken einen sexuellen Character bildet. Jedenfalls schien sie den Angaben zu entsprechen, die Kinberg über die von ihm in der Bangka-Strasse gesammelte Terebellides sieboldi gemacht hat.

Von einer weiteren Beschreibung der mir vorliegenden Thiere muss ich mit Rücksicht auf den ungenügenden Erhaltungszustand absehen.

Fundort: Lyttelton (Suter).

---

1) Langerhans Ueber einige canarische Anneliden. Nova Acta Leop. Carol. Bd. XLII. No. 3. 1881. p. 116.

Sabellidae.

Branchiomma suspiciens n. sp.

Taf. IX, Fig. 1—6.

Zwei Exemplare, von gleichem Fundorte, liegen mir vor, wenig an Grösse verschieden; das grössere hat 108 Segmente und ist 112 mm lang, wovon 12 mm auf die Länge der Kieme fallen. Der Körper ist wenig abgeplattet, in seiner grössten Länge fast gleichmässig (5 mm) breit, nur seine Endstrecke spitzt sich kegelförmig zu.

Die Grundfarbe ist gelblich grau, die Bauchschilde sind, beim grösseren Thier stärker als beim kleineren, braun violett gefärbt (T. IX, F. 1), beim kleineren Thiere ist auch die Rückenfläche der vorderen Körperstrecke bräunlich überlaufen. Die Kieme des grösseren Thieres ist einfarbig, die des kleineren braun gebändert durch Pigmentflecke, die am seitlichen Umfange der Rhachis der Kiemenstrahlen stehen, ohne auf deren Aussenfläche und Kiemenfäden überzugreifen.

Die von den Kiemenbasen umfasste Buccalregion besitzt dorsal vom Mundspalt eine plattenförmige, in einen freien Endzipfel auslaufende Carunkel, der plattenförmige Theil ist durch eine Einschnürung in eine hintere schmalere und vordere breitere grad abgestutzte Hälfte zerlegt, auf der hinteren stehen zwei bräunliche Flecken; der freie Zipfel ist drehrund, fadenförmig (T. IX, F. 2). Die Buccalblätter jederseits neben der Mundöffnung sind doppelt gefaltet, an Grösse fast gleich, das untere mediane in eine freie Spitze verlängert.

Jede Kiemenhälfte trägt auf einem niedrigen, über den Kragen nicht hervorragenden Basalblatte in einem Halbkreise 25 Kiemenstrahlen, von denen die drei letzten in der ventralen Strecke erheblich kürzer als die übrigen gleichlangen sind. Jeder Strahl trägt in zwei Reihen dicht gedrängt stehende Kiemenfäden, die wohl sechs- bis achtmal länger als die Breite des Schaftes und, mit Ausnahme der die Reihen schliessenden etwas verkürzten, gleich lang sind. Alle Kiemenstrahlen laufen mit nackter Endstrecke aus, die an denen der ventralen Hälfte etwas kürzer als in der dorsalen sind; an den neun dorsalen Strahlen jeder Reihe steht ein grosses, braunes, zusammengesetztes, subterminales Auge (T. IX, F. 1). — Läppchen am äusseren Umfange der Kiemenstrahlen fehlen.

Der vom Buccalsegment kommende Kragen ist kurz; auf der ventralen Fläche stossen die medianen Ränder, ohne zurückgeschlagene Läppchen zu bilden, an- oder übereinander (T. IX, F. 1), auf der dorsalen Fläche stossen die Ränder nicht zusammen; jede Kragenhälfte trägt höher als die Parapodiallinie der Segmente einen faltenbildenden Einschnitt am Rande (T. IX, F. 2).

Von den Segmenten sind die vorderen acht thoracal, mit Einschluss des buccalen, das nur das dorsale Parapodium trägt; sie sind viermal breiter als lang,

ihre Rückenfläche ist zu einer breiten medianen Furche vertieft, in die von rechts her die abdominale Kothfurche einmündet. Auf der Ventralfläche stehen die rechteckigen ungetheilten Bauchpolster, die deren ganze Länge und ein Drittel der Breite einnehmen; ihre Seitenränder sind concav ausgerandet (T. IX, F. 1). — Das dorsale Parapodium ist ein frei vorspringender Höcker, dessen Basis von einem niederen Hautsaume umfasst wird; auf seiner Endfläche springt ein Hautläppchen lippenartig vor und schiebt sich zwischen ein kleineres dorsales und ein grösseres ventrales Borstenbündel ein, letzteres von oben her umfassend (T. IX, F. 3). Die zahlreichen Borsten des unteren Bündels sind breit gesäumte, schlank und spitz auslaufende, gelbe Capillarborsten (T. IX, F. 5b); die oberen Borsten, weniger an Zahl, sind erheblich kürzer, ihnen fehlt die schlanke Endspitze, der flügelförmige Saum ist erheblich breiter, und die Borste nähert sich der Form einer Palee (T. IX, F. 5a). — Die ventralen Hakenwülste erstrecken sich am ganzen Umfange des Segmentes von der Basis des dorsalen Borstenhöckers bis in die concave Ausrandung des Bauchpolsters. Auf ihnen steht eine Doppelreihe von Haken und Borsten, deren Zahl ich am 4. Segment auf 120 bestimmte. Die Haken haben eine einfache Endspitze und eine dicht feilkerbige Scheitelkappe, ihr Handgriff ist nicht länger als der Stabtheil des Hakens; die zu je einem Haken gehörende Borste, Gleitborste, ist in der winklig abgebogenen, ungleich langen Endspitze breit flossenförmig gesäumt (T. IX, F. 6).

Die abdominalen Segmente nehmen von vorn nach hinten an Breite ab, so dass sie um die Hälfte kürzer werden als die thoracalen. Ihre Rückenfläche besitzt in der Verlängerung der breiten thoracalen Medianfurche eine schmale Längsfurche. Die ventralen Bauchpolster entsprechen in ihren Verhältnissen den thoracalen, sind aber durch die Stercoralfurche halbirt und an den Seitenrändern nicht concav gerandet. Die mit dem Borstenwechsel ventral gestellten Borstenhöcker sind erheblich niedriger als die thoracalen, das Läppchen an der Endfläche geht zurück, sie führen ein Bündel von weniger zahlreichen, concentrisch geordneten Borsten, deren Form eine Mittelstellung zwischen den beiden Borstenformen der thoracalen Parapodien einnimmt, insofern sie kürzer, aber breiter gesäumt als deren ventralen grossen Borsten sind (T. IX, F. 4). Die dorsal gestellten Hakenwülste stehen unmittelbar über dem Borstenhöcker; die Zahl ihrer Haken ist erheblich geringer als die der thoracalen und nimmt je weiter nach hinten um so mehr ab; ich zählte am 20. Segmente 48 Haken auf einem Wulste. Der einzelne Haken entspricht in seiner Form dem thoracalen, nur ist der Handgriff erheblich verkürzt.

Die zu dem Thiere gehörende Röhre war im Grunde aufgewachsen, in der freien Endstrecke unregelmässig gekrümmt, ihre gelblich durchscheinende Wand hornähnlich, nur wenig von erdigen Massen bedeckt.

Fundort: French Pass, $^1/_2$ Faden (SCHAUINSLAND).

Laonome ceratodaula (Schm.).

Sabella ceratodaula Schmarda Neue wirbell. Thiere. I. II. 1861 p. 33. Taf. XXII, Fig. 186.

Die Benennung einiger von Schauinsland bei Laysan gesammelter Sabelliden stützt sich auf die Untersuchung des in der Sammlung des zoologischen Instituts in Wien aufbewahrten Original-Exemplares Schmardas der Sabella ceratodaula, dessen Beschreibung und Abbildung allein ein Wiedererkennen wohl nicht ermöglicht hätten. Da das Stück offenbar einmal eingetrocknet gewesen war, so war die Identificirung schwierig, doch aber, wie ich glaube, richtig.

Die Farbe der vorliegenden Thiere war hell ockerfarbig, die vorderen Segmente und die Kieme dunkler, letztere in einem Falle mit schwacher Querbänderung; unter Vergrösserung zeigte sich stärker an der vorderen wie hinteren Körperstrecke eine unregelmässige braun violette Bestäubung oder Bespritzung. Dem entspricht im allgemeinen Schmardas Figur, während das Originalstück ganz dunkelfarbig, offenbar durch Eintrocknung so geworden ist. Aber auch so lässt das Stück die von Schmarda weder beschriebenen noch abgebildeten Augenpunkte erkennen, die an jedem Segment zwischen Borstenhöcker und Hakenwulst stehen.

An Grösse bleiben die mir vorliegenden Exemplare hinter dem Schmarda-schen zurück, dieses hatte bei 50 mm Länge, wovon 14 mm auf die Kieme fallen, 115 Segmente, das kleinere meiner Stücke hatte bei 16 mm Körperlänge (ohne Kieme) 65, das grössere ohne Kieme 22 mm lange gegen 80 Segmente, bei beiden machten die Segmente der präanalen Strecke den Eindruck unvollständiger Entwicklung; danach halte ich die untersuchten Thiere für nicht ausgewachsen, die grössere Segmentzahl, die Schmarda angiebt, für Ausdruck eines Altersunterschiedes.

Die bald heller, bald dunkler gefärbte Kieme bleibt an Länge hinter der halben Körperlänge zurück; da bei allen Thieren die Enden der Kiemenstrahlen eingerollt sind, ist eine genauere Grössenangabe nicht zu machen. Die Kieme hat 40 Kiemenstrahlen, die mit Ausnahme des letzten ventralen gleich gross sind; sie gehen von einem niedrigen, schwach spiralig eingerollten Blatte aus. Augenflecke und Rückenanhänge fehlen an den Strahlen; die in zwei Reihen dicht gestellten Kiemenfäden sind etwa dreimal länger, als der Schaft breit ist, sie nehmen in der aufgerollten Endstrecke nur wenig an Länge ab; der Strahl läuft mit kurzer nackter Spitze aus. — Die Buccalmembran bildet zwei schlank dreieckige spitz auslaufende Falten, die an Länge ein Drittel der Kieme nicht erreichen.

Von den Segmenten des Körpers sind die vorderen sieben, bei einem Thiere acht, thoracal, ihre Rückenfläche ist wie die der abdominalen gleichmässig gewölbt; die abdominale Kothfurche geht nicht auf die Dorsalfläche der thoracalen Region über.

Die ungetheilten thoracalen Bauchschilde sind an den vorderen Segmenten breiter als an den hinteren, etwa dreimal breiter als lang, die hinteren sind wenig breiter als lang. Die abdominalen Bauchpolster sind durch die Kothfurche

getheilt; anfangs von den Dimensionen der hinteren thoracalen, nehmen sie nach hinten mit dem Sinken der Segmentgrösse gleichmässig ab.

Der Kragen des ersten Segmentes ist niedrig und ganzrandig, klafft auf der Rückenfläche weit und hat auf der Bauchfläche zwei verlängerte, nach vorn gerichtete, median zusammenstossende, dreieckige Zipfel.

Die thoracalen einfachen Parapodialhöcker sind grösser als die der abdominalen Segmente, nach vorn oder seitwärts gerichtet, die vorderen höher nach der Rückenfläche zu gestellt als die hinteren, die länger sind als die beiden ersten. Der Grössenunterschied zwischen dem letzten thoracalen und dem ersten abdominalen Borstenhöcker ist meist erheblich. Das Borstenbündel wird in den thoracalen wie abdominalen übereinstimmend von längeren und kürzeren breit gesäumten, auf dem Saum fein schraffirten Haarborsten gebildet, wobei die kürzeren Borsten central, die längeren am Umfange der Bündel stehen; das thoracale Bündel enthält wohl doppelt so viel (25) Borsten als das abdominale.

Die am ersten Segment fehlenden Hakenwülste erstrecken sich an den thoracalen Segmenten von der Basis des Borstenhöckers bis an den Seitenrand des Bauchpolsters, sie nehmen, bei der höheren Stellung der vorderen Borstenbündel, an Grösse ab, wie der Abstand dieser beiden Punkte sich an den hinteren dieser Segmente verringert. Die mit der mutatio pedum dorsal gerückten Hakenwülste sind erheblich kürzer als die thoracalen, mit schwachem Randsaume. Während ich die Zahl der Haken in einem thoracalen Wulste auf etwa 80 schätzte, fand ich auf einem abdominalen Wulste der mittleren Körperstrecke, bei gleich dichter Stellung, 15. Die thoracalen und abdominalen Haken sind einander sehr ähnlich; das Manubrium ist bei beiden kurz, kürzer als der aufsteigende Ast, in den abdominalen Haken kürzer als in den thoracalen, die Hakenspitze ist gross, ihre Kappe fein gestrichelt, der vordere Winkel der Basis stark verdickt. Gleitborsten habe ich nicht gesehen.

Am dorsalen Rande des Hakenwulstes steht ein dunkelbrauner Augenfleck.

Die in einem Falle erhaltene Wohnröhre der Thiere hatte eine hornartige braune Wand, die aussen gleichmässig mit feiner Kalkschlammmasse incrustirt war; im Originalexemplar ist die hornbraune Röhre mit dunkelfarbiger Masse bekleidet.

Fundort: Neuseeland (SCHMARDA). — Laysan (SCHAUINSLAND). — Falkland-Inseln (E. M. PRATT)[1]).

Die Einreihung der Art in die Gattung Laonome Mlmg. kann bestritten werden. Ich habe sie vorgeschlagen nach dem Verhalten der thoracalen Capillarborsten, die in zwei Formen vorhanden sind, wie MALMGRENS Diagnose der Gattung es vorsieht. Andererseits fehlt dieser Art der Uebergang der abdominalen Kothfurche auf die thoracale Dorsalfläche und trägt sie parapodiale Augenflecke, beides Eigenthümlichkeiten, die der Gattung Dasychone zukommen. Bei

1) EDITH M. PRATT, A collection of Polychaeta from the Falkland Islands. Mem. and Proceed. of the Manchester Literary and Philosophical Society. Vol. 45. Pt. IV. No. 13. 1901.

einer Revision der Sabelliden-Gattungen mag das beachtet werden; zur Zeit sehe ich keine Veranlassung, für diese Art eine Zwischengattung zwischen Laonome und Dasychone zu errichten.

Potamilla laciniosa n. sp.

Taf. IX, Fig. 7—10.

Das einzige mir vorliegende, weibliche Stück dieser bislang wohl nicht beschriebenen Art ist am hinteren Körperende verletzt, vermuthlich fehlen aber nicht viele Segmente. Es war so 29 mm lang, ohne die Kieme, deren Länge 4,5 mm beträgt, und hatte 55 Segmente, dabei in der ganzen Länge fast gleich breit, vorne 2 mm, hinten 1,5; wenig abgeplattet und ohne scharfen Unterschied zwischen der thoracalen und abdominalen Strecke, farblos, mit Ausnahme der braun violetten Rückenfläche des ersten Segmentes und des Kragens.

Die Kieme geht von einem niederen Basalblatte aus, dessen ventrale Strecke jederseits keine Kiemenstrahlen trägt und als ein eingefaltetes Blatt sich neben der Buccalmembran erhebt. Am Basalblatte entspringen 19 ungegliederte Strahlen, von denen die ventralen kürzer als die dorsalen sind; sie laufen mit ungleich langem nacktem, einem Kiemenfaden gleichendem Endstück aus; ihre schlanken zweizeiligen Fäden sind vier- bis fünfmal länger, als der Schaft breit ist, die der Spitze des Schaftes zu genäherten etwas kürzer; die fünf dorsalen Strahlen in jeder Hälfte tragen auf der basalen Strecke 2—3 braune gewölbte Augenpunkte; keine Läppchen (T. IX, F. 7). — Die Buccalmembran bildet jederseits einen zeltartig doppelt gefalteten Lappen, der etwa einem Drittel der Kiemenlänge gleich kommt und mit zwei spitzen Zipfeln ausläuft (T. IX, F. 8).

Die Segmente der vorderen Körperstrecke sind viermal so breit als lang, die der hinteren so lang als breit; die vorderen 12 Segmente sind nach der Stellung der Borsten thoracal, auf der Rückenfläche ungefurcht. Das erste Segment ist etwas länger als die folgenden. Sein Kragen ist auf der Rückenfläche in zwei verlängerte median zusammenstossende Lappen ausgezogen, seitlich tief ausgerandet und auf der Ventralfläche zu zwei fast halbkreisförmig abgerundeten Lappen, die median zusammenstossen, erweitert (T. IX, F. 8). Das Segment trägt jederseits an der Hinterecke der Rückenfläche ein Bündel von einfachen Borsten, die in der Basis der zugespitzten Endstrecke jederseits breit gesäumt sind, etwas in der Form von den dorsalen Borsten der folgenden Segmente abweichend.

Die folgenden thoracalen Segmente haben rechteckige Bauchpolster, deren Breite etwa der halben Segmentbreite gleichkommt; eine tiefe Querfurche scheidet jedes Polster in zwei gleich grosse Hälften. Das dorsale Borstenbündel tritt unter einer Lippe des niedrigen Borstenhöckers hervor, es besteht aus 2—4 oberen gesäumten Capillarborsten und 8—10 kürzeren paleenförmigen; die zugespitzte Endstrecke der ersteren ist jederseits schmal gesäumt; an den paleenförmigen ist der breite, hohl gekrümmte, breit eiförmige Flügelsaum von einer

feinen Spitze überragt, mit der der Schaft der Borste ausläuft. Der Hakenwulst trägt eine Doppelreihe von je etwa 20 Borsten: aviculare mit kurzem Handgriff und glattem Scheitel und paleenförmige mit winklig abgebogener, breit flügelförmig gesäumter Endstrecke (T. IX, F. 9).

In der abdominalen Körperstrecke werden mit der Streckung der Segmente die Bauchpolster länger und verlieren die quere Theilung, bekommen dagegen die mediane Längsfurche. Die aus niederem Höcker austretenden geschlossenen Borstenbündel haben Borsten mit einer sehr langen fein ausgezogenen Endstrecke, an deren Basis, hart über dem Austritt aus der Körperwand, eine flügelförmige Erweiterung steht, die der Paleenform an den thoracalen Borsten entspricht (T. IX, F. 10). Im 26. Segment standen 7 solcher Borsten. Auf dem ovalen Hakenwulste steht nur eine Reihe von grossen avicularen Haken mit glattem Scheitel; ich zählte am 26. Segment bis zu 25; die Zahl der Borsten und Haken nimmt nach hinten hin ab.

Fundort: Summer (Neuseeland) 17. I. 97 (SCHAUINSLAND).

Von den aus Beschreibungen mir bekannten Arten der Gattung Potamilla kommt diese Art nach der geringen Zahl der basal gestellten Kiemenaugen der Potamilla oligophthalmos Gr. von Singapore[1]) und der Sabella paulina Gr. von St. Paul[2]) nahe; beide Arten sind pacifisch; andere Stellung und Bildung der Augen, Gestalt des Kragens und Zahl der thoracalen Segmente lassen eine Identificirung nicht zu. Sie alle stehen in einer Gruppe, in die auch die nordische Potamilla reniformis (Müll.) gehört.

Serpulidae.

Pomatocerus strigiceps Mörch.

MÖRCH Revisio critica Sepulidarum. (Naturh. Tidskr. 3. R. 1. Bd. 1863) p. 66.

(Taf. IX, Fig. 11—19).

Die Beschreibung, die MÖRCH von der Röhre und der Deckelscheibe des Pomatocerus strigiceps gegeben hat, passt so gut auf die mir vorliegenden, von SCHAUINSLAND bei French Pass (Neuseeland) gesammelten Thiere, dass ich auf sie den Namen in Anwendung bringe und eine Darstellung des bis dahin nicht beschriebenen Wurmes gebe.

Der lange und schlanke, fast drehrunde Wurm (T. IX, F. 12) ist in der vorderen Körperstrecke mit Einschluss der zusammengelegten Kieme am dicksten und verschmälert sich in der Abdominalregion gleichmässig bis zu dem etwa halb so breiten Afterende. Bei einem Thier, das mit der geschlossenen Kieme

1) GRUBE, Annulata Semperiana. 1878. p. 248.

2) GRUBE, Reise . . . . Novara. Zoolog. Th. Bd. 2. 1867. Anneliden. pg. 34.

24 mm lang war, betrug die grösste Breite 2 mm. Von dieser Länge kamen 4 mm auf die Kieme, ebensoviel auf das Abdomen, der Rest, 16 mm, auf das Abdomen, das danach viermal so lang als der Thorax ist. Es geht aus ihm ohne besonderen Absatz hervor. Der Thorax besteht aus 7, das Abdomen aus 90 borstentragenden Segmenten. — Die Grundfarbe des Körpers ist weisslich oder hell fleischfarben, davon sticht scharf die intensiv blau gefärbte Basis der Kieme und des Deckelstieles ab, und weniger stark braune viereckige Pigmentflecke auf der Ventralfläche der abdominalen Segmente mit Ausnahme der vorderen.

Von den 7 thoracalen Segmenten (T. IX, F. 13. 15) trägt das erste jederseits nur ein kleines dorsales Bündel von feinen gesäumten Capillarborsten (T. IX, F. 16), die folgenden sechs jederseits ein stärkeres Bündel grösserer gesäumter Capillarborsten (T. IX, F. 17) am oberen Rande eines breiten in ganzer Ausdehnung am hinteren Rande eine Reihe von Haken tragenden Wulstes; die Haken stimmen mit denen der abdominalen Segmente in der Form überein. Von den Haken tragenden Wülsten sind die drei vorderen auf der Ventralfläche durch je ein in der Medianlinie durch eine Längsfurche getheiltes Bauchpolster von einander derartig getrennt, dass, wie diese Polster nach hinten an Breite abnehmen, sie ein mit der Spitze nach hinten gerichtetes dreieckiges Feld einnehmen (T. IX, F. 15). — Die drei hinteren Hakenwülste sind nur durch eine Längsfurche auf der Ventralfläche von einander getrennt. Wie so die hinteren Hakenwülste stärker ventralwärts verschoben werden als die vorderen, zugleich aber auch an Höhe abnehmen, ist die thoracale Rückenfläche im hinteren Theile weniger als im vorderen von diesen Wülsten bedeckt. Die oberen Ränder der Wülste und damit die Austrittstellen der dorsalen Borstenbündel fallen auf eine Linie, die jederseits am Thorax schräg von vorn nach hinten ventralwärts verläuft. — Auf dieser Linie erhebt sich jederseits die Thoracalmembran (T. IX, F. 13), ein dünnes durchscheinendes Blatt, das über die Spitzen der auf ihr liegenden dorsalen Borstenbündel mit freiem Rand vorragt und nach vorn und dorsalwärts aufsteigend hier mit einer Falte in die hohe Kragenmembran übergeht. Diese Membran umgreift den ventralen Umfang der Kieme und ragt mit ihrem freien Rande, wenn die Kieme zusammengelegt ist, nicht ganz bis auf die Höhe von deren erstem Drittel. Dieser freie Rand ist in feine spitze Zähnchen zerschlitzt, mit denen sich die Membran in die Zwischenräume der Kiemenstrahlen einfügt, denen sie anliegt; eine ähnliche Zähnelung des Randes zeigt auch die Uebergangstrecke von der Mantel- zur Kragenmembran.

Die Kieme besteht aus den beiden Hälften, von denen jede für sich ventralwärts spiralig mit dem Kiemenblatte eingerollt ist, von dessen Rande die Kiemenstrahlen entspringen, in ihrem hinteren Drittel membranös verbunden. In einem Falle zählte ich in der linken Kieme 27 Strahlen und den Deckelapparat, in der rechten Kieme 32 Strahlen. Diese Zahlen scheinen aber nicht unerheblich zu variiren. Die Kiemenstrahlen sind in ihrer basalen Strecke, wie man an der ausgebreiteten Kieme sieht, auf dem inneren Umfang bräunlich pigmentirt, unter einander an Länge kaum verschieden, mit zwei Reihen von Kiemenfäden

besetzt, die bis zur Spitze des Strahles sich erstrecken, dabei an Grösse abnehmen, während ihre grösste Länge in der basalen und mittleren Strecke etwa das Dreifache der Breite des Kiemenstrahles einnimmt. Kiemenfäden mit nackter Endstrecke oder auffallend verkürzte, die ich gesehen habe, möchte ich für verstümmelte und in Regeneration begriffene ansehen.

Der Deckelapparat (T. IX, F. 13) besteht aus einem breiten abgeplatteten, an der dorsalen Ecke des linken Kiemenblattes frei entspringenden Stiele, der so lang ist, dass die an seinem Ende schräg aufgesetzte Deckelplatte das obere Ende der in Ruhelage befindlichen Kieme deckt. Vor der Anheftung der Deckelplatte erweitert sich der Deckelstiel jederseits flügelartig zu einem spitz dreieckigen Zipfel. Die kalkige ovale Deckelplatte hat einen sehr ungleichartig geschichteten Rand, dessen Aussehen die Vorstellung erweckt, als ob ein schichtweises Abstossen und Ergänzen ihrer Oberflächenschicht erfolge. Die freie Fläche ist oft tief blau violett gefärbt; auf ihr stehen zwei kleine Höcker in sehr wechselnder Anordnung, bisweilen auf einer gemeinsamen fast centralen buckelartigen Erhebung nahe zusammen (T. IX, F. 14), in anderen Fällen weit von einander getrennt, dem Rande genähert. — Die von Mörch gegebene Beschreibung geht wohl von der abgelösten Deckelscheibe aus und zieht deren Unterfläche in Betracht.

Am Abdomen ist die Anfangsstrecke wenig deutlich gegliedert, Borsten und Haken auf ihr geringer entwickelt als weiterhin; die ersten Segmente sind etwa zweimal, die folgenden etwa viermal breiter als lang. Die dorsalen Hakenreihen stehen tief am seitlichen Umfange der Segmente und sind kurz; die Haken sind dünne auf der Schneide mit einer Zahnreihe besetzte Blätter, deren basale Ecke in zwei flügelartige Spitzen ausgezogen erscheint (T. IX, F. 19).

Die einfachen ventralen Capillarborsten, nur wenig in einem Bündel, sind auf dem erweiterten schräg abgestutzten Ende fein feilkerbig mit einer fadenförmig ausgezogenen Ecke (T. IX, F. 18).

Das Afterende zeigte eine Einziehung, die zwischen die drei letzten, sehr verkürzten Segmente eingriff und sich in der Längsfurche fortsetzte, die die Ventralfläche des Abdomens halbirt; besondere Analbildungen habe ich nicht gesehen.

Die derben kalkigen Röhren (T. IX, F. 11) bilden flach aufliegende unregelmässig zusammengewachsene Massen; sie sind aussen weiss, im Innern dunkelviolett; die einzelne Röhre ist dreikantig, der aufliegenden Fläche steht eine Firste gegenüber, die sich über die Seitenwände erhebt und auf der Höhe oft längsgefurcht ist; die Seitenwände sind durch niedrige winklig gebogene Anwachsstreifen schwach quer gerippt; an der Basis der Firste zeigt sie oft eine Reihe feiner Oeffnungen, die den Anwachsstreifen entsprechen. An Bruchflächen haben die Verbindungsmassen der einzelnen Röhren unregelmässige Kammerungen.

Mörch hat das von Chenu [1]) als Serpula punctata abgebildete Conglomerat

1) Chenu, Illustrations conchyliologiques. s. a. T. I. Pl. 9. Fig. 4.

von Serpuliden-Röhren als „simillima“ bezeichnet, den Artnamen punctata aber nicht aufgenommen. Ich bin ihm darin gefolgt; so gut auch die von Chenu gegebene Abbildung zu den Röhren des Pomatocerus strigiceps stimmt, so ist damit die Identität der Serpuliden, welche die als Serpula punctata bezeichneten Röhren erbaut haben, mit dem Pomatocerus strigiceps M. nicht erwiesen. Eine sichere Artbestimmung der Serpuliden allein nach den Röhren ist bei deren Variabilität wohl kaum zu machen.

Fundort: French Pass, Neuseeland (Schauinsland).

Galeolaria rosea (Qtfgs.)

Vermilia rosea Quatrefages Histoire des annelés. T. II. Pt. 2. 1865. p. 532. Pl. 20. Fig. 10. 11.
W. A. Haswell The marine Annelides of the order Serpulea. Proceed. Linn. Soc. New South Wales. Vol. IX. Sydney 1885. p. 667.

Diese Art ist durch die Beschreibung, die Quatrefages von ihr gegeben hat und besonders durch die Abbildung des Deckels vollständig gekennzeichnet.

Nach dessen Bildung stelle ich sie, im Anschluss an die Auffassung, die Mörch von dieser Gattung gegeben hat, in die Gattung Galeolaria.

Fundort: French Pass, Neuseeland (Schauinsland). Port Jackson (Haswell).

Hydroides (Eucarphus) cumingi Mörch.

Mörch Revisio critica Serpulidarum. (Naturh. Tidskr. 3. R. 1. B. 1863). p. 33.

Die Benennung dieser Art stützt sich darauf, dass die Beschreibung, die Mörch von deren Deckel und Röhre gegeben hat, gut auf die vorliegenden Stücke passt. Die Thiere selbst waren bis dahin unbeschrieben.

Die völlig farblosen Thiere sind erheblich kürzer als die Röhren, in denen sie sitzen. Die Länge eines Thieres von der Vorderfläche des Deckels bis zum After betrug 32 mm, davon kamen 6 mm auf die Kieme mit Deckel, 4 mm auf den Thorax und 22 mm auf das Abdomen; der Thorax war vorn 3,5 mm breit, das Abdomen vorn 2,5 mm, in der Analstrecke nicht ganz 1 mm breit; es hatte 7 thoracale und etwa 110 abdominale Segmente, von denen die vorderen deutlich von einander gesondert, etwa fünfmal breiter als lang waren, die hinteren sehr kurz, 15—20 mal breiter als lang, so dass die Segmentfurchen als feine Ringe dicht aneinander geschoben waren. Die Abplattung des Körpers ist nur gering.

Die Kieme trägt in jeder Hälfte auf einem hohen, schwach spiralig eingerollten Basalblatte 16 Kiemenstrahlen, an der dorsalen Ecke rechts einen völlig ausgebildeten, links einen unvollkommenen Deckel. Die Kiemenstrahlen sind wenig an Länge verschieden, der einzelne Strahl läuft mit kurzer nackter Endstrecke aus und trägt hinter dieser die zweizeilig dicht aneinander gestellten Kiemenfäden, die wenig länger als die Breite des Strahles sind. Der ausgebildete Deckelapparat ist 6 mm lang, wovon 2,5 mm auf den eigentlichen Deckel kommen; der Deckelstiel ist drehrund, biegsam; durch weissere Färbung ausgezeichnet, setzt sich vorn von ihm mit gleichmässigem Stielanfang der weiche

Deckel ab, der kegelförmig sich ausweitet; seine vordere Basalfläche ist von einem feinen, gezähnelten Saum umgeben; aus ihrer Mitte erhebt sich, meist von dunkelfarbigem Detritus bedeckt, ein radiär ausgebreiteter Kranz von 16 hornbraunen platten gleichbreiten Stäben, deren parallele Ränder glatt sind, und die am freien grad abgestutzten Ende jederseits eine zahnartig erweiterte Ecke haben. Bei einem Wurme haftete auf diesem Deckel eine kleine Actinie. — An der dorsalen Ecke der linken Kieme steht der etwa 1 mm lange rudimentäre Deckel, ein drehrunder Stiel, der über einem längeren Wurzelgliede zwei Endglieder trägt, von denen das letzte kugelig knopfförmig ist.

Am Thorax stehen die Borsten der vorderen Segmente hoch auf der Rückenfläche, rücken auf den hinteren weit ventralwärts, dem folgt die Anheftung der pallialen Thoracalmembran, die wenig über die Spitzen der Borstenbündel hinausragt; die collare Thoracalmembran ist niedrig, auf der ventralen Fläche ungetheilt, auf der dorsalen klaffend. — Die ventrale Fläche der beiden ersten Segmente ist entsprechend der hohen Stellung der Borsten breit, im Gegensatz zu der der fünf folgenden Segmente ungetheilt; diese, nach hinten verschmälert, ist durch tiefe Segmentfurchen gegliedert und durch eine mediane Längsfurche so getheilt, dass ihre Seitentheile polsterartig vortreten. Das hoch nach der Rückenfläche verschobene erste dorsale Borstenbündel tritt aus einem ansehnlichen Borstenhöcker aus und ragt weit vor; seine Borsten sind theils einfache ungesäumte helle, fein quer schraffirte Capillarborsten, theils doppelt so dicke, bräunlich gefärbte einfache Borsten, bei denen am Anfangstheile der abgesetzten spitz auslaufenden Endstrecke zwei starke zahnartige Dornen stehen. Solche Borsten, wie ich [1]) sie für Eupomatus uncinatus (Ph.), Claparède [2]) für Serpula crater abgebildet hat, sind wohl, neben der Bildung des Deckels, als ein Kennzeichen der Gattung Hydroides anzusehen. — An den folgenden thoracalen Segmenten bestehen die gleichfalls stark vortretenden dorsalen Borstenbündel aus gelblichen Capillarborsten, deren spitz auslaufende Endstrecke nicht oder nur ganz schwach gesäumt ist.

Unmittelbar unter dem Borstenbündel steht dicht vor der hinteren Segmentfurche ein hakentragender Wulst, der an den vorderen dieser Segmente grösser als an den hinteren ist, in Uebereinstimmung damit, dass er nirgends auf die ventrale Fläche hinübergreift, mit dem ventralwärts verschobenen dorsalen Borstenbündel an Höhe abnimmt. Die in einfacher Reihe stehenden Haken sind kurze Platten mit starkem einfachen Basalhöcker und einer zu fünf einfachen Zähnen eingeschnittenen Schneide.

An den abdominalen Segmenten stehen gleichgestaltete etwas kleinere Haken auf stark vorspringenden Wülsten am Seitenumfange, die der vorderen Segmente sind erheblich kürzer als die der hinteren, die dorsal- und ventralwärts ausgedehnter sind. Frei vorspringende Borsten habe ich an keinem dieser Segmente

---

1) Florida-Anneliden. Taf. 58, Fig. 9.

2) Claparède, Annélides du golfe de Naples. Supplem. 1870. p. 161. Taf. XIII, F. 2A.

gesehen, dagegen steht ventralwärts vom Hakenwulste unmittelbar neben ihm ein nicht vorragender Fächer von Nadeln, deren meisselartig erweitertes Ende schräg abgestutzt ist ohne besondere Verlängerung der Ecken.

Die kalkig weissen nicht sehr dickwandigen Röhren sind der Länge nach zusammengewachsen, drehrund, wenig gewunden, mit dicht stehenden ringförmigen Anwachsstreifen und einfacher Mündung.

Fundort: Oahu, Port Harbour (SCHAUINSLAND). Philippinen, Neuseeland (MÖRCH).

Filigrana sp.

In der von Herrn SUTER erhaltenen Sammlung befand sich eine kleine Anhäufung von leicht zerbrechlichen weissen Serpuliden-Röhren vom Habitus der Filigrana. Eine Artbestimmung war nicht zu machen, da alle Röhren leer waren.

Fundort: Foveaux Str. Auf Austerschalen.

Spirorbis sp.

Das Vorkommen von Spirorbis im neuseeländischen Gebiet ist bekannt, seit DIEFFENBACH[1]) eine Spirorbis zelandica beschrieb. Eine Feststellung der dort vorkommenden Arten, ihrer Beziehung zu anderen und ihrer geographischen Verbreitung ist noch zu machen. Auf einer durch Herrn SCHAUINSLAND von French Passage mitgebrachten Muschelschale waren zahlreiche von einer Spongie überwucherte Spirorbis-Röhren angesiedelt, leider alle leer. So ist eine Artbezeichnung ausgeschlossen, so nahe es lag, auf einige von ihnen, deren Röhren Längsleisten zeigten, die Benennung Spirorbis zelandica Dieff. zu verwenden.

1) ERNEST DIEFFENBACH, Travels in New Zealand. Vol. II. London 1843. p. 295.

Tafelerklärung.

Tafel I.

Fig. 1—6. Lepidonotus polychroma Schm.

Fig. 1. Ganzes Thier vom Rücken. Natürliche Grösse.
Fig. 2. Vorderende desselben. Vergr. 3.
Fig. 3. Kopflappen mit den Anhängen, Fühlercirren des ersten von oben nicht sichtbaren Segmentes. Vergr. 10.
Fig. 4. Abgelöstes Elytron, Rückenfläche. Vergr. 9.
Fig. 5. Mittlerer Theil davon. Vergr. 30.
Fig. 6. Borste des ventralen Bündels. Vergr. 250.

Fig. 7—9. Polynoe (L) macrolepidota Schm.

Fig. 7. Ruder; die dorsalen Borsten zum Theil mit braunem Filz bedeckt. Vergr. 20.
Fig. 8. Elytron, Rückenfläche. Vergr. 9.
Fig. 9. Dorsale und ventrale Borsten. Vergr. 220.

Fig. 10—12. Sthenelais semitecta n. sp.

Fig. 10. Vordere Körperstrecke, mit ausgestülptem Rüssel. Die ersten Elytren fehlen. Vergr. 5,5.
Fig. 11. Kopflappen und Buccalsegment in Profilstellung. Vergr. 38.
Fig. 12. Ruder des Buccalsegmentes, abgelöst. Vergr. 38.

Tafel II.

Fig. 1—4. Sthenelais semitecta n. sp.

Fig. 1. Zweites Ruder. Vergr. 38.
Fig. 2. Fünftes Ruder. Vergr. 38.
Fig. 3. Sechstes Ruder. Vergr. 38.
Fig. 4. Siebenundfünfzigstes Ruder. Vergr. 38.

Fig. 5—7. Carobia ochracea n. sp.

Fig. 5. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 18.
Fig. 6. Ruder. Vergr. 40.
Fig. 7. Borsten; Ansicht von der Fläche und von der Schneide. Vergr. 780.

Fig. 8. 9. Carobia microphylla (Schm.).

Fig. 8. Ruder. Vergr. 33.
Fig. 9. Borste. Vergr. 660.

Fig. 10—12. Pterocirrus brevicornis n. sp.

Fig. 10. Vordere Körperstrecke; schräg aufwärts gewendet. Vergr. 9.
Fig. 11. Dreissigstes Ruder. Vergr. 18.
Fig. 12. Borste. Vergr. 930.

Fig. 13. Pterocirrus ceylonicus Mich.

Fig. 13. Ruder. Vergr. 23.

Tafel III.

Fig. 1—4. Syllis closterobranchia Schm.

Fig. 1. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 42.
Fig. 2. Ruder von der Ventralfläche gesehen. Vergr. 80.
Fig. 3. Borsten aus den vorderen Rudern, *a* obere, *b* untere. Vergr. 700.
Fig. 4. Borste aus den hinteren Rudern. Vergr. 700.

Fig. 5—9. Eurymedusa picta Kbg.

Fig. 5. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 24.
Fig. 6. Dieselbe, Bauchfläche. Vergr. 24.
Fig. 7. Ruder. Vergr. 45.
Fig. 8. Borste. Vergr. 750.
Fig. 9. Zahnwulst aus der Rüsselröhre. Vergr. 45.

Fig. 10—15. Nereis ruficeps n. sp.

Fig. 10. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 9.
Fig. 11. Hintere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 9.
Fig. 12. Achtes
Fig. 13. Sechsunddreissigstes } Ruder. Vergr. 45.
Fig. 14. Siebenundsechzigstes
Fig. 15. Borsten: a) aus den vorderen, b) aus den hinteren Rudern. Vergr. 666.

Fig. 16—20. Nereis australis (Schm.). Atoke Form.

Fig. 16. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 13.
Fig. 17. Hintere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 13.

Fig. 18. Neuntes
Fig. 19. Einundsechzigstes } Ruder. Vergr. 45.
Fig. 20. Neunzigstes

Tafel IV.

Fig. 1—2. Nereis australis (Schm.).

Fig. 1. a. b. Borsten aus einem vorderen Ruder. Vergr. 740.
Fig. 2. Borste aus einem hinteren Ruder. Vergr. 740.

Fig. 3—7. Nereis cricognatha n. sp.

Fig. 3. Vorderansicht des ausgestülpten Rüssels. Vergr. 16.
Fig. 4. Rückenfläche des oralen Rüsselringes. Vergr. 16.
Fig. 5. Borste. Vergr. 1020.
Fig. 6. Drittes Ruder. Vergr. 26.
Fig. 7. Neunzehntes Ruder. Vergr. 26.

Fig. 8—12. Marphysa corallina (Kbg.).

Fig. 8. Sechstes
Fig. 9. Vierzehntes } Ruder. Vergr. 50.
Fig. 10. Einhundertundsechstes
Fig. 11. Oberkiefer. Vergr. 52.
Fig. 12. Unterkiefer; der Vorderrand der Schneideplatten beschädigt. Vergr. 52.

Fig. 13—20. Lumbriconereis brevicirra (Schm.).

Fig. 13. Vordere Körperstrecke, Bauchfläche. Vergr. 15.
Fig. 14. Vordere Körperstrecke. Rückenfläche. Vergr. 15.
Fig. 15. Erstes
Fig. 16. Fünftes
Fig. 17. Achtunddreissigstes } Ruder. Vergr. 25.
Fig. 18. Einhundertsechsunddreissigstes
Fig. 19. Borsten aus dem 5. Ruder. Vergr. 415.
Fig. 20. Borsten aus dem 136. Ruder. Vergr. 415.

Tafel V.

Fig. 1. 2. Lumbriconereis brevicirra (Schm.).

Fig. 1. Oberkiefer. Vergr. 33.
Fig. 2. Unterkiefer. Vergr. 33.

Fig. 3—11. Lumbriconereis sphaerocephala (Schm.).

Fig. 3. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 18.
Fig. 4. Vordere Körperstrecke; Bauchfläche. Vergr. 18.

Fig. 5. Viertes
Fig. 6. Sechzigstes } Ruder. Vergr. 80.
Fig. 7. Einfache Borste aus dem 4. Ruder. Vergr. 375.
Fig. 8. Zusammengesetzte Hakenborste aus dem 4. Ruder. Vergr. 375.
Fig. 9a. Einfache Hakenborste aus dem 60. Ruder; Fig. 9b. eine gleiche Borste mit gesplittertem Deckblatte. Vergr. 375.
Fig. 10. Oberkiefer. Vergr. 20.
Fig. 11. Unterkiefer. Vergr. 20.

Fig. 12—17. Goniada dorsalis n. sp.

Fig. 12. Vordere Körperstrecke mit zum Theil ausgestrecktem Rüssel, Seitenlage. Aus Canadabalsam. Vergr. 90.
Fig. 13. Rüsselpapillen: a) dorsale, b) ventrale. Vergr. 450.
Fig. 14. Siebzehntes
Fig. 15. Sechsundachtzigstes } Ruder. Vergr. 200.
Fig. 16. Borste des ventralen Astes. Vergr. 740.
Fig. 17. Nadel des dorsalen Astes der hinteren Ruder. Vergr. 740.

Fig. 18—21. Spio aequalis n. sp.

Fig. 18. Ganzes Thier, Hinterende fehlt. Vergr. 2.
Fig. 19. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 10.
Fig. 20. Vordere Körperstrecke, Bauchfläche. Vergr. 10.
Fig. 21. Afterende, Rückenfläche. Vergr. 10.

Tafel VI.

Fig. 1—4. Spio aequalis n. sp.

Fig. 1. Vordere Strecke in Seitenlage. Vergr. 10.
Fig. 2. Sechstes
Fig. 3. Achtundzwanzigstes } Ruder. Vergr. 16.
Fig. 4. Borsten des ventralen Astes aus dem 98. Ruder; a) Hakenborste in Seitenlage; b) in Schrägstellung. Vergr. 300.

Fig. 5—15. Polydora monilaris n. sp.

Fig. 5. Ganzes Thier. Rückenfläche. Vergr. 30.
Fig. 6. Dessen Vorderstrecke. Vergr. 100.
Fig. 7. Buccales und erstes Segment; Bauchfläche. Vergr. 100.
Fig. 8. Hintere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 100.
Fig. 9. Ganzes Thier mit Tentakeln; Seitenlage. Vergr. 30.
Fig. 10. Dessen Vorderstrecke. Vergr. 100.
Fig. 11. Dessen Endstrecke. Vergr. 100.
Fig. 12. Epitokes männliches Thier, Seitenlage. Vergr. 30.

Fig. 13. Wurm mit regenerirter Vorderstrecke. Vergr. 30.
Fig. 14. Hakenborsten aus dem 5. Segment: a) in Profilstellung, b) Ansicht der beiden Zinken. Vergr. 660.
Fig. 15. Hakenborste aus den hinteren Segmenten. Vergr. 660.

Fig. 16—20. Scoloplos cylindrifer n. sp.

Fig. 16. Vordere Körperstrecke, Ventralfläche. Vergr. 22,5.
Fig. 17. Dieselbe, Rückenfläche. Vergr. 22,5.
Fig. 18. Hintere Körperstrecke; Seitenlage. Vergr. 22,5.
Fig. 19. Kieme, Ruder und Mündung des Segmentalorgans vom 32. Segment. Vergr. 23.
Fig. 20. Einzelne Kieme. Vergr. 30.

Tafel VII.

Fig. 1—5. Flabelligera lingulata n. sp.

Fig. 1. Ganzes Thier. Vergr. 2.
Fig. 2. Vorderes Körperende in Seitenlage. Vergr. 5,5.
Fig. 3. Kopfende von vorn. Vergr. 5,5.
Fig. 4. Hakenborste. Vergr. 72.
Fig. 5. Haken, stärker vergrössert. Vergr. 130.

Fig. 6—10. Flabelligera semiannulata n. sp.

Fig. 6. Ganzes Thier. Vergr. 2.
Fig. 7. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 5,5.
Fig. 8. Vordere Körperstrecke, Bauchfläche. Vergr. 5,5.
Fig. 9. Hakenborste. Vergr. 72.
Fig. 10. Haken, stärker vergrössert. Vergr. 130.

Fig. 11—15. Oncoscolex dicranochaetus Schm.

Fig. 11. Ganzes Thier in Seitenlänge. Vergr. 12.
Fig. 12. Vordere Körperstrecke; Rückenfläche. Vergr. 7,5.
Fig. 13. Afterende. Vergr. 12.
Fig. 14. Dorsaler und ventraler Borstenhöcker. Vergr. 35.
Fig. 15. Gabelborste. Vergr. 670.

Fig. 16—19. Clymenella insecta n. sp.

Fig. 16. Vordere Körperstrecke, in Seitenlage. Vergr. 2.
Fig. 17. Kopfende, in Schrägstellung. Vergr. 6.
Fig. 18. Hintere Körperstrecke. Vergr. 2.
Fig. 19. Präanale Segmente. Vergr. 4.

Tafel VIII.

Fig. 1—5. Clymenella insecta n. sp.

Fig. 1. Glatte, dicke
Fig. 2. Doppeltfiedrige feinere } dorsale Borste. Vergr. 335.
Fig. 3. Ventrale Hakenborste, Seitenlage. Vergr. 335.
Fig. 4. Ventrale Hakenborste, Scheitelansicht. Vergr. 335.
Fig. 5. Nadel der vorderen Segmente — die abgebrochene Spitze ist im Contour angegeben. Vergr. 335.

Fig. 6—12. Pectinaria (Lagis) australis n. sp.

Fig. 6. Vordere Körperstrecke, Seitenlage. Vergr. 11.
Fig. 7. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 11.
Fig. 8. Vordere Körperstrecke, Bauchfläche. Vergr. 11.
Fig. 9. Hintere Körperfläche mit niedergelegter Scapha. Ventralfläche. Vergr. 11.
Fig. 10. Grössere Haarborste; a) Vergr. 133, b) Vergr. 466.
Fig. 11. Kleinere Haarborste; a) Vergr. 133, b) Vergr. 466.
Fig. 12. Haken: a) in Seitenlage, Vergr. 750; b) Ansicht der Schneide, Vergr. 1220.

Fig. 13—18. Lepraea haplochaeta n. sp.

Fig. 13. Vordere Körperstrecke; Bauchfläche. Vergr. 5.
Fig. 14. Vordere Körperstrecke; Seitenlage. Vergr. 11.
Fig. 15. Borstenhöcker mit beiden Haarborsten. Vergr. 100.
Fig. 16. Haarborste mit gesägter Endstrecke, Vergr. 200.
Fig. 17. Haken: a) Seitenlage; b) Schrägstellung. Vergr. 760.
Fig. 18. Dritte Kieme eines jungen Thieres. Vergr. 40.

Tafel IX.

Fig. 1—6. Branchiomma suspiciens n. sp.

Fig. 1. Vordere Körperstrecke, Bauchfläche. Vergr. 3,5.
Fig. 2. Vordere Körperstrecke, Rückenfläche. Vergr. 7.
Fig. 3. Thoracaler Borstenhöcker. Vergr. 30.
Fig. 4. Abdominaler Borstenhöcker. Vergr. 30.
Fig. 5. Thoracale Borsten; a) obere, b) untere. Vergr. 260.
Fig. 6. Thoracaler Haken und Gleitnadel nach Kali-Behandlung. Vergr. 280.

Fig. 7—10. Potamilla laciniosa n. sp.

Fig. 7. Vordere Körperstrecke, in Schrägstellung. Vergr. 8.
Fig. 8. Vordere Körperstrecke, Bauchfläche — Kiemen auseinander gebogen, damit deren Basalblatt und die Zipfel der Buccalmembran freigelegt. Vergr. 13.

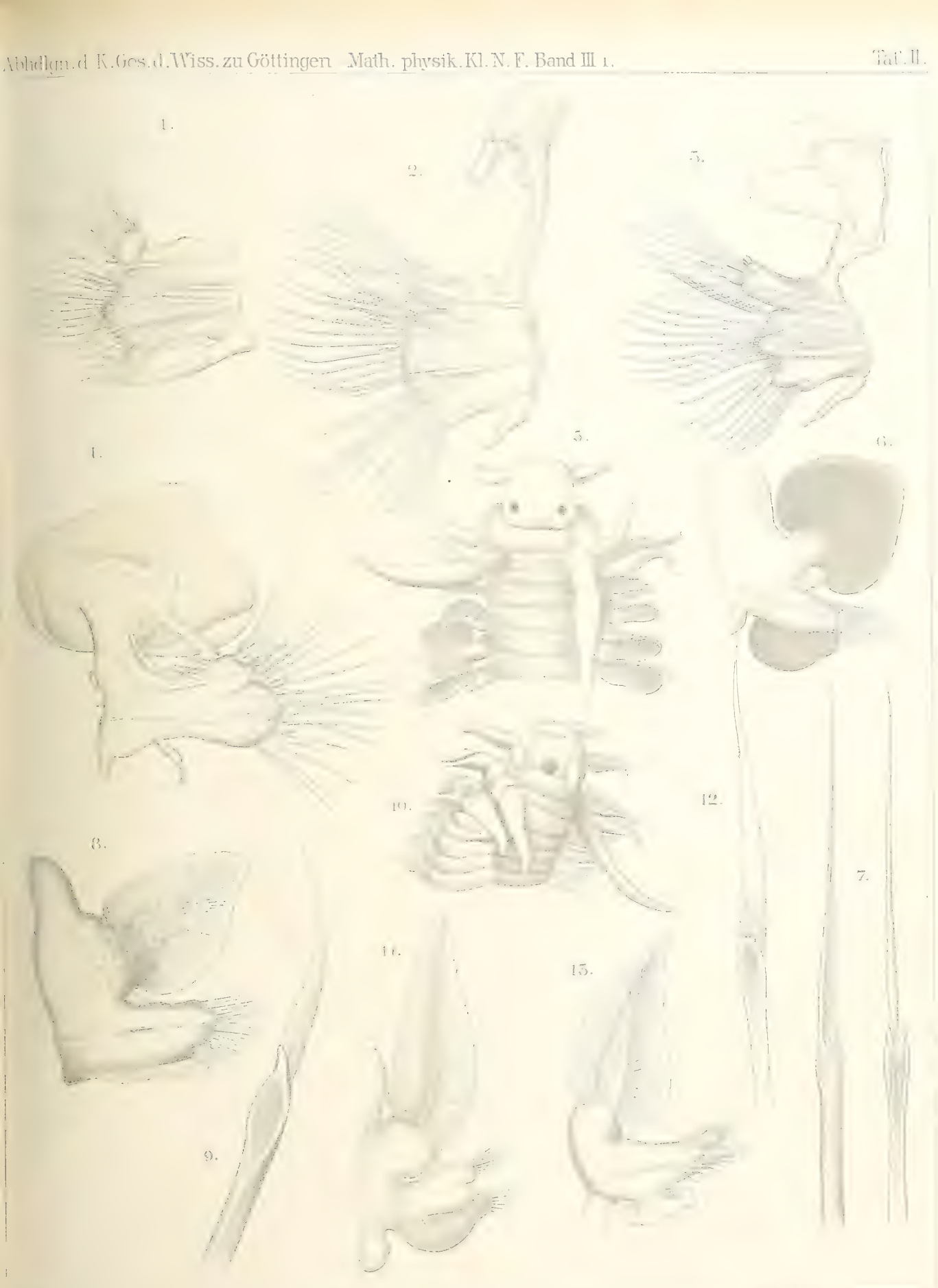
Fig. 9. Fünftes thoracales Ruder; nur die paleenartigen Borsten sind vorhanden. Vergr. 300.
Fig. 10. Sechsundzwanzigstes Borstenbündel. Vergr. 300.

Fig. 11—19. Pomatoceros strigiceps Mörch.

Fig. 11. Gruppe von Röhren mit vorgestreckten Kiemen. Vergr. 1,5.
Fig. 12. Ganzes Thier, Seitenlage. Vergr. 1,5.
Fig. 13. Vordere Körperstrecke, Seitenlage. Vergr. 8,5.
Fig. 14. Deckelscheibe, schräg von oben; Vergr. 8,5.
Fig. 15. Vordere Körperstrecke, Bauchfläche. Vergr. 8,5.
Fig. 16. Borste des ersten thoracalen Bündels, Vergr. 330.
Fig. 17. Borste des folgenden thoracalen Bündels. Vergr. 330.
Fig. 18. a) Abdominale Borste, Vergr. 130; b) deren gesägter Randtheil, Vergr. 400.
Fig. 19. Haken: a) Seitenlage; b) Schneide. Vergr. 600.

13 SEP. 1904

Weidmannsche Buchh. Berlin.

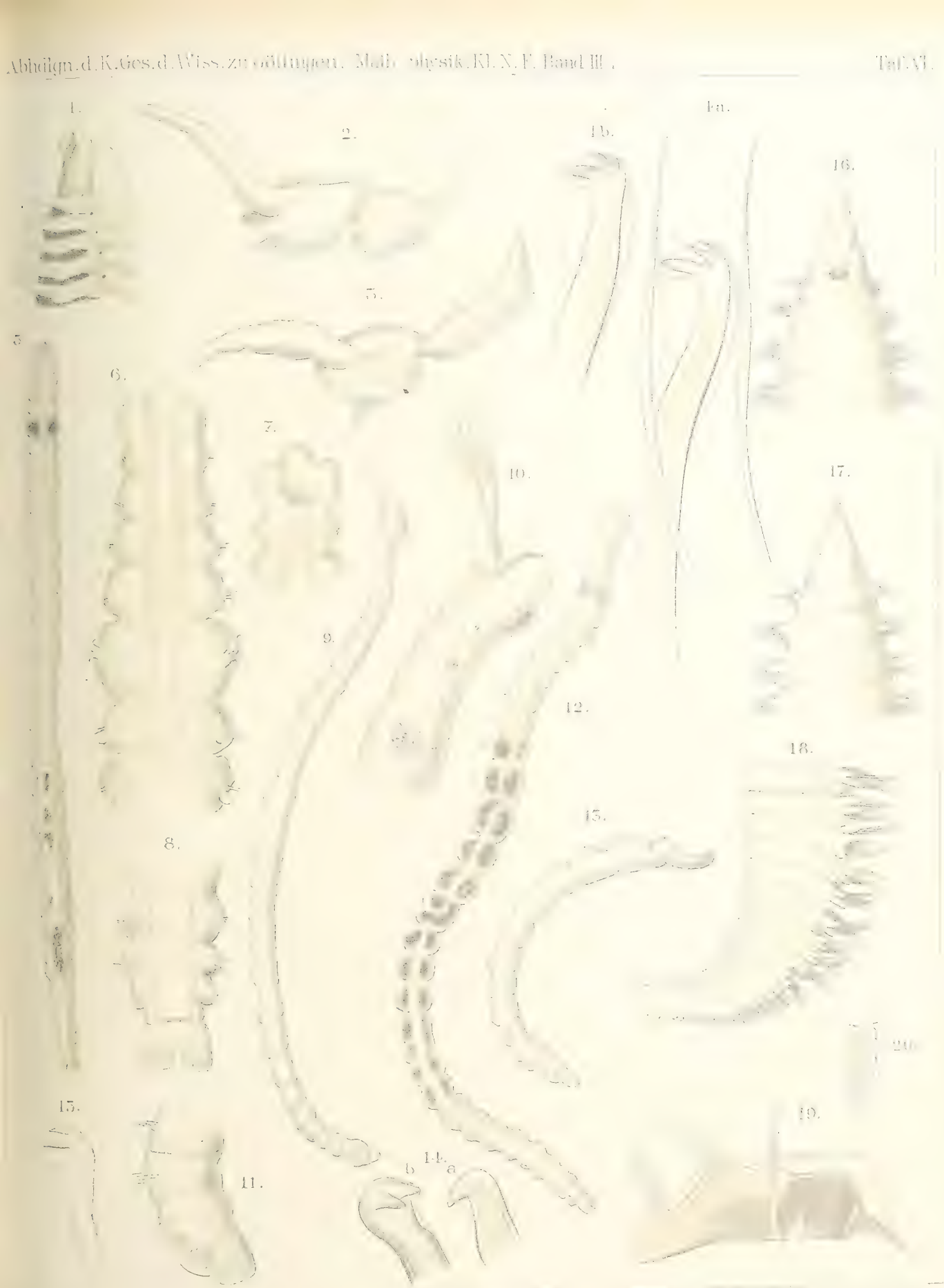


Weidmannsche Buchh. Berlin.

Weidmannsche Buchh. Berlin.

1.
a
b
2.
3.
5.
6.
4.
7.
11.
8.
9.
10.
13.
15.
16.
12
17.
14.
18.
20
19.

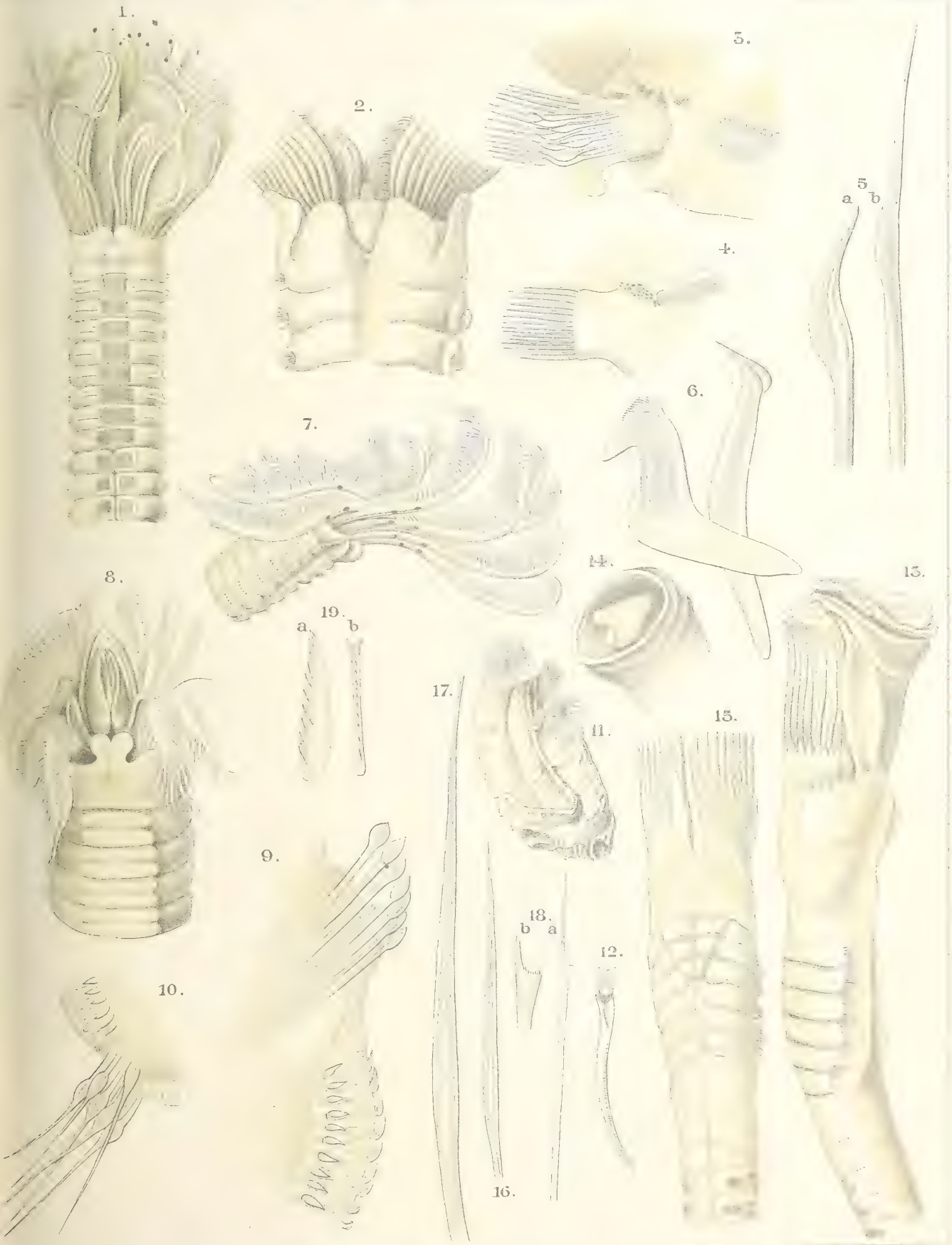
Weidmannsche Buchh. Berlin.



Lith. Anst. Julius Klinkhardt Leipzig

1.
2.
3.
5.
4.
8.
6.
7.
9.
19.
10.
12.
18.
11.
13.
16.
17.
14.
15.

1.
3.
4.
5.
18.
2.
a.
12
b.
6.
7.
8.
9.
13.
a. b.
17
11. b.
11. a.
14.
16.
15.
10. a.
10. b.


1.
2.
3.
4.
5
a
b
6.
7.
8.
19.
a
b
14.
13.
17.
11.
15.
9.
18.
b
a
12.
10.
16.

NATURAL HISTORY

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

PHILOLOG.-HIST. KL. NEUE FOLGE.

I. Band, No. 1. **Kehr, P.,** *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Band, No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Band, No. 3. **Bonwetsch, N.,** *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Band, No. 4. **Wellhausen, J.,** *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Band, No. 5. **Hultsch, Fr.,** *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Band, No. 6. **Meyer, Wilhelm,** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Band, No. 7. **Leo, Fr.,** *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Band, No. 8. *Asadi's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von Paul Horn. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Band, No. 1. **Wellmann, M.,** *Krateuas.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Band, No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben von **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Band, No. 3. **Schulten, Adolf,** *Die Lex Manciana,* eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Band, No. 4. **Kaibel, Georg,** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΑΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Band, No. 5. **Bechtel, Fr.,** *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen,* die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Band, No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Band, No. 7. **Schulten, Adolf,** *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Band, Nr. 8. **Roethe, Gustav,** *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Band, Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77. S.) 1899. 5. M.

III. Band, Nr. 2. **Marquardt, J.,** *Ērānšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Band, No. 3. **Achelis, H.,** *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Band, No. 1. **Tüselmann, Otto,** *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Band, No. 2. **Schulten, Adolf,** *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1. Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Band, No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.,** *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Band, No. 4. **Rahlfs, Alfred,** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Band, No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Band, No. 6. **Lüders, Heinrich,** *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Band, No. 1. **Roethe, Gustav.** *Brentanos ‚Ponce de Leon'*, eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Band, No. 2. **Wellhausen, J.,** *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R,** *Materialien zur Kenntnis des Apabhramśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm,** *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl,** *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit zwei Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563—1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pietro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1902. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 1903. 3 M. 60 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* Im Druck.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 60 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 60 Pf.

MATH.-PHYSIKAL. KL. NEUE FOLGE.

I. Band, No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897. 3 M.

Nachtrag dazu. 4 (S. 49—65 mit Tafel V—VII.) 1898. 1 M.

I. Band, No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. (172 S.) 1898. 7 M.

I. Band, No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung einiger Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Sehnen ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn und Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Planeten- Sternwarte nebst Verzeichniss der grösseren Instrumente. 4. (26 S.) 1898. 1 M.

I. Band, No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte zu Göttingen verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900. 4 M.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.,** *Theorie der astatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1903. 5 M.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba-Typus.* 4. (153 S.) 1902. 7 M.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der lten Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1902. 4 M.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Th ories of Heat.* 4. (67 S.) 1903. 3 M.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 2.

Ueber die

Untere Kreide Helgolands

und ihre Ammonitiden.

Von

A. von Koenen.

Hierzu 4 Tafeln.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1904.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 2.

Ueber die

Untere Kreide Helgolands

und ihre Ammonitiden.

Von

A. von Koenen.

Hierzu 4 Tafeln.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1904.

Ueber die Untere Kreide Helgolands und ihre Ammonitiden.

Von

A. von Koenen.

Hierzu 4 Tafeln.

Vorgelegt in der Sitzung am 5. März 1904.

Vorwort.

Nachdem schon von K. Wiebel, Volger, L. Meyn, Zimmermann und Lasard mehr oder minder umfangreiche Beschreibungen der geologischen Verhältnisse von Helgoland und der östlich bis nördlich davon verlaufenden Klippenzüge mitgetheilt worden waren, fasste Dames (Sitzungsberichte der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1893, II, S. 1019—1039) die Ergebnisse dieser Arbeiten zusammen, indem er sie kritisch würdigte und theils berichtigte, theils ergänzte.

Es ergab sich daraus, dass die Insel selbst aus Zechsteinletten und Unterem Buntsandstein besteht, Mittlerer und Oberer Buntsandstein den Boden des Nordhafens bilden, und das Wite Kliff die Schichten des Muschelkalk und vermuthlich der Lettenkohle enthält. Darüber folgen auf dem Grunde des „Skit Gatt“ röthlich-brauner Thon und dann grauer, schiefriger Thon (Töck) mit Schwefelkiesknollen und zahlreichen Petrefakten der unteren Kreide, ferner orangerothe oder gelbe, thonige Kalke mit Belemnites fusiformis und hellgelber, rostbraun geäderter Kalk mit Belemnites minimus, sowie endlich Klippen mit Oberer Kreide.

Auf Grund der 1892 erschienenen Arbeit von Pavlow et Lamplugh „Argiles de Speeton et leurs équivalents (Bull. de la Soc. Impér. des Naturalistes de Moscou 1891 No. 3, 4) und unter Berücksichtigung der Schichtenfolge nördlich des Harzes unterschied Dames in der Unteren Kreide, dem Hilsthon von Helgoland aber

1) Schichten mit Belemnites pistilliformis, Exogyra Couloni, Pecten crassitesta, Thracia Phillipsi;
2) Schichten mit Belemnites brunsvicensis und grossen Crioceras-Arten;
3) Schichten mit Belemnites fusiformis und Terebratula sella;
4) Schichten mit Belemnites minimus;
5) Schichten mit Schloenbachia cf. inflata und Teleostiern, graue Schieferthone mit ganz platt gedrückten Ammoniten, anstehend nicht bekannt.

Die Fossilien unterschied er in drei Gruppen, 1) in reinen Schwefelkies versteinert, der bisweilen die ganze Schale concretionär umgiebt, oder einzelnen Theilen anhaftet, meist kleinere Formen wie Olcostephanus Phillipsi, O. venustus, Crioceras subnodosum, C. fissicostatum, C. sexnodosum u. a. m.; 2) Unreine, Phosphorsäure etc. haltende Kalke mit Kammern von Crioceras (Katzenpfoten und Hummerschwänze der Helgoländer), Abdrücken von Ammoniten und Crioceren wie C. gigas und C. semicinctum; 3) die oben unter 5) aufgeführten Schieferthone. Er bemerkte aber mit Recht, dass die Schwefelkies-Erhaltung nicht auf eine einzige Zone beschränkt ist. Ich kann dazu des Weiteren bemerken, dass in den Phosphoritknollen selbst häufig Schwefelkies steckt, und dass verschiedene Arten sowohl in Phosphorit- als auch in Schwefelkies-Erhaltung vorliegen, in Letzterer freilich oft in kleinen Jugend-Exemplaren, wie dies ja überall und in den verschiedensten Formationen der Fall zu sein pflegt, da nur die Jugendwindungen verkiest sind, der Rest aber verdrückt wurde.

Gerade die ältesten bei Helgoland auftretenden Arten der unteren Kreide, wie Hoplites radiatus Brug. liegen aber nur in Phosphorit-Abdrücken vor, so dass „Schwefelkiespetrefakten" nicht gerade den tiefsten Lagen angehören.

Eine monographische Bearbeitung dieser Faunen hatte Dames sich vorbehalten und, wie er mir mittheilte, verschoben, bis meine Arbeit über die Ammoniten der norddeutschen Unteren Kreide erschienen wäre. Sein vorzeitiger Tod vereitelte die Ausführung dieser Absicht. Ich glaubte aber dann diese Bearbeitung übernehmen zu sollen, da mir viel besseres Vergleichsmaterial zur Verfügung steht als irgend einem Anderen, namentlich an Ammoniten aus der doch zunächst zu vergleichenden norddeutschen Neokom.

Auf meine bezügliche Bitte haben dann die Herren Andreae-Hildesheim, Bergeat-Clausthal, Branco-Berlin, Gottsche-Hamburg und Haas-Kiel sowie der Vorstand der Biologischen Station in Helgoland freundlichst das ganze in ihren Museen aufbewahrte Material an Ammonitiden von Helgoland mir zur Untersuchung zugeschickt, und einzelne Stücke fand ich auch in der Göttinger Sammlung. Ueber Erwarten reich war aber die Zahl der Arten und Exemplare besonders in den Sammlungen des Kgl. Museums für Naturkunde in Berlin und des Naturhistorischen Vereins zu Hamburg.

Leider befanden sich unter den Hunderten von Stücken, die ich untersuchen konnte, nur sehr wenige von denen, die A. Roemer von Helgoland in seinem Werke „Die Versteinerungen des norddeutschen Kreidegebirges" anführte.

Ich will aber hier bemerken, dass ich bei meinen Nachforschungen nach

Roemer'schen Originalen erfuhr, dass aus der in den Besitz der Technischen Hochschule in Hannover gelangten Jugler'schen Sammlung schon vor längeren Jahren alle besseren Stücke von einem ausländischen Händler als Doubletten (nach seiner Angabe) im Tauschwege entführt worden sind und sich mindestens theilweise jetzt im British Museum oder in Pariser Sammlungen vorfinden. Da aber Roemer nachweislich die Jugler'sche Sammlung vielfach benutzt hat, so ist es höchst wahrscheinlich, dass ein Theil seiner Originale in jene Museen gelangt ist. Leider habe ich selbst nicht an Ort und Stelle danach forschen können; es wäre dies aber äusserst wünschenswerth, da anscheinend von einer Anzahl von Arten, die Roemer beschrieb oder erwähnte, weitere Exemplare nicht aufgefunden worden sind, während bei anderen es sich nicht mit genügender Sicherheit feststellen lässt, welche Art gemeint war. Es liegt dies ja an den nach den heutigen Anforderungen vielfach recht ungenügenden Abbildungen und Beschreibungen, namentlich aber in den Fällen, wo nur die oft noch weniger befriedigenden Abbildungen von Phillips und anderer älterer Autoren citirt worden sind; öfters sind ja aber auch mehr oder minder verschiedene Arten unter ein und demselben Namen aufgeführt worden, und es ist dann oft schwer zu entscheiden, welcher von diesen Arten der Name verbleiben soll.

Mit diesen Schwierigkeiten haben, wie so viele andere Autoren, auch Neumayr et Uhlig sowie ich selbst zu kämpfen gehabt, sie sind aber jetzt, bei Untersuchung der Helgoländer Fauna in erhöhtem Maasse an mich herangetreten.

Hierzu kommt aber dann weiter der Erhaltungszustand der Ammoneen aus der Unteren Kreide Helgolands, welcher leider sehr viel zu wünschen lässt. Zunächst sind fast alle Exemplare, die ja am Strande aufgelesen wurden, mehr oder weniger abgerieben, und die Steinkerne der Ammoneen sind vielfach zerfallen, so dass nur die Ausfüllungen einzelner Kammern vorliegen, welche weder die Gestalt noch die Skulptur erkennen lassen und sich zu einer nähern Bestimmung daher wenig eignen. Die nicht zerfallenen sind aber grösstentheils entweder irgendwie verdrückt oder überrindet, besonders mit Schwefelkies, der sich nicht absprengen lässt, so dass die Skulptur nicht scharf, die Lobenlinie aber gar nicht zu erkennen ist.

Noch am besten erhalten sind einzelne kleine Ammoniten, aber es sind dies nur Jugendzustände grösserer Formen, und ihre Zugehörigkeit zu den Letzteren ist öfters recht zweifelhaft, zumal wenn von diesen nur abgeriebene, wenn auch gekammerte Steinkern-Bruchstücke vorliegen.

Von einzelnen Crioceras und Ancyloceras kenne ich nur Steinkerne der Wohnkammer, und diese zeigen zum Theil wenigstens die letzte Kammerwand, so dass deren Neigung sowie die Lage der Loben und Sättel, und die Theilung der letzteren zu erkennen ist.

Besonders misslich war endlich die Art-Bestimmung einer Reihe von Abdrücken, obwohl sie die Skulptur und den betreffenden Theil der Gestalt meistens sehr scharf bewahrt haben und die Herstellung von guten Thon-, Wachs- oder Gyps-Abgüssen gestatten; im günstigsten Falle enthalten sie nur etwa die Hälfte

der Oberfläche, aber keine Spur der Lobenlinie, und nicht wenige sind nur Abdrücke des Nabels von einer Seite, so dass die Dicke und Höhe der Röhre höchstens geschätzt werden kann, Gestalt und Skulptur des äusseren Theiles aber unbekannt bleiben.

Endlich sei erwähnt, dass zahlreiche Schwefelkies-Stücke, besonders solche des Berliner Museums, schon so weit in der Zersetzung fortgeschritten waren, dass sie nicht mehr auf die Dauer zu erhalten sein werden. Durch Zersetzung des Schwefelkies könnten aber auch die Originale Roemer's mindestens theilweise in Verlust gerathen sein.

Aus allem diesem ergiebt sich aber, dass die Bestimmung der meisten Arten keineswegs eine durchaus sichere sein konnte und oft nur durch direkten Vergleich mit besser erhaltenen Exemplaren von anderen Fundorten überhaupt durchgeführt werden konnte. Verschiedene Formen musste ich aber ganz unberücksichtigt lassen, da ihre Erhaltung nicht genügte um die Art hinreichend kenntlich zu machen, und eine Besprechung mehr eine Erörterung gewesen wäre, welchen Arten die einzelnen Stücke nicht angehören könnten.

Endlich habe ich auch noch verschiedene Exemplare nicht erwähnt, deren Erhaltung von der der übrigen recht bedeutend abweicht, und von denen ich glauben möchte, dass sie von ganz anderen Fundorten herrühren, eine Möglichkeit, mit der doch stark zu rechnen ist, wenn es sich um Stücke handelt, die aus Privat-Sammlungen, vielleicht aus der dritten oder vierten Hand, an ihre jetzigen Besitzer gelangt sind. Andere Stücke, wie ein stark abgerollter Arietites machten den Eindruck von Geschieben, die nicht zu der Helgoländer Fauna gehören.

Ausser dem Material, welches meiner Arbeit über die Ammonitiden des norddeutschen Neokom zu Grunde lag, habe ich jetzt noch eine Anzahl allerdings grösstentheils nur kleiner Ammoniten aus den oberen Hauterivien von Ahlum und Querum vergleichen können, welche Herr Bode inzwischen gesammelt hatte und mir gütigst zur Benutzung übersandte.

Es sei hier aber bemerkt, dass sich darunter ausser den im Folgenden behandelten Arten auch einige kleinere Stücke befinden, welche sich nahe an Simbirskites pseudobarboti Pavlow (Crét. inf. de la Russie S. 73 Taf. III, Fig. 1, Taf. VII, Fig. 1) anschliessen, und von Querum ein etwas grösseres Bruchstück eines weniger involuten Simbirskites, den ich demnächst als S. Bodei beschreiben werde.

Beschreibung der Ammonitiden.

Gattung Phylloceras Suess.

Phylloceras Emerici Raspail.

Ammonites Emerici Rasp. (D'Orbigny, Céphalop. Crét. S. 162 Taf. 51 F. 1—3).

Ein gekammerter Schwefelkieskern des Berliner Museums von 14 mm Durchmesser und 4,5 mm Nabelweite scheint mit d'Orbigny's Abbildung noch am besten übereinzustimmen. Die Röhre ist zuletzt 6,8 mm dick und 5,8 mm hoch und hat einen rundlichen Querschnitt mit geringer Abflachung der Seiten; von der vorhergehenden Windung ist reichlich die Hälfte verhüllt. Die letzte Windung trägt etwa 7 Einschnürungen, welche auf dem inneren Drittel der Röhre von der Naht an merklich vorwärts gerichtet sind und sich dann gerade oder ein klein wenig rückwärts biegen, indem sie zugleich flacher werden. Die ersten Einschnürungen sind wenig deutlich.

Die Kammerwände laufen ziemlich gerade bis zur Naht; der erste Lateral-lobus ist fast ebenso weit von der Externseite entfernt, wie vom Nabel, und ist wohl um die Hälfte tiefer, als der zweite, aber wenig tiefer als der Externlobus; dieser hat unter seiner Mitte einen stärkeren Seitenast. Die Lateralloben haben dicke Stämme, besonders der erste, und endigen unten in 3 stark divergirenden Aesten, welche sich ein wenig spalten. Alle Loben sind nur kurz gezackt. Der Externsattel ist etwas breiter als jeder der Lateralsättel und gleich diesen unsymmetrisch durch einen kurzen Nebenlobus gespalten, welcher bei ihm mehr auf der Innenseite liegt, bei dem ersten Laterallobus mehr auf der Aussenseite. Die Sättel sind sonst nur kurz gekerbt, und die ganze Lobenlinie ist noch wenig entwickelt.

Gattung Schloenbachia Neumayr.

? Schloenbachia n. f. ind. Neumayr et Uhlig.

Palaeontographica XXVII S. 142 Taf. 15 Fig. 4.

Ein Bruchstück von ca. einer Sechstel Windung im Hamburger Museum enthält den Anfang der Wohnkammer und die letzten 2 Kammern, lässt aber die Lobenlinie nur theilweise erkennen und ist am Nabelrande abgerieben; die Röhre ist gegen 11 mm dick und annähernd 20 mm hoch gewesen und ist in der Nähe der Nabelkante am dicksten. Von hier konvergiren die flach gewölbten Seitenflächen nach aussen immer stärker nach dem etwas abgerundeten Kiel, welcher noch Reste der Schale trägt, vielleicht aber scharf war, als diese ganz vorhanden war.

Auf der Nabelkante beginnen mit breiten, rundlichen Anschwellungen 4 flache Rippen, welche sich bald theilen in je 3 oder 4 niedrige, rundliche Rippen; diese biegen sich zur Externseite stärker nach vorn, indem sie etwas höher werden, und verschwinden nahe dem Kiel ganz, wo sie reichlich 2 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind.

Das Bruchstück unterscheidet sich also von der Abbildung von Neumayr et Uhlig, abgesehen von dem Kiel, dadurch, dass die Rippen zahlreicher und schmaler sind und sich weniger scharf zum Kiel vorbiegen. Ausserdem steigt die Kammerwand von aussen bis zum zweiten Lateralsattel recht stark an, und ein Auxiliarlobus liegt noch über der Nabelkante.

Gattung Desmoceras Zittel.

Desmoceras Hoyeri v. Koenen, Ammonitiden S. 60, Taf. 38, Fig. 5—7.

Ein gekammerter Schwefelkieskern der Göttinger Sammlung ist zwar grossentheils von einer dünnen Schwefelkiesrinde bedeckt, lässt aber die Lobenlinie stellenweise erkennen; der Durchmesser beträgt 13 mm, die Nabelweite 4 mm. Die Röhre ist zuletzt 5,6 mm hoch und 5,5 mm dick, eine halbe Windung vorher 3,4 mm hoch und 3,8 mm dick, eine ganze Windung vorher 2,5 mm hoch und 3,2 mm dick; von der vorletzten Windung wird etwa die Hälfte verhüllt. Der Querschnitt ist eiförmig, die Externseite breit gerundet, die Seitenflächen schwach gewölbt, die Nabelkante gänzlich abgerundet, die Nabelwand steht ziemlich steil. Die Röhre lässt eine Anzahl ganz flacher Einschnürungen und Anschwellungen erkennen, auf der letzten Windung aber auch in Abständen von je etwa einer Fünftel-Windung etwas deutlichere, von welchen aber nur die letzte auf der Externseite stärker hervortritt.

Die Kammerwand läuft von aussen bis zum ersten Lateralsattel ziemlich gerade und hebt sich dann ein wenig. Die Lobenlinie ist natürlich noch wenig entwickelt, aber doch ziemlich ähnlich der von mir Tafel 6 Fig. 17 abgebildeten von D. plicatulum, abgesehen davon, dass die Zacken der Loben und die Kerben der Sättel länger und spitziger sind, und dass der Externsattel nicht durch einen stärkeren Nebenlobus gespalten ist.

Derselben Art dürften auch zwei kleinere Stücke angehören, welche Herr Gottsche selbst in einem Thonstück auf der Düne fand, und eine Anzahl mehr oder minder abgenutzte und beschädigte Schwefelkieskerne des Hamburger Museums, von welchen der grösste 18 mm Durchmesser erreicht.

Gattung Aspidoceras Zittel.

Aspidoceras? n. sp. ind.

Ein Schwefelkies-Bruchstück des Hamburger Museums enthält die Ausfüllung des grösseren Theiles von 2 Kammern, so dass der Querschnitt und fast die

ganze Lobenlinie gut zu sehen ist. An Skulptur ist nur an zwei Stellen je eine sehr schwache, etwas kantige Anschwellung zu erkennen, welche anscheinend gerade über die glatte Röhre hinweglaufen.

Die Röhre ist schwach gekrümmt, 42 mm hoch und 41 mm dick, und die grösste Dicke ist etwa doppelt so weit von der Externseite entfernt, wie vom Nabel. Die Internseite ist in der Mitte deutlich eingesenkt, nach aussen flach gewölbt und wird durch eine abgerundete Nabelkante von den sehr flach gewölbten Seitenflächen getrennt, welche erst auf dem äusseren Drittel der Röhre anfangen sich stärker zu der breit gerundeten Externseite umzubiegen.

Der Querschnitt ist somit wesentlich höher und mehr viereckig als bei A. robustum; mit dieser Art ist aber in der Lobenlinie recht bedeutende Aehnlichkeit vorhanden, obschon sie durchweg etwas stärker verästelt und gezackt ist; namentlich die Lateralloben sind verhältnissmässig breiter uud länger, und der zweite liegt mit seinem Hauptstamm zum Theil noch auf der Nabelkante und ist ganz ähnlich verästelt, wie der erste.

Aspidoceras robustum v. Koenen. — Taf. II, Fig. 4abc; 5.

Im Hamburger Museum befinden sich 4 Bruchstücke von gekammerten Schwefelkies-Kernen, welche von mindestens zwei Exemplaren herrühren, und von welchen zwei an einander passen. Das längste Bruchstück ist im Berliner Museum und enthält eine Viertel-Windung und, mit Phosphorit verwachsen und mit Schwefelkies überrindet, die anstossende Hälfte der vorhergehenden Windung, und auf deren Ende könnte das gegen 6 cm lange, dickste Bruchstück gehören; zwischen diesem und jener Viertel-Windung würden dann etwa 5 cm fehlen, um fast eine halbe Windung zu ergeben. Diese würde dann gegen 20 cm äusseren und knapp 10 cm inneren Durchmesser haben, zuerst ca. 55 mm Dicke und etwa 46 mm Höhe, zuletzt fast 70 mm Dicke und 60 mm Höhe. Das Stück der vorhergehenden Windung ist zuletzt 40 mm dick und 30 mm hoch. Die Windungen berühren sich eben; die Internseite ist ein wenig eingesenkt, die Externseite breit gerundet. Die grösste Dicke ist fast doppelt so weit von der Externseite entfernt wie von der Internseite, und die stärkste Wölbung liegt auf der gänzlich abgerundeten Nabelkante.

Die Röhre trägt niedrige, durch breite, flache Einsenkungen getrennte Rippen, welche durchschnittlich ziemlich gerade verlaufen und zur Internseite verschwinden, auf dem dicksten Bruchstück auf der Externseite etwa 15 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind, auf einem anderen, um drei Viertel-Windungen zurückliegenden nur 10 mm. Nahe der Externseite finden sich auf den Rippen öfters Anschwellungen, welche zuweilen wie stumpfe Knoten aussehen, auf der vorhergehenden Windung des Berliner Stückes scheinen aber recht starke Knoten auf dem Rücken aufzutreten.

Die Kammerwände laufen von aussen bis zum ersten Lateralsattel ziemlich gerade und steigen dann zum zweiten merklich an, welcher ganz auf der Intern-

seite liegt und fast ebenso breit ist, wie der erste, aber nur knapp zwei Drittel so breit, wie der Externsattel. Alle Sättel sind ziemlich symmetrisch durch Nebenloben etwa bis zur Mitte gespalten und ausserdem recht stark gekerbt.

Der erste Laterallobus liegt grösstentheils auf der äusseren Hälfte der Röhre und ist wohl um ein Drittel tiefer als der zweite und der Internlobus, aber knapp so tief wie der Externlobus; seine obere Hälfte ist fast so breit wie der erste Lateralsattel und endigt unten in drei divergirenden Aesten, von welchen der mittlere der längste ist. Der Externlobus ist nur halb so breit und trägt jederseits über der Mitte einen stärkeren Seitenast, über dem untersten Viertel einen schwächeren; der zweite Laterallobus ist weit schmaler und trägt anscheinend unsymmetrisch auf beiden Seiten zwei kürzere Aeste. Alle diese Aeste tragen mässig lange Zacken.

Durch den quer-ovalen Querschnitt der Windungen nähern sich die vorliegenden Bruchstücke zunächst dem Aspidoceras Percevali Uhlig (Wernsdorfer Schichten S. 238, Taf. 26, Fig. 2, 3; Taf. 27, Fig. 2), unterscheiden sich aber von dieser Art durch langsamere Zunahme der Windungen an Dicke und Höhe, sowie durch die weit schwächer zerschlitzte Lobenlinie, den tieferen ersten Laterallobus etc.

Gattung Simbirskites Pavlow.

Pavlow unterschied in seiner Arbeit (Crétacé inférieur de la Russie S. 66), die ich nur noch während des Druckes meiner Arbeit über die Ammonitiden der Unteren Kreide benutzen konnte, in der Gattung Simbirskites drei Gruppen: 1. Perisphinctoidae oder Gruppe des S. versicolor, enthält besonders die früher zu Perisphinctes gerechneten evoluten Arten; 2. Umbonati oder Gruppe des S. umbonatus, mässig involut, mit starken Knoten auf der Theilungsstelle der Rippen; 3. Discofalcati oder Gruppe des S. discofalcatus, stärker involut, mehr scheibenförmig. Mit Recht betont Pavlow aber die Schwierigkeit der Trennung schon einzelner Arten von einander, da einzelne Arten sich in gewissen Alters-Stadien äusserst ähnlich würden, ein und dieselbe Art aber in verschiedenem Alter gänzlich verschieden aussähe.

So stehen denn auch die unmittelbar hinter der zweiten Gruppe von ihm in der dritten aufgeführten Formen, namentlich S. progrediens Lah. den Umbonati so nahe, dass man im Zweifel sein kann, ob sie nicht besser zu diesen zu stellen wären. Immerhin ist es erwünscht und berechtigt, unter den so weit in Gestalt und Skulptur von einander abweichenden Arten möglichst engere Gruppen zu unterscheiden.

Zu der ersten Gruppe gehören namentlich auch die von Neumayr et Uhlig zu Perisphinctes gestellten Formen, wie S. Hauchecornei N. et Uhlig, S. Kayseri N. et Uhlig, S. Kleini N. et Uhlig, S. inverselobatus N. Uhlig, ferner S. sp. cf. inverselobatus N. et Uhlig, S. virgifer N. et Uhlig, S. triplicatus v. K., S. cf. inversus Pavl. und S. crassisculptus v. K.

Zu den Umbonati gehören S. coronula v. K., S. elatus Trautsch., S. aff. umbonatus Lah., S. cf. Picteti Weerth.

Zu den Discofalcati endlich S. progrediens Lah., S. lippiacus Weerth, S. Beyrichi v. K., S. rugosus v. K., S. Petschorensis Bogosl., S. Phillipsi Roem., S. carinatus v. K., S. paucilobus v. K.

Unter diesen letzteren finden sich aber einzelne, welche im Alter wohl theilweise glatte Seitenflächen bekommen und somit einen Uebergang zu der Gattung Craspedites bilden, zu der ich nur den C. Gottschei stelle, da er schon in der Jugend auf dem abgebildeten Exemplare nur sehr niedrige Rippen auf den Seitenflächen besitzt. Bei den grösseren Stücken der anderen Arten könnten füglich die Rippen theilweise durch Abreibung undeutlicher geworden sein.

Perisphinctoidea.

Simbirskites cf. Hauchecornei Neum. et Uhlig (non v. Koenen, Ammonitiden S. 91).

? Perisphinctes Hauchecornei Neumayr et Uhlig. Palaeontographica XXVII S. 145. Taf. XX Fig. 1.

Ein 11 cm langes Bruchstück eines gekammerten Phosphoritkerns im Hamburger Museum ist auf einer Seite ziemlich gut erhalten, während die andere grösstentheils fehlt.

Die Röhre ist gegen 70 mm hoch, aber nur etwas über 50 mm von der Externseite zur Internseite, und mag gegen 60 mm dick gewesen sein. Seiner Grösse und Krümmung nach würde das Bruchstück etwa an das Ende der halben Windung passen, welche auf das von Neumayr et Uhlig abgebildete Exemplar folgen würde.

Die grösste Dicke lag wohl fast 3 mal so weit von der Externseite entfernt, wie von dem Nabel. Die Seitenflächen sind grossentheils fast eben, biegen sich zu der steilen Nabelwand ziemlich kurz um und wölben sich nach aussen erst auf dem äusseren Drittel allmählich stärker zu der breit gerundeten Externseite.

Die Nabelkante trägt in Mitten-Abständen von ca. 12 mm niedrige, rundliche, durch breite Einsenkungen getrennte Rippen, welche nach aussen etwas höher werden, schwach vorwärts gerichtet sind und sich auf der äusseren Hälfte anscheinend in je 2 oder 3 spalten; diese sind zuerst sehr niedrig, erheben sich aber deutlicher zur Externseite, indem sie sich merklich vorbiegen, und sind dort von Mitte zu Mitte gegen 7 mm von einander entfernt. Diese Skulptur ist ähnlich, aber erheblich schwächer, als die von Neumayr et Uhlig l. c. abgebildete, doch könnte dies durch die bedeutendere Grösse, das höhere Alter bedingt sein, aber noch weniger stimmt das Bruchstück mit den von mir erwähnten Bruchstücken von Stadthagen überein, namentlich auch in der Lobenlinie.

Die Kammerwand steigt von aussen zum zweiten Lateralsattel stark an und senkt sich dann ein wenig zur Naht. Der Aussenrand des ersten Lateralsattels ist von der Externseite und dem Nabel ziemlich gleich weit entfernt,

und der zweite reicht noch bis auf die Nabelkante, so dass der einzige, kurze Auxiliarlobus schon auf der Nabelwand liegt. Der Externsattel ist etwa doppelt so breit wie jeder der Lateralsättel und wird gleich diesen durch einen kurzen Nebenlobus ziemlich symmetrisch gespalten, doch so, dass seine innere Hälfte und die äusseren jener beiden erheblich tiefer liegen, als die anderen; im Uebrigen sind sie ziemlich tief und stark gekerbt.

Der erste Laterallobus ist doppelt so tief wie der zweite, aber nicht ganz so tief wie der Externlobus, und trägt unsymmetrisch jederseits mehrere spitze, rückwärts gerichtete Aeste, der zweite Laterallobus je einen unter der Mitte, und der Externlobus über seiner Mitte einen recht starken Seitenast; alle diese Aeste sind stark gezackt, aber nicht eigentlich verzweigt. Die letzten Kammern haben etwas unregelmässige, zum Theil geringere Abstände, und die untersten Spitzen der Lateralloben sind in Folge dessen verstümmelt.

Ein noch etwas kleineres Bruchstück des Kieler Museums hat auf den Seitenflächen noch schwächere Skulptur, verhältnissmässig längere Lateralloben und einen unsymmetrisah getheilten ersten Lateralsattel, könnte aber doch derselben Art angehören.

Simbirskites cf. Kayseri Neum. et Uhlig.

? Perisphinctes Kayseri Neumayr et Uhlig. Palaeontographica XXVII S. 146. Taf. 19 Fig. 1 a b.

Im Hamburger Museum befindet sich eine grosse Exogyra Couloni, welche auf der Unterseite den scharfen Abdruck des Nabels resp. des inneren Theiles der Windungen eines Ammoniten von mindestens 23 cm Durchmesser enthält, von der letzten Windung etwa drei Fünftel, die vorhergehenden anderthalb ziemlich vollständig, während die ersten Windungen bis zu einem Nabeldurchmesser von 25 mm fast ganz durch eine Serpula verhüllt sind. Eine halbe Windung später ist der Nabel 45 mm weit, und je eine halbe Windung weiterhin 73 mm und 114 mm. Noch eine halbe Windung später scheint noch der Rand des Nabels vorzuliegen, der dann 145 mm Durchmesser haben würde.

Die grösste Dicke der Röhre dürfte vom Nabel ziemlich doppelt so weit entfernt gewesen sein, wie von der Naht der folgenden Windung, und die Seitenflächen konvergiren, recht flach gewölbt, ein wenig nach aussen, nehmen aber zu der vollständig abgerundeten Nabelkante schnell eine stärkere Wölbung an. Die Nabelwand steht recht steil, besonders auf den früheren Windungen.

Die letzte halbe Windung trägt auf der Nabelkante 30 dünne, kantige Rippen, die drittletzte 20, die fünftletzte 12. Diese Rippen biegen sich auf der Nabelwand stark vor und verschwinden allmählig, sind nach aussen merklich vorwärts gerichtet, werden dicker und spalten sich grossentheils unter einem sehr spitzen Winkel in geringer Entfernung von der folgenden Windung, oder vermehren sich durch Einschiebung einer Rippe. Stellenweise ist es schwer zu entscheiden, ob Spaltung oder Einschiebung erfolgt.

Zunächst vergleichbar ist wohl in Gestalt und Skulptur Perisphinctes Kay-

seri Neum. et Uhlig, doch nimmt dieser wesentlich langsamer an Höhe der Windungen zu.

Simbirskites Kleini? Neumayr et Uhlig.

? Olcostephanus Kleini Neum. et Uhlig. Palaeontographia XXVII S. 159. Taf. XXXI Fig. 2; Taf. XXXII Fig. 1.

Ein Phosphoritabdruck des Berliner Museums eines Theiles der inneren Windungen lässt ziemlich scharf die Skulptur von fast zwei solchen und den Abdruck der Nabelwand der folgenden erkennen. Der Nabel der ersten halben, im Abdruck erhaltenen Windung ist ca. 11,5 mm weit, der der zweiten 18 mm, der dritten 28 mm, der vierten 54 mm, der folgenden fast 70 mm. Die vorletzte Windung, also die letzte im Nabel sichtbare, dürfte an ihrem Ende gegen 20 mm dick gewesen sein. Die erste Windung trägt auf der abgerundeten Nabelkante 23, die folgende 21 scharfe, ziemlich hohe Rippen, welche auf der Nabelwand sich vorbiegen und schnell verschwinden, nach aussen sich ebenfalls vorbiegen, noch innerhalb der Mitte des sichtbaren Theiles der Windungen sich zu Höckern erheben und dann spalten oder auch durch Einschiebung vermehren, auf der letzten Windung meistens auf je 4, auf der ersten vorwiegend auf je 3. Die Skulptur und die Zunahme der Windungen an Höhe ist somit ziemlich dieselbe wie auf den Abbildungen von Neumayr et Uhlig, sodass es wenigstens möglich ist, dass der erwähnte Abdruck derselben Art angehört.

Simbirskites inverselobatus Neumayr et Uhlig. — Tafel II Fig. 1 a b.

Perisphintes inverselobatus Neum. et Uhlig, Palaeontograph. XXVII S. 147. Taf. XVI Fig. 2; Taf. XVII.

Olcostephanus cf. inverselobatus N. et Uhlig. (Weerth, Teutoburger Wald. S 11. Taf. II Fig. 3).

Ein gekammertes Bruchstück eines Schwefelkieskerns des Hamburger Museums, etwa eine Sechstel-Windung, dürfte mit dem vorhergehenden Theile der Röhre 13 cm Durchmesser gehabt haben, ist in der Mitte 46 mm dick und 39 mm hoch, aber nur 31 mm von der Internseite zur Externseite; die grösste Dicke ist etwa drei mal so weit von der Externseite entfernt, wie von der Internseite. Die Seiten sind abgeflacht und konvergiren merklich nach der breit gerundeten Externseite, nehmen aber nach der kurz gerundeten Nabelkante zu schnell eine stärkere Wölbung an. Die vorhergehende Windung ist an den Nähten des Bruchstückes 25 mm dick gewesen. Dieses trägt auf der Nabelkante 6 ziemlich hohe, durch breite Einsenkungen getrennte Rippen, welche nach innen sich vorbiegen und schnell verschwinden, nach aussen ziemlich stark vorwärts gerichtet sind, auf dem mittleren Drittel flacher werden und sich in je 3 oder 2 niedrigere Rippen spalten; in letzterem Falle schiebt sich aber stets noch eine dritte Rippe ein. Diese Rippen biegen sich zur Externseite noch stärker vor, werden etwas höher und sind dort ziemlich gleich weit von einander entfernt.

Die Kammerwände steigen von aussen bis zum ersten Lateralsattel ziemlich stark an, zum zweiten etwas weniger und senken sich dann beträchtlich bis zur Naht. Der erste Lateralsattel ist fast eben so weit vom Nabel entfernt wie von der Externseite, und ist etwas schmaler als der zweite, aber nur halb so breit wie der Externsattel.

Der erste Laterallobus ist knapp um die Hälfte länger als der zweite, aber nur zwei Drittel so lang wie der Externlobus, welcher dicht über seiner Mitte einen kurzen Seitenast trägt. Der erste Laterallobus hat einen dicken Hauptstamm und endigt unten in drei ziemlich langen, divergirenden Spitzen, von welchen die mittelste die längste ist und auf der einen Seite der Röhre gespalten ist; etwas höher sitzt unsymmetrisch beiderseits noch ein kürzerer Zweig. Der zweite Laterallobus ist kaum halb so dick und endigt in 3 kürzeren Spitzen. Ein spitziger Auxiliarlobus liegt auf der Innenseite der Nabelkante.

Die Sättel tragen je drei stärkere Kerben, von welchen die innere bei dem Externsattel und dem zweiten Lateralsattel die tiefere ist, bei dem ersten die äussere.

Diese Lobenlinie stimmt nun mit derjenigen von Olcostephanus cf. inverselobatus bei Weerth (Teutoburger Wald Taf. II Fig. 3), welche von einem weit grösseren, 84 mm dicken und 85 mm hohen Röhrenstück herrührt, in der Grösse, Lage und Zertheilung der Loben und Sättel sehr gut überein, abgesehen davon, dass der zweite Lateralsattel schmaler ist, und der grosse Hülfslobus noch über der Nabelkante liegt, weniger gut jedoch mit der Abbildung von Neumayr et Uhlig Tafel XVI Fig. 2, doch möchte ich glauben, dass diese Lobenlinie bei der Projektion von der stark gewölbten Oberfläche der Röhre auf die Ebene recht bedeutend verzerrt und hierdurch unähnlicher geworden ist. Der Querschnitt der Röhre und die Skulptur der Abbildung Tafel XVII stimmen dagegen recht gut überein, wenn auch auf dieser die Spaltung der Rippen meistens erst etwas weiter nach aussen erfolgt, doch schwankt dies auf der Abbildung sehr bedeutend.

Das kleine von Weerth Tafel I Fig. 11 als O. inverselobatus abgebildete Exemplar wurde von Pavlow zu O. Decheni Roemer gestellt, gehört aber jedenfalls zu derselben Art, wie die eben beschriebenen Stücke.

Dem Hamburger Museum gehört auch ein stark abgeriebenes, kurzes Bruchstück eines Phosphorit-Steinkerns von etwas grösseren Dimensionen, welches ziemlich dieselbe Lobenlinie gehabt zu haben scheint, wie das oben beschriebene, dem Kieler Museum dagegen ein Phosphoritkern von nur 24 mm Durchmesser, welcher sich in Gestalt und Skulptur und Lobenlinie eng an die übrigen, grösseren Exemplare anschliesst.

Simbirskites sp. cf. inverselobatus Neum. et Uhlig.

? Perisphinctes inverselobatus Neumayr et Uhlig, Palaeontographica XXVII S. 147. Taf. 17 Fig. 1; Taf. 16 Fig. 2.

Von zwei Phosphorit-Abdrücken des Nabels im Hamburger Museum hat der eine zuletzt einen Nabeldurchmesser von 43 mm und je eine halbe Windung vorher

von 32 mm, resp. 23 mm, resp. 16 mm, resp. 10 mm, resp. 7 mm. Die Nabelwand steht steil, biegt sich aber gleich um zu den flach gewölbten Seitenflächen. Die Dicke der vorletzten Windung an ihrem Ende, also am Ende des Nabels, mag fast 25 mm betragen haben; diese Windung trägt 17, die vorhergehende 16, die Schlusswindung 20 dünne Rippen, welche nach vorn weit steiler abfallen, als nach hinten, auf der Nabelkante und Nabelwand sich scharf vorbiegen und allmählich verflachen, nach aussen merklich nach vorn gerichtet sind, sich stärker erheben und endlich einen stumpfen Höcker bekommen, hinter welchem sie sich in je 2 oder 3 niedrige, rundliche Rippen spalten, doch scheint sich, sobald nur 2 solcher Rippen auftreten, eine dritte hinter ihnen einzuschieben. Dieselben sind erst auf der vorletzten Windung sichtbar, da die Knoten auf den früheren Windungen dicht an der Naht liegen, auf jener aber etwas von ihr entfernt, wenn auch nur ein Viertel so weit, wie vom Nabel.

Die Gestalt, besonders in der Zunahme der Windungen an Höhe, sowie die Skulptur sind jedenfalls vergleichbar der Abbildung von Perisphinctes inverselobatus, auf welcher freilich die Rippen der ersten erhaltenen Windungen weit zahlreicher und zum Theil unregelmässiger angegeben sind. Herr Dr. Grupe, den ich gebeten hatte, das in der Geologischen Landesanstalt in Berlin befindliche Original mit der Abbildung zu vergleichen, berichtet, dass auf demselben die erste erhaltene Windung 24—26 Rippen trägt, also etwas weniger, als aus der Abbildung hervorzugehen scheint; einige Theile der Windung sind aber zu schlecht erhalten.

Ein anderer Phosphoritabdruck im Hamburger Museum zeigt nur einen Theil des Nabels im Abdruck und unterscheidet sich von dem eben beschriebenen durch etwas zahlreichere, schärfere Rippen, scharfe Spitzen auf denselben auf der letzten erhaltenen Windung, höhere Nabelwand und schnellere Zunahme der Röhre an Höhe und Dicke. Der Durchmesser des Nabels beträgt in Abständen von je einer halben Windung etwa 14 mm, resp. 19 mm, resp. 29 mm., resp. einige 40 mm. Es scheint hier also noch eine andere Art vorzuliegen.

Simbirskites virgifer? Neumayr et Uhlig. — Tafel IV Figur 2.

? Olcostephanus virgifer Neum. et Uhlig. Palaeontographica S. 160. Taf. XXXII Fig. 1.

Ein bis an das Ende gekammerter Phosphoritsteinkern des Berliner Museums zeigt den nicht eingehüllten Theil der einen Seite und auf geringe Länge auch den eingehüllten, also die Externseite. Fast die Hälfte der Röhre wird von der folgenden Windung verhüllt. Auf dem von dieser Seite vollständigen Kern von 50 mm Durchmesser sitzt an seinem Ende noch der innere Theil einer Drittel-Windung; der erstere hat einen 9 mm weiten Nabel und eine halbe Windung vor seinem Ende 14 mm Höhe und etwa eben so viel Dicke der Röhre.

Die nur flach gewölbten Seitenflächen konvergiren nur wenig nach der breit gerundeten Externseite und werden durch eine ziemlich kurz abgerundete Nabelkante von der besonders in der Jugend recht steilen Nabelwand getrennt. Die

letzte Windung trägt über der Nabelkante 23 ziemlich dicke Rippen, welche sich auf der Nabelwand vorbiegen und bald verschwinden, nach aussen sich höher erheben und noch auf dem inneren Viertel der Röhre Höcker bekommen und sich dann in je 2 schmale Rippen spalten; von diesen läuft die hintere weiter gerade nach aussen und spaltet sich noch auf der inneren Hälfte der Röhre wiederum in je 2 Rippen, von welchen die hintere den beiden anderen an Stärke schnell gleich wird und sich später allmählich etwas vorbiegt.

Simbirskites triplicatus v. Koenen. — Tafel IV Figur 1.

Ein durchweg gekammerter, leidlich erhaltener Schwefelkieskern des Hamburger Museums von 35 mm Durchmesser hat einen 9 mm weiten Nabel und zuletzt 14 mm Höhe und ca. 11 mm Dicke der Röhre, eine halbe Windung vorher 10,5 mm Höhe und 8,5 mm Dicke, eine ganze Windung vorher 8,5 mm Höhe und knapp 7 mm Dicke. Etwa drei Fünftel der früheren Windungen werden verhüllt. Die grösste Dicke ist fast doppelt so weit von der Externseite entfernt wie von der Internseite; die Seitenflächen nehmen von dieser Stelle bis zu der wenig abgerundeten Nabelkante bald eine deutlichere Wölbung an, nach aussen, zu der breit gerundeten Externseite, erst auf dem äusseren Viertel der Röhre.

Die letzte Windung trägt auf der Nabelkante ca. 25 Rippen, die vorhergehende einige weniger, welche sich zum Nabel vorbiegen und schnell verschwinden, nach aussen sich ebenfalls merklich vorbiegen, dicker und höher werden und noch innerhalb der Mitte der Röhre sich stark verflachen und in je 2 Rippen spalten; die hintere von diesen spaltet sich gewöhnlich am Anfange des äusseren Drittels nochmals, sodass über die Externseite der letzten Windung gegen 70 mässig vorgebogene Rippen hinweglaufen.

Die Kammerwände steigen von aussen bis zum zweiten Lateralsattel etwas an, bis zum ersten Auxiliarsattel etwas weniger, und senken sich dann deutlich zum Nabel. Von diesem ist der erste Lateralsattel etwa eben so weit entfernt, wie von der Externseite; er ist aber nur wenig breiter, als der zweite und kaum halb so breit wie der Externsattel, aber fast um die Hälfte breiter als der erste Auxiliarsattel, während die beiden folgenden noch wesentlich schmaler werden.

Alle Sättel sind ziemlich symmetrisch durch kurze Nebenloben gespalten und kurz gekerbt. Der erste Laterallobus ist fast doppelt so tief wie der zweite und fast ebenso tief wie der Externlobus; er hat einen langen, dicken Hauptstamm und endigt mit einer fast halb so langen mittleren und zwei kürzeren seitlichen Spitzen, über welchen noch kürzere folgen. Der Externlobus trägt über und unter seiner Mitte je einen kurzen Seitenast: der zweite Laterallobus und die Auxiliarloben sind recht schmal und tragen unten neben der Mittelspitze jederseits eine kurze seitliche.

Die ganze Lobenlinie ist jedenfalls noch wenig entwickelt. Die starke Anschwellung der Rippen vor ihrer Spaltung lässt vermuthen, dass die Schale hier Knoten trug.

Simbirskites cf. inversus Pavlow.

Olcostephanus inversus M. Pavlow, Les Ammonites du groupe de Olcost. versicolor. Bull. Soc. Imp. Nat. de Moscou. 1886. 3. S. 12 Taf. I Fig. 4, 5; Taf. II Fig. 1.
Olcostephanus inversus Pavlow et Lamplugh, Argile de Speeton S. 150 Taf. XVIII (XI) Fig. 14; Taf. XV (VIII) Fig. 3.

Ein ca. 25 mm langes Bruchstück eines Phosphoritkernes vom Anfange der Wohnkammer im Berliner Museum lässt den Querschnitt der Röhre, die Skulptur und die letzte Kammerwand erkennen und mit dieser die Lage der Loben und Sättel und von letzteren auch im Wesentlichen die Zertheilung.

Die Dicke der Röhre beträgt 55 mm, die Höhe 40 mm, aber nur 31 mm von der Externseite zur Internseite; diese ist 30 mm breit und 10 mm tief eingesenkt. Die grösste Dicke ist mehr als doppelt so weit von der Externseite entfernt wie von der Naht; die Wölbung ist am stärksten an der Naht und der Nabelkante. Die Externseite ist breit gerundet. Die Nabelkante trägt in Abständen von ca. 7 mm recht hohe, schmale Rippen, welche sich zur Naht stark vorbiegen und bald verschwinden, nach aussen ebenfalls vorbiegen, etwas höher erheben und etwa auf der Mitte der Seiten in je 2 dünnere Rippen spalten, welche auf der Externseite je etwa 7 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind.

Die Kammerwand steigt von aussen bis zum zweiten Lateralsattel beträchtlich an, etwa um den anderthalbfachen Abstand zweier Rippen, und senkt sich dann anscheinend zur Naht.

Die Lobenlinie ist jedenfalls ziemlich ähnlich der von M. Pavlow Taf. II abgebildeten gewesen, und dasselbe gilt auch von der Skulptur, dagegen ist unser Bruchstück verhältnissmässig viel dicker aber niedriger, da bei dem grossen, von Pavlow Tafel II abgebildeten Stück die Röhre zuletzt ein wenig höher als breit ist.

Ein kleiner Schwefelkieskern des Berliner Museums, welcher gegen 20 mm Durchmesser gehabt haben mag, ist wohl als Jugendzustand unserer Art anzusehen, da er eine ganz ähnliche Skulptur besitzt wie das kleine, von Pavlow et Lamplugh abgebildete Stück, und auch die Kammerwand von aussen bis zum Nabel stark ansteigt; leider ist das Stück schon in Zersetzung begriffen und durch Risse aufgebläht, so dass der Querschnitt der Röhre deformirt ist.

Simbirskites crassisculptus v. Koenen. — Tafel III Figur 3 a b.

Es liegen 4 mehr oder minder abgeriebene Bruchstücke von gekammerten Phosphoritsteinkernen vor, meist aus dem Hamburger Museum, von welchen das beste fast eine Viertel-Windung enthält und am Anfang ca. 48 mm dick und hoch ist, aber nur 35 mm von der Internseite zur Externseite. Der Durchmesser dieses Bruchstückes mit den vorhergehenden Windungen mag gegen 140—150 mm betragen haben bei einer Nabelweite von mindestens 45 mm. Die grösste Dicke ist wohl 3 mal so weit von der Externseite entfernt wie vom Nabel. Von hier nehmen die mässig gewölbten Seitenflächen bis zur Naht ziemlich schnell eine

stärkere Wölbung an, nach aussen zu der breit gerundeten Nabelkante ganz allmählich.

Ueber dem Nabel erheben sich wohl gegen 50 dicke Rippen pro Windung, welche sich nach aussen ziemlich stark vorwärts biegen und noch auf der inneren Hälfte der Seitenflächen meistens in je zwei theilen; diese laufen dann in derselben Richtung weiter über die Externseite hinweg, sind aber an allen Stücken stark abgerieben und nur zum Theil im Abdruck auf der Internseite der Steinkerne deutlicher zu erkennen. An einer Stelle scheinen vor einer Einschnürung von einem Punkte über dem Nabel 2 Rippen auszulaufen.

Die Kammerwände steigen von aussen bis zum ersten Lateralsattel recht stark an, senken sich etwas von hier bis zum zweiten und dann sehr stark bis zur Naht. Der erste Lateralsattel ist fast eben so weit von der Externseite entfernt wie vom Nabel und ist etwas breiter als der zweite, aber nur zwei Drittel so breit wie der Externsattel, dagegen fast doppelt so breit wie der erste Auxiliarsattel. Der Externsattel ist unsymmetrisch auf seiner Innenseite durch einen kurzen Nebenlobus gespalten, ebenso der zweite Laterallobus, der erste dagegen auf seiner Aussenseite und zwar ungewöhnlich schief. Alle drei sind ausserdem ziemlich tief gekerbt.

Der Externlobus ist eben so tief wie der erste Laterallobus, um die Hälfte tiefer als der zweite, und gegen drei mal so tief wie jeder der beiden schräg-liegenden Auxiliarsättel, von welchen der zweite nahe der Naht liegt, nach unten sich aber weiter von ihr entfernt.

Der Externlobus trägt über seiner Mitte je einen stärkeren Seitenast. Von dem ersten Laterallobus nimmt sein dicker Hauptstamm etwa zwei Drittel ein und endigt unten in 3 starken Aesten, von welchen der innere etwas höher angesetzt ist als der äussere und sich bald gabelt. Nahe darüber folgt ein vierter, mehr seitlich gerichteter Ast, und ein fünfter über der Mitte; auf der Aussenseite ein Ast dicht unter der Mitte und ein anderer im oberen Drittel der Höhe. Der zweite Laterallobus trägt etwas unsymmetrisch jederseits einen Seitenast unterhalb seiner Mitte. Ausserdem führen die Loben ziemlich dicke und lange Zacken.

Von den übrigen, noch stärker abgeriebenen Bruchstücken, welche derselben Art angehören könnten, hat eins 65 mm Dicke der Röhre und dürfte ohne die Wohnkammer mindestens 20 cm Durchmesser gehabt haben.

Bei diesen Bruchstücken erscheint die Externseite meist kürzer gerundet, doch könnte dies durch die starke Abreibung oder auch durch Verdrückung bedingt sein.

Umbonati.

Simbirskites coronula v. Koenen. — Tafel II Figur 2 a b; 3 a b.

Im Berliner Museum befinden sich gekammerte Schwefelkieskerne, ein Bruchstück, knapp die Hälfte zweier auf einander folgender Windungen enthaltend

und ein Windungsstück vermuthlich desselben Exemplars vom Anfange der zweiten Hälfte der dann folgenden Windung; zu derselben Art gehört auch wohl der gekammerte Phosphoritkern von knapp einer Viertel-Windung, welcher von dem letzterwähnten durch etwa Zwei-Drittel-Windung getrennt gewesen wäre und mit dieser über 9 cm Durchmesser haben würde; die Röhre ist zuletzt 32 mm dick (zwischen den 5 mm hohen Spitzen gemessen) und 25 mm zwischen den Nähten oder Rändern der Internseite und 27 mm hoch, aber nur 22 mm von der Internseite zur Externseite, und etwa ein Drittel der Höhe der vorhergehenden Windung wird verhüllt. Die Externseite ist breit gerundet, nimmt aber auf beiden Seiten zwischen den Rippen nach der Naht zu eine bedeutend stärkere Wölbung an, sodass die Nähte stark vertieft liegen. Der Querschnitt der kleineren Stücke ist ein ganz ähnlicher; so ist das an zweiter Stelle erwähnte Bruchstück 27 mm dick (zwischen den Rippen) und 18 mm an den Rändern der Internseite, 19 mm hoch, aber nur 15 mm von der Internseite zur Externseite. Die letzte halbe Windung des zuerst angeführten Bruchstückes ist zuletzt 22 mm dick zwischen den Rippen und 14 mm an den Rändern der Internseite, ist 14 mm hoch, aber nur etwa 11 mm von der Internseite zur Externseite. Der Nabel ist gegen 22 mm weit, eine Windung vorher etwa 13 mm.

Auf jeder halben Windung finden sich 8 bis 9 Hauptrippen, welche auf Anschwellungen über der Naht mit stumpfen, rundlichen Knoten beginnen, gerade nach aussen laufen und sich noch innerhalb der Mitte der Röhre zu recht hohen Spitzen erheben. Diese fallen nach aussen steil ab und theilen sich in je 4 scharfe Rippen (bei den grössten Bruckstücken in je 3), doch so, dass die vorderste dieser Rippen sich zuerst ablöst, die hinterste zuletzt. Unter geringer Vorbiegung laufen sie dann in gleichen Abständen über die Externseite hinweg. Die Spitzen sind vom Nabel fast noch einmal so weit entfernt, wie von der Naht der folgenden Windung.

Die Kammerwände steigen von aussen bis zum ersten Lateralsattel merklich an, zum zweiten etwas weniger und senken sich dann etwas. Der Externsattel ist um etwa die Hälfte breiter als der erste Lateralsattel und mehr als zwei mal so breit wie der zweite. Der zweite Laterallobus liegt auf dem inneren Abfall der Spitzen und ist höchstens halb so breit wie der dicke Hauptstamm des ersten und reichlich ein Drittel so breit wie der Externlobus. Die Sättel sind abgerundet und haben unsymmetrische, mehr oder minder tiefe Kerben. Der Externlobus ist fast um ein Drittel länger als der erste Laterallobus und doppelt so lang wie der zweite; er trägt dicht unter der Mitte je einen stärkeren Seitenast, während der erste Laterallobus unten mit 3 unsymmetrischen Spitzen endigt, nahe über denen jederseits noch eine kürzere folgt, und der weit dünnere Stamm des zweiten trägt unten auch drei Spitzen, von welchen auch die mittlere die längste ist. Die Loben sind sonst mit zahlreichen kurzen Zacken besetzt, aber wenig verzweigt. Ein kurzer Auxiliarlobus liegt auf der Nabelwand.

Unsere Art unterscheidet sich von S. Decheni Lahusen, von S. umbonatus Lah. etc. dadurch, dass bis zu ziemlich bedeutender Grösse von den Spitzen

je 4 Rippen auslaufen, dass die Spitzen von der Naht entfernt bleiben, durch die langsamere Zunahme der Röhre an Höhe und durch den entsprechend weiteren Nabel, sowie durch den dicken Hauptstamm des ersten Laterallobus.

Simbirskites cf. elatus Trautschold.

? Simbirskites elatus Trautsch. (Pavlow, Crétacé inf. de la Russie S. 68 Taf. I Fig. 1—3).
S. Decheni (non Roemer) Pavlow et Lamplugh, Argile de Speeton S. 144 Taf. XVIII (XI) Fig. 5.

Ein gekammerter, hohler Schwefelkieskern des Berliner Museums ist leider mehrfach beschädigt. Von der letzten Windung ist knapp die Hälfte vorhanden, und auch diese ist in der Mitte eingedrückt; die vorhergehenden anderthalb Windungen sind erhalten, aber auch stellenweise beschädigt. Der Durchmesser beträgt 36 mm und eine Windung vorher 20 mm; der Nabel ist zuletzt 14,5 mm weit und je eine halbe Windung vorher 9 mm resp. 6,5 mm. Die Röhre ist zuletzt etwa 17 mm dick und 13 mm hoch, aber nur 10 mm von der Internseite zur Externseite, eine Windung vorher 11 mm dick und 7 mm hoch, aber knapp 6 mm von der Internseite zur Externseite.

Die grösste Dicke liegt mindestens um die Hälfte weiter von der Externseite entfernt wie vom Nabel, und von hier nimmt die Wölbung der Röhre bis zu der steilen Nabelwand ziemlich schnell zu; die Externseite ist am schwächsten gewölbt. Die vorletzte Windung trägt auf der Nabelkante 19 deutlich vorwärts gerichtete, scharfe Rippen, welche sich noch auf dem inneren Drittel zu niedrigen Spitzen erheben und dann in je 3 niedrigere Rippen theilen, und diese biegen sich auf der Externseite etwas vor. Die letzte Windung mag einige 20 nur wenig vorwärts gerichtete Rippen getragen haben, welche aber die Spitzen erst etwas mehr nach aussen tragen und sich dann öfters nur in je 2 Rippen spalten.

Die Skulptur ist somit recht ähnlich der von Pavlow l. c. abgebildeten, aber der Nabel ist enger, die Nabelwand steiler, und die Lobenlinie scheint besonders darin abzuweichen, dass der erste Lateralsattel schon ganz auf der inneren Hälfte der Röhre liegt, der zweite aber schon auf der Nabelkante, und dass die Kammerwand sich dann merklich senkt.

Mit einer der Arten des Teutoburger-Wald-Sandsteins hat das beschriebene Stück jedenfalls weniger Aehnlichkeit. Die Ammoniten sind ja dort gewöhnlich unvollständig und ausserdem verdrückt, sodass eine Vergleichung mit anderen Vorkommnissen erhebliche Schwierigkeiten darbietet. Roemer (Kreidegebirge Tafel XIII Fig. 1) bildete nun ein vollständiges Exemplar seines Ammonites Decheni aus „dem Quader des Teutoburger Waldes“ ab, aber es lässt sich nicht erkennen, wo und in wie weit es „ergänzt“ ist. Naturgetreu sind die Abbildungen 1a und 1b sicher nicht, ist doch 1b länger als der Durchmesser von 1a. Ich möchte aber glauben, dass Weerth mit Recht sein abgebildetes Stück auf die Roemer'sche Art bezieht, die vielleicht aus denselben Schichten und von einem wenig entfernten Fundort stammt. Freilich ist es augenscheinlich auch einigermassen deformirt, da die Röhre recht ungleichmässig an Höhe zunimmt

und vielleicht auch auf der Abbildung etwas schräg gestellt ist. Weerth hob hervor, dass die Flanken bald niedrig und kräftig gewölbt, bald höher und ihre Wölbung entsprechend unbedeutender sei; diese letztere Form könnte zwar durch Verdrückung entstanden sein, doch ist mindestens die Wohnkammer des von Weerth Taf. II Fig. 1 abgebildeten Stückes nicht oder sehr wenig verdrückt und ist nahe ihrem Ende 32 mm hoch und ebenso dick; die Rippen spalten sich sehr regelmässig in je zwei, nur auf der vorletzten Windung ein Paar mal anscheinend in je drei. Ein Paar Wohnkammerbruchstücke von Oerlinghausen haben ähnliche, aber zum Theil zahlreichere Rippen und haben je eine Einschnürung, auf welche dann unregelmässigere, gedrängtere, stärker vorgebogene Rippen folgen. Das eine scheint auch dicker als hoch und stärker involut gewesen zu sein, und es könnten immerhin zwei oder mehr Arten hier vorliegen. Mit der ersteren Form stimmen aber Bruchstücke von unverdrückten Schwefelkieskernen des Berliner Museums leidlich überein, welche drei auf einander folgenden Windungen angehören.

Bei dem Tafel II Fig. 1 abgebildeten Stück, welches Herr Weerth mir freundlichst zum Vergleich zuschickte, liessen sich durch Bürsten mit einer scharfen Bürste die Loben frei legen. Die Kammerwand steigt bis zum zweiten Lateralsattel recht stark an und senkt sich dann steil zur Nabelkante, auf welcher der Auxiliarlobus liegt. Der erste Laterallobus liegt mit seinem kurzen, breiten Stamm fast ganz auf der äusseren Hälfte der Röhre und ist knapp doppelt so tief wie der zweite, aber weniger tief als der Externlobus; er endigt unten in drei etwas divergirenden, fast gleich langen Aesten, und ein wenig höher folgt jederseits aber unsymmetrisch ein ähnlicher, der längere auf der Innenseite. Der Stamm des zweiten Laterallobus ist kaum ein Drittel so dick wie der des ersten, endigt unten mit einem kurzen, spitzen Zweig und trägt je einen solchen beiderseits auch in halber Höhe; der Externlobus trägt einen etwas längeren ebenfalls in halber Höhe.

Der erste Lateralsattel ist wohl annähernd ebenso breit wie der zweite, aber nur halb so breit wie der Externsattel, welcher ziemlich symmetrisch durch einen kurzen Nebenlobus gespalten und ausserdem mässig tief gekerbt ist. Die Lateralsättel haben oben ein Paar unsymmetrische, verschieden tiefe Kerben neben einigen ganz kurzen.

Pavlow hat nun sehr richtig erkannt (Crétacé inf. de la Russie et sa faune S. 69), dass die russische, zuerst von Lahusen als S. Decheni aufgefasste Form von der von Weerth unter demselben Namen beschriebenen gänzlich verschieden ist, und behielt den Namen für die russische Form bei, da er in Russland sehr gebräuchlich sei; ich habe aber keinen Zweifel, dass diese von der Roemer'schen Art recht verschieden ist, sodass sie einen anderen Namen erhalten muss; sie mag S. Pavlowi heissen.

Simbirskites sp. aff. umbonatus Lahusen.

? Simbirskites umbonatus Lah. (Pavlow, Crétacé inf. de la Russie S. 71. Taf. 5 Fig. 1, 2).

Im Berliner Museum befindet sich ein Phosphorit-Abdruck des Nabels von 57 mm Weite. Je eine halbe Windung vorher beträgt der Durchmesser des Nabels 41 mm resp. 30 mm, 22 mm und 15 mm. Von den ersten Windungen dürfte höchstens die Hälfte verhüllt sein, von den letzten kaum ein Viertel. Die Dicke der vorletzten Windung dürfte ohne die Spitzen gegen 30 mm betragen haben.

Die Nabelwand ist wesentlich höher als bei der vorigen Art, steht aber nicht ganz so steil und biegt sich in den breiten Zwischenräumen der Rippen ziemlich gleichmässig zu der jedenfalls nicht stark gewölbten Externseite um.

Die letzte Windung trug 17, die früheren je 15 hohe (zuletzt wohl 5 mm) Spitzen, von welchen dünne Rippen auf die Nabelwand laufen, indem sie sich schnell verflachen und allmählich etwas vorbiegen; die Spitzen werden durch wesentlich breitere, rundliche Einsenkungen von einander getrennt, sind anscheinend von der Externseite wenig weiter entfernt als von der Naht und geben nach aussen je 3 rundliche, etwas divergirende, ziemlich stark vorwärts gerichtete Rippen ab. Auf der ersten sichtbaren Windung liegen die Spitzen nahe der Naht, entfernen sich von dieser auf der folgenden allmählich, und sind von ihr zuletzt etwa zwei Drittel so weit entfernt wie vom Nabel.

Nach allem diesem steht unsere Art dem S. umbonatus Lah. wohl näher, als dem S. Picteti Weerth.

Simbirskites cf. Picteti Weerth.

Olcostephanus Picteti Weerth, Teutoburger Wald S. 12. Taf. II Fig. 5, 6.

? Simbirskites umbonatus Lah. (Pavlow, Crétacé inf. de la Russie. S. 71. Taf. 5 Fig. 1, 2).

Ein Phosphorit-Abdruck des Nabels im Hamburger Museum rührt von einem Exemplare von ca. 115 mm Durchmesser her. Der Nabel ist zuletzt 50 mm weit, also ziemlich ebenso weit wie bei dem von Weerth Fig. 5 abgebildeten Stück, und je eine halbe Windung vorher 35 mm resp. 24 mm resp. 16,5 mm resp. 10 mm resp. 7 mm; der nicht verhüllte Theil der Röhre nimmt somit ein wenig langsamer an Höhe zu, als bei Weerth's Original. Die Nabelwand ist hoch und steht sehr steil und wird von einer gänzlich abgerundeten Nabelkante begrenzt, auf welcher ganz dünne Rippen beginnen und sich bald ein wenig vorbiegen. Dicht über der Nabelkante tragen sie sehr hohe Spitzen, welche auf den ersten Windungen dicht an der Naht liegen, sich dann aber, da die Röhre weniger involut wird, allmählich auf die Mitte des sichtbaren Theiles der Röhre rücken; hinter den Spitzen spalten sich die Rippen meistens in je drei niedrige Rippen, zuweilen auch in je 4. Jede Windung trägt etwa 19 solcher Spitzen, und durch die grössere Zahl derselben auf den früheren Windungen unterscheidet sich unsere Art sowohl von S. umbonatus, als auch von S. Picteti. Bei diesem liegen

ausserdem die Spitzen besonders in der Jugend dem Nabel weit näher, sodass die Vier-Theilung der Rippen überall sichtbar wird. Die Dicke der vorletzten Windung dürfte ohne die Spitzen zuletzt fast 30 mm betragen haben.

S. umbonatus, mit welchem Pavlow den S. Picteti vereinigte, legt aber auch die Spitzen der früheren Windungen dicht an die Naht der folgenden, und ein Stück von Simbirsk, welches ich Herrn Pavlow verdanke, spaltet die Rippen schon bei 30 mm Durchmesser nur in je 3. Zudem ist diese Art im Alter weit weniger involut, und die Rippen sind weit stärker nach vorn gerichtet, sodass die Uebereinstimmung mit S. Picteti doch nicht genügend erscheint, um beide Arten zu vereinigen.

Vielleicht ist der Abdruck knapp der Hälfte eines kleinen Simbirskites von ca. 25 mm Durchmesser in einem Phosphoritstück des Hamburger Museums zu derselben Art zu ziehen, wie der oben beschriebene Abdruck des Nabels; die Zahl der Rippen beträgt 9 auf der halben Windung, und sie spalten sich sämmtlich in je 3, aber die Spitzen liegen nicht unmittelbar an der Naht der folgenden Windung. Der Nabel ist 9 mm weit, und die Röhre ist zuletzt bei ca. 12 mm Dicke 9 mm hoch gewesen, wovon fast zwei Drittel unverhüllt blieben.

Wir haben es hier somit doch wohl mit einer neuen Art zu thun, aber die vorliegenden Stücke genügen so wenig, sie hinreichend kenntlich zu machen, dass ich ihr einen Namen nicht geben mag.

Discofalcati.

Simbirskites cf. progrediens Lah. (v. Koenen, Ammonitiden S. 154 Taf. 6 Fig. 4—6).

S. progrediens Lah. (Pavlow, Crétacé inf. de la Russie S. 75. Taf. II Fig. 3—5).
S. progrediens Lah. (Pavlow et Lamplugh, Argile de Speeton S. 146. Taf. XVIII (XI) Fig. 15).

Das von mir l. c. erwähnte Stück der Breslauer Sammlung ist ein gekammerter Schwefelkieskern von 23 mm Durchmesser, auf welchem eine Sechstel-Windung vor seinem Ende noch ein kurzes, ebenfalls gekammertes Stück der folgenden Windung haftet, doch fehlt diesem die Gegend des Nabelrandes; die Röhre ist hier 13 mm dick und 16 mm hoch von der Internseite zur Externseite, während die vorhergehende vollständige Windung zuletzt 8 mm dick und ca. 10,5 mm hoch ist, aber nur 8 mm von der Internseite zur Externseite, und einen 4,5 mm weiten Nabel hat; an ihrem Anfange ist sie aber 5 mm dick und nur ca. 4,5 mm hoch. Gegen drei Viertel der vorhergehenden Windung werden verhüllt, und die grösste Dicke ist reichlich doppelt so weit von der Externseite entfernt wie vom Nabel.

Die Seitenflächen sind auf ihrer inneren Hälfte nur flach gewölbt und nehmen nach aussen allmählich eine stärkere Wölbung an; die Externseite ist recht kurz gerundet.

Die letzte halbe Windung trägt auf der abgerundeten Nabelkante 11 verhältnissmässig starke, deutlich vorwärts gerichtete Rippen, welche sich noch auf

dem inneren Drittel höher erheben, dann spalten und dann gerade biegen. Diese Gabelung wiederholt sich zuweilen, oder es schiebt sich auch öfters eine Rippe ein, sodass an der Externseite gegen 35 Rippen vorhanden sind, welche sich zu dieser stark vorbiegen. Eine ähnliche Skulptur scheint auch das erwähnte Bruchstück der folgenden Windung zu besitzen.

Die Kammerwand steigt von aussen bis zum ersten Lateralsattel stark an, bis zum zweiten etwas weniger und senkt sich dann etwas bis zur Naht. Der erste Lateralsattel ist von der Externseite ziemlich ebenso weit entfernt wie vom Nabel und ist wenig breiter als der zweite, aber nur zwei Drittel so breit wie der Externsattel. Alle Sättel sind ganz unsymmetrisch mässig tief gekerbt. Der erste Laterallobus ist etwa um die Hälfte tiefer als der zweite, aber nicht ganz so tief wie der Externlobus und trägt, ebenso wie der zweite, über seinem unteren Drittel jederseits etwas unsymmetrisch einen kürzeren Seitenast, etwas höher nur kurze Zweige.

Bis zum Nabel folgen dann noch 2 kurze Auxiliarloben. Diese Lobenlinie ist recht ähnlich der von Pavlow Taf. II Fig. 3 b abgebildeten, aber das Stück ist stärker involut und weniger dick als das kleine, dort Fig. 5 c d abgebildete, und die Spaltung der Rippen ist weniger regelmässig in je 3 oder 4, und die Knoten sind schwächer, sodass das Stück von Helgoland doch füglich einer anderen, nahe verwandten Art angehören könnte.

Bei Ahlum hat Herr Bode die Hälfte eines gekammerten Steinkerns von 66 mm Durchmesser gesammelt, welcher also etwa der ersten Hälfte der Schlusswindung des von Pavlow l. c. Fig. 4a abgebildeten Stückes entspricht und mit diesem recht gut übereinstimmt bis auf die etwas geringere Dicke, die aber wohl auf die Erhaltung zurückzuführen ist; auch die Lobenlinie ist der Fig. 3 b abgebildeten sehr ähnlich, nur sind die unteren Zweige des ersten Laterallobus verhältnissmässig länger, und die darüber folgenden wesentlich kürzer.

Ein etwas verdrückter, gekammerter Schwefelkieskern von Ahlum von 31 mm Durchmesser scheint zuletzt weniger involut zu werden und sich dadurch dem eben besprochenen Stück mehr zu nähern, hat aber einen weniger unsymmetrisch getheilten Externsattel, und der erste Laterallobus trägt unten 3 Zweige und dicht darüber jederseits noch einen und ist hier auffallend breit, also ähnlich wie bei Pavlow's Abbildung Tafel II Figur 3 b, während das oben beschriebene hierin von derselben abweicht.

Ein etwas verdrückter und in der Umgebung des Nabels stark abgeriebener, aber gekammerter Brauneisensteinkern von 45 mm Durchmesser, ebenfalls von Ahlum, stimmt in der Skulptur recht gut mit Pavlow's Abbildung Fig. 5 überein, hat aber nur schwach konvergirende Seitenflächen, wohl in Folge von Verdrückung; auf der einen Seite schliesst sich endlich die Lobenlinie an Pavlows Abbildung Fig. 3 b nahe an, auf der anderen hat der erste Laterallobus unten einen Ast weniger, beziehungsweise einen mittleren längeren Ast, und der Externsattel ist zwar nur kurz, aber ziemlich symmetrisch gespalten, beides ähnlich wie bei einem Bruchstücke von Simbirsk, das ich Herrn Pavlow verdanke.

Simbirskites n. sp. ind. cf. lippiacus Weerth.

Ein Phosphorit-Abdruck des Nabels im Berliner Museum lässt den Nabel bis zu 50 mm Durchmesser erkennen und in diesem $2^1/_2$ Windungen; je eine halbe Windung vorher ist der Nabel 36 mm, resp. 26 mm, resp. 17 mm, resp. 12 mm, resp. 8 mm weit. Die hohe Nabelwand steht steil und biegt sich, abgesehen von der Skulptur, allmählich zu den mässig gewölbten, nach aussen etwas konvergirenden Seitenflächen um; die Windungen sind wohl zur Hälfte eingewickelt und tragen auf dem Nabelrande je 20 dünne, hohe Rippen, welche sich auf der Nabelwand verflachen und vorbiegen, nach aussen recht stark vorwärts gerichtet sind und höher werden, um dann hohe Spitzen zu bekommen und sich hierauf in je 2 niedrige, schmale Rippen zu spalten. Diese sind aber nur auf der letzten Drittelwindung des Nabels zu erkennen, da die Spitzen auf den ersten beiden erhaltenen Windungen dicht an der Naht liegen und sich dann erst von dieser entfernen, sodass sie von ihr zuletzt etwa zwei Drittel so weit entfernt sind, wie vom Nabel.

Die Dicke der Röhre am Schluss der vorletzten Windung, also am Ende des Nabels, mag gegen 30 mm betragen haben ohne die Spitzen.

Wenn nun auch in der Skulptur und in der Zunahme der Windungen an Höhe unsere Art einige Aehnlichkeit mit S. lippiacus Weerth (Teutoburger Wald, S. 13 Taf. 3 Fig. 3; Taf. 5 Fig. 3) besitzt, so ist sie doch um vieles bauchiger.

Simbirskites Beyrichi v. Koenen. Tafel I Figur 1ab; 2ab; ? Tafel IV Figur 4ab.

Ein durchweg gekammerter, zum Theil beschädigter und verdrückter Phosphoritkern des Berliner Museums hat gegen 87 mm Durchmesser und einen 22 mm weiten Nabel. Die Röhre ist zuletzt 31 mm dick und 40 mm hoch, eine Windung vorher ca. 18 mm dick und 26 mm hoch, der Nabel 8 mm weit; von der vorletzten Windung werden etwa drei Fünftel umhüllt. Die grösste Dicke ist etwa 3 mal so weit von der Externseite entfernt wie von dem Nabel, und von dieser Stelle biegen sich die Seitenflächen ziemlich schnell zur Naht herum, während sie nach aussen, nur flach gewölbt, mit ca. 35 Grad konvergiren und erst auf ihrem äusseren Drittel eine stärkere Wölbung zu der gleichmässig gerundeten Externseite annehmen.

Die gänzlich abgerundete Nabelwand trägt auf jeder halben Windung gegen 8 dünne, kantenartige Rippen, welche auf der Nabelwand unter geringer Vorbiegung bald verschwinden, nach aussen wenig vorwärts gerichtet sind und erst etwas stärker werden, aber noch auf dem inneren Drittel der Röhre sich wieder verflachen und dann in je drei niedrige Rippen spalten, während eine vierte sich gewöhnlich einzuschieben scheint. Diese Rippen werden allmählich stärker und biegen sich zur Externseite ziemlich stark vor. Sie sind dort zuletzt 5 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt.

Die Kammerwände steigen von aussen bis zum ersten Lateralsattel deutlich an, zum zweiten etwas schwächer, und senken sich dann beträchtlich bis zum Nabel. Der zweite Laterallobus ist mit seinem Hauptstamm von der Externseite etwas weiter entfernt als vom Nabel. Der Externsattel ist um reichlich ein Drittel breiter als jeder der Lateralsättel und ist abgerundet und unsymmetrisch zerschlitzt, durch einen tieferen Nebenlobus auf seiner Innenseite, durch einen kürzeren auf seiner Aussenseite; dasselbe ist der Fall bei dem zweiten Laterallobus, das Umgekehrte bei dem ersten. Auf den Abfall der Kammerwand zur Naht folgen noch 3 Auxiliarloben.

Der erste Laterallobus ist um die Hälfte länger als der zweite und ein wenig länger als der Externlobus, welcher über seiner Mitte je einen längeren Seitenast trägt und über seinem untersten Viertel einen kürzeren. Der lange Hauptstamm des ersten Laterallobus endigt auf der einen Seite unten mit 3 unsymmetrischen, divergirenden Aesten und trägt jederseits darüber noch einen ähnlichen, über seiner Mitte einen schwächeren; der zweite Laterallobus hat auf der Innenseite in der Mitte einen Seitenast, auf seiner Aussenseite ein wenig höher und tiefer je einen schwächeren. Alle Loben sind lang gezackt, die Sättel ziemlich tief zerschlitzt und gekerbt. Auf der anderen Seite endigt der erste Laterallobus mit 4 stärker divergirenden Aesten, ist kürzer und hat einen wesentlich dickeren Hauptstamm, und der zweite Lateralsattel ist merklich schmaler als der erste.

Zu derselben Art gehören wohl noch 2 schlechter erhaltene Stücke des Berliner und eins des Hamburger Museums, welche zum Theil von Exemplaren von mehr als 20 cm Durchmesser herrühren.

Simbirskites rugosus v. Koenen. — Tafel III Figur 1 a b; 2.

Von 3 theilweise beschädigten und abgeriebenen, aber durchweg gekammerten Phosphorit-Kernen des Hamburger Museums hat der grösste knapp $1^1/_4$ Windungen mehr als der zweite und etwa $2^1/_2$ Windungen mehr als der kleinste, welcher gegen 31 mm Durchmesser und zuletzt 14 mm Dicke und etwa 12 mm Höhe der Röhre hat. Das zweite Exemplar hat 71 mm Durchmesser und einen 28 mm weiten Nabel, eine halbe Windung früher 55 mm Durchmesser und einen 18,5 mm weiten Nabel; die Röhre ist zuletzt ca. 28 mm dick und 25 mm hoch, eine halbe Windung vorher ca. 22 mm dick und 20 mm hoch und eine ganze Windung zurück ca. 19 mm dick und 17 mm hoch gewesen. Das grösste Stück dürfte mindestens 14 cm Durchmesser gehabt haben; die Röhre ist zuletzt ca. 46 mm dick, aber etwas angewittert und wohl auch verdrückt, und 50 mm hoch, aber nur ca. 38 mm von der Internseite zur Externseite.

Die Röhre ist in der Jugend auf der Externseite ziemlich gleichmässig breit gewölbt, im Alter etwas stärker, und die Seitenflächen dafür etwas flacher bis zu der ganz abgerundeten Nabelkante; die Nabelwand steht ziemlich steil. Auf der Nabelwand einer jeden Windung finden sich in der Jugend etwa 15, später

gegen 18 dicke, rundliche Rippen, welche auf der Nabelwand unter geringer Vorbiegung bald verschwinden, nach aussen noch auf dem inneren Viertel sich stärker erheben, in der Jugend zu einem stumpfen Knoten, und sich dann in je 2 starke Rippen spalten, und die hintere spaltet sich gewöhnlich auf der Mitte der Röhre nochmals. Alle diese Rippen laufen gerade oder etwas vorwärts gerichtet zur Externseite und biegen sich auf dieser etwas stärker vor.

Auf dem letzten Windungsstück des Grössten wird diese Skulptur weit schwächer, zum Theil sogar undeutlich, freilich wohl mit in Folge von Abnutzung der Oberfläche.

Die Kammerwände laufen von aussen bis zum zweiten Lateralsattel ziemlich gerade und senken sich dann bis zur Naht. Der erste Lateralsattel ist von der Externseite nahezu ebenso weit entfernt wie vom Nabel; der erste Laterallobus ist fast doppelt so lang wie der zweite, aber annähernd eben so lang wie der Externlobus. Die Breite des Externsattels verhält sich zu der des ersten und des zweiten Lateralsattels wie 15 : 13 : 10.

Diese drei Sättel sind unsymmetrisch durch je einen kurzen Nebenlobus gespalten, aber der erste Lateralsattel auf seiner äusseren Seite, die beiden anderen auf der inneren, und führen ausserdem einige abwechselnd längere und kürzere Kerben. Der Externlobus trägt über seiner Mitte je einen mässig langen Seitenast, der zweite Laterallobus jederseits unterhalb seiner Mitte einen kürzeren, ziemlich symmetrisch; der Erste hat einen breiten Hauptstamm, welcher unten mit einem mittleren Endast und zwei ziemlich symmetrischen Seitenästen endigt und je einen etwas kürzeren über der Mitte der ganzen Länge trägt. Ausserdem sind die Loben noch ziemlich kurz gezackt. Zwischen dem zweiten Laterallobus und der Naht finden sich noch 2 schräg liegende Auxiliarloben.

Derselben Art dürfte auch ein kleinerer Phosphoritkern des Berliner Museums angehören.

? Simbirskites petschorensis Bogoslowski.

Olcostephanus cf. petschorensis Bog. Unterkret. Amm. Russlands S. 129. Taf. XII Fig. 3 u. 4.

Ein Phosphoritknollen im Berliner Museum enthält den scharfen Abdruck eines Drittels der aufeinander folgenden Windungen von einer Seite, der letzten Windung auch von der anderen.

Der Durchmesser hat gegen 45 mm betragen, die Weite des Nabels gegen 15 mm; die Röhre ist zuletzt knapp 17 mm hoch und 13 mm dick gewesen, eine Drittel-Windung vorher 15 mm hoch und ca. 11 mm dick, und die vorhergehende Windung ist bis auf einen Streifen von ca. 4 mm Breite verhüllt. Die grösste Dicke ist ziemlich 3 mal so weit von der Externseite entfernt wie vom Nabel, und die flach gewölbten Seitenflächen konvergiren von hier merklich bis zu der breit gerundeten Externseite, während sie sich zu der ganz abgerundeten Nabelkante ziemlich schnell umbiegen; die Nabelwand steht ziemlich steil.

Die Nabelkante dieser Drittel-Windung trägt 10 starke Rippen, von welchen die 6 letzten wesentlich dicker werden als die 4 ersten, und zwischen jenen

liegt an 2 Stellen noch je eine weit schwächere und niedrigere. Alle diese Rippen biegen sich auf der Nabelwand stark nach vorn und verschwinden allmählich; nach aussen sind sie recht deutlich vorwärts gerichtet, schwellen stärker an, verflachen und spalten sich aber grösstentheils noch auf dem inneren Drittel der Röhre, doch schiebt sich hier auch wohl eine Rippe ein, und die letzten Rippen verhalten sich darin unregelmässiger als die ersten. Am Rande des äusseren Drittels spalten sich einzelne Rippen nochmals, und alle Rippen biegen sich zur Externseite stärker vor und laufen über diese ohne Abflachung hinweg; es kommen dort je 3 oder auch wohl 4 Rippen auf eine Hauptrippe.

Die Skulptur ist somit recht ähnlich der von Bogoslowski Tafel XII besonders Figur 3 und 4 abgebildeten, doch scheint der Nabel etwas weiter zu sein, und die Röhre verhältnissmässig weniger dick. Eine sichere Bestimmung des Abdruckes von Helgoland ist aber so wie so nicht ausführbar.

Vielleicht gehört zu derselben Art ein nicht gekammertes Bruchstück eines Phosphorit-Steinkerns des Hamburger Museums, etwa eine Achtel-Windung, welche mehrfach beschädigt ist, aber die Skulptur grossentheils gut erkennen lässt, auch auf der Internseite. In der Mitte ist die Röhre ohne die Höcker 24 mm dick und gegen 38 mm hoch, aber nur 29 mm von der Internseite zur Externseite. Der Durchmesser mag gegen 80 mm betragen haben. Die Skulptur ist recht ähnlich der des oben beschriebenen Abdruckes und auch des drittletzten Viertels des von Bogoslowski l. c. Fig. 1 abgebildeten Stückes, doch sind die Rippen zu der Externseite noch stärker vorgebogen, und die Hauptrippen tragen vor ihrer Spaltung je einen recht spitzigen Knoten und über der Nabelkante stärkere Anschwellungen. Andeutungen davon lassen sich aber auch an einzelnen Stellen von Bogoslowski's Abbildung l. c. Fig. 1 a erkennen.

Simbirskites Phillipsi (Roemer) Neumayr et Uhlig. — Tafel I Figur 6 a, b. (v. Koenen, Ammonitiden S. 157 u. 412.)

Olcostephanus Phillipsi Neum. et Uhlig, Palaeontograph. XXVII S. 161. Taf. XV Fig. 7.
Olcostephanus Phillipsi Neum. et Uhlig (Weerth, Teutoburger Wald S. 17. Taf. IV Fig. 2, 3).

Ausser dem a. a. O. von mir beschriebenen Stück der Kieler Sammlung liegen jetzt mir vor: aus dem Berliner Museum gegen 8 etwas abgeriebene, gekammerte Phosphorit-Steinkerne oder Bruchstücke, welche bis über 20 cm Durchmesser gehabt haben; einer von 95 mm Durchmesser steht in der auf dem äusseren Theile der Windungen erhaltenen Skulptur und auch in der Lobenlinie einzelnen annähernd gleich grossen Exemplaren von Oerlinghausen sehr nahe, von welchen das eine auf seinen beiden Seiten eine recht verschiedene Ausbildung der Lateralloben zeigt; namentlich sind die Seitenäste auf der einen Seite ziemlich stark gekrümmt, zuerst mehr seitlich und dann nach unten gerichtet, und der Hauptstamm recht dick, der untere Ast verhältnissmässig kurz, wie dies auch bei dem Stück von Helgoland der Fall ist. Bei diesem ist ferner auf einem kleinen Stück der vorletzten Windung zu erkennen, dass die Rippen über der Nabelkante etwa

eben so weit von einander entfernt sind wie bei Stücken von Oerlinghausen. Diese letzteren haben endlich stärker konvergirende Seitenflächen und eine wesentlich kürzer gerundete Externseite, als das erstere, und ich muss es dahin gestellt sein lassen, in wie weit dies durch die Erhaltung bedingt ist. Etwa eine Windung mehr bis zum Anfange der Wohnkammer hat ein Steinkernbruchstück von Helgoland mit einem Theile der letzten Kammern und dem Anfange der Wohnkammer gehabt, welches ganz ähnliche Loben zeigt, wie das eben erwähnte, und am Anfange der Wohnkammer 140 bis 150 mm Durchmesser gehabt haben mag. Das grösste Stück von Oerlinghausen hat aber auf den jüngeren Windungen wohl ähnliche Loben, wie die übrigen, aber im Alter, etwa $1^1/_4$ Windungen später als das zuerst erwähnte Stück von Helgoland, weit kürzere Loben und breitere Sättel.

Mehrere, meist stärker abgeriebene und beschädigte Steinkerne befinden sich auch im Hamburger Museum; sie haben zum Theil wohl dieselben Dimensionen erreicht, wie grosse Exemplare von Oerlinghausen. So ist bei einem Bruchstück die Röhre 35 mm dick und über 70 mm hoch gewesen, aber 45 mm von der Internseite zur Externseite, und bei einem anderen Bruchstück betrug die Höhe gegen 95 mm. Skulptur ist hier nicht erhalten, die Gestalt scheint aber recht ähnlich gewesen zu sein, und die Loben stimmen, soweit sie erhalten sind, befriedigend mit denen der Stücke von Oerlinghausen überein.

Ausser dem l. c. S. 414 von mir erwähnten 7 cm grossen, verdrückten Stück besitzt Herr Bode von Ahlum jetzt noch mehrere kleinere von ca. 3 cm Durchmesser und 2 etwas kleinere von Querum, welche mit Schwefelkies erfüllt und theilweise verdrückt sind, aber die Skulptur und die Lobenlinie meistens gut erkennen lassen. Diese letztere stimmt nun mit der von Pavlow (Crétacé inf. de la Russie Taf. VII Fig. 3 c) abgebildeten ziemlich gut überein, ist aber schon tiefer zerschlitzt, obgleich die Exemplare nur erst zwei Drittel so gross sind, wie das dort Fig. 3 abgebildete, und die Kammerwände steigen in diesem Alter zum ersten Lateralsattel noch stärker an. Ausserdem sind aber die russischen Vorkommnisse von S. discofalcatus nach Pavlow's Abbildungen und einem Exemplar von 35 mm Durchmesser von Simbirsk wesentlich dicker, haben bedeutend stärker gewölbte Seitenflächen und eine weit breiter gerundete Externseite, endlich erfolgt die Spaltung der Rippen erst nahe der Mitte der Röhre, und die Rippen sind gleichmässiger gekrümmt, während sie bei S. Phillipsi sich näher dem inneren Drittel spalten und gerade richten, um erst auf dem äusseren Drittel sich wieder vorzubiegen. Es ist somit auch die engrippige Varietät des S. discofalcatus recht wohl von S. Phillipsi zu trennen.

Zu einer anderen Art könnten aber noch ein Paar etwas kleinere Stücke von Ahlum und Querum in Herrn Bode's Sammlung gehören, welche weniger zahlreiche aber stärkere Rippen am Nabelrande haben, etwa 18 auf der letzten Windung, und bei welchen die Kammerwände bis zum ersten Lateralsattel etwas weniger stark ansteigen.

Simbirskites carinatus v. Koenen. — Tafel IV Figur 6a, b; 7.

Dem Berliner Museum gehören 2 Bruchstücke von gekammerten Schwefelkieskernen, welche je etwa eine Viertelwindung enthalten und von demselben Exemplar herrühren könnten. Das Grössere würde an seinem Ende etwa 50 mm Durchmesser gehabt haben, doch fehlt ihm der involvirende Theil der Röhre; zwischen ihm und dem kleineren dürfte etwa eine Drittel-Windung fehlen. Das Kleinere mag gegen 28 mm Durchmesser gehabt haben und ist zuerst ca. 7,5 mm dick und 10,5 mm hoch, zuletzt 9 mm dick und ca. 14 mm hoch, aber nur 10 mm von der Internseite zur Externseite. Die grösste Dicke ist von der Externseite mindestens 3 mal so weit entfernt wie von dem Nabel. Die Seitenflächen sind auf ihrer mittleren Hälfte nur flach gewölbt und konvergiren durchschnittlich nach aussen mit ca. 25 Grad; sie nehmen auf ihrem äusseren Viertel bis zu der ziemlich kurz gerundeten Externseite eine etwas stärkere Wölbung an, auf dem inneren allmählich schneller zu der abgerundeten Nabelkante.

Das kleinere Bruchstück trägt auf der Viertelwindung 7 hohe Rippen über der Nabelkante, welche auf dieser sich schnell verflachen, nach aussen deutlich vorwärts gerichtet sind und noch auf dem inneren Drittel der Röhre etwas anschwellen und sich in je 2 oder 3 Rippen spalten; diese biegen sich auf dem äusseren Drittel allmählich immer stärker vor und laufen etwas abgeflacht, aber verbreitert über die Externseite hinweg.

An dem grösseren, etwas abgeriebenen Bruchstück fehlt die Spaltungszone der Rippen, aber diese gabeln sich etwa zur Hälfte nochmals auf der Mitte oder dem äusseren Drittel oder Viertel der Röhre, sodass die Zahl der Rippen auf der Externseite für die Viertelwindung etwas über 30 betragen dürfte, und ihre Breite von Mitte zu Mitte 1,5 mm. Von der Lobenlinie ist der erste Lateral- und der Externlobus sowie der Externsattel erhalten und der des kleineren Bruchstückes sehr ähnlich, aber wesentlich besser entwickelt und verästelt.

Die Kammerwand steigt von aussen zum ersten Lateralsattel merklich an, etwas schwächer bis zum zweiten und senkt sich dann beträchtlich bis zum Nabel. Der erste Lateralsattel liegt dem Nabel etwas näher als der Externseite und ist wohl um die Hälfte breiter als der zweite, aber merklich schmaler als der Externsattel. Der Externlobus ist eben so tief wie der erste Lateral-lobus, aber wohl um ein Drittel tiefer als der zweite; auf diesen folgt ein halb so langer und 2 ganz kurze Auxiliarloben.

Der Externlobus und die Lateralloben tragen unter ihrer Mitte stärkere Seitenäste und sind ziemlich stark und lang gezackt; die Seitenäste des ersten Laterallobus sind gespalten und zwar der innere so tief, dass man dies ebenso gut als zwei nahe über einander auslaufende Aeste des Hauptstammes bezeichnen könnte. Aussen folgt über der Mitte noch ein etwas kürzerer Seitenast. Die Sättel sind unsymmetrisch durch kürzere Nebenloben gekerbt.

Derselben Art könnte nach der Gestalt und Lobenlinie noch ein Bruchstück eines Phosphorit-Steinkerns des Berliner Museums mit 38 mm Abstand der

Externseite von der Internseite gehören. Nur an der Externseite sind breite, flache, stark nach vorn gerichtete Rippen zu erkennen, welche über 8 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind, auf dem Abdruck der vorhergehenden Windung aber knapp 2 mm.

Die Kerben des Extern- und des ersten Lateralsattels sind natürlich wesentlich tiefer, die Seitenäste des allein erhaltenen Extern- und ersten Lateral-lobus recht lang, aber nicht verzweigt, sondern auffallend lang gezackt. Für den gespaltenen inneren Seitenast des Letzteren treten aber 2 ganz getrennte Aeste auf, von welchen der untere von dem inneren Endast des Lobus ausläuft.

Bei Ahlum hat Herr Bode in neuester Zeit ein etwas verdrücktes und angewittertes, aber gekammertes Bruchstück von 80 mm Höhe der Röhre gesammelt, in welchem auch noch ein Stück der vorhergehenden Windung steckt.

Simbirskites paucilobus v. Koenen. — Tafel III Fig. 4ab.

Ein gekammerter, grossentheils gut erhaltener Schwefelkieskern des Berliner Museums von 27 mm Durchmesser hat einen 8 mm weiten Nabel und zuletzt 10,5 mm Dicke und 11,5 mm Höhe der Röhre, eine halbe Windung vorher 7 mm Dicke und 8 mm Höhe, eine ganze Windung vorher ca. 6 mm Dicke und 6,3 mm Höhe; etwa ein Drittel der vorletzten Windung wird verhüllt. Die grösste Dicke der Röhre ist reichlich doppelt so weit von der Externseite entfernt wie vom Nabel. Von hier nehmen die Seitenflächen bis zu der abgerundeten Nabelkante eine etwas deutlichere Wölbung an, während sie nach aussen etwas konvergiren und sich dann zu der breit gerundeten Externseite umbiegen. Die letzte Windung trägt auf der Nabelkante 20 Rippen, welche auf der Nabelwand unter geringer Vorbiegung schnell verschwinden, nach aussen deutlich vorwärts gerichtet sind und sich am Rande des inneren Drittels der Seitenflächen zu Knoten erheben; gleich darauf spaltet sich nach vorn meistens eine Rippe ab, und auf der Mitte der Seitenflächen spalten sie sich sehr regelmässig in je 2 Rippen, so dass über die Externseite der letzten Windung unter mässiger Vorbiegung etwa 55 Rippen hinweglaufen.

Die Kammerwand steigt von aussen zum ersten Lateralsattel ein klein wenig an, zum zweiten ein wenig deutlicher und läuft dann gerade zum Nabel. Die Aussenseite des ersten Lateralsattels ist von der Externseite etwa eben so weit entfernt wie vom Nabel. Der Externsattel ist fast doppelt so breit wie jeder der Lateralsättel; ein kurzer Auxiliarlobus liegt dicht über der Nabelkante. Die Lateralsättel führen je einen kurzen Nebenlobus ziemlich in der Mitte, der Externsattel unsymmetrisch auf seiner Innenseite. Alle Sättel sind nur wenig und kurz gekerbt. Der Externlobus ist um etwa ein Drittel tiefer als der erste Laterallobus und etwa drei mal so lang wie der zweite; er trägt einen kurzen Seitenast über seinem unteren Drittel. Alle Loben sind verhältnissmässig dick und kurz und nur kurz gezackt, entsprechend der geringen Grösse des Stückes.

Der Hauptstamm des ersten Laterallobus endigt in 3 divergirenden Spitzen, von welchen die innerste etwas höher liegt, als die äusserste; darüber folgen schwächere Spitzen, innen eine, aussen zwei. Der zweite Laterallobus lässt nur 3 kurze Zacken unten erkennen.

Gattung Craspedites Pavlow.

Craspedites Gottschei v. Koenen. — Tafel I Figur 3 a, b; 4; 5.

Ein wohl erhaltener Schwefelkieskern von Helgoland im Göttinger Museum von 38 mm Durchmesser hat zuletzt 12 mm Dicke und 18 mm Höhe der Röhre, aber nur 9 mm von der Internseite zur Externseite, eine halbe Windung vorher 8 mm Dicke und 12 mm Höhe; die grösste Dicke ist von der Externseite etwa doppelt so weit entfernt wie von der Internseite. Die Seitenflächen sind schwach gewölbt, nach der kurz gerundeten Nabelkante zu allmählich stärker, nach aussen erst nahe der verhältnissmässig breit gerundeten Externseite schnell stärker. Die letzte Windung trägt auf ihrer inneren Hälfte 22 ziemlich schmale, erhabene Rippen, welche sich auf der Nabelkante nach vorn biegen und schnell schwächer werden, nach aussen stark vorwärts gerichtet sind, noch auf dem inneren Drittel höher und schmaler, dann aber niedriger werden und sich dann spalten und auch durch Einschiebung vermehren, so dass für jede Hauptrippe auf der äusseren Hälfte 3 oder 4 Rippen auftreten, auf der letzten Hälfte der Windung sogar meistens 5. Dieselben sind schmaler als ihre Zwischenräume, erheben sich nach aussen stärker, biegen sich zur Externseite noch mehr vor und laufen über diese mit geringer Abflachung hinweg.

Die Kammerwände steigen von aussen bis zum ersten Lateralsattel stark an, bis zum zweiten etwas weniger, und senken sich dann ein wenig bis zum Nabel. Der Hauptstamm des zweiten Laterallobus liegt schon auf der inneren Hälfte der Röhre. Der Externsattel ist nicht ganz symmetrisch durch einen kurzen Nebenlobus gespalten und ist etwa um die Hälfte breiter als die beiden Lateralsättel; bis zur Naht folgen dann noch 3 immer schmaler werdende Auxiliarsättel. Die Lateralsättel sind unsymmetrisch ziemlich kurz gekerbt. Der erste Laterallobus ist um etwa die Hälfte länger als der zweite, aber nur wenig länger als der Externlobus, welcher in halber Höhe einen längeren Seitenast trägt. Die Lateralloben haben lange, dicke Hauptstämme, der erste ziemlich doppelt so dick und um die Hälfte länger als der zweite, und endigen unten in drei kurzen Aesten, tragen solche aber auch noch höher, der erste Laterallobus dicht über den unteren. Bis zur Nabelkante folgen dann noch 2 kurze, dünne Auxiliarloben. In dem Hamburger und Berliner Museum befinden sich ca. 25 Steinkerne resp. Bruchstücke, welche derselben Art angehören dürften, darunter ein etwas kleinerer Schwefelkiessteinkern, während die übrigen aus Phosphorit bestehen und grösser, aber mehr oder minder abgerieben und beschädigt sind. Diese Stücke sind bis an das Ende gekammert und haben bis zu

20 cm Durchmesser gehabt. Der erste Laterallobus ist ebenfalls um die Hälfte länger als der zweite, aber auch etwas länger als der Externlobus; er endigt unten in 3 mässig langen, unsymmetrischen Aesten, ebenso wie der zweite, und trägt unter und über der Mitte unsymmetrisch noch je 2 Aeste. Die Sättel tragen etwas tiefere und auch zahlreichere Kerben als bei dem kleinen Exemplar, aber in ähnlicher Anordnung.

Die Zahl der Rippen an der Externseite der letzten halben Windung beträgt etwa 50; auf der inneren Hälfte der Seitenflächen sind die Rippen an keinem grösseren Exemplare gut erhalten, doch scheinen sie hier recht niedrig gewesen zu sein und jedenfalls an der Theilungsstelle der Rippen höchstens ganz flache Anschwellungen getragen zu haben, so dass unsere Art wohl eher zu Craspedites gestellt werden muss als etwa zu Simbirskites.

Hierher gehört wohl ausser einer Anzahl anderer Bruchstücke eine halbe Windung eines gekammerten Schwefelkieskerns im Hamburger Museum, welche 107 mm Durchmesser und einen ca. 25 mm weiten Nabel hat; die Röhre ist zuletzt 30 mm dick und ca. 47 mm hoch, aber von der Internseite zur Externseite nur 32 mm, und zuerst nur 24 mm. Die abgerundete Nabelkante dieser halben Windung hat gegen 20 niedrige, kantenartige Rippen getragen, welche nach innen sich vorbiegen und schnell verschwinden, nach aussen schon ca. 5 mm vom Nabel anfangen sich stärker vorzubiegen, aber noch auf dem inneren Drittel der Seitenflächen ganz undeutlich werden; auf dem äusseren Drittel erscheint dafür etwa die vierfache Zahl niedriger, rundlicher Rippen, welche zur Externseite sich noch stärker vorwärts biegen und ein wenig höher werden.

Die Kammerwand steigt bis zum zweiten Lateralsattel merklich an und senkt sich dann ziemlich steil zum Nabel. Der Externlobus ist nicht sicher zu erkennen, wohl aber der übrige Theil der Lobenlinie, welche mit derjenigen kleinerer Stücke recht gut übereinstimmt. Der erste Lateralsattel ist hier etwa eben so weit vom Nabel entfernt wie von der Externseite, und der erste Auxiliarsattel reicht mit seinem obersten Theile bis an die Nabelkante, zieht sich aber von dieser unten weiter ab. Das grösste, den Loben nach zu C. Gottschei gehörige Bruchstück hat 50 mm Abstand zwischen der Extern- und Internseite und dürfte von einem Exemplar von ca. 180 mm Durchmesser herrühren.

Unsere Art ist vergleichbar dem Olcostephanus Weerthi v. Koenen (Ammonitiden S. 67 Taf. XXXVII Fig. 2) von Oerlinghausen, ist aber weniger involut, hat zahlreichere Rippen über der Nabelkante und auch verschiedene Loben.

In der Lobenlinie gleicht unsere Art einigermassen dem Olcostephanus cf. Grotriani (non Neum. et Uhlig) Weerth (Teutoburger Wald Taf. III Fig. 4), doch ist diese Art weit weniger involut, hat starke Knoten über dem Nabelrande, und auf Figur 4a steigt die Kammerwand bis zum zweiten Lateralsattel weit stärker an.

Gattung Hoplites Neumayr.

Hoplites radiatus Brug.? (v. Koenen, Ammonitiden des norddeutschen Neokom S. 171).

H. radiatus Brug. (Neumayr et Uhlig, Palaeontographica XXVII S. 165. Taf. 34 Fig. 2, 3).

Ein Abdruck des Hamburger Museums zeigt Gestalt und Skulptur der inneren Windungen und der Nabelwand der letzten halben Windung eines Exemplars von nahezu 160 mm Durchmesser.

Die Rippen, etwa 14 auf jeder der inneren Windungen, sind etwas unregelmässig und etwas zahlreicher aber niedriger, als dies sonst bei H. radiatus gewöhnlich der Fall ist, und die Lateralspitzen der Mittelwindungen bleiben ein wenig von der Naht der folgenden Windungen entfernt. Auf der letzten Windung sind ihrer 5 zu erkennen; sie sind hier noch unregelmässiger und augenscheinlich noch zahlreicher.

Hoplites Vaceki Neumayr et Uhlig. (v. Koenen, Ammonitiden S. 173. pars?)

Hoplites Vaceki Neum. et Uhlig, Palaeontographica XXVII S. 165. Taf. 56 Fig. 2.

Ein Phosphorit-Abdruck des Nabels im Berliner Museum zeigt denselben bis zu 37 mm Durchmesser nebst der Nabelwand der folgenden Windung; der Nabel ist je eine halbe Windung früher 24 mm, resp. 14 mm resp. 9 mm weit. Die hohe Nabelwand steht recht steil und wird durch eine etwas abgerundete Nabelkante von den flach gewölbten, nach aussen deutlich konvergirenden Seitenflächen getrennt. Die letzte Windung im Nabel trägt 18 dünne Rippen, welche auf der Nabelkante am höchsten sind, gerade oder etwas vorwärts gerichtet über die Seitenflächen laufen, beträchtlich niedriger werden und an der Naht anscheinend wieder höher, während sie auf der Nabelwand fast bis unten sehr deutlich hervortreten und sich allmählich vorwärts biegen. Die vorhergehende Windung hat jedenfalls ein Paar Rippen weniger gehabt; die Nabelwand der folgenden trägt deren etwa 27. Die Nabelwand der letzten Windung ist jedenfalls zuletzt über 16, vielleicht auch 20 mm hoch gewesen.

Diese Gestalt und Skulptur des Nabels entspricht jedenfalls sehr gut Arten aus der Verwandtschaft des Hoplites radiatus, welche ja sämmtlich in der Jugend zahlreiche, scharfe Rippen besitzen, aber je nach den Individuen früher oder später durch dickere, weniger zahlreiche ersetzen. Am nächsten kommt unser Abdruck aber wohl der Abbildung von H. Vaceki Neum. et Uhlig.

Hoplites paucinodus Neum. et Uhlig. (v. Koenen, Die Ammonitiden d. nordd. Neokom S. 191).

Hoplites paucinodus Neum. et Uhlig. Palaeontographia XXVII S. 173. Taf. 44 Fig. 1.

Ein kurzes, gekammertes Windungsbruchstück eines Phosphoritkerns des Berliner Museums ist zuletzt 60 mm hoch und 45 mm dick und würde der Grösse

nach unmittelbar auf das Ende einer halben Windung von Achim in der Göttinger Sammlung folgen, welches etwa eine Viertel-Windung mehr besitzt, als das von Neumayr et Uhlig abgebildete Stück von demselben Fundorte. Eben so wie dieses auf seiner letzten Viertelwindung, lassen auch jene nur eine ganz schwache und flache Skulptur erkennen, haben aber wesentlich feiner verästelte und verzweigte Loben, ganz ähnlich denen von H. noricus oder amblygonius, wie auf Neumayr et Uhlig's Abbildung Taf. 36 Fig. 1 e. Zum Theil könnte dies ja durch die grösseren Dimensionen der Röhre bedingt sein, während die Lobenlinie des H. paucinodus a. a. O. vielleicht durch die Erhaltung des Stückes so auffallend dick erscheint. Zu bemerken ist aber auch, dass die Seitenflächen der Röhre deutlich abgeflacht sind und nach aussen merklich konvergiren, und dass die Nabelkante weniger abgerundet ist als bei der Abbildung Neumayr et Uhlig's Taf. 42 Fig. 4 a, so dass der Querschnitt sich mehr dem von H. longinodus Neum. et Uhlig's nähert. Jedenfalls gehört das Bruchstück zu einer Art aus der Verwandtschaft des Hoplites noricus Roemer, wenn nicht gar zu diesem selbst, und dürfte aus den Schichten desselben, dem Unteren Hauterivien stammen.

Hoplites Deshayesi Leym.? v. Koenen, Ammonitiden S. 204.

Ein verkiestes, gekammertes, aber mit Schwefelkies überrindetes Windungs-Bruchstück des Hamburger Museums enthält am Nabel fast eine Viertelwindung, an der Externseite aber kaum ein Drittel davon, hat zuletzt 31 mm Dicke und 45 mm Höhe der Röhre und dürfte nach Ergänzung der vorhergehenden Windung gegen 10 cm Durchmesser und einen fast 3 cm weiten Nabel gehabt haben. Die letzte Windung hat am Nabelrande wohl etwa 25 ungleich starke, deutlich vorwärts gerichtete Rippen getragen, welche sich zur Mitte der Röhre mehr gerade und zur Externseite wieder stärker vorwärts biegen und über diese mit geringer Abflachung hinweglaufen. Zwischen die beiden vordersten dieser Rippen, welche allein auf der Externseite sichtbar sind und etwas weiter von einander entfernt sind als die übrigen, schieben sich auf den Seitenflächen nach einander zwei Rippen ein, welche jenen bald an Stärke gleich werden; zwischen den übrigen Hauptrippen konnte sich wohl nur je eine Rippe einschieben.

Das Bruchstück schliesst sich hiernach in Gestalt und Skulptur zunächst an die grobrippigen Formen von H. Deshayesi an, wie sie mir aus dem südfranzösischen Aptien vorliegen, abgesehen von etwas grösserer Dicke der Röhre.

Hoplites cf. Deshayesi Leym.?

? Hoplites gibbosus v. Koenen, Ammonitiden S. 214. Taf. 7 Fig. 7—9.

Ein Bruchstück eines gekammerten Phosphorit-Steinkerns, etwa eine Sechstel-Windung, im Berliner Museum nimmt ziemlich schnell an Dicke und Höhe der Röhre zu und dürfte mit den vorhergehenden Windungen über 10 cm Durchmesser gehabt haben; die Röhre ist am Anfange des Bruchstückes 29 mm dick

und 41 mm hoch, aber nur 33 mm von der Internseite zur Externseite; der Nabel dürfte gegen 40 mm weit gewesen sein. Die grösste Dicke der Röhre ist fast 3 mal so weit von der Externseite entfernt wie vom Nabel, und die flach gewölbten Seitenflächen konvergiren von hier mit durchschnittlich etwa 25 Grad bis zu der breit gerundeten, in der Mitte etwas abgeflachten Externseite, während sie nach der gänzlich abgerundeten Nabelkante zu eine etwas deutlichere Wölbung anzunehmen scheinen; die Nabelwand steht mässig steil.

Diese Sechstel-Windung trägt auf der Externseite gegen 10 breite, rundliche, etwas vorgebogene und in der Mitte ein wenig verflachte Rippen, welche auf den Seitenflächen schnell niedriger werden und zum grössten Theile verschwinden, oder vielleicht auch sich zu je zweien vereinigen, so dass nur drei von ihnen erkennbar bleiben und auf dem Nabelrande ein wenig stärker hervortreten. Auf der Internseite zeigt der scharfe Abdruck der vorhergehenden Windung, dass die Rippen an der Externseite wesentlich höher, aber auch merklich vorgebogen und in der Mitte abgeflacht waren und auf den Seitenflächen niedriger und schmaler wurden und zum Theil verschwinden.

Die Kammerwand steigt von aussen bis zum ersten Lateralsattel merklich an und senkt sich dann steiler zum zweiten und dem Nabel. Der erste Lateralsattel ist mit seinem äusseren Rande fast eben so weit von der Externseite entfernt wie vom Nabel und ist um kaum ein Viertel breiter als der zweite, aber nur etwa halb so breit wie der Externsattel. Alle Sättel sind ziemlich symmetrisch durch kurze, dicke Nebenloben gespalten und ziemlich kurz gekerbt. Der erste Laterallobus ist fast um die Hälfte länger als der zweite, etwas länger als der Externlobus; zwei Drittel seiner Länge nimmt der dicke Hauptstamm ein, welcher doppelt so lang wie breit ist und in 3 kurzen, dicken, divergirenden Aesten endigt; der mittlere ist vom äusseren etwas weiter entfernt, als vom inneren, und alle tragen unten mehrere kurze Spitzen. Ueber dem mittleren Drittel trägt der erste Laterallobus jederseits einen kurzen Ast. Der zweite endigt unten mit 3 kurzen Spitzen und trägt auf der Aussenseite über der Mitte noch einen kurzen Seitenast. Ein ganz kurzer Auxiliarlobus liegt auf der Nabelkante. Der Externlobus trägt jederseits über seinem unteren und mittleren Drittel einen ganz kurzen Seitenast. Alle Loben sind ausserdem nur ganz kurz gezackt.

Das Stück ist in Gestalt und Skulptur vergleichbar solchen Stücken aus der Formenreihe des H. Deshayesi, bei welchen der Nabel recht weit, also die Röhre verhältnissmässig niedrig aber dick, und die Skulptur grob ist, und die Lage und Eintheilung der Lobenlinie ist dieselbe, wie bei dieser Art; die Verzweigung der Loben und die Zerschlitzung der Sättel ist aber verhältnissmässig weit kürzer und nähert sich mehr der von solchen Stücken der Art von Vassy und St. Dizier, welche nur 30 bis 40 mm Durchmesser und eine Windungshöhe von ca. 15 mm besitzen.

Hoplites cf. jachromensis Nikitin.

H. cf. jachromensis Nikitin. (Bogoslowski, Unterkret. Ammoniten von Russland S. 128. Taf. 6 Fig. 4; Taf. 7 Fig. 3; Taf. 8 Fig. 1).

In einem Phosphoritknollen des Hamburger Museums findet sich der ziemlich scharfe Abdruck von fast der Hälfte eines Ammoniten, doch so, dass vom ersten Viertel und vom Ende der letzten Windung auch die Externseite, vom Rest nur die Umgebung des Nabels und die vorhergehende Windung zu erkennen sind. Der Abdruck hat etwa 37 mm Durchmesser gehabt, der Nabel ist 13 mm weit und eine halbe Windung vorher 7 mm; die Schlusswindung ist an der Mündung 14 mm hoch und ziemlich eben so dick gewesen, an ihrem Anfange 9 mm hoch. Die vorhergehende Windung ist zuletzt fast zur Hälfte verhüllt, nur eine Viertelwindung früher aber noch viel mehr, so dass der Durchmesser hier wesentlich schneller zunimmt als die Dicke.

Die Nabelwand steht recht schräg und biegt sich schnell zu den ziemlich flachen Seitenflächen um, welche aber zu der breit gerundeten, in der Mitte etwas abgeflachten Externseite eine stärkere Wölbung annehmen. Die Nabelkante der letzten Windung trägt 13, die der vorletzten 10 hohe, stark nach vorn gerichtete Rippen, welche auf der Nabelwand schnell verschwinden, nach aussen aber plötzlich etwas abfallen, so dass sie knotig erscheinen oder, früher, Höcker tragen und sich dann spalten; nur die beiden letzten Rippen bleiben einfach, und von den ersten Paaren der Schlusswindung spaltet sich die hintere nahe der Mitte der Röhre nochmals. Alle diese ziemlich starken Rippen divergiren zuerst recht stark, erhalten schnell gleiche Abstände von einander, richten sich, abgesehen von den letzten, mehr gerade nach aussen, erheben sich noch höher und richten sich an der Externseite stärker nach vorn, auf deren Mitte sie etwas flacher werden.

Leider liegen mir russische Exemplare nicht zum Vergleich vor, und die von Bogoslowski abgebildeten sind augenscheinlich nur mittelmässig erhalten.

Unsere Art gehört jedenfalls in die Verwandtschaft des H. bifalcatus (v. Koenen, Ammonitiden S. 200 Taf. 13 Fig. 4, 5).

Gattung Crioceras Lév. emend. Uhlig.

Die im Folgenden aufgeführten Crioceras-Arten sind sämmtlich, soweit sie sich eben mit genügender Sicherheit bestimmen liessen, beziehungsweise soweit sie die Lobenlinie erkennen lassen, echte Crioceras mit Hopliten-Loben.

? Crioceras fissicostatum Neum. et Uhlig. (v. Koenen, Ammonitiden S. 233. Taf. XII Fig. 2; Taf. XXII Fig. 1, 2; Taf. XXIII Fig. 1, 2).

Ein gekammerter Schwefelkieskern des Berliner Museums enthält knapp 2 sich eben berührende Windungen, von welchen die letzte 30 mm äusseren und

11 mm inneren Durchmesser hat; die Röhre ist zuerst 11 mm hoch und 9,5 mm dick, eine Windung früher 4,5 mm hoch und 3,5 mm dick und eine halbe Windung vorher knapp 2 mm hoch und fast eben so dick. Der Querschnitt ist eiförmig, die Internseite ein klein wenig eingesenkt, die Externseite gleichmässig gewölbt, die Seitenflächen bedeutend schwächer; die grösste Dicke der Röhre ist zuletzt mindestens doppelt so weit von der Externseite entfernt wie von der Internseite.

Die Skulptur besteht aus flachen, rundlichen Rippen, welche einzeln oder auch je zwei von einem Punkte über der gänzlich abgerundeten Nabelkante aus gerade über die Röhre hinweg laufen, etwas deutlicher werden und sich zuweilen durch Spaltung oder Einschiebung vermehren. Auf der Externseite der letzten halben Windung finden sich etwa 25 Rippen, auf der vorhergehenden etwa 20, und zwar erscheinen sie auf dem etwas hervorragenden Sypho verflacht, doch könnte dies die Folge von Abnutzung sein.

Die Kammerwand steigt von aussen bis zum ersten Lateralsattel recht stark an und läuft dann gerade zum Nabel.

Der Aussenrand des ersten Lateralsattels ist von der Externseite fast eben so weit entfernt, wie von der Internseite. Der zweite liegt zum Theil schon auf der Nabelkante und ist wohl nur halb so lang wie der lange erste und wie der etwas kürzere Externlobus. Diese letzteren tragen dicht über ihrer Mitte jederseits einen längeren Seitenast.

Im Uebrigen ist die Lobenlinie nur mittelmässig erhalten und wohl noch nicht ganz entwickelt bei der geringen Grösse des Stückes. Die ersten, fehlenden Windungen dürften zum Theil sich nicht berührt haben, und die ungewöhnlich schnelle Zunahme der letzten halben Windung an Höhe macht es mir auch wahrscheinlich, dass das Bruchstück zu einem Crioceras oder Ancyloceras gehört, wozu auch die Lobenlinie stimmt.

Eine ähnliche Skulptur besitzt in der Jugend C. fissicostatum Neum. et Uhlig, von welchem ich freilich nicht eben so frühe und niedrige Windungen kenne. Bei einer Höhe der Röhre von 14 mm und einer Dicke von 11 mm ist die Nabelkante schon weniger gut abgerundet, und später wird die Kante noch deutlicher. Die Lobenlinie zeigt ebenfalls einige Aehnlichkeit.

Crioceras cf. rarocinctum v. Koenen. Ammonitiden S. 245. Taf. 40 Fig. 3.

Ein etwas abgeriebenes, gekammertes Phosphoritkernbruchstück des Hamburger Museums ist 63 mm lang, in der Mitte 48 mm hoch und 40 mm dick; die grösste Dicke ist von der Externseite mindestens 3 mal so weit entfernt wie von der kurz gerundeten Nabelkante. Die Internseite ist ein wenig eingesenkt, die Seitenflächen sind nur schwach gewölbt und konvergiren sehr merklich nach der breit gerundeten, in der Mitte ein wenig abgeplatteten Externseite. Es sind drei niedrige Rippen zu erkennen, welche an der Externseite von Mitte zu

Mitte 15 resp. 20 mm von einander entfernt sind, zur Externseite sich etwas vorbiegen und auf deren Mitte stark verflachen.

Die Kammerwände sind an der Externseite 25 mm von einander entfernt und steigen bis zum ersten Lateralsattel nicht unbedeutend an und senken sich etwas zum zweiten, der auf der Nabelkante beginnt. Die Lobenlinie ist der von C. rarocinctum recht ähnlich, doch liegt der zweite Laterallobus noch mehr auf der Seitenfläche, nur mit seinem inneren Rande noch auf der Nabelkante, und der Externsattel ist weniger unsymmetrisch gespalten.

Auch in der Skulptur nähert sich das Bruchstück dem Alterszustand von C. rarocinctum, welcher freilich bei meinem Orginal erst bei mindestens 25 cm Durchmesser sich entwickelt.

Ein 5 cm langes Bruchstück eines gekammerten Schwefelkieskernes des Hamburger Museums hat zuletzt 27 mm Dicke und 34 mm Höhe und lässt eine Skulptur nicht erkennen, könnte aber der Lobenlinie gemäss zu C. rarocinctum gehören.

Crioceras Quenstedti Ooster. (Sarasin, Ammonites du Crétacique inf. de Châtel-Saint-Denis S. 109. Tafel XII Figur 4—7).

Ancyloceras Quenstedti Ooster, Céphalopodes foss. des Alpes Suisses. V. S. 54. Taf. 49 Fig. 1—6.

Ein Phosphoritknollen des Berliner Museums zeigt den Seiten-Abdruck von fast zwei Windungen, deren letzte gegen 50 mm Durchmesser gehabt hat, die erste etwas über 20 mm äusseren und 8 mm inneren Durchmesser; die Windungen berühren sich. Die Seitenflächen sind nur mässig gewölbt, konvergiren nach aussen und erhalten zu der abgerundeten Nabelkante ziemlich schnell eine stärkere Wölbung, zur Externseite noch schneller. Die erste Windung trägt nahezu 50 ziemlich gleich starke, deutlich geschwungene Rippen, welche durch durchschnittlich etwa eben so breite Zwischenräume von einander getrennt werden, auf der Nabelkante wesentlich flacher werden und sich etwas vorbiegen. Die folgende halbe Windung trägt 30 Rippen, welche gelegentlich schon an der Nabelkante oder auch später sich spalten und unregelmässiger werden, und die letzte halbe Windung führt 7 stärkere Rippen mit starken Externspitzen und schwachen Knoten am Nabelrande. Diese Rippen erscheinen zum Theil durch je eine schmale Furche bis zu den Externspitzen gespalten und haben zuerst etwas grössere Zwischenräume als zuletzt, am Ende des Abdruckes, wo je 4 Zwischenrippen zwischen ihnen liegen, zuerst je 5. Von den Zwischenrippen werden aber einzelne in der Nähe der Nabelkante undeutlich, während auf der Internseite die recht stark vorgebogenen Rippen sich zum Theil spalten.

In Gestalt und Skulptur stimmt das Stück wohl noch am besten mit der citirten Abbildung und Beschreibung Sarasin's überein, da sich bei Figur 7 die Windungen nahezu berühren, und bei Figur 6 starke Externknoten auf den Hauptrippen vorhanden sind. Von den Fig. 4 und 5 abgebildeten Varietäten weicht unser Stück weiter ab.

Ein anderer Phosphoritknollen des Berliner Museums zeigt den seitlichen

Abdruck einer Drittel-Windung von ca. 45 mm Durchmesser mit 22 geschwungenen, ziemlich gleich starken Rippen und des inneren, anstossenden Theils der folgenden Windung, welche verhältnissmässig weit dicker gewesen zu sein scheint und zwischen je 2 etwas stärkeren Rippen mit Anschwellungen über der Nabelkante, je eine oder zwei, einmal auch drei schwächere trägt. Ob dieses Stück derselben Art angehört, wie das erstere, ist natürlich ganz zweifelhaft.

Ein Abdruck des Hamburger Museums von Theilen von ca. $1^1/_2$ Windungen, deren letzte 25 bis 30 mm Durchmesser gehabt haben mag, zeigt ähnlich gedrängte und geschwungene Rippen, doch scheinen dieselben etwas höher zu sein, und die Windungen etwas langsamer an Höhe zuzunehmen.

? Crioceras Cornueli d'Orb. (Crioceras Cornuelianum d'Orbigny, Céphalopodes Crétacés S. 465. Tafel 115 Figur 1—3.)

Ein Phosphoritknollen des Hamburger Museums enthält den scharfen Abdruck einer Viertelwindung und den weniger scharfen des sich innen anlegenden Theiles der vorhergehenden Windung. Die erstere hat bei 17 mm Höhe der Röhre und anscheinend etwa derselben Dicke gegen 65 mm Durchmesser gehabt und ist ziemlich gleichmässig gewölbt, an der Internseite aber deutlich abgeflacht; sie trägt 4 starke, abgerundete Rippen mit hohen Externspitzen, etwas schwächeren Lateral- und noch schwächeren Nabelspitzen, welche von den Lateralspitzen etwas weiter entfernt sind, als diese von den Externspitzen. Zwischen je zwei Hauptrippen liegen 5 oder auch 4 wesentlich niedrigere Zwischenrippen, welche an Stelle der Spitzen nur geringe Anschwellungen erkennen lassen. Alle Rippen sind zur Externseite ein wenig vorgebogen, werden bis zu der abgerundeten Nabelkante allmählich schmaler, biegen sich auf dieser etwas zurück und verschwinden schnell.

Das Stück Abdruck der vorhergehenden Windung trägt ziemlich ebenso viele Rippen, aber sie sind durchweg annähernd gleich stark und lassen sämmtlich Lateralknoten erkennen. Freilich muss es unentschieden bleiben, ob diese Windung wirklich demselben Individuum oder auch nur derselben Art angehört; mit der Abbildung d'Orbigny's des Cr. Cornuelianum aus dem Barrêmien stimmt sie nicht überein, wohl aber die letzte Windung.

Crioceras cf. intumescens v. Koenen. Ammonitiden S. 251. Tafel 12 Figur 3.

Verschiedene Steinkerne der Kammern, namentlich ein etwas grösserer des Berliner Museums könnten nach ihrem Querschnitt, den Resten der Skulptur und der Lobenlinie allenfalls zu C. intumescens gehören. Dieses grössere Bruchstück enthält 2 Kammern und ist 37 mm dick und 40 mm hoch, also wesentlich dicker als das von mir l. c. abgebildete Stück im Alter bei gleicher Höhe. Doch dürfte dasselbe etwas verdrückt sein.

?Crioceras Roemeri Neumayr et Uhlig. Palaeontographica XXVII S. 187. Tafel 42 Figur 1; Tafel 55; Tafel 56 Figur 4.

C. Roemeri Neum. et Uhlig. (v. Koenen, Ammonitiden S. 294. Taf. 16 Fig. 5.)

Es liegen 2 gekammerte Bruchstücke von Schwefelkieskernen des Berliner Museums vor, von welchen das kleinere 3 cm lang ist und nach Dicke und Krümmung dem Anfange der letzten Windung des von mir abgebildeten Exemplares entspricht, aber etwas zahlreichere Rippen besitzt, fast um die Hälfte mehr, doch zeigt das von Neum. et Uhlig Taf. 56 Fig. 4 abgebildete Stück in dieser Beziehung sehr erhebliche Schwankungen. Durch je 3 etwas schwächere Rippen mit niedrigen Externknoten und wenig deutlichen Lateral- und Nabelknoten werden stärkere Rippen von einander getrennt, welche hohe Externknoten sowie starke Lateral- und Nabelknoten tragen. Alle Rippen laufen ziemlich gerade über die Röhre hinweg, biegen sich aber zu der flach gewölbten Internseite stark vor und verschwinden allmählich; auf der stärker gewölbten Externseite sind sie zwischen den Knoten stark verflacht. Die Nabelkante ist gänzlich abgerundet, die Seitenflächen sind mässig gewölbt. Die Röhre ist am Anfange des Bruchstückes nur wenig höher als dick; am Ende ist der Unterschied schon deutlicher.

Der erste Laterallobus liegt reichlich so weit von der Extern- wie von der Internseite, der zweite innerhalb der Nabelkante.

Alle Sättel sind ziemlich symmetrisch durch Nebenloben gespalten, aber nur wenig gekerbt, wie auch die ganze Lobenlinie noch wenig entwickelt ist; die Kammerwand läuft ziemlich gerade bis zum ersten Lateralsattel und senkt sich stark zum zweiten.

Das grössere Stück ist schon recht stark zersetzt und wird noch durch eine dicke Harz-Schicht zusammen gehalten. Bei einer Länge von 8 cm enthält es fast eine Viertel-Windung, welche ihrer Höhe nach auf das Ende des von mir l. c. abgebildeten Stückes folgen könnte. In der Mitte ist die Röhre 24 mm hoch, zwischen den Hauptrippen gemessen; von diesen trägt das Bruchstück 6, sämmtlich mit starken Externknoten, einzelne auch mit Lateralknoten und flacheren Nabelknoten. Zwischen je 2 solchen Knoten sind die Hauptrippen gespalten, und wenn nur Externknoten vorhanden sind, laufen dafür von diesen je 2 oder 3 Rippen getrennt zur Internseite und sind annähernd eben so stark wie die einzige Zwischenrippe zwischen den Hauptrippen. Alle Rippen sind vom Nabel aus ein wenig rückwärts gerichtet und nur zu einem kleinen Theil nach der Externseite zu ein wenig vorwärts.

Die Lobenlinie ist nur theilweise zu erkennen, scheint aber eine ähnliche Lage und Zertheilung zu haben, wie bei dem kleinen Bruchstück.

?Crioceras Roeveri v. Koenen. Ammonitiden S. 286. Tafel 23 Figur 5.

An einem 30 mm langen Gypsabguss des Berliner Museums ist an seinem Ende fast die Hälfte der Oberfläche, an seinem Anfange nur etwa ein Viertel

zu erkennen. Die Internseite ist wohl etwas abgeflacht, die Externseite etwas stärker gewölbt, die Röhre zuletzt 13 mm hoch und trägt in Mitten-Abständen von ca. 7 mm an der Externseite 6 Hauptrippen, welche nicht ganz ein Viertel so breit sind wie ihre Zwischenräume, und in diesen je eine erheblich schmalere und niedrigere Zwischenrippe. Die ersteren tragen starke Externknoten, etwas schwächere Lateralknoten und noch schwächere Nabelknoten, anscheinend in ziemlich gleichen Abständen, doch sind die Knoten und die letzten Hauptrippen etwas abgerieben.

Während nun der Abdruck mit seinem Anfange dem Ende der kleineren, von mir l. c. abgebildeten Windung von C. Roeveri entsprechen könnte, mit dem er auch in der Berippung leidlich übereinstimmt, so liegen doch bei dieser Art die Lateralknoten den Externknoten wesentlich näher als den Nabelknoten, und dasselbe ist der Fall bei Ancyloceras Honnorati Ooster, der in der Jugend wohl eine ähnliche Skulptur besitzt, aber von Uhlig (Wernsdorfer Schichten S. 137) zu Crioceras Emerici d'Orb. gestellt wurde, von Sarasin et Schöndelmayer (Ammonites Crét. inf. de Châtel-Saint-Denis S. 117) aber wenigstens als var. B. dieser Art unterschieden wurde.

Ich möchte diesem Stück einen besonderen Namen aber nicht geben, da es doch nur der Abdruck einer Seite von einem Bruchstück des Jugendzustandes ist.

? Crioceras crassispina v. Koenen. Ammonitiden S. 274. Taf. 9 Fig. 6.

Aus der Kieler Sammlung liegt ein gekammerter Schwefelkieskern, reichlich eine Viertelwindung enthaltend, vor, welcher nach seinen Grössen-Verhältnissen und seiner Krümmung etwa in die Mitte der drittletzten halben Windung des von mir l. c. abgebildeten Exemplares passen würde. Die Röhre ist zuerst 7 mm dick und eben so hoch, zuletzt 9,5 mm dick und fast 10 mm hoch, bekommt eine deutliche Abflachung der Internseite und etwas stärkere Wölbung der Externseite; die stärkste Wölbung liegt auf der Nabelkante. In Abständen von je 7,5 mm von Mitte zu Mitte auf der Externseite trägt das Stück ziemlich starke Hauptrippen mit starken Externknoten und einer Abflachung zwischen diesen, mit weniger starken Lateralknoten und ziemlich schwachen Nabelknoten. Zwischen je 2 Hauptrippen liegen meist 3 schwache Zwischenrippen.

Die Lage und Zertheilung der Lobenlinie ist ganz ähnlich wie bei meinem Original, bei welchem die Loben etwas länger verästelt sind, als auf der Abbildung angegeben; das Bruchstück hat aber doch wesentlich schlankere Loben, aber mein Original lässt auf der vorletzten Windung an einer Stelle erkennen, dass hier die Loben verhältnissmässig schlanker sind als auf der Schlusswindung, wenn auch nicht so schlank, wie auf dem Bruchstück von Helgoland.

Crioceras Seeleyi Neumayr et Uhlig? Palaeontographica XXVII S. 185. Tafel 51.

Ein 8 cm langes Bruchstück eines etwas abgerollten Phosphorit-Steinkerns vom Anfange der Wohnkammer im Hamburger Museum enthält etwa eine

Fünftel-Windung und ist zuerst etwa 23 mm dick und 27 mm hoch, zuletzt 27 mm dick und 33 mm hoch; es hat einen ähnlichen Querschnitt wie Neumayr et Uhlig's Abbildung Taf. 51 Fig. 1 b und trägt 4 Hauptrippen, an der Externseite auch noch den Anfang einer fünften, sämmtlich mit recht starken Externknoten und starker Abflachung zwischen denselben. Zwischen den Hauptrippen liegen je 2 oder 3 bedeutend schwächere Zwischenrippen, von welchen die hinterste auch wohl an den Externknoten der vorhergehenden Hauptrippe heranläuft.

In der Gegend der Nabelkante sind alle Rippen abgerieben, laufen aber gerade bis zur Mitte der Seitenflächen und biegen sich dann mehr oder minder stark nach vorn.

Die Kammerwand steigt augenscheinlich von aussen bis zum ersten Lateralsattel sehr deutlich an und senkt sich stark zum zweiten, welcher wohl schon auf der Nabelkante lag. Alle Sättel scheinen ziemlich symmetrisch durch Nebenloben gespalten zu sein.

Das Bruchstück schliesst sich hiernach ziemlich nahe an die Abbildungen Neumayr et Uhlig's Tafel 51 Fig. 1 und 3 an, nicht aber Fig. 2 und Tafel 52, welche möglicher Weise einer anderen Art angehören.

Crioceras n. sp. cf. Seeleyi Neum. et Uhlig.

Ein nicht gekammerter Phosphorit-Steinkern des Berliner Museums enthält etwa eine Drittel-Windung, welche mit dem vorhergehenden Theile der Röhre gegen 37 mm Durchmessser gehabt haben mag und zuerst 7 mm dick und 10 mm hoch, zuletzt 8,5 mm dick und 12 mm hoch ist, stets auf den Rippen gemessen. Das Bruchstück trägt 13 schmale, recht hohe Rippen, welche sich zur Nabelkante etwas rückwärts biegen und auf ihr schnell verschwinden; nach aussen werden sie höher und dicker, biegen sich zur Externseite allmählich vor und laufen über diese stark vorgebogen hinweg, führen aber dicke Anschwellungen an ihren Rändern.

Im Querschnitt und in der Skulptur ist das Stück ähnlich dem C. capricornu bis auf die Vorbiegung der Rippen auf der Externseite; ausserdem nimmt es bedeutend schneller an Dicke und Höhe der Röhre und an Durchmesser zu. Im Hamburger Museum befindet sich ein kurzes Bruchstück von 17 mm Höhe und 13,5 mm Dicke mit ganz ähnlicher Skulptur.

Derselben Art könnte allenfalls ein gekammertes, z. Th. mit Schale bedecktes Bruchstück angehören, welches ich nebst Corbula angulata Phill. etc. südwestlich vom Hils, nördlich von Holzen, im Forstorte Sparensiek an einer Wegeböschung fand; es enthält etwa eine Viertel-Windung, deren letztes Drittel dem Anfange des oben beschriebenen Stückes entsprechen würde. Am Anfange ist das Bruchstück 6,5 mm dick und 8,3 mm hoch. Die Seitenflächen sind etwas flacher, die Rippen etwas schmaler und zahlreicher (15 im Ganzen) und biegen sich zur Externseite noch stärker vor und haben an deren Seiten zum Theil noch stärkere Anschwellungen oder selbst Höcker; auch laufen einmal von einem Punkte an der

Nabelkante je 2 Rippen aus. Die Kammerwand steigt bis zum ersten Lateralsattel bedeutend an und senkt sich dann steil zum zweiten. Der Externsattel ist ein wenig breiter als jeder der Lateralsättel. Der erste Lateralloben ist ziemlich doppelt so weit von der Internseite entfernt wie von der Externseite; der zweite liegt nahe der abgerundeten Nabelkante und ist reichlich halb so tief wie der erste und wie der Externlobus. Alle Loben tragen jederseits etwa in halber Höhe einen stärkeren Seitenast, die Lateralloben etwas unsymmetrisch. Alle Sättel sind etwas abgerundet und ziemlich symmetrisch durch je einen Nebenlobus etwa bis zur Mitte gespalten. Es könnte aber dieses Stück füglich eine Jugendform von Cr. Seeleyi Neum. et Uhlig sein.

Der Abdruck von drei über einander folgenden Drittel-Windungen in einem Phosphoritknollen des Berliner Museums scheint sich an das eben erwähnte Bruchstück in der Stärke und Zahl der Rippen, sowie zum Theil deren Vorbiegung zur Externseite nahe anzuschliessen, auch laufen wiederholt auf der letzten Drittel-Windung je 2 Rippen von einem Punkte über der Nabelkante aus, doch zeigen die Rippen der beiden ersten Drittel-Windungen und einzelne der letzten eine wesentlich schwächere Vorbiegung der Rippen zur Externseite, und die Wölbung der Röhre, zumal der letzten Windung, ist wesentlich stärker. Der Durchmesser dieses Exemplares hat gegen 40 mm betragen.

Es ist somit ganz wahrscheinlich, dass die 3 Bruchstücke drei verschiedenen Arten angehören, die aber zur Zeit nach dem vorliegenden Material nicht genau genug fixirt werden können.

Crioceras Strombecki v. Koenen? Amm. S. 305. Tafel 10 Figur 1, 2.

Im Berliner Museum befinden sich 3 Bruchstücke von Phosphoritkernen, im Hamburger deren 7, und die Hälfte derselben enthält den Anfang der Wohnkammer, so dass die Neigung der Lobenlinie, namentlich auch die Lage und Theilung der Sättel zu erkennen ist.

Das grösste Bruchstück des Berliner Museums ist 60 mm dick und 68 mm hoch, entspricht also nahezu dem Anfange der Wohnkammer meines Originals von Thiede, dem es auch in der Skulptur und im Querschnitt nahe steht, indem die Seitenflächen deutlicher nach der Externseite konvergiren, und diese kürzer gerundet ist als bei C. Hildesiense v. Koenen. Die Skulptur ist an allen Stücken etwas abgerieben, doch sind an mehreren zwischen den Hauptrippen je 2 oder auch wohl 3 niedrige Zwischenrippen zu erkennen, und die Hauptrippen haben einen ähnlichen Abstand, dieselbe Biegung und dieselben Anschwellungen wie, bei gleicher Dicke der Röhre, die von C. Strombecki, aber auch die von C. Hildesiense.

Von beiden Formen weichen aber unsere Bruchstücke dadurch ab, dass die Lobenlinie von aussen bis zum ersten Lateralsattel nicht unbedeutend ansteigt und zum zweiten sich dann mindestens eben so stark senkt, im Alter wohl etwas schwächer als früher. Ausserdem ist der erste Lateralsattel wohl stärker

abgerundet und ein wenig weiter von der Nabelkante entfernt, so dass der obere Stamm des zweiten Laterallobus grösstentheils über der Nabelkante liegt.

Ein Wohnkammerbruchstück des Berliner Museums von 32 mm Dicke und 36 mm Höhe zeichnet sich aber auch dadurch aus, dass die Hauptrippen auf der Externseite schon ca. 35 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind, und dass zwischen ihnen je 4 oder 5 ganz flache, breite Zwischenrippen auftreten, auch ist die Nabelkante kürzer gerundet und die Internseite breiter abgeflacht.

Ein anderes Bruchstück unterscheidet sich von den übrigen durch das Auftreten von starken Externknoten.

?Crioceras annulatum v. Koenen. Ammonitiden S. 229. Taf. 19 Fig. 1—3.

Ein Bruckstück von 18 mm Länge eines Schwefelkieskerns im Berliner Museum enthält die Ausfüllung von 3 Kammern und ist in der Mitte 11,5 mm dick und 12,5 mm hoch. Die schwach gewölbten Seitenflächen sind von der stark abgeplatteten Internseite durch eine ganz abgerundete Nabelkante getrennt und konvergiren deutlich nach der breit gerundeten Externseite.

Das Bruchstück trägt 2 dünne Rippen, welche auf der Externseite von Mitte zu Mitte 8 mm von einander entfernt, aber fast ganz verflacht sind, an ihren Rändern jedoch sich zu kleinen Spitzen erheben und dann, erst ein wenig rückwärts gerichtet, gerade zur Nabelkante laufen, über der sie etwas stärkere Spitzen führen, und zur Internseite fast ganz verschwinden; an Stelle von eigentlichen Lateralknoten zeigen die Rippen Anschwellungen, welche den Externknoten etwas näher liegen als den Nabelknoten. Zwischen den Rippen findet sich endlich eine wenig deutliche Zwischenrippe.

Die Kammerwand läuft ziemlich gerade bis zum ersten Lateralsattel und senkt sich etwas zum zweiten, welcher ganz auf der Internseite liegt; der erste Lateralsattel ist mit seinem Aussenrande fast ebenso weit von der Externseite entfernt wie von der Internseite und ist, ebenso wie der zweite und der Externsattel, nicht ganz symmetrisch fast bis zur Mitte durch einen Nebenlobus gespalten und ausserdem ziemlich tief gekerbt. Alle Loben sind stark gezackt, tragen über der Mitte jederseits einen langen Seitenast, der erste Laterallobus ist deutlich, der zweite sehr stark unsymmetrisch.

Der Externlobus ist etwas länger als der erste Laterallobus, aber um etwa die Hälfte länger als der zweite.

In Gestalt uud Skulptur steht das Bruchstück der vorletzten Windung von C. annulatum sehr nahe, und dasselbe ist der Fall mit der Lage, Eintheilung und Kürze der Loben und Sättel; dagegen sind die Loben um vieles dünner sowie stärker gezackt, und ich muss dahin gestellt sein lassen, in wie weit dies etwa durch die ganz verschiedene Erhaltung bedingt ist.

Crioceras pingue v. Koenen. Ammonitiden S. 308. Tafel 51 Figur 3, 4; Tafel 52 Figur 1, 2.

Ein Bruchstück eines gekammerten Schwefelkieskerns im Hamburger Museum von 23 mm Länge enthält etwa eine Sechstel-Windung, ist zuletzt 10 mm dick und 12 mm hoch und würde nach Skulptur, Grösse und Krümmung an den Anfang des von mir Taf. 51 Fig. 3 abgebildeten Stückes passen. Die Internseite ist ganz flach gewölbt und wird von ganz abgerundeten Nabelkanten begrenzt; die Seitenflächen sind zunächst auch nur schwach gewölbt, konvergiren deutlich nach aussen und wölben sich stärker zu der gleichmässig gerundeten Externseite.

Das Bruchstück trägt in gleichen Abständen 11 niedrige, schmale Rippen, welche zur Internseite sich stark vorbiegen und schnell verschwinden, zur Externseite sich etwas vorbiegen und etwas stärker anschwellen, auf ihrer Mitte aber verflacht sind; zwei dieser Rippen laufen aber auf jeder Seite von einem verhältnissmässig spitzen Knoten über der Nabelkante aus, wie dies auch am Anfange meines Originals zum Theil der Fall ist.

Diesem gleicht das Bruchstück von Helgoland auch recht gut in der Lobenlinie, welche freilich noch weniger tief zerschnitten und gekerbt ist.

Crioceras capricornu Roemer. (v. Koenen, Ammonitiden S. 316. Tafel 16, Figur 1—4.)

Zwei gekammerte Bruchstücke des Berliner Museums haben bis zu 39 mm Dicke und 44 mm Höhe der Röhre und schliessen sich im Querschnitt und in der Lobenlinie nahe an C. capricornu an, doch konvergiren die Seitenflächen deutlicher nach aussen, die Externseite ist kürzer gewölbt, und die Rippen sind auf derselben durchschnittlich nur 7 bis 8 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt. Ein 10 cm langes Bruchstück vom Anfange der Wohnkammer ist dort 32 mm dick und 38 mm hoch und dürfte incl. der vorhergehenden halben Windung gegen 10 cm Durchmesser gehabt haben; der Querschnitt gleicht dem der eben erwähnten Bruchstücke, aber die Rippen sind durchschnittlich 9 mm von einander entfernt, so dass es hierin dem C. capricornu noch näher kommt. Zwei kleinere Bruchstücke schliessen sich, auch in der Grösse, an die Abbildung Neumayr et Uhlig's Tafel LIII Fig. 8 an, während ein Bruchstück des Hamburger Museums, 4 Kammern enthaltend, in der Mitte auf den Rippen gemessen, 11 mm dick und 16 mm hoch ist und im Querschnitt, der Skulptur und Lobenlinie recht gut zu C. capricornu passt, aber noch etwas schwächer gekrümmt ist als die am stärksten evoluten Röhren dieser Art, so dass es sich hierin an Hamites intermedius Phill. von Speeton anschliesst. Bei dieser Art sind aber besonders die Loben weit tiefer, und die Rippen sind auf der ganz abgerundeten Nabelkante nicht unbedeutend rückwärts gebogen.

Crioceras sp. aff. capricornu Roemer.

Ein Phosphoritkern des Hamburger Museums steckt zum Theil noch im Gestein, welches auch den Abdruck des entsprechenden Theiles der vorhergehenden Windung erkennen lässt. Der Steinkern enthält reichlich eine Viertel-Windung, anscheinend vom Ende der Wohnkammer, und hat fast 50 mm Durchmesser gehabt. Die Röhre ist zuletzt 11 mm hoch und 9 mm dick, nimmt langsam an Dicke und Höhe zu und ist etwa 4 mm von der vorhergehenden Windung entfernt. Die grösste Dicke liegt nahe der abgerundeten Nabelkante; der Querschnitt ist, abgesehen von der stark verflachten Internseite, elliptisch. Auf einer Viertel-Windung finden sich gegen 16 dünne Rippen, welche auf dem äusseren Drittel der Röhre sich ziemlich stark vorbiegen, auf der Nabelkante dagegen rückwärts, indem sie schwächer werden und gelegentlich sich zu je zweien vereinigen, und auf der Internseite biegen sie sich wieder vor.

Durch den grösseren Abstand von der vorhergehenden Windung und langsamere Zunahme an Dicke und Höhe der Röhre, sowie die zahlreicheren Rippen, schliesst sich das Stück an solche Formen an, wie sie Neumayr et Uhlig (Palaeontographica XXVII Taf. 53 Fig. 5) als C. n. f. cf. capricornu Roemer abbildeten, unterscheidet sich davon aber durch die Vorbiegung der Rippen zur Externseite, von den oben beschriebenen Vorkommnissen von Helgoland dagegen durch die ersteren Merkmale.

Crioceras torulosum v. Koenen, Ammonitiden S. 320. Taf. 15 Fig. 4, 5.

Das l. c. von mir angeführte Wohnkammerbruchstück des Breslauer Museums enthält etwa eine Achtel-Windung und ist etwas abgerieben. Die Rippen haben an der Externseite einen Mitten-Abstand von durchschnittlich knapp 10 mm.

Derselben Art könnten auch wohl einzelne mehr oder minder abgeriebene Bruchstücke der Berliner und der Hamburger Sammlung angehören.

Crioceras semicinctum Roemer. (v. Koenen, Ammonitiden S. 322. Tafel 15 Figur 1.)

Eine Anzahl Wohnkammer-Bruchstücke des Berliner und Hamburger Museums stimmen mit Roemer's Original in der Clausthaler Sammlung recht gut überein, haben aber bis zu 45 mm Dicke und 50 mm Höhe der Röhre. Ausserdem besitzt das Berliner Museum zwei Schwefelkieskerne und zwei scharfe Abdrücke jüngerer Windungen, welche in der Zahl und den Abständen der Rippen erheblich variiren; namentlich sind auf einem Abdruck die Rippen hinter einer anscheinend bei Lebzeiten des Thieres erlittenen und verheilten Verletzung ziemlich doppelt so weit von einander entfernt, wie 10 bis 15 mm vorher. Die Krümmung der Röhre ist etwa dieselbe wie bei dem a. a. O. abgebildeten Stücke von Speeton.

Gattung Ancyloceras d'Orbigny.

Von den zu Ancyloceras gestellten Formen schliessen sich die ersten 5 an solche an, die ich aus der norddeutschen unteren Kreide beschrieben habe, und dasselbe ist der Fall mit A. elatum, A. brevispina und A. trispinosum, deren Zugehörigkeit zu Ancyloceras ja fraglich ist.

Von Interesse sind aber die für unsere Faunen ganz neuen Formen, A. cf. Matheroni d'Orb., A. Deeckei v. Koenen und A. Brancoi v. Koenen, von welchen die letzte sich durch die stark excentrische Krümmung der Schlusswindung auszeichnet und sich hierin dem A. Sablieri Astier nähert, den Sarasin in nahe Beziehung zu Crioceras (Toxoceras) elegans d'Orb. bringt (Châtel-Saint-Denys S. 122.).

Ancyloceras cf. crassum v. Koenen. Ammonitiden S. 333. Tafel 23 Figur 3, 4; Tafel 24 Figur 4; Tafel 25 Figur 1.

Ein Phosphoritkern des Berliner Museums von 33 mm Dicke und 39 mm Höhe ist ca. 5 cm lang und enthält zwei Kammern, so dass die Lobenlinie und der Querschnitt zu erkennen sind, während die Skulptur durch eine geringe Abnutzung recht undeutlich geworden ist. Das Stück dürfte dem Anfange des Schaftes entsprechen, da seine erste Hälfte eine deutlichere Krümmung zeigt als die zweite. Die Skulptur besteht aus ganz flachen, nur an der Externseite zum Theil etwas deutlicheren und vorgebogenen Querrippen; die grösste Dicke ist wohl 3 mal so weit von der Externseite entfernt wie von der ziemlich ebenen Internseite, und die Dimensionen betragen nur etwa halb so viel als die der Schäfte der von mir abgebildeten Exemplare.

Die Lage der Kammerwand, die Lage, Grösse und Zertheilung der Sättel und Loben ist sehr ähnlich, nur sind der Externsattel und der erste Lateralsattel mehr unsymmetrisch gespalten.

? Ancyloceras nodulosum v. Koenen. Ammonitiden S. 344. Taf. 28 Fig. 7.

Einige Bruchstücke von Schwefelkieskernen des Berliner und auch des Hamburger Museums sind etwas abgerieben und schon etwas zersetzt und grossentheils mit Schwefelkies überrindet. Das grössere ist 38 mm lang und enthält fast eine Drittel-Windung, welche etwa dem Ende der vorletzten halben Windung des von mir l. c. abgebildeten Exemplares entsprechen würde, aber ein wenig stärker gekrümmt ist; das Bruchstück ist zuletzt 14 mm hoch und 11 mm dick, zuerst 9,5 mm hoch und ca. 8 mm dick und trägt, in gleichen Abständen wie mein Original, gerade oder ein wenig geschwungene Rippen, welche sich zur Internseite stark vorbiegen, zum Theil aber schon vorher verschwinden. Meistens liegen 2 oder auch 3 schwächere Zwischenrippen zwischen je 2 Hauptrippen, von welchen sich öfters eine schwache Rippe abspaltet, und welche starke

Externknoten, aber nur schwache Lateralknoten und wenig deutliche Nabelknoten tragen.

Die Skulptur ist somit ähnlich der von A. nodulosum, doch erscheinen die Rippen dicker, vielleicht zum Theil in Folge von Abreibung.

Die Lobenlinie ist ziemlich vollständig sicher zu erkennen und noch besser erhalten, als bei den Exemplaren von Hildesheim, diesen aber jedenfalls sehr ähnlich. Alle Sättel sind ziemlich symmetrisch durch Nebenloben in ihrem oberen Drittel gespalten, und die Loben tragen über ihrer Mitte jederseits einen längeren Seitenast, die Lateralloben etwas unsymmetrisch.

Ancyloceras cf. obovatum v. Koenen. Ammonitiden S. 349. Tafel 39 Figur 5.

Ein ca. 35 mm langes, gekammertes Bruchstück des Schwefelkieskerns im Berliner Museum dürfte dem oberen Theile des Schaftes eines Ancyloceras angehören; es ist in der Mitte 18 mm dick und 22 mm hoch, auf der Externseite etwas stärker gewölbt als auf der Internseite und schwach, aber doch deutlich gekrümmt. Die Röhre trägt niedrige, rundliche Rippen, welche am unteren Ende des Bruchstückes fast horizontal stehen, nach oben sich allmählich schräger stellen, auf der Internseite wenig deutlich sind, zur Externseite sich aber stärker erheben und dort anscheinend stumpfe Knoten tragen; sie sind hier etwa 5 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt.

Diese Skulptur ist vergleichbar der von A. obovatum, doch hat diese Art etwas geringere Dimensionen und enger stehende Rippen; leider kenne ich die Lobenlinie derselben nicht. Bei dem Bruchstück von Helgoland steigt sie von aussen zum ersten Lateralsattel stark an und senkt sich steil zum zweiten. Der erste Laterallobus liegt auf der Mitte der Seitenflächen, der zweite schon auf der Nabelkante und ist halb so lang wie der erste und der Externlobus, aber zwei Drittel so lang wie der Internlobus; er trägt in der Mitte ziemlich symmetrisch jederseits einen Seitenast, der erste Laterallobus dagegen stark unsymmetrisch je einen langen, stärker verzweigten Seitenast und ist unten selbst verzweigt; der Externlobus und Internlobus haben Seitenäste etwa in halber Höhe. Der zweite Lateralsattel ist etwa zwei Drittel so breit wie der erste und halb so breit wie der Externsattel; alle Sättel sind ziemlich symmetrisch durch Nebenloben fast bis zur Mitte gespalten und ausserdem recht stark gekerbt.

Vielleicht gehören zu der Spirale derselben Art verschiedene Bruchstücke von Schwefelkieskernen des Berliner Museums, welche leider meist schon stark zersetzt sind, aber eine ganz ähnliche Lage und Eintheilung der Lobenlinie besitzen und in der Skulptur sich nahe an das von mir l. c. Fig. 5 b, c abgebildete Bruchstück anschliessen, aber wohl etwas höhere und zum Theil weniger gedrängte Rippen besitzen. Namentlich fehlen alle Zwischenrippen, und die Hauptrippen tragen deutliche Lateralknoten und schwächere Nabelknoten, zumal bei den dünneren, jüngeren Röhren-Bruchstücken.

Ein Bruchstück des Hamburger Museums vom unteren Ende des Schaftes ist 20 mm lang, am Ende 11 mm dick und 13 mm hoch und trägt an der Externseite dünne, von Mitte zu Mitte gegen 2,5 mm von einander entfernte Rippen, welche auf der Mitte verflacht sind und bis zur Nabelkante theils sehr schwach werden, theils sich dort je 2 an einem schwachen Höcker vereinigen. Die Internseite ist ganz flach gewölbt, ebenso wie die Seitenflächen, welche merklich nach aussen konvergiren, so dass die grösste Dicke fast 3 mal so weit von der Externseite entfernt ist wie von der Internseite. Die Lobenlinie ist ähnlich der des oben beschriebenen Bruchstückes, nur läuft die Kammerwand ziemlich gerade vom ersten Lateralsattel zum zweiten; dies könnte aber durch die Lage am Anfange des Schaftes bedingt sein.

Ancyloceras laeviusculum v. Koenen. Ammonitiden S. 350.
Tafel 28 Figur 4—6.

Im Berliner und Hamburger Museum befinden sich mehrere Windungsbruchstücke von Schwefelkies-Kernen der Spirale, welche schon mehr oder minder in Zersetzung begriffen sind, aber die Skulptur und zum Theil auch die Lobenlinie gut erkennen lassen.

Das beste derselben enthält knapp eine Viertel-Windung, ist 27 mm lang, zuletzt 11,5 mm hoch und 9,5 mm dick und entspricht etwa dem Ende der vorletzten halben Windung des von mir l. c. Fig. 4a abgebildeten Exemplars. Die rundlichen, niedrigen Rippen sind an der Externseite gegen 1,5 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt und zeigen dort eine geringe Abflachung, laufen ziemlich gerade über die Seitenflächen hinweg und verschwinden auf der kurz gerundeten Nabelkante oder auch wohl schon früher. Die Lobenlinie ist besser erhalten als auf der Abbildung Fig. 4b, stimmt aber mit dieser anscheinend im Wesentlichen überein.

Ancyloceras cf. costellatum v. Koenen. Ammonitiden S. 353.
Tafel 26 Figur 1—4.

Ein mit Schwefelkies überrindetes Bruchstück des Hamburger Museums enthält die erste Hälfte der Wohnkammer resp. des Hufeisens eines etwas verdrückten Schwefelkieskernes. Das Hufeisen mag 85 bis 90 mm Durchmesser gehabt haben, und die Röhre war am Anfange der Wohnkammer etwa 35 mm dick. Das Bruchstück trägt 3 stärkere Hauptrippen, welche zur Externseite sich vorbiegen und dann Knoten bekommen, welche von Mitte zu Mitte etwa 35 mm von einander entfernt sind; auf der Externseite sind die Rippen recht flach. Zwischen ihnen beginnen über der Nabelkante je 3 ganz flache Zwischenrippen, welche nach aussen deutlicher werden und durch Einschiebung oder Abspaltung von den Hauptrippen sich bis zur Externseite auf je 5 vermehren. Zwischen der letzten Kammerwand und der ersten Hauptrippe finden sich 5 ähnliche Zwischenrippen.

Die Lage der Loben und Sättel scheint eine ähnliche gewesen zu sein wie bei A. costellatum, und manchen Stücken dieser Art, wie dem von mir l. c. Fig. 1 und 2 abgebildeten, gleicht das Bruchstück in Zahl und Abstand der Hauptrippen, anderen, wie dem Fig. 3 abgebildeten, in der Gesammtzahl der Rippen, hat aber nur halb so grosse Dimensionen.

Zum spiralen Theile derselben Art dürfte ein 4 cm langes und zuletzt 25 mm dickes resp. 29 mm hohes Bruchstück eines gekammerten Schwefelkieskernes in der Hamburger Sammlung gehören, welches nur undeutlich flache, gegen 3 mm von einander entfernte Rippen erkennen lässt, aber durch die Lage und Eintheilung der Lobenlinie, zumal durch den auffallend breit verzweigten ersten Laterallobus sich eng an A. costellatum anschliesst. Die Internseite ist in der Mitte ein wenig eingesenkt, die Nabelkante ist weniger stark abgerundet. Die grösste Dicke ist wohl 3 mal so weit von der Externseite entfernt wie von der Internseite, und der zweite Laterallobus zieht sich unten grossentheils auf die Seitenfläche. Diese Merkmale dürften aber dadurch bedingt sein, dass eben die Spirale vorliegt, die ich von A. costellatum von Mellendorf nicht kenne.

Ancyloceras Deeckei v. Koenen. — Tafel IV Figur 3.

Vier Exemplare des Hamburger Museums und je eins des Berliner und des Göttinger Museums sind annähernd von gleicher Grösse, sind aber Schwefelkieskerne und mehr oder minder dick mit Schwefelkies überrindet, welcher sich nicht absprengen lässt, so dass die Lobenlinie nicht zu erkennen ist, und die Skulptur mehr oder minder undeutlich, die jüngeren Windungen aber gar nicht, soweit sie überhaupt vorhanden sind. Alle diese Stücke enthalten die letzte Windung der Spirale, oder doch den grössten Theil derselben, und den Anfang des Schaftes. In der Skulptur stimmen sie nur zum Theil leidlich überein, so dass sie immerhin verschiedenen Arten angehören könnten.

Ein nicht verdrücktes Stück der Hamburger Sammlung hat am Ende der Spirale gegen 55 mm Durchmesser und einen ca. 20 mm weiten Nabel; die Röhre ist hier etwa 20 mm dick und fast eben so hoch, eine halbe Windung vorher höchstens 14 mm dick und hoch. Die Röhre ist auf der Internseite nur flach gewölbt, auf den Nabelkanten am stärksten, auf den Seitenflächen etwas weniger als auf der Externseite, und die grösste Dicke ist fast drei mal so weit von der Externseite entfernt wie von der Internseite.

Die Röhre trägt auf dieser Windung gegen 14 mässig starke, rundliche Hauptrippen, welche etwa ein Viertel bis ein Sechstel so breit sind wie ihre Zwischenräume, auf der Nabelkante allmählich sich erheben und zuerst ziemlich gerade über die Röhre hinweglaufen, auf dem letzten Viertel der Windung sich aber immer deutlicher rückwärts richten, so dass sie über den Anfang des Schaftes wieder gerade verlaufen.

Auf der Externseite sind die Rippen sehr stark abgeflacht, und es treten daher die rundlichen Externknoten etwas stärker hervor, welche von einander

fast um die Hälfte weiter entfernt sind als von den Lateralknoten. Zwischen je zwei Hauptrippen liegt zuerst je eine Zwischenrippe, später je zwei, dann je 3 oder auch vier, welche zuweilen den Hauptrippen an Stärke ziemlich gleich werden, zum Theil aber auch recht schwach sind und dann nur ganz undeutliche Höcker tragen.

An dem Stück des Berliner Museums sind alle diese Rippen wesentlich schwächer, und zwischen ihnen treten noch ganz flache Rippen auf; an einem Stück des Hamburger Museums sind dagegen zuerst die Zwischenrippen ziemlich eben so stark wie die Hauptrippen, und beide tragen zuerst recht starke Höcker, besonders an der Externseite, während später der Unterschied deutlicher wird, und die Hauptrippen sich besonders durch starke Höcker auszeichnen. Bei einem anderen Exemplar des Hamburger Museums sind dagegen die Zwischenrippen auf der letzten halben Windung den Hauptrippen ziemlich gleich und werden von ihnen anscheinend durch je eine ganz flache Rippe getrennt.

Im Allgemeinen nehmen aber die Hauptrippen auf dem letzten Theile der Spirale nicht mehr an Stärke zu oder werden sogar schwächer, so namentlich an dem Bruchstücke der Göttinger Sammlung, bei welchem die Rippen plötzlich weit dünner werden und nur noch schwache Externknoten tragen, so dass sie von Mitte zu Mitte durchschnittlich nur etwa 1,5 mm von einander entfernt sind.

Wir haben es hier jedenfalls mit einer neuen Art zu thun, welche ich doch mit einem Namen belegen möchte, obgleich das vorliegende Material recht unvollkommen ist. Die Lobenlinie dürfte die immerhin wenig bezeichnende von Hoplites sein.

Crioceras? sp.

cf. Crioceras? sp. ind. v. Koenen, Ammonitiden S. 253. Tafel 53 Figur 10.

Eine Drittel-Windung eines gekammerten, aber grösstentheils mit Schwefelkies überrindeten Schwefelkieskerns des Berliner Museums dürfte mit der vorhergehenden Windung gegen 22 mm Durchmesser gehabt haben. Die Röhre ist am Anfange 6 mm dick und fast eben so hoch, zuletzt 6,9 mm dick und 6,4 mm hoch, auf der Internseite am schwächsten gewölbt, auf der Externseite am stärksten.

Das Bruchstück trägt 8 starke, durch breite Einsenkungen getrennte Rippen, welche auf der Internseite freilich ganz flach werden, nach aussen aber höher werden und gerade über die Externseite hinweglaufen; sie führen dicke Extern- und Lateralknoten und höchstens schwache Anschwellungen über der Nabelkante. Diese letzteren sind von den Lateralknoten etwas weiter entfernt, als diese von den Externknoten und letztere von einander.

Die letzte Kammerwand liegt frei und lässt erkennen, dass sie sich von aussen bis zum ersten Lateralsattel ein wenig senkt, zum zweiten etwas deutlicher. Der Aussenrand des ersten Lateralsattels ist von der Externseite fast eben so weit entfernt wie von der Internseite, und alle Sättel scheinen ziemlich symmetrisch durch Nebenloben gespalten zu sein. Der erste Laterallobus liegt

auf dem Lateralknoten oder ein wenig mehr nach innen, der zweite auf der gänzlich abgerundeten Nabelkante, und beide scheinen mit je 3 kurzen, divergirenden Spitzen zu endigen.

Die Lobenlinie und die Skulptur ist allenfalls vergleichbar der des von mir l. c. beschriebenen Bruchstückes von Kastendamm, doch hat dieses wesentlich dickere Knoten, breitere Windungen und stärker zerschlitzte Loben.

Möglicher Weise haben wir hier aber ein Bruchstück einer früheren Windung der von mir als Ancyloceras Deeckei beschriebenen Art vor uns.

Ancyloceras cf. Matheroni d'Orbigny? — Tafel IV Figur 5.

Ancyloceras Matheronianum (d'Orb.) Ooster? Pétrifications remarquables des Alpes Suisses S. 66. Taf. 55.
? A. Matheronianus d'Orbigny, Céphalop. Crétacés S. 497. Taf. 122.

In einem Phosphoritkern des Berliner Museums, dem Steinkern eines Theiles der Wohnkammer von Crioceras Strombecki, findet sich der Abdruck von $1^3/_4$ Windungen der Spirale und des Anfanges des Schaftes; die Spirale hat zuletzt über 65 mm äusseren und 30 mm inneren Durchmesser, eine halbe Windung vorher ca. 37 mm resp. 20 mm, eine ganze Windung vorher 20 mm resp. 10 mm. Die Windungen sind zuerst 4 mm von einander entfernt, bald darauf aber 7 mm. Die Internseite ist ziemlich eben und wird durch eine ziemlich kurz abgerundete Nabelkante von den flach gewölbten Seitenflächen getrennt, welche nach aussen merklich konvergiren, eine etwas stärkere Wölbung annehmen und sich dann zu der stark abgeflachten Externseite kurz umbiegen. Die grösste Dicke dürfte etwa doppelt so weit von der Externseite entfernt sein wie von der Internseite.

Die Skulptur der ersten halben Windung ist nicht deutlich zu erkennen; die folgende trägt 6 stärkere, rundliche, nach aussen ein wenig vorgebogene Rippen, welche höchstens ein Viertel so breit sind wie ihre Zwischenräume, und diese tragen meistens je 4 oder 5 dünne Zwischenrippen, von welchen sich mitunter eine erst auf der Mitte der Röhre oder auch früher einschiebt. Die Zwischenrippen sind, besonders später, stärker geschwungen als die Hauptrippen. Auf der Nabelkante biegen sich alle Rippeu stark vor und werden schwächer oder verschwinden ganz; auch auf der Externseite sind sie merklich verflacht.

Die Hauptrippen tragen an den Rändern der Externseite recht starke Stacheln, welche von den etwas schwächeren Lateralspitzen etwa ebenso weit entfernt sind, wie diese von den noch schwächeren über der Nabelkante. Die folgende halbe Windung trägt in etwas ungleichen Abständen etwa 10 Hauptrippen mit ähnlichen Zwischenrippen, aber die Lateralspitzen und Nabelspitzen verlieren sich schnell, und die Hauptrippen behalten dann nur noch die Externspitzen, bekommen aber später wohl noch Anschwellungen über der Nabelkante.

Ein 40 mm langes Bruchstück des Steinkernes des Anfanges der Wohnkammer, welches anscheinend in den Anfang der letzten Viertelwindung des Abdruckes gehört, zeigt die Skulptur des Steinkernes und z. Th. den oberen Rand der Sättel der Lobenlinie; der erste Laterallobus ist von der Extern- und

der Internseite ziemlich gleich weit entfernt, und der zweite dürfte etwa auf der Nabelkante gelegen haben. Die Kammerwand steigt von aussen bis zum ersten Lateralsattel ziemlich stark an, und dieser sowie der Externsattel scheinen symmetrisch durch Nebenloben gespalten zu sein, sind aber auch sonst recht stark zerschlitzt.

Mit der Abbildung von d'Orbigny hat das beschriebene Stück freilich höchstens die Zahl der Zwischenrippen gemein, doch ist dieselbe ja ohne Zweifel eine ganz unrichtige Rekonstruktion oder Ergänzung nach Bruchstücken. Dagegen zeigt das von Ooster l. c. Fig. 1 ohne Verschönerung abgebildete Bruchstück einige Aehnlichkeit in der Gestalt und Skulptur, zumal darin, dass auf den Hauptrippen die Lateral- und Nabel-Spitzen sich allmählich zu verlieren scheinen, wenn auch wohl etwas später als bei dem Bruchstücke von Helgoland.

Sarasin (Ammonites de Chatel-St. Denis S. 119) führt aus, dass die von Ooster als A. Matheronianum abgebildeten Stücke sehr schlecht erhalten sind, und dass nur das Fig. 2 abgebildete überhaupt bestimmbar ist, aber zu Crioceras Emerici gehört.

Ancyloceras Brancoi v. Koenen. — Tafel IV Figur 8.

Ein Phosphoritknollen des Berliner Museums enthält den scharfen Abdruck von $2^1/_2$ Jugendwindungen, von welchen die erste halbe kaum 4 mm Durchmesser hat, also der Embryonalkammer jedenfalls sehr nahe lag; die dritte halbe Windung hat 8 mm Durchmesser, die vierte löst sich allmählich ab und hat zuletzt bei ca. 5,5 mm Höhe 14 mm Durchmesser, und die fünfte nimmt schnell eine weit schwächere Krümmung an.

Anscheinend von demselben Exemplar ist auf dem Knollen auch das Ende der sechsten halben Windung vorhanden, welche sich bis auf 3 mm wieder an die vorhergehende Windung heranbiegt.

Die Windungen waren anscheinend eben so dick wie hoch, die letzten auf der Internseite stark abgeplattet, ein wenig auch auf den Seitenflächen. Die dritte und vierte halbe Windung tragen je 4 starke, rundliche Hauptrippen und meist je 4 weit schmalere und schwächere Zwischenrippen. Auf der ersten halben vorhandenen Windung finden sich etwa 9 gleich starke Rippen mit breiteren Zwischenräumen, auf der folgenden aber schon Hauptrippen mit starken Extern- und Lateral-Spitzen und meist mit je einer Zwischenrippe. Das Ende der letzten Windung trägt wieder je 2 Zwischenrippen zwischen den Hauptrippen, welche keine Spitzen oder Höcker erkennen lassen, sondern nur geringe Anschwellungen an der Externseite. Von der vorletzten Hauptrippe spaltet sich an der Nabelkante nach hinten eine schwächere Rippe ab. Alle Rippen sind deutlich nach aussen vorwärts gerichtet, werden auf der abgerundeten Nabelkante ziemlich schwach und biegen sich auf der Internseite etwas vor, während sie auf den früheren Windungen ziemlich gerade stehen und sich nur zur Nabelkante ein wenig rückwärts biegen.

Durch die schnelle Zunahme der Windungen an Durchmesser erinnert das Stück an Formen wie Ancyloceras Sablieri Astier, doch hat dieser weit zahlreichere Zwischenrippen und eine weit langsamere Zunahme der Röhre an Dicke.

Ancyloceras cf. elatum v. Koenen. Ammonitiden S. 375.
Taf. 38 Fig. 8; Taf. 45 Fig. 9; Taf. 53 Fig. 6, 7.

Ein 7 cm langes, gerades Bruchstück des gekammerten Schwefelkieskernes eines Schaftes ist grossentheils von Schwefelkies überrindet, lässt aber doch stellenweise einen grossen Theil der Lobenlinie erkennen, namentlich des ersten Laterallobus, des Extern- und ersten Lateralsattels. Die Röhre ist unten 21 mm dick, oben 29 mm und ist auf der Externseite etwas stärker gewölbt als auf der Internseite, während diese und die äussere Hälfte der Seitenflächen ein wenig abgeflacht sind. Auf der Externseite finden sich breite, flache Rippen, welche durchschnittlich etwa 3 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt und auf den Seitenflächen mit ca. 15 Grad rückwärts gerichtet sind. Zwischen diesen übrigens z. Th. wenig regelmässigen Rippen findet sich meist je eine feine, aber an einer Stelle neben einer sehr schmalen Hauptrippe jederseits eine fast eben so breite Nebenrippe. Nach der Internseite zu verschwinden die Nebenrippen, und die Hauptrippen biegen sich gerade und endlich ein wenig vor; sie tragen aber deutliche Anschwellungen oder niedrige Knoten an der Externseite, auf den Seitenflächen und über der Nabelkante. Der Abstand dieser letzteren von einander über die Internseite beträgt gegen zwei Fünftel des ganzen Umfanges; die übrigen Abstände sind ziemlich gleich bis auf den etwas grösseren der Externknoten von einander.

Die Kammerwand läuft von aussen bis zum ersten Lateralsattel ziemlich gerade, doch mit deutlicher Zurückbiegung zum ersten Laterallobus. Der Aussenrand des ersten Lateralsattels ist von der Internseite nur wenig weiter entfernt als von der Externseite.

Der Externsattel und der erste Lateralsattel sind ziemlich symmetrisch durch Nebenloben gespalten, der erstere etwa zur Hälfte, und ausserdem ziemlich tief gekerbt. Der erste Laterallobus trägt etwa in halber Höhe unsymmetrisch jederseits einen längeren Seitenast und je einen zweiten etwas höher, ist anscheinend sonst ziemlich stark gezackt.

Das Bruchstück gleicht in der Skulptur und im Querschnitt zunächst einzelnen Stücken der von mir als A. elatum beschriebenen Art von Kastendamm, ist aber wesentlich dicker und nicht gekrümmt, auch ist die Lobenlinie wohl wesentlich stärker zerschlitzt. Auch Hamulina Meyrati Ooster (Sarasin et Schöndelmayer, Ammonitiden Crét. inf. de Châtel-Saint-Denis II., Abhandl. Schweiz. paläont. Ges. 1902 S. 159. Taf. 29 Fig. 4) zeigt Aehnlichkeit mit unserem Bruchstück, trägt aber annähernd gleich starke, dünne Rippen ohne Internknoten, ohne deutliche Lateralknoten oder Anschwellungen und hat einen ovalen Querschnitt. Dasselbe gilt von H. Silesiaca Uhlig, (Wernsdorfer Sch. S. 210 Taf. XI Fig. 1), welche auch eine ganz andere Lobenlinie besitzt.

Zwei dick mit Schwefelkies überrindete, verdrückte Bruchstücke des Hamburger Museums lassen doch die Skulptur und Gestalt ziemlich gut erkennen; sie enthalten je etwa eine Viertel-Windung, augenscheinlich aus dem Hufeisen von Ancyloceras, und nähern sich in der Skulptur manchen Stücken von A. elatum mit selteneren Hauptrippen, wie dem von mir Taf. 53 Fig. 6 abgebildeten, sind aber fast doppelt so gross und haben meist noch deutlichere Zwischenrippen, an einer Stelle sogar mehrere, und das eine Stück trägt recht starke Nabelknoten, wie das von mir Taf. 45 Fig. 9 abgebildete.

Ancyloceras brevispina v. Koenen. Ammonitiden S. 363.
Tafel 35 Figur 1; Tafel 39 Figur 1, 2.

Zwei 7 mm lange und bis zu 3,5 mm resp. 5,5 mm dicke Bruchstücke gekammerter Schwefelkieskerne des Hamburger Museums schliessen sich durch die geringe Krümmung der Röhre, durch die Skulptur und die Lobenlinie zunächst an das von mir Taf. 39 Fig. 1 abgebildete Exemplar an.

Ancyloceras trispinosum v. Koenen. Ammonitiden S. 366.
Tafel 35 Figur 2—8.

Sieben bis zu 12 mm lange Bruchstücke von gekammerten Schwefelkieskernen der Hamburger Sammlung haben bis zu 7 mm Dicke und scheinen mit den von mir a. a. O. abgebildeten Exemplaren in der Lobenlinie, Skulptur, dem Querschnitt und der Krümmung befriedigend übereinzustimmen.

Gattung Toxoceras d'Orbigny.

Toxoceras? crassicosta v. Koenen.

Im Hamburger Museum befindet sich ein Bruchstück eines Schwefelkieskerns, welches 3 Kammern und 3 Hauptrippen enthält und 15 mm lang und zwischen den Rippen 8 mm dick und 8 mm hoch, auf den Rippen aber 8,5 mm dick und 8,7 mm hoch ist. Der Querschnitt ist rund, doch mit geringer Abflachung der Internseite und ein wenig stärkerer Wölbung der Externseite. Die Krümmung ist recht schwach. Die Hauptrippen sind auf der Internseite nicht zu erkennen, beginnen anscheinend mit einem flachen Höcker über der Nabelkante, schwellen bis zu dem recht starken Lateralknoten allmählich stärker an, biegen sich zu den dicken Externhöckern ein wenig vor und sind zwischen diesen stark verflacht.

Die Externknoten sind von einander knapp so weit entfernt, wie von den Lateralknoten, und diese sind von den Nabelknoten noch etwas weiter entfernt. Zwischen je 2 Hauptrippen findet sich eine weit niedrigere Zwischenrippe.

Die Kammerwand läuft ziemlich gerade um die Röhre herum; der erste Laterallobus liegt zwischen den Lateral- und Nabelknoten, der Externseite etwas näher als der Internseite, der zweite schon innerhalb der Nabelkante; alle Loben

tragen etwa in halber Höhe jederseits einen längeren Seitenast, die Lateralloben etwas unsymmetrisch. Der zweite Lateralsattel ist etwa zwei Drittel so breit wie der erste, aber halb so breit wie der Externsattel, welcher ziemlich symmetrisch durch einen Nebenlobus etwa bis zur Mitte gespalten ist; die Lateralloben sind unsymmetrisch eingekerbt.

Die Lobenlinie ist ziemlich ähnlich der von d'Orbigny Taf. 120 Fig. 9 abgebildeten, während die Skulptur hauptsächlich darin übereinstimmt, dass nur eine Zwischenrippe zwischen je 2 Hauptrippen liegt. Die Abstände der Hauptrippen von einander sind aber erheblich grösser, fast 7 mm von Mitte zu Mitte, die Extern- und Lateralknoten sind wesentlich stärker, und die letzteren liegen den Lateralknoten, sowie diese einander, verhältnissmässig näher, so dass die Uebereinstimmung unseres Bruchstückes mit d'Orbigny's Abbildung von Toxoceras Emerici (Taf. 118 Fig. 7—11) keineswegs befriedigend ist.

In gleicher Weise unterscheidet sich von unserem Bruchstück aber auch Crioceras Emerici d'Orb., zu welchem ausser T. Emerici auch T. Honnorati gezogen worden ist, so in neuester Zeit, 1902, von Sarasin et Schöndelmayer (Ammonites du Crét. inf. de Chatel-Saint-Denis II. S. 115. Taf. 13 Fig. 1—3).

Grössere Bruchstücke aus dem französischeu Aptien von St. Dizier, Banon und Castellane stimmen nun mit d'Orbigny's Abbildung von T. Royeri in der geringen Krümmung, der Lobenlinie und Skulptur gut überein, haben freilich meist dickere Hauptrippen, zumal im Alter, können aber unmöglich einem Crioceras angehören, sondern nur einem Toxoceras oder Ancyloceras, und andere Exemplare von denselben Fundorten passen zu keiner der beschriebenen Arten, so dass eine neuere Bearbeitung der evoluten Ammonitiden der französischen Unteren Kreide erforderlich erscheint. Jene Bruchstücke unterscheiden sich aber von dem von Helgoland dadurch, dass die Rippen von aussen nach innen sich stark senken, die Kammerwände dagegen stark ansteigen, dass der Externsattel erheblich schmaler ist, und der erste Laterallobus daher der Externseite wesentlich näher liegt.

Als Jugendzustand unserer Art ist wohl anzusehen ein im Berliner Museum befindliches Bruchstück von 9 mm Länge und reichlich 6 mm Dicke zwischen den Hauptrippen, aber 7 mm auf diesen. Es sind zwei solche in 5 mm Mitten-Abstand vorhanden, und zwischen ihnen zwei ganz schwache Zwischenrippen; im Uebrigen ist die Skulptur und auch die Lobenlinie ganz ähnlich der des oben beschriebenen Bruchstückes.

Gattung Uhligia v. Koenen.

Die von d'Orbigny (Céphalopodes Crétacés Taf. 130—136) abgebildeten Loben seiner Hamites-Arten haben sämmtlich symmetrisch-zweispitzige, „paarige“ erste Lateralloben und schliessen sich dadurch eher an Lytoceras an, während andere Arten, so namentlich die norddeutschen, Hopliten-Loben besitzen, und ich habe

(Ammonitiden S. 389) schon darauf hingewiesen, dass diese Arten wohl zu einer anderen, neuen Gattung zu stellen sein würden. Ich möchte für dieselbe aber jetzt den Namen Uhligia vorschlagen, als Typus aber die am besten bekannte Art, Hamites minutus Neum. et Uhlig hinstellen. Bei H. obliquecostatus Roemer ist es zwar durchaus zweifelhaft, welche Gestalt diese Art gehabt hat, aber ich möchte diese Art von den übrigen nicht trennen.

Nachträglich theilt mir Herr Uhlig freundlichst mit, dass seine Gattung Beneckeia, für die er dann den Namen Silesites gewählt, da Mojsisovics gleichzeitig den Namen Beneckeia vergeben hatte, von R. Hoernes in einem Referate fast gleichzeitig Uhligia benannt worden war, dass diese Uhligia Hoernes aber nicht angenommen worden sei. Ich kann diesen Namen daher obiger Gattung belassen.

Uhligia obliquecostata Roemer, Kreidegebirge S. 93. Taf. XIII Fig. 12.

Hamites Beani (Phillips) Roemer, Kreidegebirge S. 93. Taf. XIII Fig. 11.
Hamulina Roemeri d'Orb. Prodrôme II S. 66.

Von zwei Bruchstücken gekammerter Schwefelkieskerne im Berliner Museum dürfte das eine nach Grösse, Gestalt und Skulptur das Original Roemer's von H. obliquecostatus sein und stammt bei der schrägen Stellung der Rippen jedenfalls vom Ende des Schaftes, aus der Nähe der Umbiegung, während das andere gekrümmt ist und sich an Roemer's Abbildung l. c. von H. Beani anschliesst; die Röhre ist aber fast eben so hoch, jedoch etwas weniger dick, als das erstere Stück, und die Rippen haben ziemlich dieselben Abstände wie bei diesem, laufen gerade über den grössten Theil der Röhre hinweg und biegen sich auf der Nabelkante vor, indem sie zugleich sehr flach werden.

Die Rippen sind aber ungleich stark, indem zwei stärkere mit dickeren Externknoten und niedrigeren Lateralknoten vorhanden sind, zwischen denen zwei schwächere Rippen liegen, und auf der einen Seite läuft die eine von diesen zum Externknoten der stärkeren Rippe, während die andere sich auf der Mitte der Seitenfläche spaltet.

Die Lobenlinie ist bei beiden Stücken recht ähnlich, ähnlich auch so vielen anderen Hoplitiden, wie der von mir als H. aequicingulatus beschriebenen Form (Ammonitiden S. 394. Taf. 37 Fig. 5, 6); diese hat aber breite, rundliche Rippen, während die von H. obliquecostatus schmaler, fast kantenartig sind.

Von unserer Art weicht ein 12 mm langes, gerades, etwas abgeriebenes Schaftstück der Hamburger Sammlung, welches 5,5 mm dick und 6 mm hoch ist. durch langsamere Zunahme an Dicke in Etwas ab.

Schluss-Bemerkungen.

Unter den 64 vorstehend angeführten Formen befindet sich keine einzige, welche ich mit Sicherheit dem Valanginien zurechnen kann, so dass dieses bei Helgoland fehlt oder durch wenig mächtige Schichten vertreten ist, aus welchen mindestens genügend erhaltene Fossilien nicht vorliegen.

Dem Unteren Hauterivien gehören an Hoplites radiatus Brug., H. Vaceki Neum. et Uhlig, H. paucinodus Neum. et Uhlig und Crioceras Roemeri Neum. et Uhlig.

Dem Oberen Hauterivien: Crioceras capricornu Roem., C. semicinctum Roem., C. torulosum v. Koenen, die grosse Mehrzahl, wenn nicht alle Olcostephanus-Arten incl. der Simbirskites, Polyptychites etc. und vielleicht auch die Aspidoceras. Ich muss es aber bei diesen Vorkommnissen ganz dahingestellt sein lassen, ob nicht mehrere Zonen im Oberen Hauterivien zu unterscheiden sind.

Crioceras rarocinctum. v. Koenen und C. Strombecki v. Koenen hatte ich früher zum Oberen Hauterivien gestellt, weil sie bei Querum etc. in Thongruben gefunden waren, aus denen ich sonst nur Arten des Oberen Hauterivien kenne.

Es sitzt aber der von mir als Ancyloceras Matheroni Ooster aufgeführte Abdruck, den ich eher für eine Art des Barrêmien halten möchte, in einem Wohnkammer-Bruchstück von C. Strombecki, und es wird hiernach wahrscheinlicher, dass diese Art schon dem untersten Barrêmien als besondere Stufe zuzurechnen ist. G. Müller führte in seiner Arbeit über die Untere Kreide im Herzogthum Braunschweig (Jahrbuch d. Kgl. preuss. Geol. Landesanstalt für 1895 S. 101) aus, dass die „Crioceras-Bänke" die Grenzschicht zwischen seinen Zonen des Belemnites Brunsvicensis und B. jaculum bilden dürften; ich selbst habe diese Bänke niemals gut aufgeschlossen angetroffen, hatte aber bisher vorgezogen, Crioceras Strombecki noch zum Oberen Hauterivien zu rechnen.

Das Barrêmien ist bei Helgoland aber auch in allen von mir unterschiedenen Zonen vertreten, und zwar die Zone des Crioceras fissicostatum und Ancyloceras crassum durch diese beiden Arten, sowie Crioceras intumescens v. K., C. undatum v. K., Ancyloceras nodulosum v. K., A. laeviusculum v. K.; die Zone des C. elegans durch C. Roeveri v. K., die des C. Denckmanni durch C. crassispina v. K., C. annulatum v. K., C. cf. Seeleyi Neum. et Uhlig, A. costellatum v. K. und Ancyloceras obovatum v. K., die Zone des Ancyloceras innexum durch Crioceras pingue v. K., die des Ancyloceras trispinosum durch diese Art, A. brevispina v. K. und Desmoceras Hoyeri v. K.

Dem Unteren Aptien gehören endlich an Hoplites Deshayesi Leym., Ancyloceras elatum v. K. sowie vermuthlich auch A. Brancoi v. K. und A. Deeckei v. K., Toxoceras crassicostà v. K., Hamites obliquecostatus und Phylloceras Emerici d'Orb. Das Obere Aptien ist noch nicht sicher nachgewiesen.

Die übrigen von mir aufgeführten Crioceras- und Ancyloceras-Arten dürften aus Schichten des Barrêmien stammen.

Dames glaubte nun ganz platt gedrückte Ammoniten in einem blättrigen Schieferthon als eine Schloenbachia aus der Formenreihe der S. inflata deuten zu sollen und diese Schieferthone somit dem oberen Gault oder Albien zurechnen zu können. Ein grösseres Stück aus dem Hamburger Museum scheint aber zur Externseite recht scharf vorgebogene Rippen zu besitzen und nähert sich hierdurch manchen Harpoceras falcifer Sow., so dass ich diese Schichten für oberen Lias halten möchte, wie dies schon Wiebel gethan hatte. Den Lias beabsichtigte ich aber nicht in den Bereich dieser Arbeit zu ziehen, und ich habe daher auch eine Anzahl anderer Ammoniten unberücksichtigt gelassen, welche auf Jura-Bildungen hinzudeuten schienen.

Die beschriebene Fauna bietet nun in verschiedener Beziehung weitergehendes Interesse. Die grosse Mehrzahl der Arten lässt sich mit mehr oder minder grosser Sicherheit oder doch Wahrscheinlichkeit auf Formen zurückführen, die aus der Unteren Kreide Norddeutschlands bekannt sind; sie enthält aber ausser Altersstadien solcher Arten, die bisher aus unserem Oberen Hauterivien nur in kleineren Individuen bekannt sind, verschiedene neue Simbirskites- etc. Arten, so dass sich mit Bestimmtheit annehmen lässt, was vorher nur wahrscheinlich war, dass unser oberes Hauterivien eine weit reichere Fauna enthält und wohl auch noch in mehr Zonen zu theilen sein wird, sobald einmal Fossil-reichere Schichten angetroffen oder aufgeschlossen werden.

Während ferner die Zone des Crioceras fissicostatum bisher die älteste Zone unseres Barrêmien war, kommt jetzt als unterste Grenzzone gegen das Hauterivien noch die Zone des C. Strombecki hinzu, und es ist ganz zweifelhaft, ob beide Zonen direkt auf einander folgen, oder ob noch Andere dazwischen liegen. Der in dieser neuen Zone liegende Ancyloceras Matheroni Ooster und auch A. Brancoi v. Koenen schliessen sich eng an alpine, von Ooster und neuerdings von Sarasin et Schöndelmayer beschriebenen Formen an, A. Brancoi etwa an A. Sablieri Astier (Ooster Taf. 42 Fig. 2), so dass die Analogie der Fauna unseres Barrêmien mit dem des alpinen doch etwas grösser wird, für das unsrige aber auch noch die Auffindung neuer Zonen und neuer Faunen zu hoffen ist.

Verzeichniss der aufgeführten Arten.

Namen	Seite	Hauterivien Zone des			Barrêmien Zone des						Aptien Zone des		
		Hopl. radiatus	Crioc. capricornu	Olcost. Phillipsi	Crioc. Strombecki	Cr. fissicostatum	Cr. elegans	Cr. Denckmanni	Ancyl. inexum	Ancyl. trispinosum	Hoplites Weissi	Hopl. Deshayesi	H. furcatus
Phylloceras Emerici Rasp.	7											?	
Schloenbachia n. f. ind.	7												
Desmoceras Hoyeri v. Koen.	8									+			
Aspidoceras n. sp. ind.	8			?									
A. robustum v. Koen.	9			?									
Simbirskites cf. Hauchecornei N. Uhl.	11			?									
S. cf. Kayseri N. Uhl.	12			?									
S. cf. Kleini N. Uhl.	13			?									
S. inverselobatus N. Uhl.	13			?									
S. sp. cf. inverselobatus N. Uhl.	14			?									
S. virgifer N. Uhl.	15			?									
S. triplicatus v. Koen.	16			?									
S. cf. inversus Pavlow	17			?									
S. crassisculptus v. Koen.	17			?									
S. coronula v. Koen.	18			?									
S. cf. elatus Trautsch	20			+									
S. aff. umbonatus Lah.	22			+									
S. cf. Picteti Weerth	22			+									
S. cf. progrediens Lah.	23			+									
S. cf. Lippiacus Weerth	25			+									
S. Beyrichi v. Koen.	25			?									
S. rugosus v. Koen.	26			?									
S. cf. Petschorensis Bogosl.	27			?									
S. Phillipsi Roem.	28			+									
S. carinatus v. Koen.	30			?									
S. paucilobus v. Koen.	31			?									
Craspedites Gottschei v. Koen.	32			?									
Hoplites radiatus Brug.	34	+											
H. Vaceki Neum. Uhlig	34	+											
H. paucinodus Neum. Uhlig	34	+											
H. Deshayesi Leym.	35										+	?	
H. cf. Deshayesi Leym.	35										+	?	

Namen	Seite	Hauterivien Zone des			Barrêmien Zone des						Aptien Zone des		
		Hopl. radiatus	Crioc. capricornu	Olcost. Phillipsi	Crioc. Strombecki	Cr. fissicostatum	Cr. elegans	Cr. Denckmanni	Ancyl. innexum	Ancyl. trispinosum	Hoplites Weissi	Hopl. Deshayesi	Hopl. furatus
H. cf. jachromensis Nik.	37											?	
Crioceras fissicostatum Roem.	37					+							
C. cf. rarocinctum v. Koen.	38				+								
C. Quenstedti Ooster	39					?							
C. Cornueli d'Orb.	40					?							
C. intumescens v. Koen.	40					+							
C. Roemeri Neum. Uhlig	41	+											
C. Roeveri v. Koen.	41						+						
C. crassispina v. Koen.	42							+					
C. Seeleyi Neum. Uhlig	42							?					
C. n. sp. cf. Seeleyi Neum. Uhlig	43							?					
C. Strombecki v. Koenen	44				+								
C. annulatum v. Koenen	45							+					
C. pingue v. Koenen	46								+				
C. capricornu Roemer	46		+										
C. sp. aff. capricornu Roemer	47		+										
C. torulosum v. Koenen	47		+										
C. semicinctum Roemer	47		?										
Ancyloceras cf. crassum v. Koenen	48					+							
A. nodulosum v. Koenen	48					+							
A. cf. obovatum v. Koenen	49							+					
A. laeviusculum v. Koenen	50					+							
A. cf. costellatum v. Koenen	50							+					
A. Deeckei v. Koenen	51									?			
Crioceras? sp.	52									?			
Ancyloceras cf. Matheroni d'Orb.	53					?							
A. Brancoi v. Koenen	54												
A. cf. elatum v. Koenen	55										+		
A. brevispina v. Koenen	56									+			
A. trispinosum v. Koenen	56									+			
Toxoceras crassicosta v. Koenen	56											?	
Uhligia obliquecostata Roem.	58											?	

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Figur 1 a, b; 2 a, b. Simbirskites Beyrichi v. Koenen. S. 25.
Museum Berlin.

Figur 3 a, b; 4; 5. Craspedites Gottschei v. Koenen. S. 32.
3 Museum Göttingen, 4; 5 Museum Berlin.

Figur 6 a, b. Simbirskites Phillipsi Roemer. S. 28.
Museum Kiel.

Tafel II.

Figur 1 a, b. Simbirskites inverselobatus N. et Uhlig. S. 14.
Museum Hamburg.

Figur 2 a, b; 3 a, b. Simbirskites coronula v. Koenen. S. 18.
Museum Berlin.

Figur 4, a, b, c; 5. Aspidoceras robustum v. Koenen. S. 9.
Museum Hamburg.

Tafel III.

Figur 1 a, b; 2. Simbirskites rugosus v. Koenen. S. 26.
2. etwas verkleinert. Museum Hamburg.

Figur 3 a, b. Simbirskites crassisculptus v. Koenen. S. 17.
Museum Hamburg.

Figur 4 a, b. Simbirskites paucilobus v. Koenen. S. 31.
Museum Berlin.

Tafel IV.

Figur 1 a, b. Simbirskites triplicatus v. Koenen. S. 16.
Museum Hamburg.

Figur 2. Simbirskites virgifer N. et Uhlig. S. 15.
Etwas verkleinert. Museum Berlin.

Figur 3. Ancyloceras Deeckei v. Koenen. S. 51.
Museum Hamburg.

Figur 4 a, b. Simbirskites cf. Beyrichi v. Koenen. S. 25.
Museum Berlin.

Figur 5. Ancyloceras Matheroni d'Orb. S. 53.
Museum Hamburg.

Figur 6 a, b; 7. Simbirskites carinatus v. Koenen. S. 30.
Museum Berlin.

Figur 8. Ancyloceras Brancoi v. Koenen. S. 54.
Museum Berlin.

1a

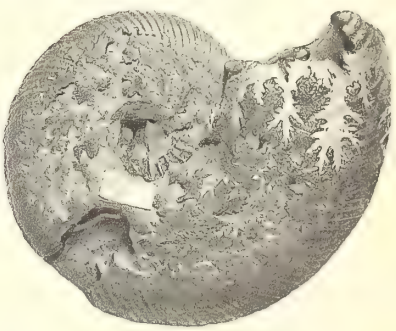
1b

2a

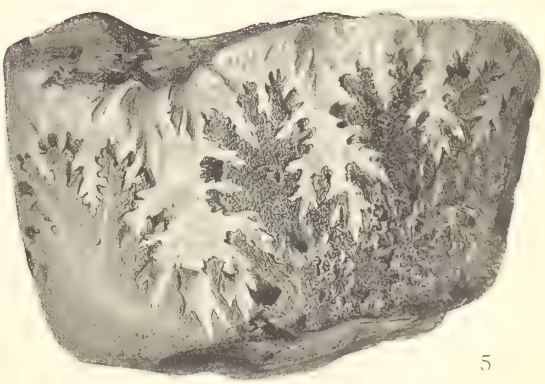
2b

3a

3b



4



5

6a

6b

Lichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.

Weidmannsche Buchhandlung in Berlin.

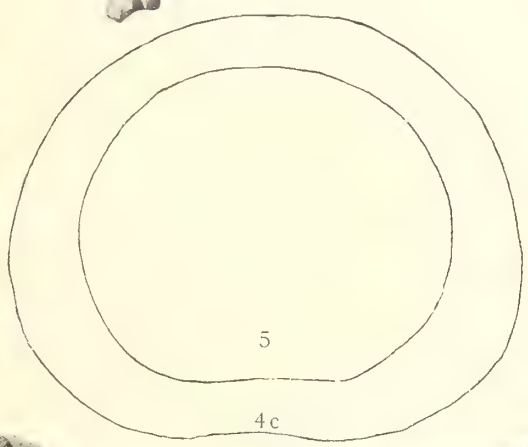
1a

1b

2a

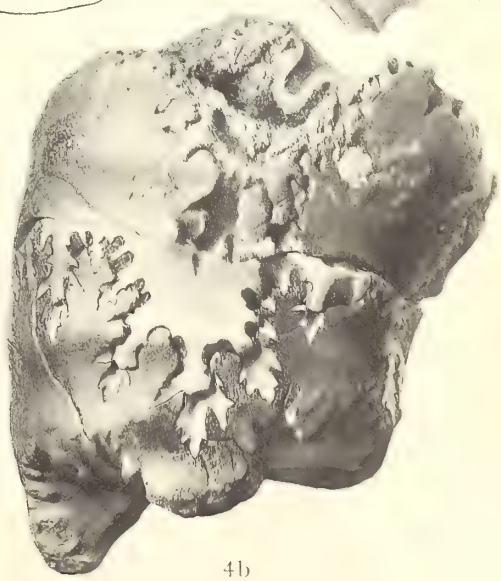
2b

3a 3b



4c 5

4a



4b

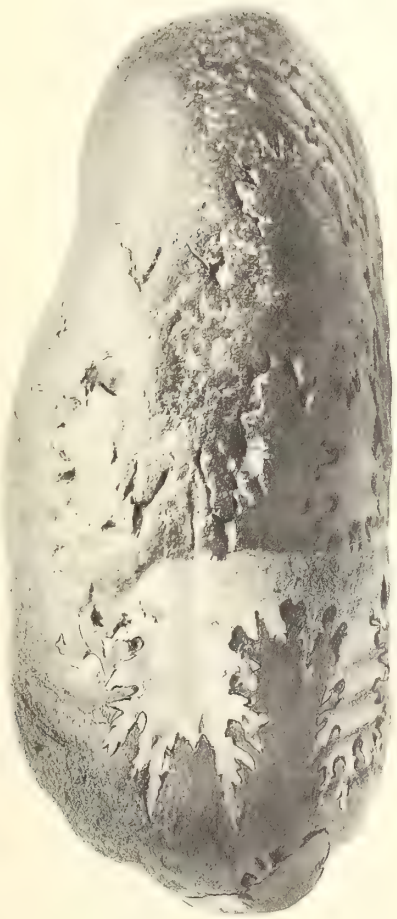
ichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.

Weidmannsche Buchhandlung in Berlin.

1a

2

1b



3a

3b

4a

4b

chtdruck von Albert Frisch, Berlin W.

Weidmannsche Buchhandlung in Berlin.

1a

1b

2

3

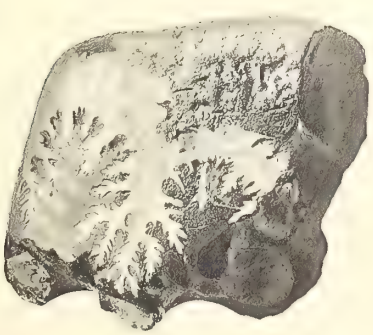
4a

4b

5

6a

6b



7

8

Lichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.

Weidmannsche Buchhandlung in Berlin.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

PHILOLOG.-HIST. KL. NEUE FOLGE.

I. Band, No. 1. **Kehr, P.,** *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Band, No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Band, No. 3. **Bonwetsch, N.,** *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

1. Band, No. 4. **Wellhausen, J.,** *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Band, No. 5. **Hultsch, Fr.,** *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Band, No. 6. **Meyer, Wilhelm,** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Band, No. 7. **Leo, Fr.,** *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Band, No. 8. *Asadi's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von Paul Horn. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Band, No. 1. **Wellmann, M.,** *Krateuas.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Band, No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben von **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Band, No. 3. **Schulten, Adolf,** *Die Lex Manciana,* eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Band, No. 4. **Kaibel, Georg,** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΑΙΑΣ.* 4 (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Band, No. 5. **Bechtel, Fr.,** *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen,* die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Band, No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Band, No. 7. **Schulten, Adolf,** *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Band, Nr. 8. **Roethe, Gustav,** *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Band, Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77. S.) 1899. 5. M.

III. Band, Nr. 2. **Marquardt, J.,** *Eränšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Band, No. 3. **Achelis, H.,** *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Band, No. 1. **Tüselmann, Otto,** *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Band, No. 2. **Schulten, Adolf,** *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1. Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Band, No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.,** *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Band, No. 4. **Rahlfs, Alfred,** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Band, No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Band, No. 6. **Lüders, Heinrich,** *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Band, No. 1. **Roethe, Gustav.** *Brentanos ‚Ponce de Leon'*, eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Band, No. 2. **Wellhausen, J.,** *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.,** *Materialien zur Kenntnis des Apabhraṁśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm,** *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl,** *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit zwei Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563—1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pietro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* Im Druck.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 3 M.

VIII. Band, No. 2. **Frensdorff, F.,** *G. A. Francken hausens Berichte über seine Mission in Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 3 M.

MATH.-PHYSIKAL. KL. NEUE FOLGE.

I. Band, No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Foraminiferen der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897.

Nachtrag dazu. 4. (S. 49—65 mit Taf. V—VII.) 1898.

I. Band, No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. (172 S.) 1898. 5 M.

I. Band, No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung einer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Schur und Ambronn ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Ambronn und Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 2 Figuren im Text und der Sternwarte nebst Verzeichniss der grösseren Instrumente. 4. (26 S.) 1898. 2 M.

I. Band, No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte zu Göttingen verbunden mit einer Untersuchung aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900. 4 M.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.,** *Theorie der automatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1904. 5 M.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba-Typus.* 4. (153 S.) 1902. 5 M.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^ten Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1904. 3 M.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Theories of Heat.* 4. (72 S.) 1903. 3 M.

III. Band, No. 1. **Ehlers, E.,** *Neuseeländische Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (79 S.) 1904. 5 M.

III. Band No. 2. **Koenen, A. v.,** *Ueber die Fauna der Kreide Helgolands und ihre Ammoniten.* Mit 4 Tafeln. Im Druck.

III. Band No. 3. **Schur** und **Ambronn.** *Die Messungen des Sonnendurchmessers am 6 zöll. Repsoldschen 6 zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* Im Druck.

III. Band No. 4. **Brendel, M.,** *Mondtheorie* Im Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

25 JUL. 1905

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 3.

Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsold'schen 6-zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.

Ausgeführt von **W. Schur** und **L. Ambronn.**

Bearbeitet von

L. Ambronn.

NATURAL HISTORY

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 3.

Die

Messungen des Sonnendurchmessers

an dem

Repsold'schen 6-zöll. Heliometer

der Sternwarte zu Göttingen.

Ausgeführt von **W. Schur** und **L. Ambronn.**

Bearbeitet von

L. Ambronn.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Kap. I. Einleitung und kurze Bemerkungen bezüglich älterer Reihen von Sonnenmessungen. 5

Kap. II. Heliometer-Messungen des Sonnendurchmessers 8

Aeltere Messungen mit den Fraunhofer'schen kleinen Heliometern 8

Messungen am Königsberger Heliometer 12

Messungen mit den Fraunhofer'schen Heliometern in ihrer neuen Gestalt. (Skalen) 15

Kap. III. Die Messungen des Sonnendurchmessers am Repsold'schen Heliometer der Göttinger Sternwarte 17

1. Allgemeines und Programm der Messungen 17

2. Das Instrument und die Beobachtungsmethode 18

3. Die Sonnenbeobachtungen und ihre Reduktion 21

4. Ableitung der Messungsresultate 29

5. Untersuchungen über eine etwa vorhandene Abweichung der Sonne von der Kugelgestalt 44

Kap. IV. Wert des Sonnendurchmessers in der mittleren Entfernung auf Grund der Göttinger und älterer Messungen 51

1. Die Göttinger Messungen 51

2. Vergleichung der Göttinger Resultate mit denjenigen älterer Messungen . . . 54

Anlagen, die Einzelbeobachtungen enthaltend 60

Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsold'schen 6-zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.

Ausgeführt von **W. Schur** und **L. Ambronn.**

Bearbeitet von

L. Ambronn.

Vorgelegt in der Sitzung vom 23. Juli 1904.

Kap. I. Einleitung und kurze Bemerkungen über die Resultate der Auwer'schen Bearbeitung älterer Sonnenbeobachtungen.

Die regelmässig verlaufende Periode der Tätigkeit auf der Sonnenoberfläche, welche sich zunächst in der verschiedenen Häufigkeit der Sonnenflecke und Fackeln ausspricht, und welche offenbar mit verschiedenen anderen kosmischen Erscheinungen durch Auftreten gleich langer und z. T. simultan verlaufender Perioden in einem bisher noch nicht aufgeklärten Zusammenhange steht, liess es auch nicht unwahrscheinlich erscheinen, dass der Sonnenkörper selbst z. B. in seinem Durchmesser oder in der scheinbaren Abplattung ähnlich verlaufende Unterschiede zeigen könne, welche durch Messungen von genügender Schärfe sich würden finden lassen. Die offenbar sehr geringe Grösse dieser Schwankungen hat es aber verhindert, dass mittels Durchgangsbeobachtung oder gewöhnlicher mikrometrischer Messung ein solcher Unterschied zu verschiedenen Zeiten, wenn er als wirklich vorhanden angenommen wurde, nachgewiesen werden konnte. Man erkannte, dass die Anwendung des heliometrischen Messungsprinzipes allein zu einer Lösung der schwebenden Frage geeignet sein würde. Wenn auch die an einigen Sternwarten für lange Zeiträume hindurch in gleichmässiger Weise ausgeführten anderweitigen Messungen (Durchgangszeiten, Messung vertikaler Durchmesser) bei genauer und sachgemässer Diskussion eine Auskunft über etwaige Schwankungen innerhalb gewisser Genauigkeitsgrenzen zu geben gestatteten, so zeigte sich doch, dass eben diese Genauigkeit nicht genügend ist

und sein kann, um eine befriedigende Antwort zu liefern. Wenn man ausser eventuellen Veränderungen des Sonnendurchmessers aber auch noch den wahren angulären Wert desselben zu erhalten bemüht ist, so würden jene Messungsmetoden noch weniger dazu geeignet sein, da bei ihrer Anwendung eine Anzahl instrumenteller und physiologischer Fehlerquellen Einfluss gewinnen, die sich entweder nur sehr schwer oder gar nicht eliminieren lassen.

Durch das Vorstehende mag es begründet sein, wenn ich auf den nachfolgenden Seiten die nicht aus heliometrischen Messungen abgeleiteten Werte des Sonnendurchmessers nur kurz behandele und im wesentlichen die erhaltenen Resultate anführe, ohne eine weitere Diskussion; denn diese ist schon von A. Auwers in seinen ausführlichen Untersuchungen[1]) über die Grösse des Sonnendurchmessers in durchaus erschöpfender Weise geführt worden. Nachdem A. Auwers in einer ersten Schrift nachgewiesen hat, dass die namentlich von Lindenau behauptete Veränderlichkeit des Sonnendurchmessers in der Tat nicht vorhanden ist, sondern dass es andere Ursachen sind, besonders die Einwirkung der Temperatur auf die Instrumente, welche die scheinbaren periodischen Schwankungen in der Grösse des Sonnendurchmessers bewirkt haben, untersucht er eine grössere Anzahl ausgedehnter Reihen von Sonnenbeobachtungen sehr eingehend. Die Behauptungen von v. Lindenau und später die Ansichten von Secchi widerlegt A. Auwers[2]) in der ersten Schrift durch neue Bearbeitung derjenigen Reihen, welche zu den unrichtigen Ansichten geführt haben, in der zweiten und dritten Schrift aber werden die langen Beobachtungsreihen von Greenwich, des Radcliffe Observatory, des Naval Observatory in Washington und die Durchgangsbeobachtungen in Neuenburg eingehend diskutirt. Die Hauptschwierigkeit bei allen diesen Untersuchungen bildet immer der Wechsel der Beobachter, denn es ist natürlich nötig die Resultate dieser langen Beobachtungsreihen völlig homogen zu machen, wenn man aus ihnen auf Schwankungen des Sonnendurchmessers schliessen will, die immerhin an der Grenze der Genauigkeit der Einzelbeobachtung zu suchen sind. Die Abweichungen der einzelnen Beobachtungsresultate für verschiedene Beobachter unter einander sind z. T. grösser als die gesuchten Veränderungen. Ja selbst für die heliometrischen Beobachtungen ist das der Fall, wie die Diskussion der bei Gelegenheit der Venusvorübergänge angestellten Durchmessermessungen in ganz überraschend ausgeprägter Weise gezeigt hat. Nach Ueberwindung der durch diese Umstände herbeigeführten Schwierigkeiten, deren genaue Festlegung den bei weitem grössten Teil der Auwers'schen Untersuchungen ausmacht, findet sich schliesslich aus 19 umfangreichen Reihen mit nahe 30000 Einzelbeobachtungen das folgende Resultat, welches ich hier mit Auwers eigenen Worten in etwas gekürzter Form anführen will. Auwers sagt zum Schluss[3]): „Von diesen Reihen stimmen 16 mit zu-

1) A. Auwers, Ueber eine angebliche Veränderlichkeit des Sonnendurchmessers, Berlin 1878.

2) A. Auwers, Neue Untersuchungen über den Durchmesser der Sonne. I. II. III. Sitzungsberichte der K. Pr. A. d. W. zu Berl. 1886. 1887 und 1889.

3) Vergl. S. 107 ff. d. zweiten angeführten Schrift.

sammen 26000 Beobachtungen darin überein, den Sonnendurchmesser entweder während des ganzen Jahres gleich oder mit einer jährlichen Ungleichheit von solcher Form und Grösse behaftet zu geben, dass dieselbe ersichtlich durch den Einfluss der Temperaturveränderung auf die Instrumente erzeugt sind.

Nur 3 Reihen zeigen Schwankungen, welche auf diese Weise nicht sofort vollständig erklärt werden. Die nähere Untersuchung der weitaus an Beobachtung reichsten und gewichtigsten dieser Reihen, derjenigen von Madras, hat die Ursache ihres abweichenden Verhaltens deutlich zu erkennen gegeben und dasselbe gänzlich den ausführenden Beobachtern zur Last geschrieben.

Die schliesslich noch übrig bleibenden beiden Lindenau-Maskelyne'schen Reihen bleiben mit ihren 2000 Beobachtungen in diesem Widerspruch also ganz allein. Dass derselbe unberechtigt und eine Lösung ausschliesslich in den Beobachtungen selbst oder in ihrer Berechnung zu suchen ist, kann nicht mehr bezweifelt werden." — Weiterhin zeigt Auwers auch, dass die Meridianbeobachtungen ebenso keinerlei Anhalt für eine Abweichung der Sonne von der Kugelgestalt erkennen lassen. Obgleich sich eine etwaige Abplattung ja nur in verringertem Maasse in den Resultaten, sowohl der Durchgangsbeobachtungen als auch der Messungen des Vertikaldurchmessers zeigen kann, so hat er doch die diesbezüglichen Ausdrücke aufgestellt. Es müsste sich eine Abplattung in der Weise aussprechen, dass die gemessenen Durchmesser gemäss dem Ausdruck:

$$\pm (0''.01 \sin 2t + 0''.09 \cos 2t)$$

variierten, für den Fall, dass die Abplattung $\frac{1}{1920}$ beträgt, was einen Unterschied von 1″ zwischen aequat. und pol. Durchmesser gleichkommt, wobei das obere Vorzeichen für den horizontalen, das untere für den vertikalen Durchmesser gilt und t den Abstand vom Jahresanfang in Teilen des Jahres bezeichnet. — Die Vergleichung der zu diesem Zwecke geeigneten Reihen von Greenwich, Neuenburg, Washington und Oxford ergeben rechnungsmässig eine Abplattung von $\frac{1}{4000}$, doch bleibt dieser ganze Betrag, selbst wenn man sich auf die direkt gebildeten Differenzen Vertikal-Horizontal-Durchmesser beschränkt, die also von periodischen Schwankungen als Einzeldurchmesser frei sind, noch völlig innerhalb der Beobachtungsfehler. — Die nunmehr zu diskutirenden Heliometerbeobachtungen werden mit beträchtlich grösserer Sicherheit die von Auwers gefundenen Resultate bestätigen, namentlich mit Rücksicht auf die direkt gebildeten Differenzen vert.-horiz. Durchmesser, die also von periodischen Schwankungen der Einzeldurchmesser frei sind. Die gefundenen Unterschiede liegen selbst bei der grossen schliesslich erzielten Genauigkeit noch völlig innerhalb der überhaupt aus Beobachtungen der hier in Frage kommenden Art zu erlangenden Genauigkeitsgrenzen.

II. Kapitel. Heliometer-Messungen.

I. Resultate aus älteren Beobachtungen.

Aus dem Vorigen geht hervor, wie auch schon einleitend bemerkt wurde, dass ein sicheres Resultat aus den der Diskussion unterworfenen Beobachtungen bezüglich etwaiger Schwankungen des Sonnendurchmessers sich nicht hat angeben lassen. Es sollen nunmehr die mittelst Doppelbildmikrometer gefundenen Resultate, soweit solche ausser den Göttinger Messungen bisher bekannt geworden sind, zusammengestelltwerden.

Es darf hier wohl mit vollem Rechte von Messungen abgesehen werden, welche mit entschieden minderwertigen Instrumenten und dann auch noch sehr vereinzelt ausgeführt worden sind, da solche für die Frage der Veränderlichkeit natürlich gar kein Material liefern können, aber auch in Hinsicht des absoluten Wertes des Sonnendurchmessers deshalb von geringer Bedeutung sind, weil die Konstanten der Messapparate und die Faktoren zur Umwandlung der Messungsresultate in Bogensekunden meist nur sehr unvollkommen bestimmt worden sind.

Ich glaube, dass man sich in diesem Punkte beschränken soll auf diejenigen Messungen, welche ausgeführt worden sind:

1) Mit den Fraunhofer'schen Heliometern in ihrer ursprünglichen Gestalt. Es kommt dabei nur das Breslauer Instrument in Frage, da mit den anderen ganz gleichartigen Instrumenten nur ganz vereinzelt die Sonne gemessen worden ist. Ausserdem aber fehlen auch zur scharfen Reduktion der Messungen die nötigen Materialien.

2) Mit dem Königsberger Heliometer. (Messungen von Bessel, Wichmann und Schlüter).

3) Mit den Fraunhofer'schen Heliometern in ihrer neuen Gestalt. (Messungen, welche ausgeführt wurden, für die Zwecke der Reduktion der Beobachtungen der Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe 1874 und 1882).

4) Messungen mit neuen, grossen Heliometern von Repsold.

Die Messungen mit dem Breslauer Heliometer in seinem früheren Zustande sind von Brandes in den Jahren 1818, 1819 und 1820 ausgeführt worden; dieselben sind im Berliner Jahrbuche für 1824 zwar nicht ganz ausführlich, aber doch insoweit mitgeteilt worden, dass sie einen Beitrag bezüglich einer etwa fortschreitenden Veränderung des Sonnendurchmessers zu liefern vermögen. Es wird das besonders dadurch herbeigeführt, dass der Skalenwert des Heliometers sich mit ziemlicher Sicherheit aus gleichzeitig oder wenig später gemessenen Distanzen von Sternen ermitteln lässt.

Brandes hat seine Messungen des Sonnendurchmessers angestellt, um aus ihnen den Skalenwert abzuleiten und diesen dann für seine anderen Messungen zu verwerten. Da er aus dem Bessel'schen Sonnenbeobachtungen am Königsberger Meridiankreis glaubte, das erstere Datum mit aller nötigen Schärfe an-

nehmen zu können. Die Messungen von Brandes sind leider noch nicht alle in zweckmässiger Weise gemacht worden, da er bei einer grösseren Anzahl derselben die Schieber der Objektivhälften nur einseitig bewegte, und die Ausweichungen auf dem Koinzidenzpunkt bezog, ein Teil der Messungen ist aber auch in symetrischer Stellung der einen Objektivhälfte zu der anderen, als feststehend zu betrachtenden, ausgeführt worden.

Die Messungsresultate, wie sie im Berliner astronom. Jahrbuch für 1824 angegeben sind (zum Teil schon wegen Refraktion und auf die mittlere Entfernung von der Erde reduziert) gebe ich in folgender Tabelle, ausgedrückt in Umdrehungen der Schraube. Ueber die Beschaffenheit dieser Schraube ist nichts weiteres bekannt, ausser dem unten mitgeteilten Vergleich mit den später angebrachten Skalen.

Horizontaler Durchmesser.
(In Umdrehungen der Schraube).

Datum		Aus einseitiger Verstellung des Objektiv-Schiebers			Aus beiderseitiger Verstellung des Objektiv-Schiebers	
			R	Anzahl	R	Anzahl
1818.	Decb. 25.	12^h	33.491	(4)	33.485	(1)
1819.	April 19.		33.537	(1)	—	
	Mai 17.		33.521	(1)	—	
	— 18.		33.473	(1)	—	
	Juni 9.		33.466	(2)	—	
	Okt. 23.		33.540	(2)	33.540	(1)
1820.	Febr. 27.	12^h	33.476	(7)	33.481	(3)
	April 11.	11^h	33.505	(15)	33.504	(7)
		Vertikaler Durchmesser.				
1819.	April 27.		33.466	(3)	—	
	Mai 27.		33.535	(2)	—	
	Juni 23.		33.522	(2)	—	
	Okt. 23.		33.487	(3)	—	

Zur Ableitung des Schraubenwertes können die Messungen der Abstände von Sternen benutzt werden, die Brandes etwa um dieselbe Zeit auf ganz gleiche Weise mit dem Heliometer gemessen hat. Er beobachtete:

1819. Okt. 1, 2, 4 und 14. Die Distanz zwischen μ und ϑ Cassiop. $= \overset{R}{36.696}$
1819. Okt. 2 und 4. Die Distanz zwischen ϑ Cass. und B. D. $+54.225 = \overset{R}{25.35}$
} beide für Refraktion korrigiert.

1821. Febr. 9 (6—7 Uhr Abends). Die Distanz zwischen δ' und δ'' Tauri $= \overset{R}{18.433}$ (5 Beob.)
1821. Febr. 9 (7—9 Uhr). δ' und δ'' Tauri $= {}_R 18.430$ (16)
} nicht für Refraktion korrigiert.

Ausserdem sind noch einige andere Distanzen gemessen worden, welche aber entweder wegen ihrer Kleinheit oder deshalb nicht mit zur Ableitung des Schraubenwertes herangezogen wurden, weil nur eine einzige unkontrollierbare Messung vorliegt.

Die Positionen für μ und ϑ Cassiop. sowie B. D. $+54.225$ und δ' und δ' Tauri habe ich aus den Katalogen von Greenwich, Yarnall, Paris und aus Auwers' Bradlay für **1820,0** abgeleitet. Es finden sich dieselben:

	^{h}	^{m}	^{s}		^{0}	$'$	$''$
μ Cassiop. *A. R*	0	56	22.40	Del.	$+54$	2	1.0
ϑ „	1	0	12.59		54	11	21.6
B. D. $+54.225$	0	57	27.06		54	11	31.3
δ' Tauri	4	12	34.00		$+17$	1	40.65
δ'' „	4	13	43.85		17	1	4.97.

Und damit erhält man folgende Distanzen:

	Distanz in Sek.	Distanz in Schraubenrevolutionen	Wert einer Schraubenrev. in Bogenmass.
		R	
$\mu - \vartheta$ Cassiop.	$2100''.3$	36.696	$57''.235$
ϑ Cass.—B. D. 54.225	1452.7	25.35	57.306
$\delta' - \delta^2$ Tauri	1057.76	18.4369	57.372

Von diesen Bestimmungen des Revolutionswertes wird wohl die erstere die grösste Genauigkeit besitzen, da sie auf einer grösseren Anzahl von Messungen an 4 verschiedenen Tagen beruht, und ausserdem auch die grösste Distanz umfasst. Der Bogenwert für eine Umdrehung aus ϑ Cass. $-$ B. D. $+54.225$ beruht nur auf zwei Messungen und die Distanz $\delta' - \delta^2$ Tauri umfasst nur 18.4 Umdrehungen.

Giebt man dem Wert aus $\mu - \vartheta$ Cass. das Gewicht 2 und den beiden anderen das Gewicht je 1, so erhält man für den Verwandlungsfaktor der Umdrehungen in Bogenmass $R = 57''.287$. Nun ist bei Gelegenheit der Vorarbeiten für die Venusexpeditionen in Strassburg eine Vergleichung des Wertes der Schraubenrevolution mit den später angebrachten Skalen ausgeführt worden, und diese lieferte für R den gewiss sehr sicher verbürgten Wert von $57''.229$. Giebt man dieser Bestimmung gleiches Gewicht wie dem aus den Messungen von Sterndistanzen in den Jahren 1819—21 gefundenen Werte, so erhält man schliesslich $R = 57''.258$. Werden mit diesem Werte für eine Revolution der Schraube des Breslauer Heliometers die Messungen des Sonnendurchmessers in Winkelwert ausgedrückt, so erhält man folgende Daten:

Tabelle I.

Bestimmungen des Sonnendurchmessers am Breslauer Heliometer, ausgeführt von Brandes in den Jahren 1818—1820.

1. Messungen des horizontalen Durchmessers.

a. Einseitige Verschiebung der Objektivhälfte.

	Sonnen-Durchm. R	Anzahl	$R_1 = 57''.287$	$R_2 = 57''.258$	$R_3 = 57''.229$
1818. Decb. 25.	33.491	4	1918.6	1917.6	1916.6
„ „ „	33.537	1	21.2	20.3	19.3
1819. April 19.	33.521	1	20.3	19.3	18.3
Mai 17.	33.473	1	17.5	16.6	15.6
Mai 18.	33.466	2	17.1	16.2	16.3
Juni 9.	33.540	2	21.4	20.4	19.4
Okt. 23.	33.476	7	17.7	16.7	15.7
1820. Febr. 27.	33.505	15	19.4	18.4	17.4
April 11.			1919.15	1918.18	1917.20

b. Symetrische Verschiebung der beweglichen Objektivhälfte zur Feststehenden. (Doppelter Durchmesser).

	R				
1818. Decb. 25.	33.485	1	1918''.3	1917''.3	1916''.3
1819. Okt. 23.	33.540	1	21.4	20.4	19.4
1820. Febr. 27.	33.481	3	18.0	17.0	16.0
April 11.	33.504	7	19.3	18.3	17.3
			1919.25	1918.25	1917.25

2. Messungen des vertikalen Durchmessers.

Einseitige Verschiebung der Objektivhälfte.

	R				
1819. April 27.	33.466	3	1917''.2	1916''.2	1915''.2
Mai 27.	33.535	2	21.1	20.1	19.1
Juni 23.	33.522	2	20.4	19.4	18.4
Okt. 23.	33.487	3	18.4	17.4	16.4
			1919.28	1918.28	1917.28

Horizontaler Durchmesser	9119''.20	1918''.22	1917''.22
Vertikaler „	1919.28	1918.28	1917.28
Mittel	1919''.24	1918''.25	1917''.25

Es ist kein Zweifel, dass die Einzelresultate von recht verschiedener Genauigkeit sein werden. Wird aber von diesem Umstand, welcher bei der nicht sehr grossen Genauigkeit des Schraubenwertes und bei der allgemeinen Unsicherheit der Messungen kaum in's Gewicht fallen dürfte, abgesehen, und bildet man die Mittel für die drei Gruppen, so erhält man zufälliger Weise drei völlig

1) R_1 Verwandlungszahl aus Brandes eigenen Messungen von Sterndistanzen. R_3 Verwandlungszahl nach dem Strassburger Vergleich. R_2 Mittel aus den beiden Werten R_1 und R_3.

übereinstimmende Zahlen für den Sonnendurchmesser, und das Mittel aller Messungen ist die gleiche Zahl, nämlich

$$D = 1918.''2$$

während das Resultat je um 1″ grösser oder kleiner wird, wenn man den aus Brandes eigenen Beobachtungen oder den aus der Vergleichung in Strassburg gefolgerten Skalenwert annimmt. Wie die Abweichungen der Einzelwerte unter sich erkennen lassen, kann diesem Resultat wohl kaum eine grössere Genauigkeit als etwa $\pm 0.''3$ zuerkannt werden. Die Uebereinstimmung mit den neuen Bestimmungen ist aber immerhin bemerkenswert, und wenn Brandes zu seiner Zeit den Durchmesser der Sonne auf diesem Weg abgeleitet hätte, würde sein Resultat für den Sonnendurchmesser nämlich $1919.''2$ von erheblicher Bedeutung gewesen sein, gegenüber den damals nur auf Durchgangsbeobachtungen oder Fadenmikrometer-Messungen gegründeten Daten für den Durchmesser des Centralkörpers des Sonnensystems.

In chronologischer Folge sollen nunmehr die Messungen, welche zu verschiedenen Zeiten mit dem Königsberger Heliometer gemacht worden sind, besprochen werden. Es haben mit diesem Instrument Bessel, Wichmann und Schlüter Sonnendurchmesser gemessen. Alle diese Beobachtungen haben ebenfalls keinen systematischen Charakter, sondern sind nur sporadisch angestellt, besonders gilt dieses bezüglich einzelner Daten aus den Jahren 1832, 1846, 1851, in denen bei Gelegenheit von Sonnen-Finsternissen oder Vorübergängen des Merkur einzelne Messungen gemacht wurden, um homogene Reduktionsdaten zu erhalten.

Im Jahre 1832 beobachtete Bessel am Mai $^4/_5$ und fand für den Durchmesser den Wert $1919.''84$ auf die mittlere Entfernung $\odot - \mathfrak{d}$ reducirt. Diese Zahl beruht auf zwei Messungen, je einer des horizontalen und einer des Vertikal-Durchmessers, welche einzeln lieferten $D_h = 1901.''741$ und $D_v = 1901.''836$. Der mittlere Fehler einer solchen Messung wird sicherlich nicht grösser als $\pm 0.''2$ anzunehmen sein, und es stimmen somit beide Zahlen innerhalb ihrer Unsicherheit soweit überein, dass sie für eine Abweichung von der Kreisform keinen Anhalt geben.

Dieses Heliometer hat 7 Zoll Oeffnung und es sind deshalb die damit erhaltenen absoluten Werte des Sonnendurchmessers nahezu direkt vergleichbar mit den Messungen an den neuen Repsold'schen Heliometern.

Die weiteren Beobachtungen von Sonnendurchmessern am Königsberger Heliometer von Schlüter und Wichmann, welche z. T. bei Gelegenheit von Finsternissen oder bei den Vorübergängen des Merkur vor der Sonnenscheibe z. T. auch direkt zur Bestimmung des Durchmessers oder zur Auffindung des Einflusses äusserer Umstände auf diese Messungen angestellt sind, finden sich ausser in gelegentlichen Mitteilungen in den Astron. Nachr. XXVII und XXXIII gesammelt publ. in Abt. XXX der Königsberger Beobachtungen. Aus den dort in extenso aufgeführten Daten sind schliesslich die nachstehenden Resultate gezogen, welche den Wert des Sonnendurchmessers auf die Einheit der Entfernung reduziert enthalten:

Schlüter.

	D_0	Anzahl
1842 Juli 2.	1920.″28	5
„ 8.	20.29	7
„ 9.	19.65	7
„ 11.	19.87	6
Okt. 22.	20.19	10
1843. Febr. 28.	19.62	10
März 17.	19.67	10
„ 20.	20.01	10
Juni 3.	20.15	10
Mittel	1919.97	

Wichmann.

	D_0	Anzahl
1846 März 20.	1919.″38	8
„ 31.	19.06	2
April 25.	19.26	6
„ 26.	18.30	6
„ 28.	18.92	3
1851 Juli 28.	19.39	5
„ 22.	19.52	10
Mittel	1919.12.	

Zu diesen Resultaten ist erläuternd zu bemerken, dass die Beobachtungen von Schlüter bis 1842 Juli 11. incl. in je 5—7 verschiedenen Positionswinkeln gemacht worden sind, ohne irgend eine Abhängigkeit des Sonnendurchmessers von der Richtung desselben zu zeigen. Dasselbe gilt für die Beobachtungen von Wichmann aus dem Jahre 1846 März 20., April 26. und April 28. Die übrigen Beobachtungen beider Astronomen mit Ausnahme der vom Okt. 22. 1851 von Wichmann sind in polarer und äquatorialer Richtung angestellt. Getrennt liefern diese Beobachtungen für den polaren und äquatorialen Durchmesser die folgenden Werte:

		D_p	D_a	Diff. $(p-a)$
Schlüter	1842 Okt. 22.	1902.″30	1920.″09	+0.″21
	1843 Febr. 28.	19.82	19.41	+0.41
	März 17.	19.59	19.75	−0.16
	„ 21.	19.96	20.06	−0.10
	Juni 4.	19.96	20.33	−0.37
	Mittel	1919.93	1919.93	0.00
Wichmann	1846 März 31.	1918.44	1919.67	−1.″23
	April 25.	19.58	18.95	+0.63
	Mittel	1919.01	1919.31	−0.30

Hieraus geht mit Sicherheit hervor, dass die Königsberger Beobachtungen einen Unterschied zwischen polarem und äquatorialem Durchmesser nicht erkennen lassen; denn auch die Differenz bei Wichmann liegt noch innerhalb der Fehlergrenze. Es ergeben sich für die mittleren und wahrscheinlichen Fehler aus der Gesamtheit der Beobachtungen die folgende Werte:

für Schlüter:	mittl. Fehler eines Tag. Result.	± 0.″275
	wahrsch. „ „ „ „	± 0.185
	„ „ des Mittels	± 0.062

für Wichmann: mittl. Fehler eines Tag. Result. $\pm 0''.415$
wahrsch. „ „ „ „ ± 0.280
„ „ der Mittels ± 0.114.

Dass die Schlusswerte für beide Beobachter den Sonnendurchmesser mit erheblicher Verschiedenheit geben, darf nicht verwundern, denn es besteht, wie aus den nachfolgenden und besonders aus den Untersuchungen von A. Auwers bezügl. der Messungen des Sonnendurchmessers bei Gelegenheit der Venusvorübergänge bekannt geworden ist, tatsächlich ein solcher Unterschied in der Auffassung der einzelnen Beobachter (ja es kommen noch erheblich grössere Beträge vor).

Weiterhin mag aber auch hier noch der Umstand mitgewirkt haben, dass die Verhältnisse, unter denen die beiden Astronomen beobachteten, nicht stets dieselben waren, denn es wurden besonders Tage ausgewählt, an denen die Bestrahlung des Instrumentes dadurch verringert wurde, dass die Intensität des Sonnenlichtes durch dünne Wolkenschleier abgeschwächt war; an einigen Tagen wurden die Objektiv-Teile auch durch weisses Papier vor direkter Bestrahlung geschützt. Ausserdem ist auch mehrfach das Objektiv auf geringere Oeffnung abgeblendet worden. Am Okt. 22. 1851 wurden von Wichmann verschiedene Blendgläser, nämlich ein rotes und ein „weisses“ (neutrales) angewendet. Für diesen Tag ist das Mittel aus beiden Bestimmungen, die einzeln $1920''.46$ (für das rote Blendglas, Vergrösserung 66 fach) und $1918''.58$ (neutrales Blendglas und Vergrösserung 115 fach) lauten, in die obige Zusammenstellung eingefügt. Ob der Unterschied der beiden Zahlen von der Farbe der Blendgläser herrührt, ist nach den Untersuchungen von A. Auwers am Cap der guten Hoffnung sehr fraglich, viel eher dürfte er mit dem Wechsel der Okulare und den spez. Fokusstellungen derselben zusammenhängen, denn die 66 fache Vergrösserung ist bei allen übrigen hier mitgeteilten Messungen nicht zur Verwendung gelangt und die 115 fache liefert einen Wert für den Sonnendurchmesser, der mit den übrigen Daten für denselben recht gut übereinstimmt[1]). Auf alle Fälle kann solchen vereinzelten Messungen kein ausschlaggebendes Gewicht in der Frage nach dem Einfluss verschiedenfarbiger Blendgläser beigemessen werden. —

Da bei den Königsberger Messungen die äusseren Verhältnisse so vielfach variierten, darf man wohl höchstens deren Mittelwert die Bedeutung beimessen, dass er das Nichtvorhandensein erheblicher fortschreitender Aenderungen des Sonnendurchmessers bestätigt und die später zu behandelnde Frage betreffs des Einflusses der Oeffnung des Instruments wenigstens nicht in dem Sinne zu beleuchten geeignet ist, dass man überhaupt mit grösseren Instrumenten auch grössere Werte des Sonnendurchmessers erhält.

1) Dazu ist die Diskussion der Königsberger Beobachtungen zu vergleichen, wie sie Auwers in einer Schrift „Ueber eine angebliche Veränderlichkeit des Sonnendurchmessers“, Berlin 1873, gegeben hat.

In den Jahren 1871 und 1872 begannen die Vorbereitungen für die Beobachtungen der Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe. Es wurden zu diesem Zweck vier der damals noch kaum benutzten Fraunhofer'schen Heliometer in geeigneter Weise in der Repsold'schen Werkstätte umgebaut, da man auf die Messungen des Abstandes der Venus von den Sonnenrändern für die Ableitung der Sonnenparallaxe besonderen Wert legte. Diese 4 Heliometer in ihren neuen Einrichtungen (Skalenablesung an Stelle der Schrauben, symetrische Bewegung der Objektiv-Hälften, Metallrohr u. s. w.) wurden damals auch gleichzeitig dazu benutzt (zum Teil zur Uebung der Beobachter, z. T. um einen Anhalt für den Skalenwert zu erhalten) den Durchmesser der Sonne häufig zu messen. So entstanden eine sehr grosse Anzahl — im Ganzen 2849 — solcher Messungen mittels dieser 5 Heliometer (ein fünftes kam später noch hinzu, hat aber erhebliche Beiträge nicht geliefert). Diese Beobachtungen verteilen sich auf die Jahre 1873—1885 und sind in Strassburg, Berlin, Potsdam und an den Expeditionsorten von 29 verschiedenen Beobachtern gemacht worden. Die ausserordentlich eingehende Diskussion der Resultate aller dieser Messungen ist von A. Auwers durchgeführt[1]). Sie hat zunächst gezeigt, dass unter sonst gleichartigen Verhältnissen die Resultate, welche die einzelnen Beobachter für den Sonnendurchmesser fanden, Abweichungen unter einander aufweisen, die fast an 2 Bogensekunden heranreichen. Weiterhin steht aber ausser Zweifel, dass die in geeigneter Weise nach ihren speziellen Gewichten mit einander verbundenen Messungen doch einen sehr genauen Wert für den Sonnendurchmesser haben auffinden lassen. Derselbe kann auf Grund der Auwers'schen Diskussion zu

$$D_0 = 1919''.34$$

angesetzt werden mit einer Unsicherheit, die sich, soweit sie auf die innere Uebereinstimmung aller schliesslich benutzten Daten gegründet wird, auf kaum $\pm 0''.1$ belaufen dürfte. Es kann an dieser Stelle wegen aller weiteren Einzelheiten füglich auf den 5. Band oben angeführten Werkes verwiesen werden.

Für eine periodische Aenderung des Sonnendurchmessers liefern alle diese Reihen (73 an der Zahl) keinen Anhalt, da dieselben sich stets nur auf kurze Zeiten (einige Monate) ohne Unterbrechung beziehen. Dagegen ist es nach dieser Richtung hin interessant, nicht etwa die Reihen von Schur und Hartwig, welche allein grössere, sich über viele Jahre erstreckende Messungsreihen (allerdings an verschiedenen Heliometern) ausgeführt haben in Vergleich zu stellen, sondern die Mittelwerte aus deren Beobachtungen an den 4 Heliometern für die Epochen 1873—1876 und 1881/4. Zufälligerweise fällt die Epoche des ersten Mittelwertes mit der Zeit eines Fleckenminimums und die Epoche des 2. Mittelwertes mit der Zeit eines Maximums der Sonnentätigkeit zusammen. Die beiden Werte für den Sonnendurchmesser sind aber $1919''.31$ resp. $1919''.32$ also einander fast

1) Die Venus-Vorübergänge der Jahre 1874 und 1882. Bericht über die Deutschen Beobachtungen.

völlig gleich; es ist daher von einer der Fleckenperiode sich anpassenden Aenderung des Sonnendurchmessers keine Spur nachweisbar.

Der von Auwers aus den Beobachtungen an den kleinen Fraunhofer'schen Heliometern abgeleitete Wert für den Sonnendurchmesser übertrifft alle bis dahin bekannten Resultate bei weitem an Zuverlässigkeit und Genauigkeit und er wird daher als Vergleichszahl für alle anderen Messungen zu dienen haben. Zunächst beweist derselbe, dass die aus Durchgangsbeobachtungen oder aus relativen Zenithdistanzmessungen erhaltenen Werte für den Sonnendurchmesser um 1 bis 5 Sekunden zu gross gefunden werden. Dieselben können also nur zur Reduktion für die an den Sonnenrändern angestellten Messungen auf das Centrum der Sonne dienen, soweit die betr. Beobachtungen mit denjenigen gleichartig sind, die zur Ableitung der Durchmesser gedient haben, wenn man nicht durch die Anordnung der Beobachtungen den Radius direkt zu eliminieren in der Lage ist.

Nach Abschluss der zur Kontrolle der Venusbeobachtungen nötigen Messungen an den kleinen Fraunhofer'schen Heliometern ist in Strassburg die Beobachtung der Sonne mit dem einen dieser Instrumente regelmässig fortgesetzt worden, und es werden diese Messungen unter Umständen einen Beitrag zur Frage nach der Veränderlichkeit des Sonnendurchmessers liefern können. Allerdings ist dabei zu bedenken, dass während dieser langjährigen Beobachtungsreihe ein ziemlich häufiger Wechsel der Beobachter stattgefunden hat. Die nach 1885 ausgeführten Messungen sind aber bis jetzt noch nicht veröffentlicht. — In dem II. Bande der Strassburger Annalen sind einige Messungen des Sonnendurchmessers von Professor Becker aus dem Jahre 1890 mitgeteilt; dieselben lauten:

Januar 10.	= 1919.″56	Auf die Einheit der Entfernung reduziert.
„ 13.	= 1919.86	
„ 30.	= 1920.05	
März 28.	= 1919.36	
Mittel	= 1919.71	

Da anderweite Heliometermessungen dieses Beobachters aber bis jetzt nicht bekannt geworden sind, wird man aus diesen wenigen, unter sich übereinstimmenden Beobachtungen nur eine Bestätigung dafür entnehmen können, dass seit 1878 eine verbürgte Aenderung des Sonnendurchmessers nicht eingetreten ist. —

III. Kapitel. Die Messungen des Sonnendurchmessers am Repsold'schen Heliometer der Göttinger Sternwarte.

1. Allgemeines und Programm der Beobachtungen.

Als im Jahre 1889 das grosse Repsold'sche Heliometer in Göttingen aufgestellt worden war, beschloss Prof. Schur sofort mittels dieses Instruments eine einheitliche Reihe von Sonnenmessungen zu beginnen, welche sich zum mindesten über die ganze Dauer einer vollen Fleckenperiode erstrecken sollte. Die Messungen sollten unter allen denkbaren Vorsichtsmassregeln ausgeführt werden, damit nach Möglichkeit von vornherein der Einfluss systematischer Fehlerquellen, welche die strenge Vergleichbarkeit aller Messungen hätten stören können, ausgeschlossen wurde. Aus diesem Grunde wurde auch bestimmt, dass nicht nur Prof. Schur allein diese Messungen ausführen sollte, sondern dass auch eine ganz gleichlaufende Reihe in vollständiger Unabhängigkeit von dem Verfasser durchzuführen sei. Es sollte, wenn möglich jede Woche bei günstigen Bildverhältnissen von beiden Beobachtern je ein Satz von 4 Durchmessern und zwar 2 in äquatorialer und 2 in polarer Richtung gemessen werden. Alle zur Reduktion dieser Messungen nötigen Konstanten wurden ebenfalls in völlig unabhängiger Weise, aber nach gleichen Verfahren von jedem Beobachter bestimmt. — Es ist auch tatsächlich gelungen dieses Programm durchzuführen, sodass die im folgenden vorgelegten Sonnendurchmesser-Messungen zwei ganz unabhängige Reihen bilden, von denen sich die von Schur von 1890 bis Anfang 1901 und die von Ambronn von 1890 bis Ende 1902 erstreckt. Beide Reihen umfassen also eine volle Fleckenperiode.

Die erstere Reihe wurde durch den Tod Schur's beendet, während der Verfasser seine Beobachtungen auch gegenwärtig noch in gleicher Weise fortsetzt. Es schien aber durch den Abschluss der Schur'schen Reihe geboten, die in Göttingen bis dahin erlangten Resultate einheitlich zu bearbeiten und sie den Astronomen vorzulegen. Die wesentlichen Punkte dieser Arbeit wurden schon bei Gelegenheit der Astronomen-Versammlung im Jahre 1902 zu Göttingen in ganz kurzen Zügen mitgeteilt. Doch hat sich im Laufe der weiteren Bearbeitung herausgestellt, dass die damals benutzten älteren Reduktionen noch in einigen Punkten einer Verbesserung bedurften. Dieser Umstand ist auch die Veranlassung geworden, weshalb ich meine Beobachtungen bis zum Schlusse des Jahres 1902 noch mit in Rücksicht gezogen habe. Einmal konnte die Neureduktion erst im Laufe des vergangenen Jahres unternommen werden, und weiterhin glaubte ich auch durch die Mitnahme der Beobachtungen aus dem Jahre 1902 den Beweis zu erbringen, dass durch die kleine Aenderung im Beobachtungsverfahren, wie sie das Ende 1891 eingeführte Reversions-Prisma bedingte, tatsächlich der Reihe keine Ungleichmässigkeit anhaftet, denn für meine Beobachtungen bleibt dann auch ohne die Beobachtungen, welche ohne Prisma angestellt

sind, noch eine volle Fleckenperiode übrig. Wie weiter unten gezeigt werden wird, ist es aber auch durch spezielle Beobachtungen möglich gewesen die Abweichung zwischen den Resultaten, die ohne und die mit Prisma erzielt wurden, genau zu bestimmen und durch Einführung des gefundenen Unterschiedes die Vergleichbarkeit beider Teile der Reihen zu wahren.

2. Das Instrument und die Beobachtungsmethode.

Eine genaue Beschreibung des Repsold'schen Heliometer's von 162 mm Oeffnung und sehr nahe 2,61 m Brennweite ist von Schur in seiner Abhandlung über die Vermessung des Sternhaufens der Praesepe [1]) gegeben, und es kann an dieser Stelle bezügl. der Einzelheiten wohl auf jene Arbeit verwiesen werden. In den Jahren 1890 bis zum Abschluss dieser Arbeit sind irgend welche Veränderungen an dem Instrument nicht vorgenommen worden und auch das Beobachtungsverfahren ist stets dasselbe geblieben.

Bevor ich auf die Beschreibung der eigentlichen Beobachtungen eingehe, darf wohl noch bemerkt werden, im Anschluss an das in oben genannter Arbeit mitgeteilte, dass auch weiterhin für die Fokaleinstellungen die Kreisteilung am Okularstutzen nicht benutzt worden ist. Auch wurde bei diesen Gelegenheiten das Doppelsternbild direkt ohne Zwischenschaltung eines Fadennetzes zur scharfen Einstellung gebracht; wenn auch dieser Metode gewisse Bedenken nicht abzusprechen sind, so wollte ich doch unter keinen Umständen ohne dringenden Grund die unmittelbare Vergleichbarkeit der Beobachtungen gefährden. Wie schon Schur mitgeteilt hat, sind auch bei den Sonnenbeobachtungen nur die Mittelwerte der von beiden Beobachtern getrennt abgeleiteten Teilungsfehler für die Reduktionen benutzt worden. Es hätte wohl in Frage kommen können, ob nicht jeder Beobachter die ihm individuell zugehörigen Werte dieser Fehler benutzen solle; Aenderung der Resultate würde durch dies Vorgehen aber nicht erfolgt sein.

Der Vorgang bei der Beobachtung der Sonne, wie er von beiden Beobachtern stets sorgfältig innegehalten worden ist, war der Folgende: Es war festgesetzt worden, dass jeder Beobachter wenn möglich etwa wöchentlich nur eine Sonnenmessung ausführen sollte, damit das Material nicht zu stark anwachse, aber die Einzeldaten genügend eng beisammen liegen um Aenderungen von kurzer Dauer nicht zu übersehen, und dass auch auf alle Fälle eine möglichst gleichmässige Verteilung über das Jahr zu Stande komme. In wie weit die Umstände es erlaubt haben dieses Programm einzuhalten, zeigt das nachfolgend beigebrachte Verzeichnis aller Sonnenbeobachtungen von 1890 bis Ende 1902.

War es morgens heiterer Himmel so wurde sobald als tunlich die Kuppel geöffnet, um den Temperatur-Ausgleich herbeizuführen, mit einem Plösl'schen Fernrohre der Zustand der Bilder geprüft und wenn diese genügend

1) Astronomische Mitteilungen von der Königl. Sternwarte Göttingen IV. Teil. „Die Oerter der helleren Sterne der Praesepe". Ebenso ist in des Verf. Hand-Buch. d. astron. Instrum.-Kunde dieses Heliometer beschrieben und abgebildet, S. 567 u. ff.

befunden wurden von einem Beobachter (wobei stets Schur in der betr. Woche der erste günstige Tag zufiel) sodann die Messung der Durchmesser vorgenommen.

In den Sommermonaten ist häufig schon um 9 Uhr vormittags die Beobachtung begonnen worden, um die beste Bildqualität auszunutzen und auch um zu hohe Stände der Sonne zu vermeiden, da für diese die Beschattung des Instruments schwieriger durchzuführen war und auch die nahe der Kante des Spaltverschlusses entstehende Luftzirkulation die Bildqualität leicht verschlechterte. In der ersten Zeit der Beobachtungen wurde damit begonnen, die drei Thermometer am Instrument abzulesen, sodann fand die Fokusierung auf dem im Norden der Kuppel angebrachten Kollimator (ein Fraunhofer'sches Fernrohr von 83 mm Oeffnung und 1.30 Meter Brennweite) statt. Diese Fokusierung auf dem Kollimator wurde aber nur während der ersten 3 oder 4 Sonnenbeobachtungen ausgeführt[1]); bei allen späteren Beobachtungen trat an deren Stelle die Fokusierung auf dem Polarstern, welcher bei Tage sehr gut auch mit halber Objektivöffnung sichtbar ist. Diese Fokaleinstellungen haben sich als viel genauer erwiesen, als diejenigen auf dem Kollimator und sind deshalb später nur noch allein ausgeführt worden, zumal sich auch zeigte, dass sie ohne weiteres mit den Nachtbeobachtungen an Doppelsternen gleichwertig und direkt vergleichbar sind. Nach der Fokusierung wurden wiederum die drei Thermometer abgelesen. Darauf wurde die Kuppel mit dem Spalt nach Süden resp. Süd-Osten gedreht und bei beschirmtem Fernrohr die Einstellung auf die Sonne und diejenige im Positionswinkel und Objektivhälften-Distanz vorgenommen. Zum Schutze gegen die Bestrahlung des Instrumentes durch die Sonne ist vor der Spaltöffnung eine Zuggardine aus dickem grünen Tuch so angebracht, dass sie von einem Gehülfen, der zugleich die Zeit- und Skalenablesungen im Beobachtungsbuche notirt, leicht emporgezogen und herabgelassen werden kann. Das Okular wurde in eine Fokalstellung gebracht, die etwa dem Mittel der zu erwartenden Temperatur entsprach, und dasselbe blieb während der ganzen Beobachtung in der gleichen Stellung. War auf diese Weise alles vorbereitet, so wurde auf ein gegebenes Zeichen der Vorhang herabgelassen und die Ränder der beiden Sonnenbilder, welche sich dann fast stets schon im Gesichtsfeld befanden, wurden durch Drehung der Bewegungsschraube im Sinne des Uhrzeigers zur Berührung gebracht, worauf sofort das Instrument durch Emporziehen der Gardine wieder vollständig beschattet wurde. Nun wurde die Ablesung der Skalen gemacht und gleich darauf wurde die zweite Berührung der Ränder ausgeführt, diesesmal aber bei Drehung der Schieberschraube in umgekehrtem Sinne. Sodann wurde „durchgeschraubt" und die Einstellungen am anderen Sonnenrand in ganz gleicher Weise vorgenommen. Zwischen jeder Einstellung wurde das Instrument also vollständig beschattet. Eine solche aus vier einzelnen Einstellungen bestehende Durchmessermessung dauerte etwa 2—3 Minuten, wenn nicht durch Wolken oder ander-

1) Dazu ist zu vergleichen die Bemerkung Schur's in der „Praesepe" S. 13 u. ff.

weitige Umstände bedingte Störungen eintraten. Das ist aber nur sehr selten der Fall gewesen, da ja die Beobachtungstage schon mit Rücksicht auf diese Umstände ausgesucht wurden. Im ganzen wurde während einer Durchmessermessung das Instrument höchstens 1 bis $1^1/_2$ Minuten und zwar in vier Teilintervallen wirklich den Sonnenstrahlen direkt ausgesetzt. Dabei kam in den späteren Jahren in Betracht, dass Schur an bestimmten Tagen in der Woche von 12 bis 1 Uhr Vorlesungen hielt und er sich jene Vormittage nicht gern durch Beobachtungen der Sonne, die später als 10 Uhr fielen, beschränken wollte. Diese Tage blieben dann meist für mich frei, sodass von 1896 ab dem einzelnen Beobachter meist bestimmte Tage der Woche zufielen.

Im weiteren Verlauf wurde das Fernrohr um 90° gedreht und eine zweite Messung in ganz gleicher Weise ausgeführt. Nachdem dann das Heliometer wiederum in Position gedreht worden war, und zwar diesesmal um 180°, wurde derselbe Durchmesser zum zweiten Male gemessen, schliesslich wurde um 90° zurückgedreht und der erste Durchmesser in entgegengesetzter Lage der Schnittlinie des Objektivs zum zweiten Male beobachtet. Zwischen jeder Durchmesser-Messung sind alle drei Thermometer des Instruments abgelesen worden, wenn eine erhebliche Temperatur-Aenderung im Laufe der Messung stattfand; ausserdem aber, so namentlich im Winter, ist diese zwischenliegende Thermometerablesung nur bei der Drehung um 180° erfolgt. Nach Beendigung der Sonnenmessungen wurde nach Ablesung der Instrumental-Thermometer die Kuppel mit dem Spalte wieder nach Norden gedreht und eine neue Fokusierung auf den Polarstern gemacht, und schliesslich wurde wieder die Temperatur des Instruments an den drei Thermometern abgelesen. Vor Beginn und gleich nach Schluss der Sonnenmessungen, meist während der Drehung der Kuppel, ist der Barometerstand und die Lufttemperatur notirt worden, um die Daten für die Refraktionskorrection zu erhalten. Ursprünglich war es die Absicht auf Grund der beiden Fokusierungen vor und nach der Sonnenbeobachtung, den Temperaturzustand des Instruments während der Messungen zu bestimmen, und mit seiner Hülfe die Normalstellung des Okulars abzuleiten. Es hat sich aber im Verlauf der Beobachtungen herausgestellt, dass in der Zeit, welche verstreichen musste von der letzten Sonneneinstellung bis zur zweiten Fokusierung auf den Polarstern, der Temperaturzustand des Rohres sich häufig schon erheblich geändert hatte. Es musste ja die Kuppel herumgedreht und eine neue Einstellung des Instruments ausgeführt werden; das nahm im allgemeinen eine Zeit von 3 bis 6 Minuten in Anspruch. Dazu kommt noch der Umstand, dass nicht selten im Norden der Himmel nicht ganz klar war und daher entweder der Polarstern gar nicht gesehen oder nur nach längerem Warten gefunden werden konnte. Aber selbst wenn der Stern sofort im Gesichtsfeld aufgefunden wurde, war durch die veränderte Bestrahlung des Instruments und durch das Umlegen des Rohres von Süden nach Norden, wobei selbstverständlich immer die Richtung des Objektivs nach oben eingehalten wurde, die Luftschichtung im Inneren des Rohres und die Temperaturverteilung in den Metallteilen so unstabil geworden, dass das

Sternbild in fast allen Fällen verwaschen aussah, so dass nur ungenaue Einstellungen des Okulars erfolgen konnten. Es sind mir Fälle vorgekommen, in denen sich die Fokalebene augenscheinlich um einige Zehntel des Millimeters selbst während der Dauer der Fokusierung geändert haben muss. Es unterliegt gar keinem Zweifel, dass derartige Bestimmungen der Fokalebene und damit des thermischen Zustandes des Instruments keine genügende Grundlage bilden konnten, um die Reduktion der Sonnenmessung darauf zu gründen. Ich habe daher davon abgesehen, diese Fokusierungen nach den Sonnenmessungen in die Diskussion einzuführen. Es wird sich später zeigen, dass dieses Vorgehen auf alle Fälle berechtigt war, denn sollte durch irgend welche nicht genügend berücksichtigte Temperaturkorrektion ein Einfluss auf die Resultate hervortreten, so müsste sich dieser zu allererst in dem Verhalten der Sommer- zu den Winterbeobachtungen zu erkennen geben. Das ist aber, wie die nach den Monaten geordneten Abweichungen von den Mittelwerten erkennen lassen, nicht im geringsten der Fall. — Die Reduktionskonstanten für den Temperatureinfluss sind bei allen anderen Messungen nur mit Rücksicht auf die Ablesungen an den drei Thermometern bestimmt worden, es würde daher auch eine Inkonsequenz darin liegen, wenn man für die Sonnenbeobachtungen ein anderes Element eingeführt hätte, wie es durch die direkte Veränderung der Fokaleinstellung, — selbst wenn dieselbe sich genau hätte ausführen lassen, — geschehen wäre.

3. Die Sonnenbeobachtungen und ihre Reduktion.

Diskussion des Verhaltens der Instrumentalkonstanten.

Die Bearbeitung der beobachteten Sonnendurchmesser hat nach zwei Richtungen hin zu erfolgen. Einmal soll untersucht werden, ob während der Beobachtungsperiode eine fortschreitende oder periodische Aenderung des Sonnendurchmessers stattgefunden hat; und sodann ist es natürlich erwünscht, aus dem gesamten Material einen möglichst genauen absoluten Wert für den Sonnendurchmesser zu ermitteln. Zur Erlangung der ersten Absicht ist es von besonderer Wichtigkeit, das Verhalten der Reduktionselemente für die Dauer der Beobachtungszeit einer genauen Diskussion zu unterziehen. Es handelt sich dabei um die Konstanten, welche zur Reduktion auf eine Normal-(Vergleichs)-ebene dienen und um den Temperaturkoeffizienten d. h. um die Bestimmung desjenigen Faktors, mittels dessen die erhaltenen Resultate zu multiplizieren sind, um sie so zu gestalten, als ob sie bei einer Instrumentaltemperatur von 0° C. ausgeführt worden seien. Für die Ableitung eines absoluten Wertes des scheinbaren Sonnendurchmessers ausgedrückt in Bogenmaass muss ausserdem noch mit genügender Schärfe die erforderliche Verwandlungszahl für die Skalenteile des Heliometers in Bogensekunden bestimmt und auch deren Unveränderlichkeit nachgewiesen werden.

Von beiden Beobachtern sind während der ganzen Beobachtungsdauer sehr zahlreiche Bestimmungen der Fokalstellung bei möglichst extremen Temperaturen

ausgeführt worden. Ein Teil dieser Beobachtungen ist schon in den früheren Teilen der astronom. Mitt. von der Gött. Sternwarte publiziert; so diejenigen bis Ende 1892 in Teil IV, diejenigen von Schur bis zum Ende des Jahres 1899 in Teil VI. Es würde daher genügen diejenigen Beobachtungen anzuführen, welche bis zum Tode Schur's im Jahre 1901 von ihm angestellt worden sind und diejenigen, welche von mir von 1893 bis zum Schlusse des Jahres 1902 gemacht worden sind. Da aber mit der gegenwärtigen Publikation der Sonnenbeobachtungen gewissermassen ein Abschnitt der Tätigkeit am Göttinger Heliometer gekennzeichnet ist, und da in dieselbe Periode auch die von mir ausgeführten Polar-Triangulationen fallen, so mag hier nochmals zur besseren Uebersicht des Gesamtverlaufes der in Frage kommenden Daten das ganze, bis Ende 1902 gesammelte Material einheitlich zusammengestellt werden, sodass dann bei allen anderen in diesen Zeitraum fallenden Heliometermessungen füglich auf diese Zusammenstellung verwiesen werden kann. (Anlage 1).

Wird das in der Anlage mitgeteilte Material für jeden Beobachter ausgeglichen und zwar, wie es auch schon früher in den Publikationen von Schur geschehen ist, in gewissen einzelnen Zeitabschnitten gesondert, um ein Urteil über das Verhalten der beiden in Frage kommenden Grössen, nämlich der Normalstellung bei 0° (N_0) und des Koeffizienten (C) der Temperatur (t), im Laufe der Zeit zu gewinnen, so findet man die folgenden Systeme für die Reduktion der jeweiligen Okularstellung auf Normalstellung.

Schur:

Zeitintervall	Anzahl[1])	N_0 mm	C mm	Wahrschl. Fehler von N_0 mm	Wahrschl. Fehler von C mm	Ampl. der Temp. °
1889 Okt.—1890 Decb.	37	21.15	+0.0184	±0.03	±0.0026	33.2
1891 Febr.—1892 Jan.	36	21.21	200	3	28	30.2
1892 März—1894 März	38	21.20	176	2	17	36.2
1894 April—1896 Mai	32	21.19	160	2	13	32.3
1896 Mai—1898 April	61	21.19	149	2	13	30.9
1898 April—1899 Decb.	66	21.22	125	1	8	29.5
1900 Jan.—1901 Jan.	46	21.23	+0.0084	2	13	36.4

Diese Tabelle bestätigt mit Sicherheit die schon früher[2]) von Schur ausgesprochene Vermutung, dass der Temperatur-Koeffizient der Okularstellung für ihn mit der Zeit veränderlich gewesen ist, und zwar nimmt derselbe langsam aber stetig ab.

Die Normalstellung für 0° weist wohl auch regelmässige Veränderlichkeit auf, aber in viel geringerem Masse. Die letzteren Veränderungen sind nicht erheblich grösser als sie in Anbetracht des wahrscheinlichen Fehlers noch vorkommen können, aber trotzdem scheint es sicher, dass eine langsame Zunahme

1) Im ganzen sind 316 Einzelbeobachtungen ausgeführt.

2) Astronom. Mitt. d. Gött. Sternw. Teil VI S. 12.

der Zahlen, d. h. eine Entfernung der Normalstellung vom Objektiv stattgefunden hat, mit anderen Worten würde das eine geringe Zunahme der deutlichen Sehweite im Laufe der Jahre bedeuten; denn es ist wohl ausgeschlossen, dass die optischen Konstanten und die Ausdehnungskoeffizienten der das Instrument zusammensetzenden Materialien sich geändert haben sollten. Die Veränderlichkeit des Temperatur-Koeffizienten, welche weit grösser und sicher verbürgt ist, deutet darauf hin, dass in den ersten 4—5 Jahren die Akkommodationsfähigkeit des Auges ziemlich konstant geblieben ist, sich später aber langsam verändert hat. Es erscheint demnach als nötig, dass sämtliche Sonnenbeobachtungen Schur's gemäss diesem verschiedenen Verhalten für die Einstellung des Okulars neu reduziert werden; denn Schur hat alle seine Beobachtungen bis zu seinem Tode nach dem Ausdruck:

$$N_t = 21.18 + 0.019\, t^0$$

reduziert. Die anzubringende Korrektur ist aber nicht erheblich, denn der durch eine falsche Annahme der Okularstellung erzeugte Fehler wird zum Teil wieder dadurch aufgehoben, dass auch der Temperatur-Faktor für die Reduktion der Distanzen auf 0° C. mit dieser falschen Okularstellung abgeleitet worden ist.

Das Fokalstellungssystem für Ambronn findet sich aus dessen in Anlage 1 mitgeteilten Beobachtungen (im ganzen 292) wie folgt:

Ambronn:

Zeitintervall	Anzahl	N_0	C	Wahrschl. Fehler N_0	Wahrschl. Fehler C	Ampl. d. Temp. °
1889 Aug.—1891 Jan.	36	21.42	+0.0252	± 0.026	± 0.0021	35.4
1891 Jan.—1892 Jan.	30	21.38	251	15	10	31.9
1892 Jan.—1896 Mai	54	21.36	248	9	6	40.7
1896 Mai—1898 April	52	21.39	241	11	9	25.2
1898 April—1899 Dec.	47	21.40	212	10	8	34.6
1900 Jan.—1902 Sept.	53[1])	21.38	249	9	6	41.8

Die kleinen Schwankungen in der Normalstellung für 0° zeigen keinerlei systematischen Charakter, und es erscheint daher durchaus angemessen, hier einen Mittelwert für die ganze Dauer der Beobachtungszeit anzunehmen. Für den Temperatur-Koeffizienten ist mit Ausnahme des Wertes 0.0212, welche der Periode 1898 bis Ende 1899 zugehört, eine grosse Konstanz vorhanden. Es lässt sich ein Grund für die Abweichung des zuletzt genannten Wertes von allen übrigen nicht auffinden; der Unterschied erscheint rein zufälliger Natur zu sein und ist im wesentlichen bedingt durch einige Fokusierungen bei hoher Temperatur (bei Sonnenmessungen), die durch irgend welche Umstände verhält-

1) Es sind im ganzen 73 Einzelbeobachtungen, von denen aber einige sowohl nach Zeit als nach Temperatur nahe zusammen liegende zum Mittel vereinigt wurden, um die Anzahl der Bedingungsgleichungen zu verringern.

nismässig sehr klein ausgefallen sind. Dieses kann seinen Grund darin haben, dass das Rohr des Heliometers noch nicht ganz die Temperatur angenommen hatte, welche der Fokalbestimmung zugeordnet wurde, d. h. das Objektivende war noch merklich wärmer als das übrige Rohr, was wiederum seinen Grund in einer vielleicht durch die Witterung bedingten späten Oeffnung der Kuppel haben kann. Ich glaube mit voller Berechtigung annehmen zu können, dass für die Berechnung meiner Fokaleinstellung am Heliometer während der hier in Frage kommenden Zeit auch der Temperatur-Koeffizient als konstant angenommen werden darf. Es würde dieser Umstand darauf hindeuten, dass tatsächlich die optischen Konstanten sowohl als auch die Ausdehnungs-Koeffizienten der Metalle dieselben geblieben sind, und dass daher die in der Schur'schen Reihe auftretenden Aenderungen nicht instrumenteller Natur sind, wenn man nicht annehmen will, dass mein Auge Veränderungen von gerade entgegengesetzter Art betroffen hätten. —

Für die Beobachtungen von Ambronn ist daher ohne Ausnahme während des ganzen Zeitraumes der Ausdruck:

$$N_t = 21.40 + 0.025\, t^0$$

zur Reduktion der Okularstellung benutzt worden. Die Abweichungen, welche durch die Anwendung dieses Ausdruckes z. B. gegenüber den speziellen für die Periode 1898—1899 gültigen entstehen würden, sind an sich schon von sehr geringem Betrage, sie werden aber durch die Temperatur-Wirkung auf die Grösse des Skalenwertes wieder vollständig unschädlich gemacht.

Der Bogenwert eines Skalenteiles kommt für die vorliegende Arbeit bezüglich seines absoluten Betrages nur wenig in Betracht, da er für die Umwandlung des in Skalenteilen gegebenen Sonnendurchmessers in Bogenmass auf alle Fälle als genau genug bekannt vorausgesetzt werden kann. Das Hauptgewicht wird im vorliegenden Falle auch auf seine Konstanz zu legen sein. Ich werde deshalb hier die Bestimmungen des Skalenwertes sowohl für Schur als auch für Ambronn, wie sie aus den Messungen des Cygnusbogens, des Hydrabogens und des Abstandes der Standard-stars für die Victoria-Triangulation folgen, nicht in extenso wiederholen. Diese Messungen selbst sind in der „Praesepe-Arbeit" Schur's ausführlich beigebracht und diskutirt worden[1]). Da diese Messungen aber nur in den Anfang der Periode der Sonnenmessungen fallen, liefern sie für die Fragen nach der Konstanz des Skalenwertes keinen Beitrag. Ich werde später nur die Schlussergebnisse der Vollständigkeit wegen wieder hier mit aufführen. Während der ganzen Dauer der Sonnenmessungen wurde aber von beiden Beobachtern der sogen. „Polbogen" häufig gemessen, und die grosse, über das ganze Zeitintervall ziemlich regelmässig verteilte Anzahl dieser Messungen liefert nicht nur einen Wert für das Skalen-

1) Astronom. Mittheil. v. d. Göttinger Sternw. Theil IV.

intervall, sondern auch einen solchen für den Temperatur-Koeffizienten. Vor allem ist es aber möglich, durch die von Zeit zu Zeit ausgeführte Ausgleichung, wie oben bei den Fokaleinstellungen, sowohl das Verhalten des Verwandlungsfaktors als auch dasjenige des Temperatur-Koeffizienten im Laufe der Beobachtungsdauer zu verfolgen.

Die Messungen des Polbogens von Schur sind in Anlage 2 wieder vollständig gegeben. Es ist dazu zu bemerken, dass von 1897 an zwei Reduktionen mitgeteilt sind. Die erstere ist diejenige, die Schur selbst mit konstantem Temperatur-Koeffizienten für die Okularstellung ausgeführt hat. Der an zweiter Stelle gegebene Wert ist derjenige, welchen man erhält, wenn der Veränderung dieses Koeffizienten nach der oben gegebenen Uebersicht in gehöriger Weise Rechnung getragen wird.

Schur selbst hat noch eine Ausgleichung der 47 in Betracht kommenden Polbogenmessungen vorgenommen und zwar mit Zugrundelegung des von ihm abgeleiteten Ausdrucks für die Normal-Okularstellungen

$$N_t = 21.18 + 0.019\, t^0.$$

Er hat damit gefunden, dass die Distanz (Δ) der beiden Endsterne des Polbogens sich ausdrücken lässt durch die Form

$$\Delta = 169.4455 + 0.00151\, t^0 + 0.0023\,(T - 1895.0),$$

das würde einen Temperatur-Koeffizienten für 100 Skalenteile von 8.9 Einheiten der 4. Dezimale ergeben. Schur hat aus den früheren Messungen allein (bis Ende des Jahres 1897) für diesen Faktor den Wert 8.2 gefunden und diesen Betrag allen seinen Reduktionen zu Grunde gelegt. Als ich aber, wie oben mitgeteilt worden ist, die Okularstellungen für einzelne Zeitabschnitte näher untersuchte und fand, dass der Temperatur-Koeffizient merkbaren Veränderungen unterworfen ist, hat es mir doch wünschenswert geschienen, besonders um die Frage nach einer etwa nötigen Neu-Reduktion der Schur'schen Sonnenbeobachtungen zu entscheiden, auch den Temperatur-Koeffizienten des Skalenwertes für einzelne Perioden zu berechnen und zwar nunmehr in gebührender Berücksichtigung der veränderlichen Normal-Okularstellung.

Werden demgemäss die Schur'schen Messungen des Polbogens in geeigneten Intervallen zusammen genommen, so findet man folgendes System für dessen Länge ausgedrückt in Skalenteilen:

		Temp.-Koeffizient für 100 Skalenteile.
1890 Mai—Ende 1894	$\Delta = 169.4464 + 0.00140\, t^0 + 0.0023\ (T - 1895.0)$	0.00083
1897 Juni—1900 Febr.	$\Delta = 169.4496 + 0.00125\, t + 0.0015\ (T - 1895.0)$	0.00074
1900 Febr.—1901 Jan.	$\Delta = 169.4494 + 0.00100\, t + (0.0023)\,(T - 1895.0)$	0.00059

Dazu ist zu bemerken, dass die letzte Periode selbstverständlich keinen brauchbaren Wert für die jährliche Veränderung der Distanz liefern kann. In

der Tat findet sich aus der direkten Ausgleichung ein etwa 4mal zu grosser Wert, setzt man aber den auch durch meine Beobachtung von ganz gleichem Betrage gefundenen Wert 0.0023 ein, so erhält man im Uebrigen den hier gegebenen Ausdruck.

Es geht aus dieser Zusammenstellung hervor, dass der Temperatur-Koeffizient des Skalenwertes offenbar ebenfalls mit der Zeit veränderlich zu sein scheint. Da angenommen werden kann, dass die Ausdehnungskoeffizienten der das Rohr zusammensetzenden Metalle oder die Aenderung der Brennweite des Objektives mit der Temperatur zeitliche Veränderungen nicht erleiden, so hängt die scheinbare Veränderung des Temperatur-Koeffizienten des Skalenwertes offenbar mit derjenigen der Okularstellung zusammen. Nimmt man die letztere konstant an, so wird auch die erstere fast genau übereinstimmend für die ganze Beobachtungszeit gefunden. Und in der Tat, wenn man die Sonnendurchmesser mit veränderlichen Okularstellungskoeffizienten und veränderlichen Skalenwert-Koeffizienten (für Temperatur) reduziert oder wie es Schur getan hat für alle Zeiten konstante Werte des Temperatur-Koeffizienten annimmt, so treten in den Resultaten nur sehr geringe Unterschiede auf. Der Maximalbetrag überschreitet fast nie $0''.05$, und zwar zeigen diese deshalb keinen systematischen Charakter, weil die jeweilig benutzte Okularstellung, also somit die Reduktion auf Normalstellung völlig willkürlich und daher ohne regelmässigen Einfluss etwa für Sommer und Winter gewesen ist.

Wenn durch diese Ueberlegungen auch nachzuweisen ist, dass die Schur'sche Reduktion seiner Sonnenbeobachtungen sehr nahe richtige Resultate geliefert hat, so habe ich es doch schliesslich für besser gehalten, für diejenige Periode, für welche die Temperatur-Koeffizienten erheblich Aenderungen zeigen, die dadurch bedingte Korrektion abzuleiten und so eine Neureduktion der Schur'schen Beobachtungen herbeizuführen. Die Resultate dieser Rechnung sind in den zusammenfassenden Tabellen hinter den Schur'schen Werten der Sonnenbeobachtungen gegeben, und sie sind allen weiteren Diskussionen zu Grunde gelegt. Obgleich bei der Ableitung des Temperatur-Koeffizienten für die Okularstellung für meine Beobachtungen eine Schwankung desselben nicht zu bemerken ist, habe ich doch auch die Ausgleichung der Beobachtungen des Polbogen für 3 verschiedene Zeiträume durchgeführt und auch schliesslich das Gesamtmaterial gemeinsam ausgeglichen. Es findet sich

1890—1895 März	$\Delta = 169.4409 + 0.0015.8\, t^0 + 0.0027\ (T - 1895.0)$	0.00094^0
1895—1899 Decb.	$\Delta = 169.4445 + 0.0017.3\, t^0 + 0.0022\ (T - 1895.0)$	0.00102
1900 Jan.—1902 Decb.	$\Delta = 169.4401 + 0.0018.7\, t^0\ (+ 0.0023)\ (T - 1895.0)$	0.00110
1890—1902 Decb.	$\Delta = 169.4418 + 0.0016.9\ t^0 + 0.0023\ (T - 1895.0)$	0.00100

Daraus geht hervor, dass eine nennenswerte Aenderung des Temperatur-Koeffizienten des Skalenwertes für meine Beobachtungen nicht anzunehmen ist, und daher ist die Reduktion der Sonnenbeobachtungen sowohl mit gleichbleibendem

Temperatur-Koeffizienten für Okularstellung als auch für den Skalenwert ausgeführt worden.

Da gemäss den aus den ersten Jahren abgeleiteten Temperatur-Koeffizienten zur Reduktion aller Sonnenbeobachtungen der Koeffizient 0.0044 benutzt worden war, nunmehr aber auf Grund der neuen Diskussion aller Polbogenbeobachtungen sich herausgestellt hat, dass doch richtiger 0.0048 zu benutzen gewesen wäre, habe ich mich veranlasst gesehen, meine Sonnenbeobachtungen mit diesem Wert von neuem zu reduzieren, soweit diese Aenderung die Resultate beeinflussen kann, um ganz homogene Zahlen zu haben. Die Resultate dieser Neureduktion sind in den unten gegebenen Tabellen ebenfalls hinter diejenigen gestellt worden, welche aus der alten Reduktion folgen. Zur weiteren Diskussion sind dann natürlich auch die neuen Werte benutzt. Dass dieses Vorgehen thatsächlich nötig war, zeigte sich bei den früheren Zusammenstellungen darin, dass sich für meine Beobachtungen noch ein kleiner Einfluss der Temperatur auf die Schlusswerte herausstellte. — Dieser Einfluss ist, wie weiter unten gezeigt wird, durch die Neureduktion verschwunden.

Bevor ich zur Mitteilung der einzelnen Sonnenbeobachtungen übergehe, ist noch anzuführen, dass die schliessliche Reduktion der Beobachtungen auf eine Normalstellung des Okulars auf Grund der Untersuchungen erfolgt ist, die Schur schon in der „Praesepe" mitgeteilt hat[1]), und welche ergeben hatten, dass zu dieser Reduktion nicht einfach der reziproke Wert der Brennweite benutzt werden dürfe, sondern dass dieser letztere für Schur mit dem Koeffizienten 0.96 und für Ambronn mit dem Koeffizienten 0.90 zu multiplizieren sei. Dieser Umstand hat natürlich auf die Frage nach der Veränderlichkeit des Sonnendurchmessers nur insofern Einfluss, als bei einer um 0.1 mm unrichtigen Okularstellung an statt der Reduktion von 0.0019 eine solche von 0.0018 für Schur und von 0.0017 für Ambronn anzubringen ist, da aber Abweichungen der Okularstellungen von der Normalen die 0.2 mm überschreiten, fast nie vorgekommen sind, so würde, selbst wenn die oben angegebenen Koeffizienten nicht ganz richtig sein sollten, ein Einfluss auf die Messungen als gänzlich innerhalb der Fehler der Einzelmessung gelegen anzusehen sein. Wie sich später herausstellen wird, ist der mittlere Fehler einer Sonnendurchmesser-Messung, gegründet auf 4 Einzelmessungen, nicht viel kleiner als 0.″1, oder 0.0025 Skalenteile.

Nachdem nunmehr alle Daten, welche zur Reduktion der Sonnenbeobachtungen auf ein einheitliches Mass resp. auf eine Normalebene nötig sind, im Vorstehenden sowohl bezüglich ihrer Werte selbst, als auch ihres Verhaltens während des Zeitraumes von 1890 bis 1902 erörtert worden sind, sollen jetzt die Messungen der Sonnendurchmesser selbst mitgeteilt werden. Als Normalebene für die Reduktion der Beobachtungen gilt also diejenige, welche bei 0° C. im Brennpunkt des Objektivs senkrecht zur optischen Achse desselben steht.

---

1) Mitt. d. Gött. Sternwarte. Theil IV S. 42.

Bezüglich der Einrichtung der nachfolgenden Tabellen (Anlage 3) ist zu bemerken, dass die erste Rubrik das Datum der Beobachtung enthält und zwar in Bruchform, in welcher die obere Zahl das astronomische, die untere das bürgerliche Datum angiebt. In Spalte (2) steht die Sternzeit der Messungen, in Spalte (3) ist Luftdruck und Lufttemperatur gegeben, in Spalte (4) die Temperatur des Instruments. Bezüglich dieser Zahl ist auf das zu verweisen, was Schur in der Praesepe-Arbeit über die Bildung derselben mitgeteilt hat. Die Spalte (5) enthält die der angegebenen Temperatur entsprechende Normalstellung des Okulars, Spalte (6) diejenige Stellung des Okulars, welche tatsächlich bei der Beobachtung benutzt worden ist, Spalte (7) die Differenz (5)—(6). Spalte (8) enthält die direkt gemessene Distanz der beiden Sonnenränder, während die Spalten (9—14) diejenigen Korrektionen geben, welche an das Messungsresultat wegen Teilungsfehler, wegen Gang (Run) der Schraube, wegen fehlerhafter Okularstellung, wegen Temperatur des Instruments, wegen Refraktion und endlich wegen Parallaxe anzubringen sind. Spalte (15) giebt endlich den reduzierten Durchmesser. In Spalte (16) bedeutet a, dass der Durchmesser in äquatorialer Richtung und p, dass derselbe in polarer Richtung gemessen wurde. In Spalte (17) steht zuerst das Mittel für die äquatorialen und an zweiter Stelle dasjenige für die polaren Durchmesser. In Spalte (18) sind die nötigen Daten über Bildqualität und Luftzustand gegeben.

In diesen Tabellen sind die Reduktionen schon derartig angegeben, wie sie auf Grund der oben durchgeführten neuen Diskussion der Instrumental-Konstanten gefunden wurden; sie enthalten also alle Daten, welche zur Reduktion der Sonnenbeobachtungen erforderlich sind, um die jeweiligen Tageswerte der Durchmesser zu finden, wie sie schliesslich in Spalte (17) gegeben sind. Bevor aber eine Vergleichung der erhaltenen Resultate möglich wird, ist es nötig, alle Werte auf die Einheit der Entfernung zwischen Erde und Sonne zu reduzieren. Dieses ist mit Hülfe der im Berliner Jahrbuch gegebenen Werte des Radiusvectors ausgeführt worden. Die Resultate dieser Reduktion, also die für die mittlere Entfernung Erde—Sonne gültigen Werte für den Sonnendurchmesser, ausgedrückt in Skalenteilen sind in den Tabellen der Anlage 4 gegeben.

Diese enthalten ausserdem noch in Spalte (1) die laufende Nummer, in Spalte (2) das Datum, in Spalte (3) den dem Datum entsprechenden Jahresteil, in Spalte (4) die Temperatur des Instrumentes. Die Spalten (5) und (6) geben sowohl den auf Grund der alten Reduktion als auch den nach den neuen Werten der Instrumental-Konstanten reduzierten mittleren Durchmesser (d. h. das Mittel aus äquatorialem und polarem Durchmesser). In den Spalten (7) und (8) sind die Abweichungen (v) der Einzeldurchmesser vom Jahresmittel in Einheiten der 4. Dezimale des Skalenteiles und in Bogensekunden gegeben. Die Spalten (9) und (10) enthalten die Abweichungen der Einzelwerte vom Gesamtmittel, wiederum in Einheiten der 4. Dezimale des Skalenteiles und in Bogensekunden. Die Spalten (11), (12) und (13) werden später erläutert. Die Spalten (14) und (15) enthalten die Differenz polarer-äquatorialer Durchmesser ($p-a$) und deren jährliche Mittelwerte.

In die Tabellen der Anlagen 3 und 4 sind alle von 1890—1902 gemessenen Sonnenbeobachtungen aufgenommen mit Ausnahme ganz weniger, welche aus irgend einem Grunde schon von vornherein d. h. gleich nach der Beobachtung vom Beobachter selbst als unzuverlässig bezeichnet worden sind, oder welche sich während der Reduktion des gesamten Materials als sehr stark abweichend herausgestellt haben. Als solche sehr starke Abweichung wurde rund der 6 fache Betrag des mittleren Fehlers eines Tagesmittels angenommen. Es sind das für Schur im ganzen 6 und für Ambronn 4 Messungen, davon sind aber 2 resp. 3 schon von Anfang an verworfen worden. — Meistens deutete auch die Abweichung zwischen polarem und äquatorialem Durchmesser (der Wert von $p-a$) schon durch ihre abnorme Grösse auf irgend einen untergelaufenen Fehler hin. Das Resultat der ganzen Betrachtungen wird durch die Weglassung dieser wenigen Beobachtungen in keiner Weise beeinflusst, und es hätten die ausgeschiedenen Messungen auch ohne weiteres beibehalten werden können, wenn nicht bei der Vergleichung kurzer Intervalle dadurch Veranlassung zu entstellten Resultaten gegeben wäre.

4. Ableitung der Messungsresultate bezügl. etwaiger Veränderungen des Sonnendurchmessers.

Die Messungen beider Beobachter zerfallen, wie schon die Anordnung der Tabellen erkennen lässt, in zwei Perioden: Während der ersten, die von Anfang der Messungen bis Ende Oktober 1891 reicht, wurden die Beobachtungen ohne Zuhülfenahme eines Reversionsprismas ausgeführt, während von dieser Zeit an ein solches benutzt wurde, um die scheinbare Bewegungsrichtung der Sonnenbilder bei deren Einstellung stets parallel der Verbindungslinie der beiden Augen des Beobachters stellen zu können. Das benutzte Sonnenglas war während der sämtlichen Messungen stets dasselbe, ein neutrales Glas von mittlerer Dämpfung. Obgleich nun eine 1891 vorgenommene Untersuchung bezügl. des Einflusses der Stellung der gemeinschaftlichen Tangente der beiden Sonnenbilder zur horizontalen Richtung durchaus keine irgendwie ausgesprochene Abhängigkeit der übrigbleibenden Fehler von eben dieser Stellung erkennen liess, wurde doch beschlossen, für die späteren Messungen — also von Ende Oktober 1891 an — ein Reversionsprisma zu verwenden. Nachdem eine Zeit lang mittelst desselben beobachtet worden war, stellte sich bei Gelegenheit der Vergleichung der vor und nach Einführung des Prismas gemessenen Sonnendurchmesser heraus, dass die ersteren sich merklich grösser ergeben hatten als die letzteren. Da sich damals ein Grund für diesen Unterschied nicht auffinden liess, wurde beschlossen, um die immerhin beträchtliche Anzahl von Messungen (etwa 25) nicht zu verlieren, dass jeder Beobachter eine Reihe von direkt aufeinander folgenden Durchmessermessungen mit und ohne Reversionsprisma ausführen sollte, um so die etwa 2 Jahre umfassenden Reihen mit den späteren Messungen direkt vergleichbar

zu machen. Demgemäss sind später in ganz symetrischer Anordnung eine Anzahl solcher Messungen gemacht worden. Diese Messungen sind immer so ausgeführt, dass sie sich in ganz symetrischer Weise abwechselnd mit äquatorialem und polarem Durchmesser aneinander reihen, wie es z. B. das folgende Schema erkennen lässt:

p = Mess. d. pol. Durchm. mit Prisma
p = „ „ „ „ ohne „
Positionskreis um 90° gedreht
a = „ „ äquat. „ ohne „
a = „ „ „ „ mit „
a = „ „ „ „ mit „
Positionskreis um 180° gedreht
a = „ „ „ „ ohne „
p = „ „ pol. „ ohne „
Positionskreis um 90° zurückgedreht
p = „ „ „ „ mit „

Alle 32 Einstellungen konnten gewöhnlich in etwa 30 bis 40 Minuten (mit Einschluss der nötigen Thermometer-Ablesungen) ausgeführt werden, und das Resultat bezieht sich dann streng auf die Mitte der Zeiten. Dasselbe ist von allen Reduktionskonstanten mit Ausnahme derjenigen für die Temperatur unabhängig. Selbst die letztere wird, da die Schwankungen der Instrumentaltemperatur während der Messung durch fortwährende Beschattung zwischen den einzelnen Einstellungen soweit wie nur irgend möglich verringert wurden, ohne nennenswerten Einfluss. Die Temperaturen selbst wurden so häufig als möglich abgelesen; meist 4 bis 6 mal während einer solchen Messung. In Anlage 5 sind die Resultate der mit und ohne Prisma gemessenen Durchmesser zusammengestellt.

Neben dem Datum ist hier sowohl für den polaren als auch für den äquatorialen Durchmesser der Unterschied „mit Prisma (m) weniger ohne Prisma (o)“ gegeben, sodann der Logarithmus des Radius vector und in den beiden nächsten Spalten $\frac{p}{R}$ und $\frac{a}{R}$ d. h. die Unterschiede aus $(m-o)$ auf die Einheit der Entfernung reduziert, um die Werte untereinander streng vergleichbar zu machen. Hierauf ist das Mittel beider Werte gegeben, während die beiden folgenden Spalten die Abweichung dieses Wertes vom Gesamtmittel und die Quadrate dieser Abweichungen enthalten. Eine weitere Spalte giebt noch die Differenz

$$\frac{p-a}{R}.$$

Ausser diesen direkt vergleichbaren Messungen habe ich auch noch die Differenz $(m-o)$ auf zwei anderen Wegen zu bestimmen versucht. Nämlich einmal muss doch auch die Gesamtheit aller ohne Prisma gemessenen Durchmesser verglichen mit denjenigen, bei welchen das Prisma zur Anwendung kam,

einen Anhalt für die Reduktion der dem ersten Teile der Reihe zugehörigen Beobachtungen auf diejenigen des zweiten Teiles liefern. Ich habe deshalb unten auch diese Spezialmittel nebeneinander gestellt. Nun kann aber der Ableitung der Differenz $(m - o)$ auf diesem Wege der Vorwurf gemacht werden, dass sie natürlich nicht frei ist von etwa vorhandenen zeitlichen Aenderungen des Sonnendurchmessers; und in der Tat scheint sich bei den Messungen von Ambronn ein solcher Einfluss bemerkbar zu machen, denn die Abweichungen der auf diesem Wege ermittelten Differenz $(m - o)$ von dem direkt gefundenen Werte derselben ist ziemlich erheblich und übersteigt eigentlich das durch die mittleren Fehler angegebene zulässige Mass. Ich habe deshalb auch andererseits noch die Mittel für die direkt einschliessenden Jahre gebildet und auch diese Zahlen nachstehend mit aufgeführt. Wenn natürlich auch diese nicht ganz frei von Variationen des Sonnendurchmessers zu sein brauchen, so wird sie ein diesbezügl. Misstrauen aber doch in erheblich geringerem Masse treffen. In der Tat lassen die so gefundenen Resultate auch für die Ambronn'schen Beobachtungen eine wesentlich bessere Uebereinstimmung hervortreten.

Die Ableitung der angeführten Vergleichszahlen gestaltet sich also folgendermassen:

	Spezialmittel aus allen Beobachtungen vor und mit Anwendung des Prismas		Differenz $m - o$	Spezialmittel aus den die Einführung des Prismas einschliessenden Jahren	Differenz $m - o$
Schur:	vor Anwendung des Prismas	47.9919	— 0.0096	47.9934	— 0.0096
	mit „ „ „	47.9823		47.9838	
Ambronn:	vor Anwendung des Prismas	47.9819	— 0.0074	47.8816	— 0.0095
	mit „ „ „	47.9745		47.9721	

Werden die hier gegebenen Zahlen mit dem Skalenwert $S = 40''$ in Bogenmass verwandelt und mit den direkt bestimmten Werten verglichen, wobei noch die mittleren Fehler der einzelnen Daten mit in Ansatz gebracht werden sollen, so hat man schliesslich, wenn als mittlerer Fehler eines einzelnen Tagesmittel der sehr nahe richtige Wert von $\pm 0''.2$ angesetzt werden soll:

	$m - o$ aus direkter Vergleichsmessung				$m - o$ aus der Vergleichung der Gesamtheit der mit und ohne Prisma angestellten Beobachtungen				$m - o$ aus den Mittelwerten für die die Einführung des Prismas direkt einschliessenden Jahre			
	$m - o$ im Bogenmass	Anzahl	Mittl. Fehler einer einzelnen Vergleichung	Mittl. Fehler des Mittels	$m - o$ im Bogenmass	Anzahl	Mittl. Fehler einer einzelnen Vergleichung	Mittlerer Fehler des Mittels	$m - o$ im Bogenmass	Anzahl	Mittl. Fehler einer einzelnen Vergleichung	Mittlerer Fehler des Mittels
Schur	$-0''.40$	20	$\pm 0''.179$	$\pm 0''.045$	$-0''.38$	$\begin{cases} 25 \\ 159 \end{cases}$	$\pm 0''.2$	$\pm 0''.044$	$-0''.38$	$\begin{cases} 15 \\ 14 \end{cases}$	$\pm 0''.2$	$\pm 0''.075$
Ambronn	-0.42	20	± 0.155	± 0.036	-0.30	$\begin{cases} 27 \\ 200 \end{cases}$	± 0.2	± 0.041	-0.38	$\begin{cases} 13 \\ 17 \end{cases}$	± 0.2	± 0.075

Die Werte in der zweiten Hauptstpalte verdienen gewiss das geringste Vertrauen, da sie eben nicht frei von dem Einfluss zeitlicher Aenderungen zu sein brauchen, und es ist der stark abweichenden Zahl $-0''.30$ deshalb für den vorliegenden nächsten Zweck keine Bedeutung beizumessen, wenn sie andererseits auch auf eine vorhandene sehr geringe Veränderlichkeit des Sonnendurchmessers hinzuweisen scheint. Die beigesetzten mittleren Fehler können für die in dieser Spalte stehenden Differenzen $(m - o)$ auch nicht aussagen, dass dieselben genauer seien als die Werte der 3. Spalte, da ihre geringe Grösse ausschliesslich auf der grösseren Zahl der benutzten Einzelwerte beruht; im Gegensatz dazu sind die mittleren Fehler für die Werte der 3. Spalte viel eher vergleichbar mit denjenigen der 1. Spalte, weil hier eine nahezu gleiche Anzahl für das Mittel der vereinigten Tageswerte in Betracht kommt.

Aus diesen Ueberlegungen geht ohne Zweifel hervor, dass erstens die für beide Beobachter gültigen Reduktionen der ohne Prisma auf die mit Prisma angestellten Beobachtungen praktisch einander gleichgesetzt werden können, und dass zweitens der absolute Wert der Reduktion ohne irgend einen Fehler, der 0.01 Sekunden übersteigt, gesetzt werden kann, $(m - o) = -0.0100$ Skalenteile $= -0.40$ Bogensekunden.

Demnach scheint es vollständig berechtigt, um das gesamte Beobachtungsmaterial homogen zu machen, dass die Resultate der ohne Prisma beobachteten Sonnendurchmesser um den Betrag von je 0.0100 Skalenteile $= 0''.40$ vermindert werden. Der Mittelwert des Sonnendurchmessers für die Beobachtungen mit Prisma wird durch die Annahme dieser Differenz nur in sehr geringem Masse — etwa um $^1/_8$ derselben — beeinflusst.

Bildet man nun sowohl aus den Beobachtungen vor Anwendung des Prismas und aus denjenigen nach Einführung desselben die Mittelwerte, so hat man wie oben schon angeführt:

	Mittel ohne Prisma	Anzahl	Mittel mit Prisma	Anzahl
Schur	47.9919	25	47.9823	159
Ambronn	47.9819	27	47.9745	200

Bringt man jetzt die Reduktion -0.0100 an die ersteren Werte an, und bildet mit Rücksicht auf die Anzahl der beitragenden Tageswerte die Hauptmittel, so erhält man:

$$\text{für Schur:} \quad \frac{(47.9919 - 0.0100) \times 25 + 47.9823 \times 159}{184} = \mathbf{47.9822}$$

$$\text{für Ambronn:} \quad \frac{(47.9819 - 0.0100) \times 27 + 47.9745 \times 200}{227} = \mathbf{47.9742}$$

Diese beiden Zahlen stellen also die Werte des Sonnendurchmessers ausgedrückt in Skalenteilen dar, wie ihn die beiden Teile der Beobachtungsreihen zusammen genommen ergeben, wenn vorausgesetzt wird, dass stets mit Zwischenschaltung des Prismas beobachtet worden wäre. Es bezieht sich der Wert für Schur auf den Zeitraum von 1890 Mai bis 1901 Januar und für Ambronn auf die Zeit von 1890 Mai bis zum Ende des Jahres 1902. Der erstere umfasst also nahezu elf, der letztere etwa $12^3/_4$ Jahre. In wie fern sich innerhalb dieses Zeitraums, also während mindestens einer Fleckenperiode, der Sonnendurchmesser etwa geändert haben kann, wird die Untersuchung des Verlaufes der Abweichungen der Einzelwerte von dem zugehörigen Mittel zeigen müssen. Diese Abweichungen, welche in Anlage 4 die Spalten (9) und (10) enthalten, sind daher den weiteren Betrachtungen zu Grunde zu legen.

Werden zunächst die Jahresmittel der Abweichungen (Spalte 11) gebildet, so erhält man die folgende Zusammenstellung:

Jahr	Beobachter S	Beobachter A	Polbogen A	Mittel: $\frac{S+A}{2}$
1890	$-0''.10$	$-0''.08$	$-0''.09$	$-0''.09$
91	$+0.03$	-0.11	$+0.02$	-0.04
92	$+0.09$	-0.08	$+0.02$	0.00
93	$+0.10$	$+0.06$	0.00	$+0.08$
94	$+0.10$	$+0.11$	—	$+0.10$
95	-0.04	$+0.25$	$+0.20$	$+0.10$
96	-0.10	$+0.12$	$-0,35$	$+0.01$
97	-0.06	-0.12	-0.01	-0.09
98	$+0.01$	-0.08	$+0.17$	-0.04
99	$+0.05$	-0.06	$+0.02$	0.00
1900	0.00	$+0.02$	—	$+0.01$
01	—	$+0.03$	-0.10	—
02	—	$+0.09$	0.00	—

Die Zahlen weichen von den in der V. J. S. d. A. G. Jahrg. 38 S. 97 gegebenen Werten etwas ab. Der Grund hierfür liegt in den durchgeführten Neureduktionen, welche wie oben schon bemerkt für Schur wegen der Veränderlichkeit beider Temperatur-Koeffizienten und für Ambronn wegen anderer Annahme des Temp.-Koeffizienten des Skalenwertes nötig wurden.

Aus diesen Zahlen geht zunächst hervor, dass eine Veränderung des Sonnendurchmessers, wenn überhaupt eine solche in merkbarem Betrage vorhanden ist, gewiss nicht von der Dauer der Fleckenperiode sein kann. Zudem sind die sämtlichen Abweichungen mit wenigen Ausnahmen innerhalb der zu erwartenden Grenzen gelegen, da der mittlere Fehler eines Jahresmittels, wenn sich derselbe auf 16 Beobachtungen gründet zu etwa $\pm 0''.05$ und für beide Beobachter als nahezu gleich angenommen werden kann. Einige Jahresmittel enthalten aber auch weniger Einzelmessungen, so die aus den Jahren 1890, 1892, 93, 94 und 95, sodass dort die etwas grösseren Abweichungen wenigstens für die Schur'sche Reihe noch als die Grenze nicht erheblich überschreitend angesehen werden können. Bei der Reihe von Ambronn treten allerdings einige Abweichungen stark heraus, überhaupt sind dort die Schwankungen in den Jahresmitteln viel erheblicher. Zur Untersuchung dieses Umstandes habe ich zunächst noch die Reihe der Polbogenmessungen darauf hin geprüft, ob etwa speziel für das Jahr 1895 auch dort eine so starke Abweichung gegenüber den einschliessenden Jahren vorhanden ist. Das ist nun, wie die obige Zusammenstellung der in der Rubrik „Polbogen" beigefügten Werte von $B - R$ erkennen lässt, in ähnlicher Weise nicht der Fall. Wohl zeigt sich für 1895 auch eine starke positive Abweichung, aber einmal beruht diese nur auf vier Messungen und weiterhin tritt sofort im nächsten Jahre eine noch viel stärkere negative Abweichung auf, welche allerdings auch nur auf fünf Einzelmessungen beruht. Würde man beide Jahresmittel zusammenfassen, so erhielte man eine völlig innerhalb der Genauigkeits-Grenzen liegende Abweichung. Dazu kommt bei Vergleich mit den Schur'schen Sonnenmessungen, dass das Jahr 1895, welchem dort 13 Einzelmessungen entsprechen, einen normalen Wert des Sonnendurchmessers liefert.

Danach kann es wohl kaum einem Zweifel unterliegen, dass die starke Abweichung für das Jahr 1895 in der Ambronn'schen Reihe einen rein individuellen oder auch zufälligen Grund hat, und nicht einer Veränderung des Sonnendurchmessers zugeschrieben werden muss. (Vgl. dazu die auf Tafel I gegebenen Kurven.)

Betrachtet man den Verlauf der Abweichungen vom Mittelwert genauer, so muss allerdings doch der eigentümliche Zeichenwechsel auffallen, der eine gewisse Periodizität in beiden Reihen, mit einer Dauer von 6—8 Jahren, wenn auch von geringer Amplitude, für jeden Beobachter vermuten lässt. Die Phasen decken sich allerdings in beiden Reihen durchaus nicht, und es kann daher der eigentümliche Verlauf nur in den Messungen, nicht aber in wirklichen Veränderungen des Sonnendurchmessers begründet sein. Wenn auch die ganzen Schwankungen der Messungswerte überhaupt nur wenige Zehntel der Bogensekunde betragen, schien es mir doch wünschenswert weiter nachzuforschen, ob

die gefundenen Werte nicht noch irgend welchen systematischen Fehlerquellen unterworfen sein könnten. Ich habe deshalb die Beobachtungen noch nach 2 Richtungen hin weiter untersucht. Einmal ist das mit Rücksicht auf einen etwa noch vorhandenen Einfluss der Temperatur geschehen und andererseits habe ich geprüft, ob die Messungsresultate etwa eine jährliche Periode erkennen lassen. Es wäre nicht unmöglich, dass der Verlauf der Abweichungen etwa dadurch hervorgebracht werden könnte, dass in manchen Jahren vorwiegend nur bei gewissen Temperaturen oder nur in gewissen Monaten, beobachtet worden ist.

Beide Einflüsse lassen sich der Natur der Sache nach nicht scharf von einander trennen, da die beiden Perioden bis zu einem gewissen Grade identisch sind.

Eine Zusammenstellung der Abweichungen der Messungsresultate, geordnet nach der Temperatur, geben die beiden auf Seite 36 und 37 gegebenen Tabellen, deren Resultate nachstehend zusammengestellt sind.

Schur

Anzahl	Mittel Temp.	Mittel der Abw.	Mittel (mit Rücksicht auf d. Anzahl d. Beobachtungen)
	°	″	
2	— 4.4	+ 0.22	
4	+ 0.6	— 0.07	
13	1.9	0	— 0.01
9	4.1	+ 1	
9	6.0	— 7	
14	8.0	+ 7	+ 0.01
9	9.8	— 2	
11	12.1	— 3	
9	14.3	+ 14	+ 0.01
12	15.9	— 5	
18	18.1	+ 5	
21	19.9	0	+ 0.02
23	21.9	0	
12	23.6	— 10	
15	25.6	+ 2	— 0.04
3	+ 28.6	— 13	

Ambronn

Anzahl	Temp. Mittel	Mittel der Abw.	Mittel für längere Perioden
	°	″	
6	— 5.5	+ 0.01	
2	— 1.6	— 5	— 0.01
6	0.0	— 6	
14	+ 1.9	0	
10	+ 3.8	+ 7	
11	+ 6.0	— 9	— 0.01
14	+ 8.0	0	
9	+ 9.7	— 11	
5	+ 12.1	+ 9	0.00
11	+ 14.0	+ 3	
5	+ 15.8	+ 3	
26	+ 17.9	+ 1	
26	+ 19.9	— 3	0.00
23	+ 22.0	+ 3	
26	+ 23.9	— 1	
18	+ 25.8	+ 6	+ 0.03
15	+ 28.0	+ 4	

Es geht daraus hervor, dass in beiden Reihen von einem Einfluss der Temperatur auf den Verlauf der Abweichungen nicht mehr die Rede sein kann. Die Temperatur-Bestimmungen sowohl für das Instrument als auch für die Ableitung der Refraktionskorrektionen wurden, wie zum Teil schon oben mitgeteilt, in der Weise ausgeführt, dass vor Beginn der Messungen die Lufttemperatur und die 3 am Heliometer angebrachten Thermometer abgelesen wurden, dasselbe geschah unmittelbar nach beendeter Sonnenmessung. Die Zwischenzeit betrug selten mehr

Zusammenstellung der Abweichungen nach der Temperatur (Schur).

Unter — 3.0	— 2.9/— 1.0	— 0.9/+ 0.9	+ 1.0/+ 2.9	+ 3.0/+ 4.9	+ 5.0/6.9	+ 7.0/8.9	9.0/10.9	11.0/12.9
0 ″		0 ″	0 ″	0 ″	0 ″	0 ″	0 ″	0
— 4.4 + 0.01		+ 0.4 — 0.24	+ 1.1 — 0.43	+ 4.5 + 0.15	+ 5.6 — 0.06	+ 8.2 + 0.02	+ 9.6 — 0.33	+12.0 + 0.
— 4.3 + 42		+ 0.9 + 11	2.8 + 4	4.8 + 9	6.3 — 15	7.4 + 6	9.8 — 1	12.6 +
		+ 0.3 + 10	1.8 — 28	4.8 — 13	6.8 — 33	7.9 + 48	10.7 — 13	12.6 +
		+ 0.9 — 24	2.6 — 11	4.3 — 7	6.5 — 11	8.8 + 54	9.4 + 28	12.4 +
			2.8 + 14	4.5 + 27	5.0 — 24	8.3 — 35	9.6 + 27	11.4 —
			1.0 — 2	3.0 + 7	5.5 — 34	8.6 + 16	9.4 + 11	12.3 —
			1.6 + 28	3.0 — 25	5.4 + 13	8.5 — 9	10.0 — 21	11.6 +
			2.8 + 15	4.2 0	6.4 + 44	8.4 — 14	9.6 — 39	12.4 —
			1.0 — 34	4.0 — 5	6.9 + 1	7.2 — 15	10.0 + 20	11.7 —
			1.6 + 16			7.7 — 6		12.5 —
			1.3 + 23			7.3 + 46		11.4 +
			2.3 + 2			8.9 + 11		
			2.7 + 12			7.3 — 3		
						7.3 — 16		
— 4.4 + 0.22	— —	+ 0.6 — 0.07	+ 1.9 0.00	— 4.1 + 0.01	+ 6.0 — 0.07	+ 8.0 + 0.07	+ 9.8 — 0.02	+ 12.1 — 0.

13.0/14.9	15.0/16.9	17.0/18.9	19.0/20.9	21.0/22.9	23.0/24.9	25.0/26.9	Ueber 27.0
0 ″	0 ″	0 ″	0 ″	0 ″	0 ″	0 ″	0 ″
+14.8 + 0.01	+ 16.7 — 0.22	+ 18.2 + 0.08	+ 20.8 — 0.14	+ 22.0 + 0.03	+23.8 — 0.04	+25.4 + 0.10	+28.0 — 0.30
13.6 + 46	16.1 + 28	18.9 + 34	19.1 — 6	21.4 — 23	23.2 + 16	25.1 — 16	24.5 — 9
14.8 — 1	15.8 — 22	17.4 — 15	20.2 + 5	21.2 0	23.0 + 10	25.1 — 5	29.3 0
13.6 + 54	16.4 + 12	18.7 + 5	19.8 — 14	21.8 + 13	24.4 — 15	25.8 — 23	
14.6 + 23	16.5 + 23	18.0 + 22	20.9 — 6	22.0 + 11	24.1 — 12	25.4 — 32	
13.8 — 6	15.6 + 10	18.2 + 26	20.9 + 44	22.8 + 10	24.0 — 20	25.2 — 40	
13.9 — 19	15.8 — 28	17.7 — 22	19.0 — 6	21.1 + 7	23.2 — 24	26.2 + 43	
14.8 + 9	15.9 — 35	17.4 + 3	20.4 0	22.5 — 6	24.3 — 28	26.2 — 4	
14.7 + 16	15.2 — 2	18.2 + 20	19.3 + 4	21.2 — 31	23.0 — 29	25.2 + 28	
	15.4 — 10	18.9 — 21	20.6 — 4	22.4 — 22	23.6 — 26	25.8 + 22	
	15.2 — 14	18.6 + 12	19.3 + 4	21.0 — 14	23.1 — 21	26.6 — 4	
	16.7 0	17.9 + 53	20.7 — 22	22.8 — 27	23.2 + 32	25.7 — 7	
		17.5 + 12	19.5 — 21	22.3 — 2		25.2 + 34	
		18.3 — 53	20.7 + 3	22.8 + 18		25.5 — 3	
		17.8 + 4	19.4 + 26	22.6 — 18		26.3 + 20	
		18.1 — 12	19.3 — 14	21.2 + 24			
		18.1 + 18	20.3 0	21.6 — 26			
		17.5 — 2	20.8 — 8	22.2 — 23			
			19.6 + 40	21.8 + 31			
			19.1 — 20	22.4 — 2			
			19.1 + 17	22.2 + 22			
				21.8 + 48			
				21.5 + 10			
+ 14.3 + 0.14	+ 15.9 — 0.05	+ 18.1 + 0.05	+ 19.9 0.00	+ 21.9 0.00	+ 23.6 — 0.10	+ 25.6 + 0.02	+ 28.6 — 0.13

Zusammenstellung der Abweichungen nach der Temperatur (Ambronn).

Uber -3^0	$-2.9/-1.0$	$-0.9/+0.9$	$+1.0/+2.9$	$+3.0/+4.9$	$+5.0/+6.9$	$7.0/8.0$	$9.0/10.9$	$11.0/12.9$
$0.0 - 0.''36$	$1.0 - 0.''28$	$0.1 - 0.''21$	$2.0 - 0.''21$	$3.2 + 0.''11$	$6.1 - 0.''01$	$7.0 - 0.''47$	$9.2 + 0.''03$	$11.8 + 0.''06$
$.5 + 32$	$2.1 + 18$	$0.4 + 6$	$1.2 - 28$	$4.8 - 0.03$	$6.7 - 38$	$8.2 + 36$	$9.4 - 4$	$11.9 + 17$
$.9 + 9$		$0.9 - 13$	$2.8 + 10$	$3.2 + 20$	$5.9 - 44$	$7.1 + 37$	$10.5 - 12$	$12.2 + 2$
$.2 - 9$		$0.4 - 9$	$1.5 - 34$	$4.2 + 40$	$6.6 - 36$	$8.2 - 16$	$10.1 0$	$11.9 + 9$
$.2 - 9$		$0.8 - 13$	$2.1 + 15$	$3.7 + 13$	$6.2 + 6$	$8.7 - 28$	$9.7 - 37$	$12.7 + 11$
$.4 + 19$		$0.0 + 26$	$2.1 + 15$	$3.1 - 14$	$6.6 - 1$	$8.2 - 13$	$9.9 - 28$	
			$2.0 + 54$	$3.3 - 18$	$6.4 + 19$	$7.8 + 2$	$9.1 - 24$	
			$1.0 + 13$	$4.6 - 9$	$5.2 - 11$	$8.9 + 12$	$9.1 - 9$	
			$1.0 - 17$	$3.8 0$	$5.2 + 22$	$8.0 + 1$	$10.5 + 11$	
			$2.3 - 15$	$3.8 + 33$	$5.0 - 9$	$8.4 - 9$		
			$2.9 0$		$6.6 - 8$	$8.4 + 4$		
			$2.2 + 9$			$8.7 - 11$		
			$1.2 0$			$7.2 + 10$		
			$2.8 0$			$7.3 + 22$		
$.5 + 0.01$	$1.6 - 0.05$	$0.0 - 0.06$	$+1.9 0.00$	$+3.8 + 0.07$	$+6.0 - 0.09$	$+8.0 0.00$	$+9.7 - 0.11$	$+12.1 + 0.09$

$13.0/14.9$	$15.0/16.9$	$17.0/18.9$	$19.0/20.9$	$21.0/22.9$	$23.0/24.9$	$25.0/26.9$	Ueber 27.0
$13.6 + 0.''09$	$15.6 - 0.''04$	$18.6 + 0.''06$	$19.5 + 0.''36$	$22.5 - 0.''06$	$24.0 + 0.''03$	$26.0 + 0.''16$	$27.0 - 0.''20$
$13.9 + 8$	$16.4 + 44$	$17.8 - 40$	$20.5 + 10$	$22.1 - 2$	$24.8 - 22$	$26.2 - 20$	$27.0 - 11$
$14.8 + 12$	$15.2 - 7$	$17.0 - 6$	$19.0 - 49$	$21.0 - 18$	$24.4 - 22$	$26.3 + 30$	$28.8 - 6$
$13.7 + 9$	$15.2 - 14$	$17.1 - 6$	$20.4 - 34$	$21.4 + 2$	$23.2 - 15$	$25.9 + 11$	$27.8 - 37$
$13.6 + 11$	$16.4 - 6$	$17.0 - 36$	$19.0 + 7$	$22.4 + 43$	$23.7 - 23$	$26.0 - 10$	$29.2 - 5$
$14.1 - 20$		$17.5 + 24$	$20.7 - 17$	$22.0 + 10$	$23.2 + 16$	$26.0 + 31$	$28.2 + 5$
$14.2 - 16$		$18.8 - 6$	$20.8 - 36$	$22.0 - 10$	$24.4 + 22$	$25.7 + 16$	$29.0 + 34$
$14.9 + 11$		$18.2 + 27$	$19.4 - 10$	$22.1 - 9$	$23.6 + 15$	$26.8 + 43$	$27.2 + 29$
$13.3 + 22$		$18.4 + 42$	$19.1 + 28$	$21.2 - 12$	$24.6 + 19$	$25.6 - 25$	$27.1 + 6$
$13.0 0$		$17.2 + 23$	$20.4 + 23$	$21.9 + 30$	$23.5 + 12$	$25.8 - 28$	$27.2 + 48$
$14.4 - 11$		$17.2 - 7$	$19.5 + 28$	$22.8 - 4$	$23.2 + 2$	$25.5 + 3$	$27.3 0$
		$17.7 - 10$	$19.4 + 20$	$21.4 - 13$	$24.0 + 22$	$25.8 - 28$	$29.0 - 10$
		$17.2 + 8$	$20.2 - 5$	$21.4 - 10$	$23.6 + 10$	$26.4 - 25$	$27.5 + 10$
		$18.5 + 15$	$20.8 + 6$	$21.5 - 6$	$24.4 - 23$	$25.1 + 8$	$30.0 - 12$
		$17.6 - 38$	$19.4 - 9$	$22.9 + 5$	$23.2 - 5$	$25.5 + 9$	$27.8 + 33$
		$17.8 0$	$19.4 + 8$	$22.7 + 9$	$23.5 - 34$	$25.6 + 6$	
		$18.7 + 2$	$19.6 - 39$	$22.1 + 16$	$23.7 + 14$	$25.3 + 32$	
		$17.7 + 7$	$19.2 - 25$	$21.4 + 12$	$23.6 - 11$	$25.4 + 31$	
		$17.0 + 5$	$19.8 + 17$	$22.5 + 9$	$23.6 + 14$		
		$17.2 - 19$	$20.2 - 12$	$22.2 - 14$	$24.7 - 7$		
		$18.1 + 16$	$19.8 + 9$	$21.4 + 22$	$24.8 - 9$		
		$18.3 - 1$	$20.2 - 28$	$22.1 + 26$	$24.4 - 23$		
		$18.6 + 21$	$20.8 + 15$	$22.0 + 20$	$23.9 + 1$		
		$18.9 + 7$	$19.9 0$		$23.9 + 18$		
		$18.4 - 2$	$19.6 - 18$		$23.2 + 25$		
		$18.5 - 19$	$19.8 0$		$24.6 - 22$		
$+14.0 + 0.03$	$+15.8 + 0.03$	$+17.9 + 0.01$	$+19.9 - 0.03$	$+22.0 + 0.03$	$+23.9 - 0.01$	$+25.8 + 0.06$	$+28.0 + 0.04$

als $^1/_2$ Stunde, meist aber nur 20 bis 25 Minuten, und in dieser Zeit wurden die Instrumentalthermometer noch mehrere Male abgelesen.

Eine Zeit lang hatte ich bei meinen Messungen auch noch direkt oberhalb des Objektivs ein freies Thermometer aufgehängt, welches nach jeder einzelnen Durchmessermessung herabgelassen und abgelesen wurde. Um die Konformität der Reduktionsdaten für die Ambronn'sche Reihe mit denen der Schur'schen aufrecht zu erhalten, sind die Resultate dieser Temperaturmessungen dann aber nicht weiter benutzt worden. Durch dieselben hat sich aber herausgestellt, dass die Temperatur der Luftschicht in nächster Umgebung des Objektivs von der Lufttemperatur, wie sie ein im Schatten aufgehängtes Thermometer ausserhalb der Kuppel angiebt, bei rechtzeitiger Oeffnung der letzteren selten mehr als 2^0 abweicht. Die Kuppel wurde mit Ausnahme weniger Beobachtungstage, an denen die Witterung plötzlich wechselte, immer mehrere Stunden vor der Beobachtung geöffnet. Die Abweichung der Lufttemperatur von derjenigen in der Umgebung des Objektivs ist immer der Art, dass die letztere stets zwischen der Lufttemperatur und derjenigen liegt, welche das Objektivthermometer angiebt. Es ist bei der Refraktionsberechnung diesem Umstande immer schon dadurch Rechnung getragen worden, dass die Lufttemperatur, welche zur Ableitung der Refraktionskorrektionen benutzt wurde, nach derjenigen des Objektivs hin auf ganze Gerade abgerundet wurde. Es kann also auch in ungünstigen Fällen nicht wohl mehr als eine Differenz von etwa 1^0 übrig geblieben sein. Diese würde beim tiefsten Stande der Sonne und bei vertikaler Lage des Sonnendurchmessers noch eine Abweichung von kaum 0.03 veranlassen können. Ein Betrag der bei so tiefem Stande der Sonne (etwa 75^0) und der dadurch bewirkten Unruhe der Bilder nicht mehr als messbar und daher irgendwie merkbar angesehen werden kann. Ich bin daher auch nach meinen Versuchen mit dem freihängenden Thermometer bei dem alten Modus der Berechnung der Refraktion geblieben, zumal auch Schur nicht davon abgewichen ist und für seine Messungen auch die betr. Daten fehlen.

Die Tabellen auf S. 36 u. 37 lassen schon durch ihre äussere Form die Verteilung der Messungen mit Rücksicht auf die Temperatur erkennen. Bei weitem die meisten Messungen sind zwischen 17 und 25 Grad angestellt, was den Monaten Mai bis September entspricht. Ein zweites Maximum der Beobachtungshäufigkeit fällt auf die Temperaturen zwischen 5 und 9 Grad und dieses entspricht dem Umstande, dass in Göttingen etwa um den Monat März herum häufig eine längere Periode klaren Wetters aufzutreten pflegt[1]). Die Monate September und Oktober liefern nur einen kleinen Beitrag zu diesem Temperatur-Intervall, einmal weil um jene Zeit meist trübes Wetter zu herrschen pflegt und weiterhin deshalb, weil in jene Monate häufig eine längere Abwesenheit der Beobachter

1) Namentlich war dies in den Jahren 1890—1895 der Fall.

von der Sternwarte (allerdings stets abwechselnd) zu fallen pflegte. Da aus den Tabellen für beide Beobachtungsreihen eine Abhängigkeit von der Temperatur sich nicht ergiebt, so kann angenommen werden, dass die Temperatur-Koeffizienten in den Instrumentalkonstanten, wie sie bei der entgültigen Reduktion benutzt wurden, den Tatsachen entsprechen, sodass die Jahresmittel wohl als frei von einem Einflusse der Temperatur angesehen werden können.

In den beiden folgenden Tabellen auf Seite 40 und 41 sind die Abweichungen der Einzelbeobachtungen nach Monaten geordnet, deren Resultate nachstehend zusammengestellt sind. Auch hier ist leicht zu erkennen, dass eine jährliche Periode von ausgesprochenem Betrage nicht mehr nachweisbar ist.

Schur					Ambronn				
Anzahl	Monat	Temp.	Abw.	Abw. für je 3 Monate	Anzahl	Monat	Temp.	Abw.	Mittel für je 3 Monate
		°	″	″			°	″	″
5	Jan.	+ 1.4	+ 0.06		11	Jan.	+ 0.3	— 0.03	
14	Febr.	5.3	+ 6	+ 0.062	17	Febr.	+ 3.9	+ 4	+ 0.004
20	März	7.8	+ 7		19	März	+ 8.5	— 1	
15	April	12.5	+ 7		19	April	+ 16.3	0	
35	Mai	18.9	— 4	— 0.011	28	Mai	+ 19.2	— 3	— 0.014
21	Juni	22.4	— 2		31	Juni	+ 23.2	1	
21	Juli	23.9	— 4		22	Juli	+ 24.6	+ 9	
11	Aug.	23.5	+ 8	+ 0.014	27	Aug.	+ 24.2	— 3	+ 0.037
9	Sept.	18.2	+ 6		19	Sept.	+ 20.4	+ 7	
12	Oct.	12.7	— 9		7	Oct.	+ 13.1	+ 14	
16	Nov.	6.4	— 5	— 0.070	14	Nov.	+ 6.7	— 5	— 0.022
5	Dec.	3.2	— 9		13	Dec.	+ 1.6	— 8	

Wenn man aber den Verlauf der Monatsmittel, oder um noch von singulären Abweichungen unabhängigere Zahlen zu erhalten, den der Vierteljahrs-Mittel genauer verfolgt, so fällt doch eigentümlich auf, dass die Schwankungen bei beiden Beobachtern, wenn sie auch nur klein sind, doch fast genau denselben jährlichen Verlauf zeigen. Die Zahlen sind allerdings nummerisch so klein, dass ihre Werte durchaus in die Grenze der zu erwartenden Fehler fallen, aber immerhin wollte ich auf die erwähnte Parallelität hinweisen.

Aus allen diesen Untersuchungen geht hervor, dass während des ganzen Zeitraumes von nahe 13 Jahren eine mit Sicherheit nachzuweisende regelmässig verlaufende Schwankung der Grösse des Sonnendurchmessers, die mehr als 0.″1 betragen könnte, nicht vorhanden gewesen ist. Der einzige Wert von 0.″25 im Jahre 1895 für die Ambronn'sche Reihe fällt zwar aus diesem Rahmen heraus; aber er wird durch die Beobachtungen von Schur aus dem gleichen Jahre durchaus nicht bestätigt. Um dieses Verhalten noch mehr hervortreten zu lassen, habe ich in einer Tabelle (Seite 42) die in dem Zeitraum von 1894 Oktober bis 1896 März

Zusammenstellung der Abweichungen der Einzelresultate nach Monaten (Schur).

Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	October	November	December
+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+
+ 0°.4 — 0″.24	7°.4 + 0″.06	+ 9°.6 — 0″.33	7°.9 + 0″.48	18°.2 + 0″.08	20°.8 — 0″.14	20°.9 — 0″.06	22°.8 + 0″.10	19°.1 — 0″.06	14°.8 + 0″.01	8°.2 + 0″.02	1°.1 — 0″.43
+ 1.0 — 2	2.8 + 14	+ 2.8 + 4	12.0 + 17	16.7 — 22	21.4 — 23	23.2 + 16	23.2 — 24	20.9 + 44	5.6 — 6	1.8 — 28	2.6 — 11
+ 1.6 + 16	1.6 + 28	+ 13.6 + 46	18.9 + 34	22.0 + 3	19.8 — 14	25.1 — 16	22.8 + 18	16.1 + 28	15.8 — 22	4.5 + 15	1.0 — 34
+ 4.2 0	4.8 + 9	+ 9.8 — 1	12.6 + 26	12.6 + 11	23.8 — 4	21.1 + 7	21.6 — 26	21.8 + 13	6.3 — 15	0.9 + 11	7.3 + 46
— 4.3 + 42	2.8 + 15	+ 10.7 — 13	14.8 — 1	21.2 0	20.4 0	25.1 — 5	23.0 — 29	15.6 + 10	18.7 + 5	4.8 — 13	4.0 — 5
	4.5 + 27	+ 9.4 + 28	18.0 + 22	20.2 + 5	22.0 + 11	25.8 — 23	25.8 + 22	15.8 — 28	9.4 + 11	4.3 — 7	
	8.3 — 35	+ 9.6 + 27	17.7 — 22	19.0 — 6	25.4 + 10	22.4 — 22	23.2 + 32	14.8 + 9	10.0 — 21	6.8 — 33	
	5.5 — 34	+ 8.8 + 54	16.4 + 12	17.4 — 15	20.6 — 4	28.0 — 30	22.2 + 22	19.3 — 14	11.4 — 11	6.5 — 11	
	0.3 + 10	+ 13.6 + 54	14.2 + 20	18.2 + 26	20.7 — 22	25.2 — 40	21.8 + 48	20.3 0	15.9 — 35	5.0 — 24	
	11.6 + 11	+ 14.6 + 23	8.6 + 16	17.4 + 3	25.4 — 32	28.5 — 9	25.5 — 3		12.3 — 36	3.0 + 7	
	6.4 + 44	— 4.4 + 1	8.5 — 9	23.0 + 10	26.2 + 43	22.3 — 2	26.3 + 20		14.7 + 16	10.0 + 20	
	1.3 + 23	+ 8.4 — 14	20.7 + 3	19.3 + 4	22.8 — 27	26.2 — 4			17.5 — 2	5.4 + 13	
	0.9 — 24	+ 7.2 — 15	9.6 — 39	18.9 — 21	24.1 — 12	24.0 — 20				7.7 — 6	
	15.4 — 10	+ 2.3 + 2	12.4 — 5	19.3 + 4	25.2 + 28	19.6 + 40				3.0 — 25	
		+ 8.9 + 11	15.2 — 14	22.5 — 6	24.3 — 28	17.5 + 12				18.1 — 12	
		+ 2.7 + 12		18.6 + 12	17.9 + 53	22.4 — 2				11.4 + 26	
		+ 7.3 — 3		21.2 — 31	20.8 — 8	26.6 — 4					
		+ 11.7 — 24		12.4 + 3	22.2 — 23	23.1 — 21					
		+ 6.9 + 1		13.8 — 6	23.6 — 26	19.1 + 17					
		+ 7.3 — 16		16.5 + 23	21.8 + 31	25.2 + 34					
				19.5 — 21	21.5 + 10	29.3 0					
				13.9 — 19							
				21.0 — 14							
				19.4 + 26							
				24.4 — 15							
				22.6 — 18							
				15.2 — 2							
				21.2 + 24							
				18.3 — 53							
				17.8 + 4							
				16.7 0							
				18.1 + 18							
				25.7 — 7							
				12.5 — 53							
				19.1 — 20							
+ 1°.4 + 0″.06	5°.3 + 0″.06	+ 7°.8 + 0″.07	12°.5 + 0″.07	18°.9 — 0″.04	22°.4 — 0″.02	23°.9 — 0″.04	23°.5 + 0″.08	18°.2 + 0″.06	12°.7 — 0″.09	6°.4 — 0″.05	3°.2 — 0″.09

Zusammenstellung der Abweichungen der Einzelresultate nach Monaten. (Ambronn).

Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	October	November	December
			+	+	+	+	+	+	+	+	
−0°.4 + 0″.06	+ 2°.0 − 0″.21	+ 11°.8 + 0″.06	19°.0 + 0″.07	18°.6 + 0″.06	24°.0 + 0″.03	20°.5 + 0″.10	26°.0 + 0″.16	17°.0 − 0″.06	6°.1 − 0″.01	7°.0 − 0″.47	+ 0°.1 − 0.21
+ 2.0 + 54	+ 3.2 + 11	+ 4 8 − 3	13.6 + 9	19.5 + 36	22.5 − 6	27.0 − 20	22.1 − 27	17.1 − 6	9.2 + 3	11.9 + 17	− 5.0 − 36
+ 1.0 − 17	+ 2.1 + 15	+ 2.8 + 10	17.5 + 24	19.0 − 49	24.4 − 22	26.2 − 20	17.8 − 40	29.9 + 11	18.4 + 42	1.5 − 34	+ 1.2 − 28
+ 6.6 − 36	+ 7.1 + 37	+ 8.2 + 36	19.4 − 10	24.8 − 22	27.0 − 11	29.0 + 34	26.3 + 30	24.4 + 22	19·4 − 9	10.5 − 12	+ 3.2 + 20
+ 6.2 + 6	+ 3.7 + 13	+ 9.4 − 4	21.0 − 18	20.4 − 34	20.8 − 36	25.7 + 16	27.8 − 37	18.2 + 27	16.4 + 44	4.2 + 40	+ 0.9 − 13
+ 3.3 − 18	+ 0.4 − 9	+ 17.0 − 36	21.4 + 2	20.7 − 17	28.8 − 6	27.1 + 6	29.2 − 15	26.8 + 43	11.9 + 9	2.1 + 15	+ 1.0 + 3
+ 6.6 − 1	+ 8.2 − 13	+ 13.9 − 8	13.6 + 11	23.2 − 15	26.0 − 10	27.3 0	23.7 − 23	22.4 + 43	10.5 + 11	6.7 − 38	+ 8.7 − 28
− 1.0 − 28	+ 14.1 − 20	+ 14.8 + 12	15.2 − 7	19.1 + 28	28.2 + 5	20.8 + 6	26.0 + 31	19.5 + 28		8.2 − 16	+ 3.1 − 14
− 6.2 − 9	+ 8.0 + 1	− 3.5 + 32	22 0 − 10	20.4 + 23	18.8 − 6	24.0 + 22	27.2 + 29	19.6 − 39		7.8 + 2	+ 5.9 − 44
− 7.2 − 9	+ 6.4 + 19	+ 15.6 − 4	18 5 + 15	23.6 + 15	23.2 + 16	23.6 + 10	29.0 − 10	20.0 − 12		8.9 + 12	+ 2.3 − 15
− 7.4 + 19	+ 2.9 0	+ 10.1 0	9.9 − 28	13.7 + 9	24.6 + 19	21.9 + 30	23.5 + 12	21.5 − 6		8.4 − 9	− 3.9 + 9
	− 2.1 + 18	+ 9.7 − 37	9.1 − 24	19.4 + 20	27.2 + 48	18.7 + 2	22.0 + 10	21.4 + 12		4.6 − 9	+ 3.8 + 33
	+ 2.2 + 9	+ 8.4 + 4	12.2 + 2	20.2 − 5	23.2 + 2	19.8 + 17	17.2 − 7	14.2 − 16		5.2 − 11	0.0 + 26
	+ 1.2 0	+ 8.7 − 11	17.7 + 7	17.2 + 23	24.4 − 23	25.5 + 3	23.2 − 5	18.1 + 16		7.3 + 12	
	− 0.8 − 13	+ 7.2 + 10	16.4 − 6	17.7 − 10	21.2 − 12	25.8 − 28	22.8 − 4	18.3 − 1			
	+ 2.8 0	+ 9.1 − 9	18.9 + 7	17.2 + 8	19.4 + 8	22.7 + 9	23.5 − 34	18.6 + 21			
	+ 5.2 + 22	+ 3.8 0	13.3 + 22	22.1 − 9	17.8 0	22.5 + 9	21.4 − 10	19.6 − 18			
		+ 5.0 − 9	18.5 − 19	17.6 − 38	25.6 − 25	25.5 + 9	27.5 + 10	25.4 + 31			
		+ 6.6 − 8	12.7 + 11	15.2 − 14	21.4 − 13	30.0 − 12	25.8 − 28	14.4 − 11			
				17.0 + 5	19.2 − 25	23.2 + 25	26.4 − 25				
				14.9 + 11	23.7 + 14	27.8 + 33	23.6 + 14				
				17.2 − 19	23.6 − 11	25.3 + 32	22.1 + 16				
				18.4 − 2	22.9 + 5		25.6 + 6				
				19.8 + 9	24.7 − 7		24.4 − 23				
				22.2 − 14	25.1 + 8		24.6 − 22				
				20.2 − 28	24.8 − 9		21.4 + 22				
				23.9 + 1	20.8 + 15		22.0 + 20				
				13.0 0	19.9 0						
					23.9 + 18						
					19.8 0						
					22.1 + 26						
+ 0°.3 − 0″.03	+ 3°.9 + 0″.04	+ 8°.5 − 0″.01	16°.3 0″.00	19°.2 − 0″.03	23°.2 − 0″.01	24°.6 + 0″.09	24°.2 − 0″.03	20°.4 + 0″.07	13°.1 + 0″.14	6°.7 − 0″.05	+ 1°.6 − 0″.08

Zusammenstellung der Abweichungen des Sonnendurchmessers aus der Zeit 1894 Oct.—1896 März (für beide Beobachter) nebst den dazugehörigen Temperaturen.

Datum	Schur			Ambronn		
	Temp.	Abweichungen	$(p-a)$	Temp.	Abweichungen	$(p-a)$
1894. Nov. 6/7				+ 10.5	— 0.″12	+ 0.″26
Dec. 9/10				+ 3.2	+ 20	— 9
— 10/11	+ 2.6	— 0.″11	+ 0.″03			
1895. Febr. 24/25	+ 2.8	+ 14	— 24			
März 5/6				— 3.5	+ 32	— 52
— 6/7	— 4.4	+ 1	+ 20			
April 9/10	+ 16.4	+ 12	+ 23			
— 29/30	+ 18.2	+ 20	— 11			
Mai 5/6	+ 18.9	— 21	— 15			
— 6/7				+ 19.1	+ 28	— 20
— 8/9	+ 19.3	+ 4	+ 6			
— 13/14	+ 22.5	— 6	+ 12			
— 22/23	+ 18.6	+ 12	+ 18			
— 23/24				+ 20.4	+ 23	+ 6
— 28/29	+ 21.2	— 31	— 21			
— 29/30				+ 23.6	+ 15	+ 18
Juni 7/8				+ 24.6	+ 19	+ 7
— 20/21	+ 20.7	— 22	+ 10			
— 21/22				+ 27.2	+ 48	+ 22
Juli 1/2	+ 25.8	— 23	+ 4			
— 16/17	+ 22.4	— 22	0			
— 18/19				+ 27.3	0	+ 7
Aug. 22/23				+ 29.0	— 10	— 3
— 29/30				+ 23.5	+ 12	— 10
Sept. 2/3				+ 26.8	+ 43	+ 23
— 9/10				+ 22.4	+ 43	+ 14
— 22/23				+ 19.5	+ 28	+ 18
Oct. 0/1				+ 18.4	+ 42	— 17
— 17/18	+ 9.4	+ 11	+ 27			
Nov. 21/22				+ 4.2	+ 40	+ 16
— 26/27				+ 2.1	+ 15	+ 15
1896. Jan. 23/24				+ 2.0	+ 54	+ 59
— 27/28	+ 1.0	— 2	— 61			
Febr. 15/16	+ 1.6	+ 28	— 8			
— 17/18	+ 4.8	+ 9	— 7			
— 18/19				+ 7.1	+ 37	+ 16
— 22/23	+ 2.8	+ 15	+ 32			
— 26/27				+ 3.7	+ 13	+ 3
März 21/22				+ 15.6	— 4	— 23

von beiden Beobachtern gemessenen Sonnendurchmesser, resp. die Abweichungen vom Mittelwert, die Instrumental-Temperatur und die Differenzen polarer-äquatoraler Durchmesser $(p-a)$ nebeneinander gestellt. Man sieht, dass in beiden Reihen die Messungen nicht ganz gleichmässig über das Intervall verteilt sind, und das besonders aus Juli, August und September fast nur Beobachtungen von Ambronn vorliegen. Wenn aber auch diese mit zwei Ausnahmen erheblich grösser als das Mittel ausgefallen sind, so ist doch auch zu sehen, dass Resultate von Schur und Ambronn, die nur einen Tag von einander abliegen, ja sich gegenseitig einschliessen, wie das im Mai der Fall ist, im Sinne der Jahresmittel um Beträge von einander abweichen, die auch grösser sind, als es der Fehler einer vollständigen Messung als zulässig erscheinen lässt.

Wenn man nicht annehmen will, dass tatsächlich der zweiten Hälfte des Jahres ein um weniges grösserer Sonnendurchmesser zukommt, (wofür ja eine schwache Andeutung in der Jahresperiode gegeben ist), so muss man auch auf Grund der auf Seite 42 gegebenen Tabelle die grossen positiven Abweichungen in den Ambronn'schen Messungen für September und Oktober 1895 als zufällig betrachten, und dieselben werden nur zum geringen Teil durch negative Abweichungen im August und November wieder kompensiert. —

Ich habe auch noch die Verteilung der Sonnentätigkeit für das Jahr 1895 im einzelnen mit Bezug auf Schur's und Ambronn's Beobachtungstage mit einander verglichen.

Prof. Wolfer giebt in den Astr. Mitth. eine graphische Darstellung der Relativzahlen für die Sonnentätigkeit, welche ich auf Tafel II reproduziere; in dieser habe ich die Schur'schen und Ambronn'schen Beobachtungstage eingetragen. Der Vergleich zeigt, dass auch bei diesen ganz speziellen Daten irgend eine Abhängigheit der beiden Reihen von der Sonnentätigkeit nicht aufzufinden ist. Es bleibt nach allem nur übrig die grosse Abweichung 1895 auf Kosten einer zufälligen, vielleicht physiologischen Ursache bei Ambronn zu setzen. Tatsächlich zeigen ja auch die Messungen des Polbogens für 1895 und 1896 besonders grosse Unterschiede, wenn auch im Uebrigen ein Parallelismus zwischen Sonnenbeobachtungen und Polbogenmessungen durchaus nicht vorhanden zu sein scheint.

Wollte man annehmen, dass die periodischen Schwankungen in den beiden Reihen nicht ganz auf physiologische Ursachen zurückzuführen seien, so würde eine Mittelbildung noch etwaige Schwankungen erkennen lassen. Betrachtet man aber den Verlauf dieser Mittel, so zeigen sich auch hier Spuren einer Periode von etwa 7 Jahren doch mit einer Amplitude, die wiederum $0''.1$ kaum überschreitet. — Inwiefern diese begründet ist, können nur Reihen entscheiden, die an anderen Orten mit gleicher Genauigkeit ausgerührt worden sind, solche sind aber, wenn überhaupt vorhanden, noch nicht veröffentlicht.

5. Untersuchungen über eine etwa vorhandene Abweichung der Sonne von der Kugelgestalt.

Da an jedem Beobachtungstage sowohl der polare als auch der äquatoriale Durchmesser je zweimal gemessen wurde, so liefern die erhaltenen Resultate auch einen Beitrag zu der Frage, ob die Form der Sonnenscheibe eine Abweichung von der Kreisgestalt zeigt oder nicht. Es sind, um hierüber Aufschluss zu erhalten, in der Tabelle Anlage 3, Spalte 14 auch regelmässig die Differenzen polaren minus äquatorialen Durchmesser $(p-a)$ mit aufgeführt. Bildet man hiervon die Mittelwerte für jedes Jahr, so erhält man folgende Zusammenstellung:

	Werte der $(p-a)$					
	Schur			Ambronn		Mittel
1890	$+0''.13$			$+0''.12$		$+0''.12$
91	$+0.02$			$+0.14$		$+0.08$
92	-0.06			$+0.07$		0.00
93	-0.09			-0.01		-0.06
94	$+0.10$			-0.07		$+0.02$
95	$+0.04$	$= \cdots +0''.008$		$+0.03$		$+0.04$
96	-0.05	$= \quad -0.007$		-0.01	$= \cdots +0.022$	-0.03
97	$+0.02$			-0.04	$= \quad +0.002$	-0.01
98	-0.11			$+0.07$		-0.02
99	$+0.05$			-0.03		$+0.01$
1900	$+0.04$			$+0.01$		$+0.02$
01	—			$+0.06$		—
02	—			-0.06		—
						$= \cdots +0.015$
						$= \quad -0.003$

Die Jahresmittel sind in sofern nicht ganz homogen, als während der beiden ersten Jahre noch nicht mit dem Reversionsprisma beobachtet wurde; in diesen Jahresmitteln können also noch physiologische Einflüsse vorhanden sein, die das Resultat der in verschiedenen Richtungen gemessenen Durchmesser eben von diesen Richtungen abhängig machen. Eine kurze Untersuchung, die früher ausgeführt wurde, und bei welcher die Werte $(p-a)$ nach der Richtung gegen den Vertikal geordnet wurden, gab keinen unmittelbaren Anhalt für eine solche Annahme, aber doch ist es immerhin auffallend, dass für beide Beobachter die Jahresmittel für 1890 und 1891 erhebliche positive Werte liefern. Ich habe deshalb auch die Mittel der $(p-a)$-Werte nochmals unter Ausschluss dieser beiden Jahre gebildet und auch diese Resultate neben die Mittel aus der ganzen Beobachtungszeit in die obige Tabelle eingetragen; man hat demnach:

Mittelwerte der Differenzen $(p-a)$.

	Schur	Ambronn	Mittel
Aus allen Beobachtungen.	$+0''.008$	$+0''.022$	$+0''.015$
Mit Ausschluss der Jahre 1890/91.	-0.007	$+0.002$	-0.003.

Danach kann kein Zweifel darüber bleiben, dass unsere Beobachtungen den polaren Durchmesser und den äquatorialen Durchmesser der Sonne als völlig gleich gross ergeben, denn die Abweichungen besonders aus den Jahren von 1892 ab sind als durchaus verschwindend anzusehen.

Um aber auch noch zu prüfen, ob die Korrektionen, welche unsere Messungen wegen der Wirkung der Refraktion bedurften, nicht eine Beeinflussung der Mittelwerte von $(p-a)$ zu bedingen im Stande seien, habe ich auch diese Werte noch nach Monaten geordnet zusammen genommen. Es ist kein Zweifel, dass ein Einfluss einer etwa nicht ganz richtigen Annahme der die Refraktions-Korrektionen bestimmenden Konstanten in den Wintermonaten, wenn die Sonne bei tiefem Stande beobachtet worden ist, stärker hervortreten muss, als in den Sommermonaten bei hohem Stande der Sonne. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Durchmessermessungen nicht immer zur Mittagszeit, sondern während der hohen Deklinationen des Gestirnes auch in grossen östlichen Stundenwinkeln (bis zu $3^1/_2$ Stunden) stattgefunden haben; aber im allgemeinen wird doch die Zenitdistanz, in welcher die Messung stattfand, mit der Jahreszeit steigen und fallen. Weiterhin kommt natürlich auch in Betracht, dass die beiden Durchmesser nur ausnahmsweise in vertikaler und horizontaler Richtung liegen, sondern Abweichungen bis zu 26^0 davon haben können, so dass auch aus diesem Grunde eine Zusammenstellung nach Monaten nicht strenge zusammenfällt mit dem wechselnden Einfluss der Luftverhältnisse auf die Refraktions-Korrektionen. Sieht man aber von diesen Umständen ab, so werden trotzdem die Monatsmittel der Werte von $(p-a)$ einen Anhalt dafür bieten können, ob der Gesamtverlauf dieser Differenz einen Einfluss der atmosphärischen Verhältnisse erkennen lässt. In allerdings erheblich verringertem Masse würden dann die Werte für den Sonnendurchmesser auch von der Höhe der Sonne z. Z. der Messungen abhängig sein. Die nachfolgenden Zusammenstellungen auf S. 46—48 geben über diese Fragen Auskunft.

Aus dem Verlauf der Monatsmittel geht hervor, dass ein Einfluss der Refraktionskonstanten auf den Wert des Sonnendurchmessers selbst als gänzlich ausgeschlossen anzusehen ist. Der Mittelwert von $(p-a)$ für den Monat Dezember ist allerdings erheblich grösser als derjenige für die anderen Monate, doch ist dabei zu berücksichtigen, dass er diesen Betrag im wesentlichen durch den Mittelwert aus den Schur'schen Dezember-Beobachtungen erhält. Es sind dieses nur vier vereinzelte Beobachtungen, für welche offenbar ganz zufällig $(p-a)$ einen grossen positiven Wert erhalten hat. In der Ambronn'schen Reihe ist $(p-a)$ im Dezember sogar erheblich kleiner als im Oktober und November

Zusammenstellung der Abweichungen zwischen polaren und äquatorialen Durchmessern nach Monaten geordnet. (1892—1900). (Schur).

Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Decb.
−0.″58	−0.″24	+0.″10	−0.″30	+0.″20	−0.″04	+0.″10	+0.″09	−0.″52	−0.″02	+0.″38	+0.″03
− 61	− 8	+ 6	− 3	− 6	− 24	+ 7	− 30	− 28	+ 27	+ 74	+ 69
+ 32	− 7	− 34	0	+ 12	− 21	+ 15	+ 6	+ 26	− 41	− 24	+ 71
+ 27	+ 32	− 14	+ 2	− 11	+ 33	− 25	+ 25	+ 32	+ 17	+ 36	− 34
+ 43	+ 38	− 31	+ 45	− 16	+ 10	+ 4	− 27	+ 6	− 27	+ 54	
	− 39	− 15	+ 23	+ 19	− 24	0	+ 18	− 17	− 29	+ 15	
	− 13	+ 16	− 11	− 15	− 34	− 17	+ 52		− 3	+ 17	
	+ 29	+ 48	+ 22	+ 6	− 1	− 48	+ 6		− 6	− 5	
	+ 26	+ 20	+ 3	+ 12	− 28	+ 30	+ 43			− 4	
	− 28	+ 35	− 30	+ 18	+ 24	+ 16	+ 5			− 25	
	− 5	+ 25	− 20	− 21	+ 29	+ 40	− 12			− 18	
	+ 10	− 30	+ 14	+ 44	+ 24	− 10				− 4	
	− 20	− 20	0	− 54	− 23	+ 16				− 61	
		− 19		− 19	− 8	+ 26					
		− 14		− 74	+ 3	+ 33					
		+ 55		− 2	+ 2	− 11					
		+ 22		+ 29	+ 20	− 19					
		+ 2		+ 18		+ 19					
				− 12		+ 23					
				+ 5		− 3					
				+ 30							
				+ 62							
				− 12							
				+ 14							
				+ 56							
				− 42							
				− 4							
				+ 1							
				+ 19							
−0.03	−0.01	+0.03	+0.01	+0.02	−0.03	+0.05	+0.12	−0.06	−0.08	+0.7	+0.27

Zusammenstellung der Abweichungen zwischen polaren und äquatorialen Durchmessern nach Monaten geordnet. (1892—1902). (Ambronn).

Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
+0.″06	+0.″10	+0.″31	+0.″14	+0.″22	+0.″29	+0.″18	+0.″09	−0.″37	−0.″17	+0.″10	−0.″09
+ 59	+ 16	+ 6	− 10	− 17	+ 2	− 25	+ 16	− 10	+ 22	− 30	− 50
− 8	+ 3	+ 10	− 26	− 20	+ 17	− 4	+ 4	+ 23	− 44	+ 26	+ 67
− 20	+ 44	+ 13	− 1	+ 6	+ 8	+ 7	+ 17	+ 14	+ 16	+ 16	− 32
+ 30	+ 25	− 41	+ 28	+ 18	− 21	− 20	− 9	+ 18	− 24	+ 15	+ 2
+ 8	− 6	− 17	− 19	− 21	0	+ 5	− 3	− 32		− 32	+ 10
− 37	− 16	− 52	− 8	− 36	+ 12	+ 5	− 10	− 4		− 20	+ 6
+ 24	− 51	− 23	− 29	− 26	+ 7	− 42	− 4	+ 38		+ 27	+ 22
+ 70	+ 18	+ 40	+ 23	− 1	+ 22	+ 19	− 5	− 35		+ 26	+ 2
+ 76	+ 22	− 11	+ 11	− 7	+ 34	0	+ 30	− 19		− 30	+ 24
− 10	+ 10	+ 7	− 3	− 35	+ 8	0	+ 24	+ 26		+ 15	
	− 52	− 16	+ 18	+ 11	+ 25	+ 19	− 3	− 20		+ 68	
	− 33	+ 9	+ 26	− 28	− 15	+ 18	− 4	− 22		− 3	
	− 4	− 52	+ 8	− 35	− 14	− 6	− 18	+ 35			
	− 8	+ 8	+ 14	+ 2	− 22	− 6	+ 29	− 24			
		− 38	+ 18	− 7	0	+ 8	+ 32	+ 65			
		0	+ 40	+ 8	− 6	− 16	+ 2				
			+ 5	− 5	− 19	+ 8	+ 48				
			− 9	− 6	− 6	− 33	+ 6				
				− 14	− 16		− 4				
				+ 10	+ 11		+ 3				
				− 9	+ 4		+ 13				
				+ 17	− 29		− 27				
					+ 8						
					+ 10						
					0						
					− 46						
					− 25						
+0.18	−0.015	−0.07	+0.05	−0.08	−0.01	−0.03	+0.06	+0.01	+0.09	+0.07	+0.04

Mittelwerte der $(p-a)$ geordnet nach den einzelnen Monaten.

Monat[1])	Schur. Anzahl	Schur. $(p-a)$	Schur. Mittlerer Fehler einer Differenz $(p-a)$ für den betr. Monat.	Ambronn. Anzahl	Ambronn. $(p-a)$	Ambronn. Mittl. Fehler einer Differ. von $(p-a)$ u. s. w.	Einfaches Mittel $(p-a)$	Einfaches Mittel Anzahl	Mittel mit Rücksicht auf die Zahl in zwei oder drei Monaten	Anzahl		Anzahl
Jan.	5	$-0.''03$	$\pm 0.''52$	11	$+0.''18$	$\pm 0.''42$	$+0.''08$	16	$+0.''02$	(44)	$+0.''004$	(79)
Febr.	13	-0.01	± 0.25	15	-0.02	± 0.28	-0.01	28				
März	18	$+0.03$	± 0.28	17	-0.07	± 0.28	-0.02	35	0.00	(67)		
April	13	$+0.01$	± 0.22	19	$+0.05$	± 0.28	$+0.03$	32				
Mai	29	$+0.02$	± 0.30	23	-0.08	± 0.19	-0.03	52	-0.01	(97)	$+0.001$	(129)
Juni	17	-0.03	± 0.21	28	-0.01	± 0.19	$+0.01$	45				
Juli	20	$+0.05$	± 0.24	19	-0.03	± 0.18	$+0.01$	39	$+0.05$	(73)	$+0.029$	(95)
Aug.	11	$+0.12$	± 0.27	23	$+0.06$	± 0.19	$+0.09$	34				
Sept.	6	-0.06	± 0.33	16	$+0.01$	± 0.31	-0.03	22	-0.02	(35)		
Okt.	8	-0.08	± 0.25	5	$+0.09$	± 0.30	0.00	13				
Novb.	13	$+0.07$	± 0.38	13	$+0.07$	± 0.30	$+0.07$	26	$+0.10$	(40)	$+0.074$	(53)
Decbr.	4	$(+0.27)$	± 0.60	10	$+0.04$	± 0.32	$+0.15$	14				

1) Um von der scheinbaren Richtung der gemessenen Durchmesser ganz frei zu sein, habe ich für diese Untersuchungen die Jahre 1890 und 1891 ausgeschlossen.

und hier beruht das Mittel auf zehn Einzelbeobachtungen, bei denen sogar besonderer Wert darauf gelegt wurde, die Sonne gerade um die Zeit des Solstitiums und des Perigaeums zu beobachten; infolge dessen sind die Messungen gewiss bei sehr tiefem Stande der Sonne ausgeführt worden. Weiterhin kann der Mittelwert von $(p-a)$ für Dezember auch deshalb nicht direkt als ein Beweis für nicht ganz zutreffende Refraktionsberechnung angesehen werden, weil sein Betrag immer noch nicht wesentlich die mittleren Fehler übersteigt[1]). Ich habe diese, um ganz frei von konstanten Abweichungen zu sein, nur aus den Beobachtungen der Monate April bis September gebildet und gefunden, dass der mittlere Fehler für eine Bestimmung von $(p-a)$ ist:

$$\begin{aligned} &\text{für Schur} && m = \pm 0.''25 \\ &\text{„ Ambronn} && m = \pm 0.20 \end{aligned}$$

damit wird das Mittel aus 14 resp. 4 Beobachtungen:

$$\begin{aligned} &\text{für Schur} && m_{14} = \pm 0.''06 \\ &\text{„ Ambronn} && m_{14} = \pm 0.05 \\ &\text{„ Schur} && m_{4} = \pm 0.12 \end{aligned}$$

wie es die Dezember-Beobachtungen Schurs verlangen.

Diese Ableitung „der als mittlere Fehler" hier angegebenen Zahlen ist sicherlich erlaubt; das geht direkt daraus hervor, dass die Werte $(p-a)$ ja in ihrer Gesamtsumme, wie oben gezeigt wurde, tatsächlich Null ergeben. Es können also ihre eigenen Werte selbst als die zufälligen Fehler der Werte von $(p-a)$ angesehen werden. Danach ist es sogar gestattet, die Werte von $(p-a)$ zugleich als ein Mass für die Genauigkeit der Sonnendurchmesser-Messungen selbst anzusehen, da sie gewiss unabhängig von zeitlichen Schwankungen im Werte des Durchmessers selbst sind, wenn man nicht annehmen will, dass bei etwaigen Schwankungen des Sonnendurchmessers die äquatoreale Richtung stärker beeinflusst würde als die polare. Dafür liefern unsere Beobachtungen aber durchaus keinen Anhalt, wie die obige Tabelle der jährlichen Mittelwerte von $(p-a)$ zur Evidenz erweist. Benutzt man daher die Werte von $(p-a)$ als Mass für die Genauigkeit der Sonnenmessungen und hebt dabei die Beschränkung auf die 6 Sommermonate auf, so erhält man als mittleren Fehler einer vollständigen Durchmesser-Messung (bestehend aus vier Einzelmessungen, s. S. 17).

$$\begin{aligned} &\text{für Schur} && m = \pm 0.''28 \\ &\text{„ Ambronn} && m = \pm 0.24^{2}) \end{aligned}$$

1) Um dieses zu zeigen, habe ich hinter die Werte $(p-a)$ der einzelnen Monate die mittlere Abweichung dieser Werte für den betr. Monat gesetzt, als welche ich $\sqrt{\frac{(p-a)^2}{n-1}}$ gebildet habe.

2) Die 6 Sommermonate allein liefern m Schur $\pm 0.''25$ m Ambronn ± 0.20.
Die 6 Wintermonate „ „ m „ ± 0.33 m „ ± 0.30.
Der Unterschied von Sommer- und Wintermonaten ist allein durch die verschiedene Bildqualität bedingt.

Dieses Mass für die Genauigkeit der Durchmessermessungen kann nun in Vergleich gesetzt werden mit demjenigen, welches sich aus den Abweichungen der Durchmessermessungen von den Mittelwerten derselben ergiebt. Dabei kann man entweder die Abweichungen vom allgemeinen Mittel nehmen oder aber auf eine etwa doch noch vorhandene Periodizität in der Weise Rücksicht nehmen, dass stets nur die Abweichungen vom Jahresmittel zur Ableitung der mittleren Fehler verwendet werden. Denn wenn auch der eigentümlichen Stellung der Beobachtungen Ambronns um das Jahr 1895 herum kein grosses Gewicht beigelegt werden soll, so könnte doch vielleicht irgend eine andere bisher unbekannte Ursache einen konstanten Einfluss auf die Bildung der Mittelwerte haben, die aber bei der Bestimmung der mittleren Fehler ausgeschieden werden muss. Aehnliches gilt auch für die Schur'schen Messungen bezüglich der Jahre 1892, 1893 und 1894. Weiterhin ist bei der Vergleichung der beiden Genauigkeitsmasse zu berücksichtigen, dass die mittleren Fehler der Durchmesser-Messungen gegründet auf die Werte $(p-a)$ noch mit $\sqrt{2}$ dividiert werden müssen, um sie mit den aus den Tagesmitteln gefundenen vergleichbar zu machen, denn die ersteren sind ja nur aus der Differenz von je zwei Messungen gefunden. Führt man diese Division aus und bedenkt, dass für die Ableitung des mittleren Fehlers aus den Tagesresultaten auch der Umstand zu berücksichtigen ist, dass die in obiger Weise gefundenen mittleren Fehler für die Jahresmittel streng genommen ja für elf resp. dreizehn Einzelwerte gelten und daher der Divisor auch mit 184—11 = 173 resp. mit 227—13 = 214 angesetzt werden muss, so hat man für die Jahresmittel die Werte, welche in der Tafel der Anlage 4 hinter den Mittelzahlen für die einzelnen Jahre stehen; und für den schliesslich aus allen Beobachtungen resultierenden Wert für m_t und für $m_{(p-a)}$

	m_t	$m_{(p-a)}$
Schur	$\pm 0''.22$	$\pm 0''.20$
Ambronn	± 0.18	± 0.17.

Für die Genauigkeit des Schlusswertes des Sonnendurchmessers selbst ergeben sich sodann

	M_t	$M_{(p-a)}$
Schur	$\pm 0''.016$	$\pm 0''.015$
Ambronn	± 0.012	± 0.009.

Wie weit es seitens der beiden Beobachter erreicht worden ist, die Messungen möglichst gleichmässig über den ganzen hier in Betracht kommenden Zeitraum zu verteilen, um die Resultate von vielleicht vorhandenen ganz zufälligen Störungen, die sowohl in der Sonne als auch in der Beschaffenheit der atmosphärischen Verhältnisse oder gar in solchen physiologischer Art begründet sein könnten, zu befreien, wird man aus einer Zusammenstellung der Verteilung der Messungen auf den Beobachtungszeitraum ersehen können. Einmal gibt schon die auf die einzelnen Jahre und Monate entfallende Anzahl von Durchmesser-

Messungen einen gewissen Anhalt dafür. Auf bestimmte, diese Zahlen beeinflussende Umstände ist oben schon hingewiesen worden. Ein anderes Mass für die mehr oder weniger gleichmässige Verteilung der Messungstage geben aber auch noch diejenigen Zahlen ab, welche man erhält, wenn man die zwischen je zwei Messungen liegenden Zwischenzeiten in Betracht zieht. Ich habe deshalb diese Intervalle noch bestimmt und in nachfolgender Zusammenstellung angegeben, wie viele Zwischenzeiten innerhalb gewisser Grenzen liegen. Dabei ist zu bemerken, dass ja eigentlich beabsichtigt war, jeder der beiden Beobachter solle wöchentlich eine Messung machen, sobald dieses nur immer die Witterung erlaube.

Zwischenzeiten:	1—3 Tage	3—7 Tg.	7—15 Tg.	15—30 Tg.	über 30 Tage
Schur:	17	39	56	40	31
Ambronn:	1	60	69	58	38.

IV. Kapitel. Der Wert des Sonnendurchmessers in der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne auf Grund der Göttinger und älterer Messungen.

1. Die Göttinger Messungen.

Die Ueberführung der für den Sonnendurchmesser gefundenen Mittelwerte, welche zunächst in Skalenteilen angegeben sind, in Bogenmass hat sich zu gründen auf die im Laufe der Beobachtungsperiode gefundenen Daten für den Bogenwert eines Skalenteiles des Heliometers. Es ist in dieser Hinsicht zunächst auf die schon von Schur in seiner Präsepe-Arbeit beigebrachten Bestimmungen zu verweisen; sodann aber auch noch auf diejenigen, welche er in seiner Vermessung der beiden Sternhaufen h und χ Persei mitgeteilt hat. Diese letzteren Angaben können hier auf alle Fälle als die definitiven Werte für den Verwandlungs-Faktor des Skalenteils, wie er für die Schur'schen Beobachtungen gültig ist, angesehen werden. Die Details, auf denen dieselben beruhen, sind in den genannten Abhandlungen ausführlich mitgeteilt, sodass hier von deren Wiedergabe abgesehen werden kann. Ich lasse daher nachstehend nur die vier Einzelwerte und den von Schur angenommenen Mittelwert folgen[1]):

Cygnus-Kreis	40.″01729
Hydra-Kreis	40.01622
Polbogen	40.01644
Standard-Stars	40.01934
Mittel	40.″01732 (Log. 1.602248).

1) Astr. Mitt. v. d. Gött. Sternw. Heft IV, S. 44.

Selbst wenn dieser Wert noch um eine Einheit in der dritten Stelle falsch sein sollte, was aber als gänzlich ausgeschlossen anzusehen ist, so würde das den absoluten Wert des Sonnendurchmessers noch nicht um 0.″05 ändern und dieser Betrag liegt schon unterhalb der Grenze der Sicherheit, mit der Sonnenmessungen überhaupt angestellt werden können. Demnach wird also ohne Bedenken der hier gegebene Skalenwert zur Verwandlung in Bogenmass angewendet werden können.

Für die Beobachtungen von Ambronn hat sich nach dem in Schurs Publikationen bereits mit aufgeführten Material gefunden:

Cygnus-Kreis	40.″01921
Hydra-Kreis	40.01610
Polbogen	40.01793
Standard-Stars	40.01710
Mittel	40.″01758 (Log. 1,602251).

Der Wert für den Cygnuskreis weicht hier von demjenigen, welchen Schur in der „Präsepe“ mitgeteilt hat, um weniges ab; der Grund hierfür liegt an einer nachträglich ausgeführten Verbesserung der Reduktion. Was den hier gegebenen Mittelwert betrifft, so ist in demselben für den Polbogen derjenige eingeführt, welcher aus meinen sämtlichen Messungen dieser Distanz während des hier in Betracht kommenden Zeitraumes folgt. Diese Messungen sind oben zusammengestellt, und es ist der Reduktion der Distanz der beiden Endsterne auf ein einheitliches Aequinox nicht die von Auwers angegebene Eigenbewegung in Distanz von +0.″021 (welche mir übrigens eine unabhängig durchgeführte Diskussion der Meridianpositionen in gleichem Betrag lieferte) benutzt worden, sondern eine Mittelzahl aus dem Auwers'schen Werte und der aus den Heliometer-Messungen des Polbogens selbst folgende jährlichen Veränderung der Distanz. Der letztere Wert ist sowohl aus dem Schur'schen, als auch aus meinen Beobachtungen ganz gleichwertig zu +0.0023 Skalt. = +0.″092 jährlich gefunden worden. Nimmt man Rücksicht darauf, dass dieser Wert doch nur auf einem Zeitraum von etwa 12 Jahren beruht, der aus den Meridian-Beobachtungen aber auf mindestens 60 bis 70 Jahren, so mag es berechtigt sein unter Berücksichtigung der entsprechenden Genauigkeit, beiden Werten gleiches Gewicht zu erteilen und die Reduktion der für 1875.0 gültigen Distanz von 6779.71 Bogensekunden mit dem Mittelwerte von +0.″05 auf andere Aequinoktien zu reduzieren. Ich habe also demgemäss für die Vergleichung der gemessenen Distanz (Δ) der beiden Endsterne des Polbogens den Ausdruck benutzt:

$$\Delta = 6779.″71 + 0.″050\ (T - 1875.0)$$

das liefert für 1895.0

$$\Delta_{1895,0} = 6780.''71\ ^{1}).$$

Mit diesem Werte ist also die oben angegebene Verwandlungszahl gefunden, wie sie aus den Messungen des Polbogens folgt.

Ich habe an den mitgeteilten Skalenwerten für die Schur'schen Heliometerbeobachtungen nichts geändert, doch würde man dort dieselben Eigenbewegungen der Ableitung für den Skalenwert aus den Polbogenbeobachtungen zu Grunde legen, so geht die betreffende Zahl von 40.''01644 über in 40.''01860, damit würde das Mittel um 54 Einheiten der letzten Dezimale grösser anzusetzen sein, also hätte man dafür statt 40.''01732 die Zahl 40.''01786. Dabei ist aber vorausgesetzt, dass die von Schur angebrachte Korrektion wegen der systematischen Abweichungen seiner Messungen richtig ist. Wenn man dagegen die ohne Berücksichtigung der systematischen Abweichungen abgeleiteten Verwandlungszahlen für beide Beobachtungsreihen mit denjenigen vergleicht, welche mit Berücksichtigung dieser systematischen Abweichungen (für Schur) gefunden werden, so hat man:

Schur		Ambronn
40.01605 [2])	(ohne system. Abw.)	40.01730 [2])
40.01786	(mit „ „	40.01758.

Es scheint auch aus diesen Zahlen hervorzugehen, dass tatsächlich die systematischen Korrektionen bei Schur auf Realität Anspruch machen können, während bei meinen Beobachtungen solche, wie schon an anderen Stellen sowohl von Fr. Cohn als auch von mir selbst gezeigt worden ist, nicht vorhanden zu sein scheinen.

Da es in dem vorliegenden Falle nicht auf die äusserste Genauigkeit des Skalenwertes ankommt, wie oben schon auseinander gesetzt worden ist, so soll hier nicht weiter auf die noch vorhandenen Unterschiede eingegangen werden. Gewiss ist es erlaubt, für den vorliegenden Zweck d. h. um die in Skalenteilen gegebenen Sonnendurchmesser in Bogenmass überzuführen, die folgenden Verwandlungszahlen zu benutzen:

Schur	40.''01786	(Log.)	1.602254
Ambronn	40.''01758	(Log.)	1.602250.

Damit werden die Mittelwerte der Sonnendurchmesser, wie sie aus den Messungen der Jahre 1890—1901 resp. 1890—1902 folgen:

---

1) In der Schur'schen Perseus-Vermessung steht wieder irrtümlich als verbesserter Ausdruck:

$$6779.71 + 0.''20\ (T - 1875.0) \text{ statt}$$
$$6779.71 + \mathbf{0.021}\,(T - 1875.0).$$

2) Diese Zahlen sind mit der Auwers'schen jährlichen Aenderung der Distanz für den Polbogen, die beiden folgenden mit der oben abgeleiteten Aenderung reduziert.

für Schur:	für Ambronn:
$47.9822 \times 40.''01786 =$	$47.9742 \times 40.''01758 =$
$1920.''14$	**$1919.''80$.**

Wenn man annimmt, dass die Verwandlungszahlen für beide Beobachter nahezu gleich scharf bestimmt sind und man deren mittleren Fehler etwa gleich $\pm 0.''0005$ setzen kann, so hat man, da für die Sonnenmessungen selbst diese mittleren Fehler zu $\pm 0.''016$ resp. ± 0.012 gefunden wurden, als mittleren Fehler für die Schlusswerte anzusetzen

für Schur $\pm 0.''040$ und
„ Ambronn $\pm 0.''036$

wobei die Unsicherheit des Skalenwertes natürlich mit dem 48fachen Betrage eingeht.

2. Vergleichung der Resultate der Göttinger Messungen mit früheren Bestimmungen mittelst der Heliometer.

Die Vergleichung mit älteren Heliometer-Beobachtungen hat oben erkennen lassen, dass eine Zu- oder Abnahme des Sonnendurchmessers in den letzten 80 Jahren keinesfalls in wahrnehmbarem resp. sicher bestimmbarem Betrage stattgefunden hat.

Diese Behauptung steht scheinbar allerdings in einem gewissen Widerspruch mit dem Resultat, welches A. Auwers aus den in den Jahren 1873—83 mittelst der kleinen Fraunhofer'schen Heliometer gemachten Messungen abgeleitet hat. Dieser Umstand ist den Göttinger Beobachtern selbstverständlich schon nach kurzer Zeit aufgefallen und es sind Vergleiche in dieser Richtung angestellt worden. Schon die Beobachtungen der ersten Jahre und zwar diese umsomehr als ja 1890/91 noch ohne Prisma beobachtet worden ist, zeigten, dass das Repsold'sche Heliometer für den Sonnendurchmesser einen erheblich grösseren Wert lieferte, als ihn das Mittel aus den bei Gelegenheit der Venusvorübergänge ausgeführten Messungen ergeben hatte. Es gelang nicht einen Grund für diesen Umstand zu finden, wenn man nicht die grössere Lichtstärke des Repsold'schen Heliometers dafür geltend machen will. Allerdings spricht für diese Annahme der Umstand, dass die Beobachtungen mit dem immerhin einiges Licht absorbierenden Reversionsprisma ebenfalls einen um $0.''4$ kleineren Wert für den Durchmesser geliefert haben. Dabei ist allerdings das Folgende zu bemerken: Die in das Auge kommende Lichtmenge wurde bei beiden Instrumenten durch geeignete Wahl der Blendgläser doch immer so moderiert, dass auf der Netzhaut nahe die gleiche Helligkeit hervorgerufen wurde.

Um festzustellen, ob die Abweichung zwischen dem durch die kleinen He-

liometer gegebenen Wert und dem etwa 12—15 Jahre später mit dem Repsold'schen Instrument gefundenen nicht auf einer Aenderung der persönlichen Auffassung beruhe, wurde beschlossen, auch an dem der Göttinger Sternwarte gehörigen Fraunhofer'schen Heliometer durch beide Beobachter eine Parallelreihe von Messungen auszuführen. Es traf sich in dieser Beziehung sehr gut, dass sowohl Schur schon früher an dem Göttinger Fraunhofer'schen Heliometer und Ambronn an dem völlig gleichwertigen Breslauer Heliometer längere Reihen von Sonnenbeobachtungen ausgeführt hatten, deren Resultate jetzt zum Vergleich herangezogen werden konnten, um die Frage nach einer etwa veränderten Auffassung zu entscheiden. — In den Tabellen der Anlage 5 sind die zu diesem Zweck angestellten Messungen mitgeteilt.

Die zur Reduktion der Messungen nötigen Konstanten wurden von beiden Beobachtern neu bestimmt. Schur führte besonders zu diesem Zweck neue Messungen aus, für Ambronn konnten dieselben seinen längeren Beobachtungsreihen an diesem Heliometer entnommen werden. (Vergl. dazu Mitteilung der Göttinger Sternwarte III, Bestimmung d. Orte von 16 Sternen in den Plejaden).

Für Schur ergiebt sich aus einer 5maligen Durchmessung des Cygnuskreises für den Skalenwert der Ausdruck

$$S = s\,(17''.91153 - 0''.000000053\,s^2)$$

wobei das kubische Glied den Untersuchungen Ambronns, die bei Gelegenheit der Plejadenvermessung angestellt worden sind, entnommen ist. Für die bei den Sonnenmessungen in Betracht kommende Distanz von 105—108 Skalenteilen wird damit der zur Verwandlung benutzte Skalenwert

$$\text{für Schur: } S = 17''.91093 = \text{Num. (log. 1.253118)}$$

Für Ambronn ist aus der mehrfach angeführten Arbeit als Verwandlungszahl zu entnehmen:

$$S = 17''.91072 = \text{Num. (log, 1.253113)}.$$

Werden hiermit die Verwandlungen in Bogenmass vorgenommenen, nachdem die Reduktion der gemessenen Durchmesser auf die Einheit der Entfernung ausgeführt worden ist, so erhält man die Daten der Tabelle.

Das Mittel aus diesen Einzelmessungen findet sich

	für Schur	für Ambronn
	1919.″60	1919.″26
mittl. Fehler eines Tagesresultates	± 0.″26	± 0.″24
mittl. Fehler des Schlussresultates	± 0.″058	± 0.″053

Vergleicht man mit diesen Werten diejenigen, welche aus den in den Jahren 1873—82 von Schur an drei gleichen Heliometern und von Ambronn im Jahre

1880 an 2 solchen Instrumenten erhalten wurden, so findet sich aus der Bearbeitung dieser Beobachtungen, wie sie von Auwers durchgeführt wurde:

für Schur	1919.″52	aus	295	Durchmessermessungen	an 103	Tagen[1])
„ Ambronn	1919.26	„	106	„	„ 42	„

Es geht aus dem Vergleich der früheren Messungen mit den jetzigen hervor, dass eine Veränderung in der Auffassung bei beiden Beobachtern gewiss nicht stattgefunden hat; ja dass sogar diese Auffassungen ganz ausserordentlich stabil geblieben ist, trotz der dazwischen liegenden langen Zeit, welche besonders bei Ambronn nahezu 9 Jahre einschliesst, während deren er keine Heliometermessungen ausgeführt hat. Auch für Schur fallen in diese Zeit etwa 4 Jahre mit geringer beobachtender Tätigkeit.

Der Unterschied, welchen die Reihen an dem Repsold'schen Heliometer und an den Fraunhofer'schen gegeneinander aufweisen, bleibt also völlig bestehen, er muss sicherlich der Verschiedenheit der Instrumente zugeschrieben werden.

Oben habe ich gezeigt, dass die Messungen am Repsold'schen Heliometer, so lange sie ohne Benutzung des Reversionsprismas gemacht wurden, einen um 0.″4 grösseren Durchmesser ergeben, als bei Anwendung des Prismas. Diesen Unterschied aufzuklären, ist mir bisher in zufriedenstellender Weise nicht gelungen; denn wollte man ihn allein auf die Verringerung der Intensität des Sonnenbildes schieben, so müssten auch Durchmessermessungen, die mit verschieden dunklen Blendgläsern oder bei unsichtigem Wetter angestellt sind, verschiedene Werte liefern. Bei Gelegenheit der Venusvorübergänge sind nun zu den Sonnenmessungen mehrfach auch verschiedene Blendgläser benutzt und deren Wirkungen genau untersucht worden. Es finden sich Angaben hierüber an verschiedenen Stellen des Bds. V der Bearbeitung der Venusvorübergänge. Ich führe die hier in Betracht kommenden an:

Bd. V. S. 486. Beob. des Sonnendurchm. in Aitken von Franz und Kobold. Benutzt 7 verschiedene Gläser.

(Hellstes Glas)	1 Abweich. v. Mittel:	Franz + 0.″24	Kobold + 0.″01
	2	—	+ 0.26
	3	+ 0.08	—
	III	—	(+ 0.19)[2])
	II	− 0.14	− 0.17
	I	(+ 0.16)[2])	(+ 0.05)[2])
Dunkelst. Glas	0	+ 0.04	+ 0.11.

1) An diese Zahlen hat Auwers ausserdem noch kleinere Korrektionen angebracht, welche von einer veränderten Annahme der Temperatur des Heliometerrohres abhängen, und die für Schur + 0.″06 und für Ambronn + 0.″08 betragen sollen. Diese Korrektionen hatten den Zweck, die Beobachtungen an allen 4 Heliometern, die an den verschiedensten Orten und unter verschiedenen Verhältnissen (immer ohne Benutzung eines Reversionsprismas) angestellt wurden, mit einander vergleichbar zu machen.

2) Die eingeklammerten Zahlen beruhen nur auf je einer Messung.

Auwers bemerkt dazu:

„Der Durchmesser wäre hiernach mit Blendglas II von Franz 0.″25, von Kobold 0.″28 kleiner gemessen als mit sämtlichen anderen Gläsern, welche alle innerhalb der m. F. übereinstimmend bei beiden Beobachtern +0.″11 als Abweichung vom Gesamtmittel ergeben. Da Bdgl. II aber gerade eines der Gläser von mittlerer Helligkeit war, und die dunkleren und die helleren genau denselben Durchmesser geben — die hellen Gläser des Schiebers auch an den Tagen, wo sie eigentlich für den Luftzustand zu schwach waren, und nur behufs der Vergleichung mit Dec. 6 benutzt wurden — kann die Abweichung nichts mit dem Blendglase zu tun haben, welches vielmehr zufällig fast ausschliesslich während einer Periode angewandt ist, in welcher die Durchmesser aus anderen Ursachen sich kleiner ergeben."

Band V Seite 516 und 522.

Die dortigen Bemerkungen beziehen sich auf Messungen Hartwig's, eines der zuverlässigsten Heliometerbeobachter. Die Messungen wurden in Bahia Blanca ausgeführt und zwar mit einem sehr schwachen und einem sehr dunklen Blendglas; als Unterschied fand sich nur der Betrag von 0.″02 mit einem mittleren Fehler von ± 0.″09. Eine andere Reihe liefert einen Unterschied von 0.″033 mit einem mittleren Fehler von ± 0.″08. In beiden Fällen ist also der gefundene Unterschied kleiner als sein mittlerer Fehler und daher eine Einwirkung der Stärke der Dämpfung des Sonnenlichtes nicht nachweisbar.

Band V Seite 524.

Dort sind aus Beobachtungsreihen von Wislicenus (Strassburg) aus dem Jahre 1883 die folgenden Resultate mitgeteilt:

gewöhnliches Blendglas: Sonnendurchmesser = 1920.400 aus 23 Beobachtungen
etwas schwächeres „ : „ „ = 1920.414 „ 40 „

Wenn auch hier die Verschiedenheit in der Dämpfung des Sonnenlichtes nicht gross gewesen sein dürfte, so übertrifft der Unterschied doch wohl gewiss denjenigen, welcher am Göttinger Heliometer durch die Zwischenschaltung des Reversionsprismas in der Intensität des Sonnenbildes hervorgebracht wird. Aber auch aus diesen Reihen, deren Schlussresultate gewiss sehr gut verbürgt sind (ihre mittleren Fehler betrugen ± 0.″071 resp. ± 0.″055), lässt sich ein Unterschied bei verschiedener Dämpfung nicht erkennen.

Band V Seite 543.

An dieser Stelle sind die Messungen von Franz mitgeteilt, welche dieser mit sehr ungleichen Blendgläsern ausgeführt hat. Ein irgendwie bemerkbarer Unterschied lässt sich aus den Messungen mit verschiedenen Bldgl. durchaus nicht erkennen. Die einzelnen zur Vergleichung herangezogenen Tagesmittel zeigen eine sehr konstante Auffassung und würden also für die Auffindung eines Einflusses der Dämpfung besonders vorteilhaft sein.

Des weiteren verweise ich nur noch auf die von Auwers auf den Seiten 547—552 desselben Bandes beigebrachten Daten hin, die schliesslich mit Evidenz

beweisen, dass weder eine verschiedene Dämpfung des Sonnenbildes durch Blendgläser noch auch durch dunstiges und nebeliches Wetter auf die Grösse des gemessenen Sonnendurchmessers von Einfluss zu sein braucht.

Dazu kommt schliesslich auch noch, wie die Untersuchungen am Kap gezeigt haben, dass die verschiedene Färbung des Sonnenbildes ebenfalls ohne Einfluss auf die Grösse des gemessenen Sonnendurchmessers zu sein scheint.

Danach ist wohl als sicher anzunehmen, dass die verschiedene Helligkeit des Sonnenbildes, wie sie durch verschiedene Blendgläser oder durch verschiedene Grösse und Oeffnung der benutzten Instrumente bedingt wird, nicht zur Erklärung der Unterschiede, welche die Sonnenmessungen an dem Fraunhofer'schen und dem Repsold'schen Heliometer, dort ohne und mit Benutzung des Prismas geliefert haben, herangezogen werden kann [1]).

Es wäre nicht unmöglich zu denken, dass das Auge bei Anwendung des Prismas auf eine andere Ebene akkomodiert und damit die Reduktion auf Normalstellung nicht richtig ausgeführt sei. Aber auch dieser Weg den Unterschied zu erklären erweist sich nicht als richtig, denn erstens würde er für den Unterschied zwischen Heliometer mit kleiner und grosser Oeffnung nicht anwendbar sein und zweitens liefern auch Fokusierungen auf Doppelsterne und auf den Polarstern, wie sie mit und ohne Prisma erhalten wurden, Resultate, die sich in bester Uebereinstimmung befinden. Durch die Zwischenschaltung des Prismas wird allerdings das Auge etwas weiter vom Okular entfernt, doch beträgt der Unterschied nur etwa 1.5 cm und es kann daher eine merkbare Aenderung der Entfernung zwischen Okular und Brennweite des Objektivs nicht herbeigeführt werden [2]). Würde eine Erwärmung des Okulars durch die Intensität der Sonnenstrahlen von so erheblichen Betrage eintreten, dass eine merkbare Aenderung der Aequivalentbrennweite des ersteren stattfände, so müsste sich diese in einer sehr erheblichen Verschlechterung der Sonnenbilder dartun, wenn sie Beträge erreichen sollte, die den Unterschied von $0''.5$ in den gemessenen Durchmessern erklären könnten. Aber von solchen Veränderungen der Bildqualität ist nichts wahrgenommen worden. Die Veränderung der Brennweite musste dann immerhin 0.6—0.8 Millm. betragen bei einer Aequivalentbrennweite von im Ganzen 15 Millm., was bei der geringen Wärmeabsorption des Glases ausgeschlossen ist. — Das einzige, was diese Zwischenschaltung bedingt ist, dass das Auge etwas weiter zurücktritt, aber eine Aenderung der optischen Verhältnisse findet so lange nicht statt, als die Flächen des Prismas als eben angesehen werden können, und diese Bedingung ist bei den sehr kleinen Dimensionen desselben sicher erfüllt.

Da die Methode der heliometrischen Messung der Scheibendurchmesser von Himmelskörpern ja darin besteht, dass man eine Stellung der Objektivhälften sucht, in der die beiden Bilder der Gestirne in eine solche Lage zu einander gebracht werden, dass sie bei der immer vorhandenen Unruhe der Bilder bald

1) Uebrigens sind nichtsdestoweniger weitere Kontrollmessungen in Göttingen im Gange.

2) Eine diesbezügl. Rechnung hat gezeigt, dass diese Aenderung nicht ganz 0.01 Millm. beträgt.

etwas übereinander greifen, bald um den scheinbar gleichen Betrag von einander abstehen, so würde vielleicht zur Erklärung der Differenz zwischen Fraunhofer'schen und Repsold'schen Heliometer noch der Umstand in Betracht zu ziehen sein, dass das Fokalbild für beide Instrumente natürlich ihrer Brennweite entsprechend verschieden gross ist; dadurch wird bei der Unruhe der Bilder, wie sie ja fast stets bei den Messungen in grösserem oder geringerem Masse vorhanden ist, das Uebereinandergreifen derselben einen von einander abweichenden Anblick gewähren, es wird nämlich das schmale linsenförmige Bildchen, welches durch das Uebereinandergreifen der Sonnenbilder die doppelte Helligkeit erhält, in beiden Fällen eine verschiedene Gestalt besitzen. Bei den grossen Bildern wird es aus zwei wenig gekrümmten Segmenten von geringer angulärer, aber grosser linearer Ausdehnung gebildet, bei den kleinen Bildern aber von solchen stärkerer Krümmung und geringer linearer Ausdehnung. Die Folge dieses Unterschiedes kann sehr wohl die sein, dass bei den kleinen Instrumenten ein stärkeres Uebereinandergreifen der Sonnenbilder erst denselben Intensitätseindruck macht, wie bei den grösseren Instrumenten ein geringeres Uebereinandergreifen. Wenn die Flächenausdehnung der linserförmigen Figur von doppelter Helligkeit im Verhältnis zur Grösse des Gesichtsfeldes physiologisch massgebend ist für den Eindruck der Helligkeit, so würde diese Erklärung des gefundenen Unterschiedes vielleicht annehmbar sein. Und unter dieser Voraussetzung könnte sie sogar zur Erklärung des Unterschiedes zwischen den Beobachtungen o h n e und m i t Prisma herangezogen werden, da durch Zwischenschaltung desselben zwar nicht die Grösse der Sonnenbilder, wohl aber diejenige des Gesichtsfeldes eine erhebliche Veränderung erleidet.

Anlage I.

Zusammenstellung der Fokal-Einstellungen.

Uebersicht über die Einstellungen des Okulars II auf Doppelsterne und auf den Polarstern.

1) Beobachter: Schur.

Tag		Stern	Okular II mm	t °
1889 Jan.	4.	ε Arietis	20.76	— 1.2
	5.	„	20.66	— 0.2
Febr.	12.	ζ Cancri	20.82	— 6.5
März	4.	ε Arietis	20.83	— 7.8
	22.	ζ Cancri	20.66	+ 0.9
Mai	31.	*P.* xx. 429	21.80	+ 21.8
Juni	1.	„	21.30	+ 19.7
	2.	„	21.66	+ 23.5
	5.	„	21.63	+ 20.4
	19.	„	21.64	+ 16.2
Aug.	20.	70 Ophiuchi	21.68	+ 15.7
Aug.	27.	Objektiv auseinander genommen.		
Okt.	4.	ε Arietis	21.41	+ 10.5
	6.	„	21.62	+ 9.0
	15.	70 Ophiuchi	20.87	+ 9.8
Novb.	13.	*P.* xx. 429	21.29	+ 1.1
	22.	„	20.96	— 0.9
Decb.	16.	ζ Cancri	21.14	— 3.8
1890 Jan.	31.	„	20.84	— 7.5
Febr.	1.	11 Monoc.	20.88	— 7.7
	2.	ε Arietis	21.21	— 3.6
	10.	ζ Cancri	21.35	— 5.8
April	14.	ζ′ Urs. maj.	21.57	+ 4.9
	29.	12 Lyncis	21.47	+ 7.0
Mai	4.	„	21.00	+ 10.7
	7.	70 Ophiuchi	21.31	+ 12.4
	19.	35 Comae	21.90	+ 17.4
	23/24.	α Urs. min.	21.54	+ 19.5
	28.	*P.* xx. 429	21.11	+ 12.0
Juni	3/4.	α Urs. min.	21.30	+ 17.8
	4.	*P* xx. 429	21.70	+ 15.6
	24.	α Urs. min.	21.56	+ 17.3
Juli	14.	70 Ophiuchi	21.25	+ 18.7
	15.	„	21.36	+ 21.4
Sept.	18/19.	α Urs. min.	21.49	+ 15.8
Okt.	12/13.	„	21.22	+ 11.6
	28/29.	„	21.27	+ 3.6

Tag		Stern	Okular II mm	t °
1890 Nov.	15/16.	α Urs. min.	21.55	+ 5.7
Decb.	6/7.	„	20.90	— 1.6
	9.	ι Cassiop.	21.25	— 3.0
	13.	*P.* xx. 429	21.05	— 4.3
	14.	„	20.92	— 5.8
		ι Cancri	20.72	— 8.5
	15.	α Urs. min.	20.90	— 5.5
		„	21.08	— 7.1
		P. xx. 429	21.06	— 8.7
	16.	„	21.24	— 9.5
	17.	„	20.81	— 6.7
		ι Cancri	20.92	— 11.8
1891 Febr.	7.	ι Orionis	21.02	— 0.8
	8.	35 Comae	21.36	— 1.6
	26.	ζ Cancri	21.08	+ 2.8
	27.	ι Cancri	21.06	+ 3.3
		α Urs. min.	21.25	+ 4.7
	28.	35 Comae	21.36	+ 3.0
März	13.	ζ Cancri	21.33	+ 4.3
	16.	α Urs. min.	21.56	+ 7.6
	23/24.	„	21.21	0.0
April	3/4.	„	21.01	+ 4.9
	24/25.	„	21.26	+ 8.3
Mai	4/5.	„	21.28	+ 9.8
	9/10.	„	21.23	+ 18.8
	23/24.	„	21.36	+ 17.8
	27.	λ Ophiuchi	21.34	+ 9.6
	29.	α Urs. min.	21.96	+ 21.0
Juni	8/9.	„	21.68	+ 17.7
	23/24.	„	21.41	+ 21.0
	25.	*P.* xx. 429	21.65	+ 20.7
Juli	13/14.	α Urs. min.	21.42	+ 18.5
	20/21.	„	21.92	+ 19.9
Sept.	10/11.	„	22.03	+ 17.3
	11.	70 Ophiuchi	21.31	+ 19.3
	23/24.	α Urs. min.	21.60	+ 11.9
	28/29.	„	21.51	+ 13.6

Tag	Stern	Okular II mm	t °
1891 Okt. 5/6.	α Urs. min.	21.37	+ 13.5
8.	Σ 941	21.53	+ 10.0
23.	„	21.64	+ 12.9
28.	„	21.39	+ 2.7
29/30.	α Urs. min.	21.38	+ 2.8
Novb. 8/9.	„	21.19	+ 0.1
28/29.	„	21.06	+ 1.5
Decb. 22.	„	21.13	— 2.9
23.	ξ Cancri	21.12	— 5.8
1892 Jan. 12/13.	α Urs. min.	21.33	— 0.9
21.	ε Orionis	21.13	— 9.2
März 6.	Σ 941	20.92	— 4.5
12/13.	α Urs. min.	21.23	+ 1.0
20/21.	„	21.30	+ 8.5
30/31.	„	21.27	+ 5.8
April 4/5.	„	21.50	+ 14.1
11/12.	„	21.35	+ 7.3
Mai 8/9.	„	21.57	+ 13.6
22/23.	„	21.64	+ 13.2
26.	λ Ophiuchi	21.81	+ 21.4
27.	„	21.34	+ 24.0
28.	„	21.46	+ 20.7
Juni 21/22.	α Urs. min.	21.47	+ 16.7
Juli 11/12.	„	21.58	+ 18.8
Sept. 12/13.	„	21.70	+ 18.2
Okt. 4/5.	„	21.37	+ 14.4
Novb. 23/24.	„	21.21	— 1.8
1893 Jan. 23.	ξ Cancri	20.98	— 12.2
Febr. 16.	„	21.24	+ 5.7
März 11/12.	α Urs. min.	21.54	+ 7.4
22/23.	„	21.46	+ 5.2
26/27.	„	21.57	+ 6.0
April 5/6.	„	21.43	+ 11.3
6.	ξ Cancri	21.37	+ 12.1
9/10.	α Urs. min.	21.46	+ 12.0
23/24.	„	21.45	+ 13.4
Mai 8/9.	„	21.41	+ 14.9
14/15.	„	21.63	+ 19.3
Juni 8/9.	„	21.46	+ 18.2
15/16.	„	21.50	+ 22.1
Juli 4/5.	„	21.57	+ 22.9
Aug. 3.	70 Ophiuchi	21.38	+ 17.8
3/4.	α Urs. min.	21.56	+ 19.7
Okt. 18/19.	„	21.31	+ 9.7
26.	70 Ophiuchi	21.20	+ 8.9
1894 Jan. 3.	ξ Cancri	20.99	— 8.6
März 20/21.	α Urs. min.	21.18	+ 4.9
23/24.	„	21.34	+ 8.7
26/27.	„	21.32	+ 9.5
April 24/25.	„	21.28	+ 14.9
Mai 8/9.	„	21.27	+ 14.2
15/16.	„	21.60	+ 18.8
24/25.	„	21.38	+ 16.0
Juni 27/28.	„	21.40	+ 17.3
Juli 2.	70 Ophiuchi	21.61	+ 24.0
5/6.	α Urs. min.	21.46	+ 17.7
23.	70 Ophiuchi	21.73	+ 20.7
23/24.	α Urs. min.	21.67	+ 22.1
Decb. 10/11.	„	21.29	— 0.3
1895 Febr. 24/25.	„	21.01	— 2.4
1895 März 6/7.	α Urs. min.	21.18	— 8.3
April 9/10.	„	21.28	+ 12.0
16/17.	„	21.38	+ 12.7
29/30.	„	21.42	+ 13.5
Mai 5/6.	„	21.32	+ 16.1
8/9.	„	21.50	+ 15.3
13/14.	„	21.46	+ 18.7
22/23.	„	21.50	+ 15.4
28.	70 Ophiuchi.	21.38	+ 13.6
28/29.	α Urs. min.	21.59	+ 17.8
Juni 20/21.	„	21.42	+ 17.1
Juli 1/2.	„	21.56	+ 21.9
16/17.	„	21.51	+ 18.7
Okt. 17/18.	„	21.25	+ 6.4
Novb. 16.	12 Lyncis	21.20	+ 12.5
1896 Jan. 21.	Σ 941	21.28	+ 1.4
27.	α Urs. min.	21.19	— 2.0
Febr. 15/16.	„	21.20	— 2.4
18.	ξ Cancri	21.08	+ 1.8
22/23.	α Urs. min.	21.26	— 1.0
Mai 1/2.	„	21.29	+ 7.2
5/6.	„	21.28	+ 9.6
7/8.	„	21.33	+ 11.1
31/1.	„	21.48	+ 15.4
Juni 3.	70 Ophiuchi	21.36	+ 18.3
3/4.	α Urs. min.	21.59	+ 22.0
Juli 6.	70 Ophiuchi	21.29	+ 13.3
9.	„	21.52	+ 22.2
9/10.	α Urs. min.	21.63	+ 23.8
11.	70 Ophiuchi	21.54	+ 16.8
13.	„	21.50	+ 17.4
14.	„	21.37	+ 18.3
14/15.	α Urs. min.	21.55	+ 20.8
25.	70 Ophiuchi	21.51	+ 16.7
Sept. 26/27.	α Urs. min.	21.45	+ 12.7
28/29.	„	21.33	+ 11.5
Okt. 26.	70 Ophiuchi	21.49	+ 8.2
29/30.	α Urs. min.	21.13	+ 8.0
Novb. 4/5.	„	21.07	+ 2.8
5/6.	„	21.15	+ 1.1
6/7.	„	21.27	+ 2.0
12/13.	„	21.11	+ 2.0
16/17.	„	21.11	+ 3.9
26.	Σ 941	20.96	— 3.2
29.	„	21.02	— 4.8
Decb. 15/16.	α Urs. min.	21.10	— 1.0
1897 Febr. 3.	Σ 941	21.51	— 7.1
17/18.	α Urs. min.	21.35	+ 0.2
19/20.	„	21.47	+ 5.4
März 12/13.	„	21.12	+ 3.7
April 3/4.	„	21.22	+ 3.3
5/6.	„	21.17	+ 3.3
27/28.	„	21.30	+ 16.5
Mai 4/5.	„	21.20	+ 10.7
16/17.	„	21.35	+ 15.3
20/21.	„	21.40	+ 14.9
29.	70 Ophiuchi	21.50	+ 14.0
30/31.	α Urs. min.	21.42	+ 21.5
Juni 21.	70 Ophiuchi	21.30	+ 12.8
22.	„	21.34	+ 15.6

Tag	Stern	Okular II mm	t °
1897 Juni 23/24.	α Urs. min.	21.44	+ 20.4
26/27.	„	21.43	+ 21.0
Juli 12.	70 Ophiuchi	21.34	+ 17.8
12/13.	α Urs. min.	21.40	+ 18.3
14/15.	„	21.54	+ 21.9
25/26.	„	21.55	+ 20.1
Aug. 2/3.	„	21.44	+ 19.8
10/11.	„	21.45	+ 19.5
Sept. 9/10.	„	21.69	+ 11.0
25/26.	„	21.46	+ 16.1
27.	70 Ophiuchi	21.22	+ 14.7
29/30.	α Urs. min.	21.37	+ 17.8
Okt. 4/5.	„	21.50	+ 8.8
14/15.	„	21.47	+ 12.8
23/24.	„	21.49	+ 9.3
Nov. 9/10.	„	21.29	+ 1.9
24/25.	„	21.38	+ 0.1
1898 Febr. 25/26.	„	21.32	+ 3.4
Marz 11/12.	„	21.35	+ 4.8
20/21.	„	21.31	+ 4.0
April 5.	Σ 941	21.11	+ 2.5
5/6.	α Urs. min.	21.46	+ 5.6
6.	Σ 941.	21.29	+ 6.0
Mai 1/2.	α Urs. min.	21.51	+ 18 9
13/14.	„	21.37	+ 11.4
22/23.	„	21.47	+ 16.7
Juni 7/8.	„	21.51	+ 21.7
10/11.	„	21.54	+ 21.4
14/15.	„	21.46	+ 14.8
26/27.	„	21.58	+ 17.1
Juli 15/16.	„	21.44	+ 16.0
21.	70 Ophiuchi	21.18	+ 12.1
24.	„	21.16	+ 14.0
26/27.	α Urs. min.	21.54	+ 14.3
Aug. 2.	70 Ophiuchi	21.47	+ 18.3
2/3.	α Urs. min.	21.53	+ 18.9
3.	70 Ophiuchi	21.37	+ 19.4
6.	„	21.39	+ 19.9
12.	„	21.44	+ 20.0
12/13.	α Urs. min.	21.38	+ 20.1
14/15.	„	21.45	+ 22.5
Nov. 1/2.	„	21.30	+ 6.1
8/9.	„	21.35	+ 2.7
18/19.	„	21.40	+ 4.3
20/21.	„	21.34	+ 2.3
22/23.	„	21.39	+ 1.5
Decb. 5.	Σ 941	21.22	+ 4.7
6/7.	α Urs. min.	21.38	+ 5.5
1899. Jan. 25/26.	„	21.06	— 2.0
27.	Σ 941	21.08	— 4.2
31.	„	21.18	— 3.3
Febr. 4.	„	21.01	— 2.7
5/6.	α Urs. min.	21.30	— 2.5
14/15.	„	21.28	+ 9.9
21/22.	„	21.18	+ 1.9
25.	Σ 941	21.15	— 2.4
26/27.	α Urs. min.	21.16	— 2.2
März 5/6.	„	21.34	— 0.5
11/12.	„	21.30	+ 5.7
14.	Σ 941	21.25	+ 6.0

Tag	Stern	Okular II mm	t °
1899 März 17.	Σ 941	21.17	+ 4.7
23.	„	21.21	— 5.9
24.	„	21.14	— 4.8
24/25.	α Urs. min.	21.17	— 0.8
April 0.1.	„	21.32	+ 7.7
17/18.	„	21.37	+ 8.8
Mai 16/17.	„	21.33	+ 15.6
30/31.	„	21.36	+ 14.3
Juni 4/5.	„	21.51	+ 18.4
18/19.	„	21.44	+ 20.7
27/28.	„	21.50	+ 17.8
Juli 9/10.	„	21.49	+ 19.4
17.	70 Ophiuchi	21.53	+ 19.5
18.	„	21.35	+ 18.5
19.	„	21.21	+ 19.2
21/22.	α Urs. min.	21.50	+ 24.2
25.	70 Ophiuchi	21.49	+ 19.2
25/26.	α Urs. min.	21.49	+ 20.2
Aug. 1/2.	„	21.59	+ 19.0
8/9.	„	21.41	+ 18.5
13/14.	„	21.43	+ 18.2
Nov. 1.	„	21.41	+ 9.6
4.	70 Ophiuchi	21.36	+ 14.9
4/5.	α Urs. min.	21.43	+ 15.9
5/6.	„	21.44	+ 10.5
Decb. 10/11.	„	21.15	— 7.0
20.	Σ 941	21.10	— 6.1
22/23.	α Urs. min.	21.04	— 5.3
1900 Jan. 20/21.	„	21.09	+ 1.6
Febr. 7.	Σ 941	21.13	— 9.4
8.	„	20.98	— 5.7
11/12.	α Urs. min.	21.24	— 2.2
23/24.	„	21.33	+ 11.0
25/26.	„	21.39	+ 10.2
März 9/10.	„	21.38	+ 2.8
11/12.	„	21.43	+ 7.9
18/19.	„	21.37	+ 3.1
28.	„	21.43	+ 4.0
April 1/2.	„	21.33	+ 1.1
19/20.	„	21.36	+ 11.7
27/28.	„	21.45	+ 7.6
Mai 1/2.	„	21.47	+ 13.0
4/5.	„	21.42	+ 14.4
6/7.	„	21.43	+ 21.7
13/14.	„	21.44	+ 9.9
27/28.	„	21.46	+ 15.1
Juni 29/30.	„	21.53	+ 17.4
Juli 10/11.	„	21.52	+ 15.1
17.	70 Ophiuchi	21.30	+ 20.1
17/18.	α Urs. min.	21.53	+ 24.4
18.	70 Ophiuchi	21.14	+ 18.4
19.	„	21.23	+ 21.6
24.	„	21.21	+ 21.6
„	λ Ophiuchi	21.17	+ 21.4
24/25.	α Urs. min.	21.43	+ 25.7
25.	70 Ophiuchi	21.27	+ 23.1
27.	„	21.32	+ 19 6
Aug. 0/1.	α Urs. min.	21.54	+ 20.5
19/20.	„	21.43	+ 22.8
Okt. 3/4.	„	21.33	+ 11.6

Tag	Stern	Okular II mm	t °
1900 Oct. 5.	70 Ophiuchi	21.22	+ 15.3
7/8.	α Urs. min.	21.44	+ 14.4
8.	70 Ophiuchi	21.39	+ 17.3
9.	„	21.35	+ 18.6
Nov. 5/6.	α Urs. min.	21.38	+ 8.1
8.	70 Ophiuchi	21.17	+ 9.2
12.	„	21.05	+ 4.0
1900 Dec. 7/8.	α Urs. min.	21 33	+ 0.9
1901 Jan. 9.	Σ 941	21.31	— 5.0
9/10.	α Urs. min.	21.33	— 8.1
10.	Σ 941	21.15	— 7.0
14.	„	21.04	— 10.7
16.	ε Arietis	21.09	— 7.0
17.	„	21.08	— 8.3

2) Beobachter: Ambronn.

1889 Aug. 29.	ε Arietis	21.89	+ 13.4	1891 Juni 23.	*P.* xx 429	21.78	+ 18.4
Sept. 1.	„	21.56	+ 15.0	24/25.	α Urs. min.	22.19	+ 22.8
7.	„	21.74	+ 13.0	25.	*P.* xx 429	21.94	+ 20.8
1890 Jan. 31.	ζ Cancri	21.28	— 7.4	Juli 2/3.	α Urs. min.	21.99	+ 22.4
Febr. 1.	ξ Orionis	21.31	— 7.7	17/18.	„	21.92	+ 22.5
10.	ζ Cancri	21 56	— 5.9	Aug. 10.	20 Pegasi	21.64	+ 14.4
20.	„	21.40	— 4.4	16/17.	α Urs. min.	21.62	+ 16.6
März 12.	„	21.38	+ 3.2	19.	p Ophiuchi	21.66	+ 14.1
Mai 7.	p Ophiuchi	21.42	+ 12.1	26/27.	α Urs. min.	22.11	+ 21.9
15/16.	α Urs min.	21.90	+ 19.3	27.	ε Arietis	21.91	+ 19.8
Juni 4/5.	„	21.67	+ 21.9	Sept. 3/4.	α Urs. min.	21.98	+ 22.2
25/26.	„	21.49	+ 20.4	Okt. 28/29.	„	21.52	+ 4.7
Juli 13/14.	„	21.53	+ 18.0	Nov. 4/5.	„	21.49	+ 2.9
Aug. 1/2.	„	22.08	+ 23.1	Decb. 17/18.	„	21.29	— 2.2
15/16.	„	21.80	+ 19.7	22/23.	„	21.40	— 2.9
22.	20 Pegasi	21.93	+ 11.8	1892 Jan. 7.	ε Arietis	21.37	— 1.2
25/26.	α Urs. min.	22.07	+ 16.3	13.	*P.* xx. 429	21.30	— 3.6
30.	ε Arietis	21.69	+ 10.2	17.	η Orionis	21.34	— 3.6
Sept. 1.	*P.* xx. 429	21.90	+ 9.6	19.	ξ Urs. maj.	21.39	— 5.9
1/2.	α Urs min.	21.84	+ 11.6	20.	„	21.16	— 8.6
12/13.	„	22.05	+ 15.4	21.	η Orionis	21.21	— 9.0
13.	20. Pegasi	21.94	+ 9.6		ξ Urs. maj.	21.19	— 9.4
Okt. 20/21.	α Urs. min.	21.37	+ 3.7	29/30.	α Urs. min.	21.28	— 4.9
Nov. 6/7.	„	21.96	+ 5.9	März 23/24.	„	21.27	+ 3.8
7/8.	„	21.87	+ 8.1	29/30.	„	21.42	+ 4.6
12/13.	„	21.60	+ 4.7	April 3.	Σ 941	21.55	+ 8.2
27.	„	21.07	— 7.5	5/6.	α Urs. min.	21.70	+ 14.4
Decb. 8/9.	„	21.13	— 2.2	12/13.	„	21.43	+ 7.5
14/15.	„	21.00	— 6.9	Mai 11/12.	„	21.72	+ 15.3
	„	21.21	— 6.4	23/24.	„	21.74	+ 17.6
	„	21.16	— 7.0	Juni 9/10.	„	21.84	+ 21.2
15/16.	„	21.04	— 11.4	16/17.	„	21.78	+ 17.2
	„	21 07	— 11.7	27/28.	„	21.90	+ 23.2
28/29.	„	21.07	— 5.5	Aug. 15/16.	„	21.90	+ 22.1
29.	ε Arietes	21.05	— 12.2	19.	70 p Ophiuchi	21.97	+ 26.2
1891 Jan. 2.	„	21.11	— 8.2	23/24.	α Urs. min.	21.93	+ 25.2
27/28.	α Urs. min.	21.38	+ 4.8	28/29.	„	21.79	+ 19.3
28/29.	„	21.42	+ 5.1	Nov. 2/3.	„	21.49	+ 9.4
Febr. 8/9.	„	21.35	— 0.6	25/26.	„	21.35	— 1.2
22/23.	„	21.34	+ 0.3	Decb, 23.	ε Arietis	21.30	— 3.7
März 5/6.	„	21.47	+ 9.2	1893 Jan. 3.	„	21.06	— 14.5
19/20.	„	21.51	+ 2.0	Febr. 5/6.	α Urs. min.	21.10	— 3.0
Mai 3/4.	„	21.83	+ 16.1	März 12/13.	„	21.58	+ 12.2
10/11.	„	21.92	+ 21.9	24/25.	„	21.48	+ 7.6
28/29.	„	21.71	+ 19.0	April 6/7.	„	21.71	+ 12.7

Tag	Stern	Okular II mm	t °
1893 April 24/25.	α Urs. min.	21.65	+ 15.0
Juni 14/15.	„	21.83	+ 22.3
18/19.	„	22.11	+ 23.6
Juli 2/3.	„	21.98	+ 22.9
Aug. 8/9.	„	21.73	+ 19.8
17/18.	„	21.81	+ 22.3
Sept. 28.	„	21.64	+ 12.7
1894 Febr. 20/21.	„	21.38	— 0.6
März 28/29.	„	21.87	+ 10.3
April 8/9.	„	21.76	+ 16.8
Mai 16/17.	„	21.86	+ 20.5
Juni 29/30.	„	21.94	+ 19.6
Juli 6/7.	„	21.96	+ 21.9
24/25.	„	22.06	+ 24.4
Sept. 5.	ε Arietis	21.63	+ 12.9
13/14.	α Urs. min.	21.76	+ 11.3
Nov. 6/7.	„	21.40	+ 6.9
Decb. 9/10.	„	21.46	+ 0.0
1895 März 5/6.	„	21.10	— 7.3
6.	Σ 941	21.22	— 8.0
7.	„	21.20	— 7.9
Mai 6/7.	α Urs. min.	21.96	+ 16.0
„	„	21.97	+ 15.8
29/30.	„	21.72	+ 18.9
Juni 7/8.	„	21.97	+ 21.0
21/22.	„	22.03	+ 18.8
Juli 18/19.	„	21.92	+ 22.8
Aug. 22/23.	„	22.10	+ 24.7
Sept. 22.	„	21.70	+ 15.8
5.	12 Lyne	21.88	+ 21.0
Okt. 0/1.	α Urs. min.	21.83	+ 14.7
Nov. 21/22.	„	21.39	+ 1.4
26/27.	„	21.41	— 0.5
1896 Jan. 23/24.	„	21.34	— 0.2
Febr. 18/19.	„	21.41	+ 3.6
26/27.	„	21.47	+ 0.2
März 21/22.	„	21.58	+ 11.0
April 10/11.	„	21.67	+ 9.4
Mai 3/4.	„	21.76	+ 9.0
8/9.	„	21.76	+ 12.5
11.	„	21.75	+ 11.8
11/12.	ι Cassiop	21.57	+ 12.7
22/23.	α Urs. min.	21.66	+ 16.6
Juni 1/2.	„	21.90	+ 18.9
3.	70 p Ophiuchi	21.80	+ 17.6
Juli 6.	„	21.78	+ 12.4
6/7.	α Urs. min.	21.82	+ 15.3
13/14.	„	21.96	+ 18.9
9.	70 p Ophiuchi	21.96	+ 21.2
13.	„	21.82	+ 16.7
20/21.	α Urs. min.	21.83	+ 19.5
Aug. 10/11.	„	21.69	+ 17.1
16/17.	„	21.73	+ 13.0
Okt. 7/8.	„	21.88	+ 15.9
12/13.	„	21.69	+ 10.4
Nov. 25/26.	„	21.51	— 0.5
Decb. 2/3.	„	21.30	— 2.2
16/17.	„	21.23	— 2.4
1897 Jan. 4/5.	„	21.24	— 2.1
Febr. 15/16.	„	21.35	— 4.0
April 9/10.	„	21.42	+ 7.6
21/21.	„	21.53	+ 7.9

Tag	Stern	Okular II mm	t °
1897 April 26/27.	α Urs. min.	21.85	+ 17.3
Mai 2/3.	„	21.76	+ 13.1
7/8.	„	21.68	+ 11.8
25/26.	„	21.68	+ 15.2
26.	ζ Urs. maj.	21.62	+ 14.3
Juni 0/1.	α Urs. min.	21.85	+ 20.5
1.	ζ Urs. maj.	21.80	+ 19.2
10/11.	α Urs. min.	21.79	+ 15.7
20/21.	„	21.75	+ 14.9
Juli 10/11.	„	21.67	+ 16.8
Aug. 3/4.	„	21.87	+ 18.7
12/13.	„	21.82	+ 19.1
29/30.	„	21.99	+ 19.3
Sept. 10/11.	„	21.66	+ 11.1
23/24.	„	21.67	+ 15.8
Nov. 8/9.	„	21.50	+ 2.9
15/16.	„	21.43	+ 4.0
Decb. 15/16.	„	21.38	+ 5.3
21/22.	„	21.50	— 0.8
27.	Σ 941	21.39	+ 0.1
27/28.	α Urs. min.	21.43	+ 2.6
1898 Jan. 7/8.	„	21.42	+ 3.8
8.	ζ Urs. maj.	21.47	+ 1.3
13/14.	α Urs. min.	21.49	+ 2.7
18/19.	„	21.47	+ 0.3
24/25.	„	21.50	+ 5.3
März 4.	Σ 941	21.36	+ 0.3
28/29.	α Urs. min.	21.54	+ 5.4
April 8/9.	„	21.75	+ 14.8
Mai 3/4.	„	21.70	+ 14.3
4/5.	„	21.67	+ 12.8
Juni 3/4.	„	21.74	+ 13.3
4.	Saturn	21.61	+ 11.1
9/10.	α Urs. min.	21.81	+ 21.3
17/18.	„	21.73	+ 17.2
23/24.	„	21.89	+ 15.6
Juli 14/15.	„	21.72	+ 15.4
25/26.	„	21.77	+ 16.1
26.	70 p Ophiuchi	21.61	+ 11.9
Aug. 1/2.	α Urs. min.	21.78	+ 18.2
15/16.	„	21.89	+ 23.4
21/22.	„	22.05	+ 21.6
31.	5 Lyrae	21.57	+ 11.8
Sept. 6/7.	α Urs. min.	21.73	+ 15.8
13/14.	„	21.74	+ 17.3
Nov. 7.	20 Pegasi	21.45	+ 4.5
7/8.	α Urs. min.	21.49	+ 4.8
17/18.	„	21.65	+ 6.5
Dec. 20/21.	„	21.39	+ 1.2
21/22.	„	21.44	0.0
1899 Jan. 8/9.	„	21.50	+ 4.8
27/28.	„	21.44	— 3.6
31.	ι Orionis	21.43	— 2.0
Febr. 3.	241 Ceph.	21.31	— 6.5
10/11.	α Urs. min.	21.65	+ 11.6
17/18.	„	21.56	+ 6.2
22/23.	„	21.48	+ 3.0
27/28.	„	21.43	+ 0.5
April 12/13.	„	21.61	+ 5.4
21/22.	„	21.59	+ 5.5
Mai 29/30.	„	21.52	+ 11.9
Juni 5/6.	„	21.84	+ 20.6

Tag	Stern	Ocular II mm	t °
1899 Juni 19/20.	α Urs. min.	21.93	+ 19.0
28/29.	„	21.80	+ 20.6
Juli 10/11.	„	21.84	+ 21.6
19/20.	„	21.91	+ 21.2
27/28.	„	21.69	+ 18.5
Aug. 9/10.	„	21.70	+ 18.5
25/26.	„	21.79	+ 17.4
Sept. 3/4.	„	21.63	+ 17.0
22/23.	„	21.65	+ 12.5
Nov. 15/16.	„	21.40	+ 4.0
20/21.	„	21.44	+ 2.0
Dec. 12.	ε Arietis	21.10	— 11.2
21/22.	α Urs. min.	21.16	— 6.0
1900 Jan. 14/15.	„	21.44	+ 6.6
Febr. 7/8.	„	21.28	— 4.7
12/13.	„	21.41	— 1.4
März 8/9.	„	21.36	+ 2.7
19/20.	„	21.47	+ 4.8
April 5/6.	„	21.58	+ 7.4
23/24.	„	21.52	+ 12.1
Mai 3/4.	„	21.68	+ 13.3
10/11.	„	21.69	+ 8.7
16/17.	„	21.72	+ 10.5
Juni 3/4.	„	21.97	+ 20.8
10/11.	„	21.98	+ 19.8
Juli 11/12.	„	21.80	+ 17.8
18/19.	„	21.96	+ 22.0
25/26.	„	22.12	+ 26.5
27.	70 Ophiuchi	21.96	+ 21.3
Aug. 15/16.	α Urs. min.	21.98	+ 19.6
Sept. 15/16.	„	21.67	+ 13.4
21/22.	„	21.73	+ 13.8
28/29.	„	21.74	+ 15.2
1901 Jan. 1/2.	„	21.02	— 8.0
3.	γ Ceti	21.06	— 14.6
3.	ε Arietis	21.09	— 15.3
5.	„	21.10	— 12.5
6/7.	α Urs. min.	21.02	— 9.8
14/15.	„	21.06	— 11.6
17.	ε Arietis	21.09	— 10.0
Febr. 6/7.	α Urs. min.	21.39	— 1.0
1901 Febr. 18/19.	α Urs. min.	21.36	— 3.0
März 25/26.	„	21.41	— 3.0
April 19/20.	„	21.69	+ 10.8
24/25.	„	21.56	+ 12.9
Mai 2/3.	„	21.61	+ 12.3
9/10.	„	21.61	+ 15.5
14/15.	„	21.74	+ 16.3
21/22.	„	21.76	+ 15.5
29/30.	„	21.83	+ 20.6
Juni 7/8.	„	21.74	+ 16.5
19.	„	21.68	+ 13.2
Juli 12/13.	„	21.89	+ 22.9
Aug. 9/10.	„	21.90	+ 20.3
16/17.	„	21.88	+ 17.6
Sept. 19/20.	„	21.74	+ 16.0
Okt. 15/16.	„	21.48	+ 8.4
28/29.	„	21.61	+ 7.8
Nov. 22/23.	„	21.44	+ 1.6
Dec. 4/5.	„	21.44	+ 1.4
15/16.	„	21.32	— 2.0
1902 Febr. 9/10.	„	21.38	+ 0.4
13.	„	21.20	— 9.8
23/24.	„	21.44	+ 0.5
März 3/4.	„	21.41	+ 2.1
10/11.	„	21.36	+ 1.9
13/14.	„	21.41	+ 4.0
April 9/10.	„	21.57	+ 10.0
18/19.	„	21.71	+ 13.6
27/28.	„	21.54	+ 8.3
Mai 27/28.	„	21.65	+ 15.8
28.	„	21.60	+ 16.1
Juni 18/19.	„	21.61	+ 14.2
26/27.	„	21.66	+ 18.2
Juli 14/15.	„	21.84	+ 22.1
Aug. 22/23.	„	21.78	+ 17.3
27.	„	21.79	+ 14.3
Sept. 19/20.	„	21.68	+ 11.4
Nov. 4/5.	„	21.51	+ 5.6
5.	12 Lyncis	21.44	+ 5.8
17/18.	α Urs. min.	21.37	— 3.0
21.	ε Arietis	21.32	— 6.1

Anlage II.

Messung des Polbogens.

Beobachtungen des Polbogens zur Bestimmung des Temperatur-Koeffizienten.

Beobachter: Schur.

Tag		t	$N-O$	Gemessene Distanz	Reduc. Distanz	Mittel	Bildbeschaffenheit R	S
1890 Mai	19.	+ 16.8°	— 0.39	169.4417	169.4654	169.4595	2	3
		+ 16.5	— 0.40	4287	4535			
	22.	+ 14.5	— 0.24	4040	4483	4622	2	3
		+ 14.6	— 0.24	4304	4760			
	23.	+ 15.0	— 0.24	4141	4573	4592	2	3
		+ 14.8	— 0.24	4165	4611			
Juni	3.	+ 14.7	— 0.15	4093	4513	4480	3	2
		+ 14.4	— 0.16	4021	4447			
	4.	+ 18.4	— 0.05	4116	4605	4620	3	3
		+ 17.9	— 0.06	4134	4634			
Juli	14.	+ 20.2	— 0.18	4121	4693	4682	2	2
		+ 20.2	— 0.18	4085	4670			
	15.	+ 22.4	+ 0.09	3906	4667	4715	2	2
		+ 21.9	+ 0.08	3996	4763			
Aug.	1.	+ 20.6	+ 0.05	3988	4662	4560	3	3
		+ 20.3	+ 0.05	3796	4457			
Nov.	27.	— 9.5	— 0.41	3853	4164	4196	3	3
		— 9.7	— 0.41	3901	4227			
	28.	— 8.8	0.00	3879	4423	4405	2	3
		— 8.8	0.00	3848	4386			
Decb.	7.	— 2.1	+ 0.13	3730	4345	4363	2	3
		— 2.4	+ 0.12	3789	4380			
	9.	— 3.2	+ 0.01	3816	4325	4244	3	3
		— 3.3	0.00	3663	4163			
	14.	— 6.8	+ 0.03	3733	4304	4285	3	3
		— 6.9	+ 0.03	3681	4265			
	15.	— 8.5	+ 0.03	3656	4180	4174	2	3
		— 8.5	+ 0.03	3648	4168			
	17.	— 9.6	+ 0.16	3505	4309	4363	2	2
		— 9.6	+ 0.16	3596	4417			
1891 Juni	25.	+ 21.9	— 0.01	4128	4716	4675	3	3
		+ 21.8	— 0.01	4044	4634			
	28.	+ 19.7	— 0.08	3931	4537	4613	2	2
		+ 19.4	— 0.08	4068	4688			
Juli	19.	+ 16.9	— 0.08	4021	4735	4692	2	3
		+ 16.8	— 0.08	3933	4649			
	23.	+ 16.7	— 0.02	3933	4685	4690	2	3
		+ 16.5	— 0.02	3940	4694			

Tag	t	$N-O$	Gemessene Distanz	Reduc. Distanz	Mittel	R	S
1892 Febr. 16.	— 5.6	+ 0.11	169.3609	169.4329	169.4293	2	2
	— 5.6	+ 0.11	3556	4257			
18.	— 4.3	+ 0.10	3713	4362	4275	2	2
	— 4.3	+ 0.10	3550	4188			
März 4.	— 6.1	+ 0.07	3646	4121	4187	3	3
	— 6.3	+ 0.06	3768	4252			
6.	— 5.0	+ 0.12	3721	4238	4189	3	3
	— 5.2	+ 0.12	3633	4140			
Mai 26.	+ 23.4	— 0.14	4365	4695	4704	3	2
	+ 22.9	— 0.15	4377	4712			
27.	+ 25.0	— 0.10	4341	4693	4700	3	3
	+ 24.6	— 0.10	4343	4707			
28.	+ 21.4	— 0.02	4105	4663	4712	2	3
	+ 21.2	— 0.03	4191	4761			
1893 Jan. 3.	— 11.7	— 0.01	3761	4249	4240	3	3
	— 12.0	— 0.02	3741	4230			
17.	— 16.6	— 0.03	3599	4409	4314	3	4
	— 17.0	— 0.04	3413	4218			
1894 Jan. 4.	— 13.1	+ 0.01	3714	4264	4259	2	3
	— 13.0	+ 0.01	3686	4253			
Juli 2.	+ 25.1	+ 0.05	4168	4842	4874	3	3
	24.6	+ 0.05	4208	4905			
23.	+ 20.3	— 0.12	4060	4716	4705	3	3
	20.2	— 0.13	4037	4693			
24.	+ 23.6	+ 0.01	4045	4784	4811	3	3
	23.4	+ 0.01	4089	4838			

Tag	t	$N-O$	Korr. von $N-O$	Gemessene Distanz	Reducirte Distanz	Mittel	Mittel nach der Neu-Reduction	R	S
1897 Juni 23.	+ 20.4	+ 0.08	+ 0.01	169.4079	169.4749	169.4810	169.4766	3	3
	20.2	+ 0.08		4188	4871				
25.	+ 21.0	+ 0.07	0	4180	4857	4843	4801	2	3
	20.4	+ 0.06		4147	4828				
29.	+ 24.8	0.00	— 0.09	4171	4850	4895	4843	2	3
	24.4	— 0.01		4268	4940				
Aug. 3.	+ 20.2	+ 0.06	— 0.01	4001	4810	4855	4812	3	2
	20.1	+ 0.06		4091	4900				
4.	+ 21.2	+ 0.08	+ 0.01	4039	4853	4801	4757	3	3
	21.0	+ 0.08		3932	4749				
1898 Aug. 3.	+ 18.7	+ 0.03	— 0.03	4171	4921	4868	4830	2	3
	18.6	+ 0.03		4097	4814				
6.	+ 19.8	+ 0.06	— 0.01	3958	4767	4832	4789	2	3
	19.8	+ 0.06		4105	4896				
1899 Decb. 20.	— 7.5	+ 0.04	+ 0.12	3808	4496	4434	4483	3	3
	7.6	+ 0.04		3650	4372				
1900 Febr. 7.	— 4.0	+ 0.01	+ 0.09	3821	4455	4375	4424	3	3
	4.2	+ 0.01		3632	4294				
8.	— 7.7	+ 0.04	+ 0.15	3668	4448	4475	4543	2	3
	7.7	+ 0.04		3735	4501				
Juli 16.	+ 26.0	— 0.02	— 0.24	4296	5015	5063	4927	3	3
	25.8	— 0.02		4388	5110				
17.	+ 19.2	+ 0.01	— 0.14	4174	4882	4885	4792	3	3
	19.1	+ 0.01		4186	4888				

Tag		t	$N-O$	Korr. von $N-O$	Gemessene Distanz	Reducirte Distanz	Mittel	Mittel nach der Neu-Reduction	R	S
1900 Juli	18.	+ 19.9	+ 0.05	− 0.11	169.3986	169.4770	169.4829	169.4726	3	3
		19.8	+ 0.05		4092	4879				
	19.	+ 23.1	+ 0.01	− 0.18	4144	4896	5021	4907	3.4;	3.4
		22.7	0.00		4399	5146				
	25.	+ 25.0	+ 0.13	− 0.08	4204	5024	4997	4865	3	3
		24.9	+ 0.13		4145	4969				
1901 Jan.	9.	− 5.2	− 0.20	− 0.10	3849	4429	4499	4564	3	4
		5.3	− 0.21		3970	4568				
	10.	− 7.2	− 0.10	+ 0.02	3963	4606	4567	4637	3	3
		7.3	− 0·09		3854	4527				
	15.	− 8.0	− 0.07	+ 0.07	3943	4500	4500	4586	3	3
		7.9	− 0.07		3929	4499				
	16.	− 6.7	− 0.04	+ 0.08	3817	4421	4478	4553	3	3
		6.7	− 0.04		3913	4535				
	17.	− 8.1	− 0.11	+ 0.03	3842	4433	4396	4485	2	3
		8.1	− 0.11		3750	4358				

Beobachter: Ambronn.

Tag		Jahres-Teil 1895.0	t	$N-O$	Gemessene Distanz	Reducirte Distanz	Mittel	R	S
1890 Mai	19.	− 4.62	+ 16.5	+ 0.11	169.3941	169.4529	169.4542	3	3
					3940	4555			
	22.	− 4.61	+ 15.0	+ 0.08	3960	4547	4552	3	2
					3955	4557			
	23.	− 4.61	+ 16.0	+ 0.10	3953	4531	4522	3	2
					3921	4512			
	24.	− 4.60	+ 17.0	+ 0.13	4003	4549	4508	3	3
					3904	4468			
Juli	17.	− 4.45	+ 22.5	+ 0.46	3583	4549	4592	3.4;	3.4
					3655	4635			
Aug.	17.	− 4.37	+ 22.0	+ 0.10	3853	4688	4727	2.3;	3.4
					3932	4766			
	18.	− 4.37	+ 23.8	+ 0.15	3678	4536	4544	3	2.3
					3695	4553			
Novb.	27.	− 4.09	− 8.3	+ 0.19	3458	4095	4102	3	2.3
					3474	4109			
	28.	− 4.09	− 8.5	+ 0.04	3502	4049	4136	3	2
					3672	4223			
Decb.	29.	− 4.01	− 7.5	+ 0.21	3360	4249	4188	2.3;	3.4
					3228	4128			
	29.	− 4.00	− 11.5	+ 0.31	3205	4124	4149	2.3;	3.4
					3233	4172			
	29.	− 4.00	− 12.0	− 0.20	3562	4248	4208	2.3;	3
					3477	4169			
	30.	− 4.00	− 10.0	+ 0.15	3324	4185	4182	2.3;	2.3
					3310	4178			
	31.	− 4.00	− 8.7	+ 0.18	3390	4146	4194	3	3
					3488	4243			
1891 Jan.	1.	− 4.00	− 9.5	+ 0.16	3288	4154	4136	3	2
					3239	4118			

Tag		Jahres-Teil 1895.0	t	$N-O$	Gemessene Distanz	Reducirte Distanz	Mittel	R	S
1891 Jan.	10.	— 3.97	— 11.0	+ 0.03	169.3474	169.4140	169.4138	2.3	3.4
			— 11.5	+ 0.01	3453	4136			
	26.	— 3.93	+ 0.8	+ 0.02	3562	4307	4314	3.4	2
					3591	4322			
Juni	25.	— 3.52	+ 21.4	+ 0.08	4044	4712	4654	3	3.4
					3920	4595			
	28.		+ 20.0	+ 0.05	3778	4440	4470	3	2.3
					3828	4500			
Aug.	26.	— 3.35	+ 19.0	+ 0.08	3956	4772	4692	3	3
					3928	4738			
					3826	4625			
					3840	4635			
	27.	— 3.34	+ 23.0	— 0.02	4017	4777	4724	3	3
					3891	4647			
					3988	4739			
			+ 22.5	— 0.04	3985	4734			
Sept.	1.	— 3.33	+ 18.5	+ 0.06	3773	4575	4640	3	3
					3910	4706			
	2.	— 3.33	+ 18.5	+ 0.06	3857	4655	4642	3	3
					3840	4629			
	3.	— 3.33	+ 23.5	— 0.01	4009	4769	4812	3	3.4
				— 0.02	4054	4803			
				— 0.03	4138	4876			
			+ 22.5	— 0.04	4081	4798			
	4.	— 3.32	+ 18.5	+ 0.06	3900	4693	4712	3.4	3.4
					3948	4732			
1892 Jan.	19.	— 2.95	— 5.8	0.00	3484	4181	4280	3	3
				0.00	3692	4380			
	20.	— 2.95	— 8.0	0.00	3586	4356	4308	3	2.3
				— 0.01	3529	4287			
				+ 0.04	3612	4272		3	3
			— 8.5	+ 0.04	3670	4318			
	21.	— 2.94	— 9.8	0.00	3530	4265	4298	3	2.3
				0.00	3604	4332			
Mai	26.	— 2.60	+ 25.0	+ 0.12	4356	4831	4852	3	3
				+ 0.12	4393	4872			
	27.	— 2.60	+ 26.0	+ 0.10	4378	4849	4796	2.3	2.3
				+ 0.10	4268	4744			
Juni	10.	— 2.56	+ 19.8	— 0.10	4066	4547	4510	3.4	3.4
				— 0.10	3980	4473			
	28.	— 2.51	+ 23.5	— 0.02	4086	4733	4744	3.4	2
				— 0.02	4087	4755			
Aug.	19.	— 2.37	+ 27.3	+ 0.08	3920	4726	4732	3.4	2.3
				+ 0.08	3929	4739			
	20.	— 2.36	+ 22.5	+ 0.11	3814	4660	4663	3	2.2
				+ 0.11	3822	4666			
	24.	— 2.35	+ 25.9	+ 0.10	3938	4765	4818	3	3.4
				+ 0.10	4045	4872			
1893 Jan.	3.	— 1.99	— 12.5	— 0.01	3554	4116	4014	4	4
			— 13.0	— 0.02	3336	3911			
	7.	— 1.98	— 8.0	+ 0.05	3640	4311	4284	3	3.4
				+ 0.05	3563	4256			
	17.	— 1.95	— 15.5	0.00	3134	3885	4109	3.4	3.4
				0.00	3444	4221		3.4	3
Juli	8.	— 1.48	+ 25.0	+ 0.03	4110	4826	4805	3.4	3
					4058	4784		4	4
Aug.	18.	— 1.37	+ 25.2	+ 0.13	4065	4909	4914	3.4	2.3
					4077	4918		3	3

Tag		Jahres-Teil 1895.0	t	$N-O$	Gemessene Distanz	Reducirte Distanz	Mittel	R	S
1894 Jan.	4.	— 0.99	— 14.7	+ 0.03	169.3561	169.4350	169.4331	3	4
			— 14.3	+ 0.04	3497	4312			
1895 Febr.	7.		— 16.8	0.00	3586	4362	4381	3.4 ;	3.4
					3627	4400			
März	6.	+ 0.18	— 7.0	— 0.06	3601	4264	4302	3	2.4
					3684	4339			
	7.	+ 0.18	— 7.5	— 0.10	3718	4348	4337	3	3.4
					3703	4326			
Aug.	22.	+ 0.65	+ 24.6	+ 0.02	4134	4926	4908	3	3.4
					4098	4890			
Sept.	5.	+ 0.68	+ 23.3	— 0.09	4282	5014	4916	3	2.3
					4090	4819			
1896 Juni	1.	+ 1.41	+ 18.2	0.00	4167	4675	4648	4 ;	3.4
			+ 17.7	— 0.01	4093	4622			
	3.	+ 1.42	+ 19.0	+ 0.04	4076	4648	4656	3.4 ;	2
			+ 18.8	+ 0.03	4081	4664			
Juli	7.	+ 1.60	+ 18.2	+ 0.10	3906	4707	4725	4	3
			+ 17.6	+ 0.09	3934	4743		4	3.4
Decb.	16.	+ 1.96	— 3.8	+ 0.01	3618	4310	4296		
			— 4.2	+ 0.01	3581	4283		3.4 ;	3.4
1897 Febr.	17.	+ 2.13	— 1.5	+ 0.11	3681	4218	4285	2.3 ;	2
			— 1.8	+ 0.10	3833	4352			3
Juni	13.	+ 2.45	+ 20.8	— 0.08	4389	4919	4846	3.4 ;	3.4
			+ 20.1	— 0.10	4212	4774			
	14.	+ 2.45	+ 22.0	+ 0.03	4283	4854	4842	3.4 ;	3
			+ 21.4	+ 0.01	4250	4831			
	24.	+ 2.48	+ 23.0	+ 0.04	4192	4892	4926	3.4 ;	3
			+ 22.5	+ 0.03	4180	4880			
			+ 22.0	+ 0.02	4306	5006			
Aug.	5.	+ 2.59	+ 22.0	+ 0.05	4034	4804	4894	4	3
			+ 21.6	+ 0.04	4228	4985			
1898 Aug.	15.	+ 3.62	+ 24.5	+ 0.03	4166	4963	5000	3	3
			+ 24.2	+ 0.02	4255	5036			
	22.	+ 3.64	+ 23.0	— 0.01	4320	5074	5014	3	3
				— 0.01	4207	4955			
Sept.	9.	+ 3.69	+ 21.5	+ 0.08	4136	4953	4852	3	2.4
				+ 0.08	3940	4752			
Novb.	7.	+ 3.85	+ 4.0	0.00	4097	4628	4651	3.4	3.4
				0.00	4141	4674			
1899 Jan.	31.	+ 4.08	— 1.5	— 0.05	3788	4424	4419	3	
					3764	4414			
Febr.	3.	+ 4.09	— 6.5	+ 0.01	4018	4567	4469	3 ;	3
					3830	4371			
	6.	+ 4.10	— 5.5	+ 0.03	3742	4498	4570	3 ;	4.1
			— 5.0	+ 0.04	3879	4641			
Sept.	7.	+ 4.68	+ 20.4	+ 0.06	4159	4944	4912	3 ;	3
					4105	4879			
Decb.	12.	+ 4.95	— 10.0	— 0.10	3809	4344	4274	3 ;	3.4
					3660	4205			
	20.	+ 4.97	— 8.5	0.00	3445	4250	4314	3 ;	2.3
					3566	4378			
1900 Juli	27.	+ 5.57	+ 22.0	0.00	4240	4972	4987	3 ;	3
					4266	5002			
1901 Jan.	3.	+ 6.01	— 14.0	— 0.03	3640	4273	4260	3 ;	3
					3588	4246			
	5.		— 12.5	— 0.04	3530	4241	4245	3 ;	3
					3527	4249			

Tag		Jahres-Teil 1895.0	t	$N-O$	Gemessene Distanz	Reducirte Distanz	Mittel	R	S
1901 Jan.	8.	+ 6.02	— 5.5	— 0.02	169.3733	169.4393	169.4446	3;	3.4
					3830	4502			
	15.	+ 6.04	— 8.5	+ 0.08	3650	4424	4411	3;	3.4
					3617	4398			
1902 Febr.	12.	+ 7.12	— 2.5	— 0.16	4020	4595	4542	3.4;	3.4
					3930	4489			
	13.	+ 7.12	— 7.5	— 0.09	3761	4406	4388	3.4;	3.4
					3723	4369			
Mai	9.	+ 7.35	+ 6.8	+ 0.02	4182	4674	4661	3.4;	3.4
					4142	4648			
Juni	2.	+ 7.42	+ 22.8	+ 0.07	4523	5122	5102	3;	3.4
					4470	5082			
	4.	+ 7.42	+ 23.5	— 0.04	4488	5025	5055	3;	3.4
					4529	5085			
Novb.	5.	+ 7.85	+ 6.0	+ 0.06	4120	4613	4598	3;	3.4
					4104	4584			
	18.	+ 7.88	— 5.7	— 0.04	3948	4332	4306	3.4;	4
					3896	4281			

Anlage III.

Einzelmessungen des Sonnendurchmessers.

Beobachter: Schur.

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Paral.	Durchm.		Mittel
1890	h m	mm °	°	mm	mm	mm	s							s		s
Mai 6/7.	1 57	740 + 15	+ 17.2	21.50	21.40	+ 0.10	47.5383	— 66	— 1	+ 17	— 66	+ 129	— 17	47.5379	*a*	47.5384
	2 5		17.9	52		12	5361	— 66	— 1	+ 21	— 68	+ 189	— 17	5419	*p*	5375
	2 12		18.5	53		13	5272	— 69	0	+ 23	— 70	+ 192	— 17	5331	*p*	
	2 18		19.0	54		14	5393	— 69	— 1	+ 24	— 72	+ 131	— 17	5389	*a*	
Mai 16/17.	1 50	750 + 14	+ 15.4	21.47	21.50	— 0.03	47.4391	— 69	+ 1	— 5	— 59	+ 130	— 17	47.4372	*a*	47.4394
	2 5		16.6	49		1	4491	— 69	+ 1	— 2	— 63	+ 201	— 17	4542	*p*	4507
	2 10		17.1	50		0	4424	— 69	+ 1	0	— 65	+ 198	— 17	4471	*p*	
	2 18		17.7	51		+ 0.01	4435	— 69	+ 1	+ 2	— 67	+ 130	— 17	4415	*a*	
Mai 23/24.	2 26	751 + 18	+ 20.8	21.58	21.70	— 0.12	47.3790	— 66	+ 2	— 21	— 79	+ 129	— 17	47.3738	*a*	47.3732
	2 31		21.6	59		11	3734	— 69	+ 2	— 19	— 82	+ 193	— 17	3742	*p*	3671
	2 37		22.3	61		9	3591	— 69	+ 2	— 14	— 85	+ 191	— 17	3599	*p*	
	2 44		23.4	63		7	3782	— 69	+ 2	— 12	— 89	+ 128	— 17	3725	*a*	
Juni 3/4.	3 0	749 + 21	+ 19.8	21.56	21.30	+ 0.26	47.2857	— 69	+ 4	+ 45	— 75	+ 131	— 17	47.2876	*a*	47.2844
	3 6		20.5	57		27	2868	— 69	+ 4	+ 47	— 78	+ 185	— 17	2940	*p*	2926
	3 12		21.3	59		29	2841	— 69	+ 4	+ 50	— 81	+ 183	— 17	2911	*p*	
	3 16		21.5	59		29	2796	— 69	+ 4	+ 50	— 81	+ 128	— 17	2811	*a*	
Juni 24/25.	4 25	751 + 16	+ 19.4	21.55	21.50	+ 0.05	47.2047	— 57	— 3	+ 9	— 73	+ 137	— 17	47.2043	*a*	47.2018
	4 31		20.4	57		7	2011	— 57	— 3	+ 12	— 77	+ 167	— 17	2036	*p*	2029
	4 43		22.4	61		11	2012	— 72	— 3	+ 19	— 85	+ 167	— 17	2021	*p*	
	4 49		23.4	63		13	2008	— 72	— 3	+ 23	— 89	+ 133	— 18	1982	*a*	
Sept. 18/19.	9 59	751 + 16	+ 17.9	21.52	21.48	+ 0.04	47.7905	— 65	+ 4	+ 7	— 68	+ 245	— 12	47.8016	*a*	47.7992
	10 6		18.7	53		5	7855	— 65	+ 4	+ 9	— 71	+ 246	— 12	7966	*p*	7999
	10 12		19.6	55		7	7873	— 65	+ 4	+ 12	— 75	+ 231	— 12	7968	*a*	
	10 16		20.2	56		8	7920	— 65	+ 4	+ 14	— 77	+ 248	— 12	8032	*p*	
Okt. 12/13.	11 58	758 + 11	+ 13.5	21.44	21.50	— 0.06	48.1162	— 65	— 2	— 10	— 52	+ 305	— 10	48.1328	*a*	48.1258
	12 3		14.5	45		5	1069	— 65	— 2	— 9	— 56	+ 391	— 10	1318	*p*	1325
	12 7		15.2	46		4	1029	— 65	— 2	— 7	— 58	+ 290	— 10	1177	*a*	
	12 11		15.9	48		2	1079	— 65	— 2	— 4	— 61	+ 395	— 10	1332	*p*	
Okt. 28/29.	12 34	750 + 3	+ 4.7	21.27	21.50	— 0.23	48.2981	— 60	— 5	— 41	— 18	+ 515	— 8	48.3364	*a*	48.3378
	12 39		5.3	28		22	2966	— 65	— 5	— 39	— 20	+ 620	— 8	3449	*p*	3484
	12 44		6.0	29		21	3055	— 65	— 5	— 37	— 23	+ 474	— 8	3391	*a*	
	12 48		6.5	30		20	3047	— 65	— 5	— 36	— 25	+ 610	— 8	3518	*p*	

	Sternzeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	N-O	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mittel	R.S.Bl.
	h m	mm	°															
16.	14 55	755	+ 5	+ 7.1	21.31	21.40	— 0.09	48.5345	— 67	— 1	— 16	— 28	+ 339	— 7	48.5565	*a*	48.5508	3 2 4
	14 59			7.9	33		7	4683	— 67	+ 1	— 12	— 31	+ 1009	— 7	5576	*p*	5556	
	15 3			8.7	34		6	5236	— 58	— 1	— 10	— 34	+ 324	— 7	5450	*a*		
	15 6			9.2	35		5	4630	— 58	+ 1	— 9	— 36	+ 1015	— 7	5536	*p*		
/7.	15 58	752	— 2	+ 0.2	21.18	20.92	+ 0.26	48.6635	— 58	— 3	+ 47	— 1	+ 410	— 5	48.7025	*a*	48.7208	3 4 2
	16 3			0.6	19		27	5420	— 58	— 1	+ 49	— 2	+ 1763	— 5	7166	*p*	7155	
	16 8			1.4	21		29	7052	— 67	— 3	+ 53	— 5	+ 366	— 5	7391	*a*		
	16 13			2.1	22		30	5436	— 67	— 1	+ 54	— 8	+ 1734	— 5	7143	*p*		
28.	22 15	755	+ 4	+ 6.2	21.29	21.20	+ 0.09	48.4280	— 65	+ 1	+ 16	— 24	+ 170	— 10	48.4368	*a*	48.4330	2 2 -
	22 19			7.0	31		11	3885	— 65	+ 2	+ 20	— 27	+ 504	— 10	4309	*p*	4269	
	22 23			7.9	33		13	4198	— 65	+ 1	+ 23	— 31	+ 175	— 10	4291	*a*		
	22 27			8.7	34		14	3837	— 65	+ 2	+ 25	— 34	+ 474	— 10	4229	*p*		
16.	23 14	740	+ 8	+ 8.6	21.34	21.60	— 0.26	48.2186	— 65	— 4	— 46	— 33	+ 197	— 12	48.2223	*a*	48.2172	3 3 3
	23 18			9.0	35		25	2020	— 65	— 3	— 44	— 35	+ 346	— 12	2207	*p*	2097	
	23 26			9.9	37		23	1815	— 73	— 3	— 41	— 38	+ 339	— 12	1987	*p*		
	23 36			10.9	39		21	2110	— 65	— 4	— 37	— 42	+ 170	— 12	2120	*a*		
: 24.	22 4	748	0	+ 1.1	21.20	21.29	— 0.09	48.1079	— 65	— 2	— 16	— 4	+ 138	— 11	47.1119	*a*	48.1148	3 3 4
	22 8			2.0	22		07	0785	— 65	— 1	— 12	— 8	+ 450	— 11	1138	*p*	1175	
	22 15			3.5	25		04	0873	— 65	— 1	— 7	— 13	+ 436	— 11	1212	*p*		
	22 20			4.6	27		02	1137	— 65	— 2	— 4	— 18	+ 140	— 11	1177	*a*		
/4.	23 13	745	+ 5	+ 6.6	21.30	21.08	+ 0.22	47.9593	— 65	+ 1	+ 39	— 25	+ 137	— 13	47.9667	*a*	47.9710	3 3 3
	23 18			7.5	32		24	9426	— 65	+ 1	+ 42	— 29	+ 320	— 13	9682	*p*	9739	
	23 22			8.1	33		25	9545	— 65	+ 1	+ 44	— 31	+ 314	— 13	9795	*p*		
	23 29			9.5	36		28	9678	— 65	+ 1	+ 48	— 36	+ 139	— 13	9752	*a*		
25.	23 56	747	+ 7	+ 10.7	21.38	21.29	+ 0.09	47.6830	— 69	— 3	+ 16	— 41	+ 133	— 14	47.6852	*a*	47.6812	4 3 3
	23 59			11.4	40		11	6790	— 69	— 3	+ 19	— 44	+ 280	— 14	6959	*p*	6941	
	0 4			12.6	42		13	6758	— 69	— 3	+ 23	— 48	+ 275	— 14	6922	*p*		
	0 8			13.5	44		15	6751	— 69	— 3	+ 26	— 52	+ 133	— 14	6772	*a*		
/5.	0 54.5	751	+ 9	+ 11.4	21.40	21.53	— 0.13	47.5661	— 69	— 1	— 23	— 43	+ 133	— 15	47.5643	*a*	47.5591	3 3 4
	0 57.9			12.2	41		0.12	5628	— 69	— 1	— 21	— 46	+ 237	— 15	5713	*p*	5683	
	1 1.5			13.0	43		10	5567	— 66	— 1	— 17	— 50	+ 234	— 15	5652	*p*		
	1 5.5			14.0	45		08	5555	— 66	— 1	— 14	— 53	+ 132	— 15	5538	*a*		
10.	1 20.2	747	+ 20	+ 20.4	21.57	21.46	+ 0.09	47.5061	— 66	0	+ 16	— 78	+ 216	— 16	47.5133	*p*	47.5124	3 2 2
	1 25.2			20.9	58		0.12	5001	— 69	0	+ 21	— 80	+ 127	— 16	4984	*a*	4983	
	1 30.2			21.4	59		0.13	4996	— 66	0	+ 23	— 82	+ 127	— 16	4982	*a*		
	1 34.2			21.9	60		0.14	5050	— 69	0	+ 24	— 83	+ 208	— 16	5114	*p*		
24.	2 17.8	739	+ 18	+ 19.1	21.54	21.50	+ 0.04	47.3705	— 69	+ 2	+ 7	— 72	+ 196	— 17	47.3752	*p*	47.3757	2 2 3
	2 21.5			19.8	56		0.06	3810	— 69	+ 2	+ 10	— 75	+ 127	— 17	3788	*a*	3758	
	2 24.5			20.4	57		0.07	3749	— 69	+ 2	+ 12	— 77	+ 127	— 17	3727	*a*		
	2 28.5			21.3	59		0.09	3719	— 69	+ 2	+ 16	— 81	+ 191	— 17	3761	*p*		
/9.	3 22.3	741	+ 18	+ 18.8	21.54	21.72	— 0.18	47.2599	— 57	— 4	— 31	— 71	+ 131	— 17	47.2550	*a*	47.2531	2 2 2
	3 25.5			19.5	55		0.17	2675	— 76	— 4	— 30	— 74	+ 182	— 17	2656	*p*	2651	
	3 28.5		+ 19	20.2	56		0.16	2664	— 72	— 4	— 28	— 77	+ 180	— 17	2646	*p*		
	3 32.0			20.9	58		0.14	2579	— 72	— 4	— 24	— 79	+ 129	— 17	2512	*a*		
24.	3 36.8	748	+ 22	+ 22.5	21.61	21.60	+ 0.01	47.2030	— 57	— 4	+ 2	— 85	+ 194	— 16	47.2064	*p*	47.2080	2 2 3
	3 41.8			23.3	63		0.03	2148	— 72	— 4	+ 5	— 88	+ 147	— 16	2120	*a*	2115	
	3 47.5			24.4	64		0.04	2126	— 57	— 4	+ 7	— 92	+ 145	— 16	2109	*a*		
	3 51.0			25.0	65		0.05	2086	— 72	— 4	+ 9	— 95	+ 188	— 16	2096	*p*		

Tag	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	N-O	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.		Mittel
1891	h m	mm	°	°													
Juli 13/14.	5 13.6	750	+ 18	+ 19.8	21.56	21.52	+ 0.04	47.2096	— 57	— 4	+ 7	— 75	+ 160	— 16	47.2111	*a*	47.2091
	5 23.6			20.8	58		0.06	2046	— 76	— 4	+ 10	— 79	+ 183	— 16	2064	*p*	2157
	5 28.6		+ 19	21.2	58		0.06	2235	— 76	— 4	+ 10	— 80	+ 181	— 16	2250	*p*	
	5 35.2			21.8	60		0.08	2082	— 72	— 4	+ 14	— 83	+ 149	— 16	2070	*a*	
Juli 20/21.	5 47.0	750	+ 19	+ 20.6	21.57	21.80	— 0.23	47.2504	— 57	— 4	— 40	— 78	+ 164	— 16	47.2473	*a*	47.2516
	5 50.5			21.3	59		0.21	2522	— 57	— 4	— 37	— 81	+ 182	— 16	2509	*p*	2562
	5 55.2			22.6	61		0.19	2648	— 76	— 4	— 33	— 86	+ 181	— 16	2614	*p*	
	5 58.7			23.4	63		0.17	2612	— 72	— 4	— 30	— 89	+ 158	— 16	2559	*a*	
Sept. 10/11.	9 42 0	752	+ 17	+ 19.1	21.54	21.92	— 0.38	47.7219	— 65	+ 5	— 66	— 73	+ 219	— 13	47.7226	*a*	47.7128
	9 48.0			20.9	58		0.34	6902	— 65	+ 5	— 60	— 80	+ 234	— 13	6923	*p*	6964
	9 50.7		+ 18	21.7	59		0.33	6986	— 65	+ 5	— 58	— 83	+ 233	— 13	7005	*p*	
	9 58.0			21.7	59		0.33	7042	— 65	+ 5	— 58	— 83	+ 202	— 13	7030	*a*	
Sept. 23/24.	11 21.4	756	+ 12	+ 13.9	21.45	21.50	— 0.05	47.8889	— 65	+ 2	— 9	— 53	+ 205	— 12	47.8957	*a*	47.8819
	11 26.4			15.1	46		0 04	8666	— 65	+ 2	— 7	— 58	+ 290	— 12	8816	*p*	8887
	11 30.6		+ 13	15.8	48		0.02	8706	— 65	+ 2	— 3	— 60	+ 290	— 13	8857	*p*	
	11 35.6			16.3	49		0.01	8628	— 65	+ 2	— 2	— 62	+ 192	— 13	8680	*a*	
Sept. 28/29.	10 11.1	752	+ 14	+ 14.9	21.46	21.58	— 0.12	47.9208	— 65	+ 1	— 21	— 57	+ 359	— 10	47.9415	*a*	47.9352
	10 15.9			16.1	48		0.10	9301	— 65	+ 1	— 18	— 62	+ 307	— 10	9454	*p*	9407
	10 20 1			16.8	50		0 08	9227	— 65	+ 1	— 14	— 65	+ 306	— 10	9380	*p*	
	10 24.1			16.8	50		0.08	9112	— 65	+ 1	— 14	— 65	+ 329	— 10	9288	*a*	
Okt. 5/6.	11 9.6	745	+ 14	+ 14.7	21.46	21.42	+ 0.04	48.0022	— 65	0	+ 7	— 56	+ 314	— 10	48.0212	*a*	48.0211
	11 14 8			15.6	47		0.05	0043	— 65	0	+ 9	— 60	+ 339	— 10	0256	*p*	0234
	11 19.3		+ 15	16.2	48		0.06	0001	— 65	0	+ 10	— 62	+ 338	— 10	0212	*p*	
	11 23.8			16.6	49		0.07	0052	— 65	0	+ 12	— 64	+ 285	— 10	0210	*a*	
Okt. 29/30.	12 41.7	761	+ 2	+ 4.9	21.27	21.34	— 0.07	48.3194	— 73	— 5	— 12	— 19	+ 513	— 8	48.3590	*a*	48.3524
	12 48.7			6.3	30		0.04	2888	— 65	— 5	— 7	— 24	+ 636	— 8	3415	*p*	3414
	12 53.7		+ 3	7.0	31		0.03	2891	— 65	— 5	— 5	— 27	+ 631	— 8	3412	*p*	
	12 59.2			7.2	31		0.03	3132	— 65	— 5	— 5	— 28	+ 436	— 8	3457	*a*	
Nov. 8/9.	13 10.1	745	0	+ 0.9	21.20	21.18	+ 0.02	48.3895	— 38	+ 2	+ 4	— 3	+ 672	— 7	48.4525	*a*	48.4521
	13 16.6			1.4	21		0.03	3764	— 38	+ 2	+ 5	— 5	+ 875	— 7	4596	*p*	4598
	13 24.3			1.8	22		0.04	3784	— 38	+ 2	+ 7	— 7	+ 858	— 7	4599	*p*	
	13 31.8			3.0	24		0.06	4030	— 38	+ 2	+ 10	— 12	+ 532	— 7	4517	*a*	
Nov. 28/29.	15 41.4	745	+ 1	+ 3.1	21.24	21.25	— 0.01	48.6428	— 38	— 2	— 2	— 12	+ 369	— 6	48.6737	*a*	48.6727
	15 48.6			3.8	26		+ 0.01	5181	— 38	0	+ 2	— 15	+ 1399	— 6	6523	*p*	6529
	15 54.6		+ 2	4.6	27		+ 0.02	5218	— 58	0	+ 4	— 18	+ 1394	— 6	6534	*p*	
	16 2.9			6.5	30		+ 0.05	6499	— 58	— 2	+ 9	— 25	+ 299	— 6	6716	*a*	
Decb. 22.	18 16.5	763	— 4	— 1.9	21.14	21.04	+ 0.10	48.7758	— 35	+ 4	+ 18	+ 7	+ 150	— 5	48.7897	*a*	48.7937
	18 22.8			1.3	15		0.11	6052	— 38	+ 7	+ 20	+ 5	+ 2065	— 5	8106	*p*	8155
	18 27 8			0.8	16		0.12	6154	— 58	— 2	+ 22	+ 3	+ 2089	— 5	8203	*p*	
	18 32.0			0.4	17		0.13	7847	— 35	+ 4	+ 24	+ 2	+ 140	— 5	7977	*a*	
1892																	
Jan. 12/13.	19 17.1	741	— 2	— 0.5	21.17	21.19	— 0.02	48.7779	— 55	+ 4	— 4	+ 2	+ 135	— 6	48.7855	*a*	48.7867
	19 22.9			+ 0.1	18		— 0.01	6112	— 58	— 2	— 2	0	+ 1581	— 6	7625	*p*	7719
	19 29.6			+ 0.9	20		+ 0.01	6274	— 22	— 2	+ 2	— 3	+ 1569	— 6	7812	*p*	
	19 36.6			+ 1.3	21		+ 0.02	7773	— 35	+ 4	+ 4	— 5	+ 143	— 6	7878	*a*	
März 20/21.	23 34.8	758	+ 9	+ 11.3	21.40	21.35	+ 0.05	48.1338	— 46	— 2	+ 9	— 44	+ 160	— 13	48.1402	*a*	48.1447
	23 40.8			13.2	43		+ 0.08	1220	— 46	— 2	+ 14	— 51	+ 317	— 13	1439	*p*	1471
	23 47.3			14.7	46		+ 0.11	1287	— 46	— 2	+ 20	— 57	+ 314	— 13	1503	*p*	
	23 53.3			15.0	46		+ 0.11	1422	— 46	— 2	+ 20	— 58	+ 168	— 13	1491	*a*	

	Sternzeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mittel	R.S.Bl.
	h m	mm	°															
)/31.	23 40.2	761	+ 6	+ 7.8	21.33	31.39	— 0.06	47.9920	— 46	0	— 10	— 30	+ 146	— 13	47.9967	*a*	47.9941	3 3 4
	23 45.2			9.0	35		— 0.04	9770	— 46	0	— 7	— 35	+ 300	— 13	9969	*p*	9954	
	23 50.2			10.9	39		0.00	9743	— 46	0	0	— 42	+ 296	— 13	9938	*p*		
	23 55.2			11.4	40		+ 0.01	9865	— 46	0	+ 2	— 44	+ 150	— 13	9914	*a*		
4/5.	23 29.4	747	+ 15	+ 16.5	21.49	21.58	— 0.09	47.9293	— 46	+ 1	— 16	— 64	+ 133	— 13	47.9288	*a*	47.9400	2 3 3
	23 35.4			18.3	53		— 0.05	9158	— 46	+ 1	— 9	— 70	+ 297	— 13	9318	*p*	9323	
	23 40 4		+ 16	20.1	56		— 0.02	9183	— 46	+ 1	— 4	— 77	+ 284	— 13	9328	*p*		
	23 45.1			20.8	58		0.00	9514	— 46	+ 1	0	— 80	+ 136	— 13	9512	*a*		
1/12.	23 17.2	742	+ 6	+ 11.4	21.40	21.50	— 0.10	47.8473	— 46	+ 3	— 18	— 44	+ 133	— 13	47.8488	*a*	47.8403	4 3 3
	23 22.5			12.4	42		— 0.08	8225	— 46	+ 3	— 14	— 47	+ 313	— 13	8421	*p*	8395	
	23 27.2		+ 7	12.9	43		— 0.07	8179	— 46	+ 3	— 12	— 49	+ 307	— 13	8369	*p*		
	23 31.7			13.7	44		— 0.06	8303	— 46	+ 3	— 10	— 52	+ 133	— 13	8318	*a*		
8/9.	1 48.3	752	+ 14	+ 17.5	21.51	21.66	— 0.15	47.4978	— 30	0	— 26	— 67	+ 130	— 17	47.4968	*a*	47.4973	3 3 3
	1 54.3			19.1	54		— 0.12	4977	— 30	0	— 21	— 73	+ 204	— 17	5040	*p*	5021	
	1 59.1			19.5	55		— 0.11	4941	— 30	0	— 19	— 74	+ 201	— 17	5002	*p*		
	2 4.1			20.2	56		— 0.10	4988	— 30	0	— 17	— 77	+ 131	— 17	4978	*a*		
/23.	2 40.1	749	+ 14	+ 15.5	21.47	21.49	— 0.02	47.3561	— 30	+ 2	— 4	— 59	+ 208	— 17	47.3661	*p*	47.3599	2 1 2
	2 46.1			17.3	51		+ 0.02	3581	— 30	+ 2	+ 4	— 66	+ 129	— 17	3603	*a*	3613	
	2 51.1			18.3	53		+ 0.04	3601	— 30	+ 2	+ 7	— 69	+ 129	— 17	3623	*a*		
	2 55.6			18.4	53		+ 0.04	3460	— 30	+ 2	+ 7	— 70	+ 185	— 17	3537	*p*		2 2 2
/22.	3 42.8	749	+ 17	+ 18.2	21.52	21.50	+ 0.02	47.2034	— 52	— 3	+ 4	— 69	+ 146	— 16	47.2044	*a*	47.2010	3 3 3
	3 48 9			19.6	55		+ 0.05	2013	— 52	— 3	+ 9	— 74	+ 191	— 16	2068	*p*	2001	
	3 54.1			20.9	58		+ 0.08	1886	— 57	— 3	+ 14	— 79	+ 189	— 16	1934	*p*		
	3 59.3			21.7	59		+ 0.09	1987	— 67	— 3	+ 16	— 82	+ 141	— 16	1976	*a*		
/12.	5 36.9	741	+ 19	+ 22.1	21.60	21.60	0.00	47.2098	— 52	— 3	0	— 84	+ 144	— 17	47.2086	*a*	47.2043	3 3 2
	5 41.9			23.3	63		+ 0.03	2013	— 32	— 3	+ 5	— 88	+ 175	— 17	2053	*p*	2071	
	5 46.4		+ 20	23.6	63		+ 0.03	2076	— 57	— 3	+ 5	— 89	+ 174	— 17	2089	*p*		
	5 57.2			24.1	64		+ 0.04	2024	— 57	— 3	+ 7	— 91	+ 137	— 17	2000	*a*		
2/13.	10 6.5	747	+ 19	+ 20.9	21.58	21.70	— 0.12	47.7043	— 46	+ 5	— 21	— 80	+ 240	— 13	47.7128	*p*	47.7163	3 2 2
	10 11.5			21.8	60		— 0.10	7180	— 46	+ 5	— 17	— 83	+ 201	— 13	7227	*a*	7293	
	10 16.4		+ 20	22.0	60		— 0.10	7316	— 46	+ 5	— 17	— 84	+ 197	— 13	7358	*a*		
	10 21.3			22.4	61		— 0.09	7113	— 46	+ 5	— 16	— 85	+ 240	— 13	7198	*p*		
4/5.	11 39.4	740	+ 15	+ 17.4	21.51	21.50	+ 0.01	47.9950	— 46	0	+ 2	— 67	+ 336	— 11	48.0164	*p*	48.0191	3.4; 3.4
	11 44.1			18.5	53		+ 0.03	48.0107	— 46	0	+ 5	— 71	+ 251	— 11	0235	*a*	0197	
	11 51.1			19.2	54		+ 0.04	0043	— 46	0	+ 7	— 74	+ 239	— 11	0158	*a*		
	11 56.6			19.6	55		+ 0.05	0001	— 46	0	+ 9	— 75	+ 339	— 11	0217	*p*		
/24.	15 27.8	753	— 2	— 0.2	21.18	21.24	— 0.06	48.5844	— 38	— 1	— 11	+ 1	+ 332	— 6	48.6121	*a*	48.6227	3 3 3
	15 33.8			+ 0.8	20		— 0.04	5161	— 58	0	— 7	— 3	+ 1176	— 6	6263	*p*	6323	
	15 40.0			1.4	21		— 0.03	6101	— 58	— 2	— 5	— 5	+ 308	— 6	6333	*a*		
	15 45.5			1.4	21		— 0.03	5253	— 38	0	5	— 5	+ 1183	— 6	6382	*p*		
18 /12.	22 54.7	749	+ 8	+ 9.5	21.36	21.50	— 0.14	48.2563	— 46	— 4	— 25	— 37	+ 158	— 12	48.2595	*a*	48.2579	2 2 3
	23 1.2			10.3	38		— 0.12	2404	— 46	— 4	— 21	— 40	+ 206	— 12	2487	*p*	2493	
	23 7.2	748	+ 9	11.1	39		— 0.11	2416	— 46	— 4	— 19	— 43	+ 207	— 12	2499	*p*		
	23 13.2			12.0	41		— 0.09	2521	— 46	— 4	— 16	— 46	+ 166	— 12	2563	*a*		
/23.	22 25.2	755	+ 5	+ 7.7	21.32	21.52	— 0.20	48.1102	— 46	— 2	— 35	— 29	+ 139	— 12	48.1117	*a*	48.1174	2 3 3
	22 34.5			9.3	36		— 0.16	0970	— 46	— 2	— 28	— 36	+ 393	— 12	1239	*p*	1140	
	22 41.0		+ 6	10.1	37		— 0.15	0781	— 46	— 1	— 26	— 38	+ 382	— 12	1040	*p*		
	22 48.0		+ 7	10.8	39		— 0.13	1212	— 46	— 2	— 23	— 40	+ 142	— 12	1251	*a*		

Tag	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.		Mittel
1893	h m	mm	°	°													
März 26/27.	23 17.6	756	+ 6	+ 8.7	21.34	21.32	+ 0.02	48.0611	— 46	— 1	+ 4	— 32	+ 145	— 13	48.0668	*a*	48.0650
	23 21.6			9.4	36		+ 0.04	0221	— 46	0	+ 7	— 36	+ 326	— 13	0459	*p*	0574
	23 26.6			9.9	37		+ 0.05	0457	— 46	— 1	+ 9	— 38	+ 321	— 13	0689	*p*	
	23 31.6			10.5	38		+ 0.06	0573	— 46	— 1	+ 10	— 40	+ 149	— 13	0632	*a*	
April 5/6.	23 27.0	755	+ 12	+ 13.6	21.44	21.49	— 0.05	47.9201	— 46	+ 1	— 9	— 50	+ 135	— 13	47.9219	*a*	47.9166
	23 33.0			14.7	46		— 0.03	9070	— 46	+ 1	— 5	— 54	+ 298	— 13	9251	*p*	9164
	23 38.0			15.0	46		— 0.03	8903	— 46	+ 2	— 5	— 58	+ 293	— 13	9076	*p*	
	23 44.5			16.0	48		— 0.01	9097	— 46	+ 1	— 2	— 62	+ 138	— 13	9113	*a*	
April 23/24.	23 57.2	752	+ 13	+ 16.6	21.49	21.50	— 0.01	47.6794	— 46	+ 5	— 2	— 63	+ 131	— 14	47.6805	*a*	47.6817
	0 3.2			18.1	52		+ 0.02	6775	— 46	+ 5	+ 4	— 69	+ 272	— 14	6927	*p*	6867
	0 8.2		+ 14	18.4	53		+ 0.03	6662	— 46	+ 5	+ 5	— 70	+ 266	— 14	6808	*p*	
	0 14.2			19.1	54		+ 0.04	6818	— 46	+ 5	+ 7	— 73	+ 131	— 14	6828	*a*	
Mai 8/9.	1 34.0	753	+ 16	+ 16.6	21.49	21.49	— 0	47.5049	— 30	0	— 0	— 63	+ 129	— 16	47.5069	*a*	47.5077
	1 41.0			17.9	52		+ 0.03	5078	— 55	0	+ 5	— 68	+ 209	— 16	5153	*p*	5106
	1 47.5			18.7	53		+ 0.04	4963	— 30	0	+ 7	— 71	+ 206	— 16	5059	*p*	
	1 53 0			19.4	55		+ 0.06	5064	— 30	0	+ 10	— 74	+ 130	— 16	5084	*a*	
Juni 8/9.	2 48.9	752	+ 18	+ 20 4	21.57	21.52	+ 0.05	47.2560	— 52	— 4	+ 9	— 77	+ 202	— 16	47.2622	*p*	47.2570
	2 54.2			21.7	59		+ 0.07	2368	— 32	— 4	+ 12	— 82	+ 139	— 16	2385	*a*	2511
	2 59.4		19	22.5	61		+ 0.09	2621	— 32	— 4	+ 16	— 85	+ 137	— 16	2637	*a*	
	3 5.4			23.4	63		+ 0.11	2446	— 32	— 4	+ 19	— 88	+ 193	— 16	2518	*p*	
Juni 15/16.	3 36.5	749	+ 22	+ 23.9	21.64	21.60	+ 0.04	47.2370	— 57	— 4	+ 7	— 90	+ 136	— 17	47.2345	*a*	47.2254
	3 44.5			25.3	66		+ 0.06	2183	— 57	— 4	+ 10	— 96	+ 183	— 17	2202	*p*	2202
	3 50.0		23	25.9	67		+ 0.07	2181	— 52	— 4	+ 12	— 98	+ 180	— 17	2202	*p*	
	3 54.0			26.4	68		+ 0.08	2190	— 52	— 4	+ 14	— 100	+ 132	— 17	2163	*a*	
Juli 4/5.	4 19.9	745	+ 23	+ 23.5	21.63	21.60	+ 0.03	47.1893	— 52	— 3	+ 5	— 89	+ 156	— 16	47.1894	*a*	47.1876
	4 30.9			24.8	65		+ 0.05	1815	— 52	— 3	+ 9	— 93	+ 187	— 16	1847	*p*	1893
	4 35.9			25.5	66		+ 0.06	1916	— 57	— 3	+ 10	— 96	+ 185	— 16	1939	*p*	
	4 40.9			26.4	68		+ 0.08	1873	— 57	— 3	+ 14	— 100	+ 147	— 16	1858	*a*	
Aug. 3/4.	6 23.3	746	+ 21	+ 21 4	21.59	21.58	+ 0.01	47.3054	— 30	— 5	+ 2	— 81	+ 192	— 14	47.3118	*a*	47.3079
	6 28.3			22.5	61		+ 0.03	3003	— 32	— 5	+ 5	— 85	+ 192	— 14	3064	*p*	3102
	6 33.8			23.3	63		+ 0.05	3077	— 30	— 5	+ 9	— 87	+ 190	— 14	3140	*p*	
	6 39.5			23.7	63		+ 0.05	2993	— 32	— 5	+ 9	— 90	+ 179	— 14	3040	*a*	
1894																	
März 20/21.	22 41.0	753	+ 5	+ 7.1	21.31	21.24	+ 0.07	48.1443	— 46	— 3	+ 12	— 27	+ 142	— 12	48.1509	*a*	48.1564
	22 48.0		6	8.5	34		+ 0.10	1352	— 46	— 2	+ 18	— 33	+ 375	— 12	1652	*p*	1527
	22 54.5		6	10 0	37		+ 0.13	1131	— 65	— 2	+ 23	— 39	+ 366	— 12	1402	*p*	
	23 8.0		7	10.7	38		+ 0.14	1543	— 46	— 3	+ 25	— 41	+ 152	— 12	1618	*a*	
März 23/24.	23 41.1	758	+ 8	+ 12.4	21.42	21.41	+ 0.01	48.1079	— 46	— 2	+ 2	— 48	+ 155	— 13	48.1127	*a*	48.1110
	23 46.6		9	13.1	43		+ 0.02	1000	— 46	— 2	+ 4	— 50	+ 309	— 13	1202	*p*	1151
	23 52.6		9	14.1	45		+ 0.04	0921	— 65	— 1	+ 7	— 54	+ 305	— 13	1100	*p*	
	23 56.6		10	14.8	46		+ 0.05	1043	— 46	— 2	+ 9	— 58	+ 160	— 13	1093	*a*	
März 26/27.	22 55.5	750	+ 10	+ 12.9	21.43	21.32	+ 0.11	48.0513	— 46	— 1	+ 19	— 50	+ 138	— 13	48.0560	*a*	48.0577
	23 1.0		10	14 2	45		+ 0.13	0360	— 46	— 1	+ 23	— 54	+ 343	— 13	0612	*p*	0697
	23 8.0		11	15.4	47		+ 0.15	0342	— 46	— 1	+ 26	— 59	+ 333	— 13	0782	*p*	
	23 13.5		11	16.1	48		+ 0.16	0546	— 46	— 1	+ 28	— 62	+ 141	— 13	0593	*a*	
April 24/25.	23 26.3	746	+ 15	+ 15.7	21.47	21.38	+ 0.09	47.6625	— 71	+ 4	+ 16	— 60	+ 132	— 13	47.6633	*a*	47.6598
	23 31.8			16.9	50		+ 0.12	6476	— 58	— 2	+ 21	— 64	+ 309	— 13	6669	*p*	6709
	23 36.8			18.6	53		+ 0.15	6554	— 47	— 2	+ 26	— 71	+ 302	— 13	6749	*p*	
	23 41.8			19.5	55		+ 0.17	6539	— 47	— 2	+ 30	— 74	+ 130	— 13	6563	*a*	

	Sternzeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mittel	R.S.Bl.
	h m	mm °	°														
/9.	0 51.8	749 + 15	+ 15.8	21.48	21.32	+ 0.16	47.4915	— 47	0	+ 28	— 60	+ 240	— 15	47.5081	p	47.5055	2 2 2
	0 56.8		17.4	51		+ 0.19	5117	— 47	0	+ 31	— 64	+ 82	— 15	5104	a	5083	
	1 0.8		18.3	53		+ 0.21	5074	— 47	0	+ 37	— 70	+ 82	— 15	5061	a		
	1 5.8		18.4	53		+ 0.21	4978	— 47	0	+ 37	— 70	+ 145	— 15	5028	p		
16.	0 50.6	748 + 19	+ 21.6	21.59	21.60	— 0.01	47.4336	— 47	+ 1	— 2	— 82	+ 248	— 14	47.4440	p	47.4375	2 3 2
	0 55.6	20	22.6	61		+ 0.01	4507	— 58	+ 1	+ 2	— 88	+ 134	— 14	4484	a	4417	
	1 0.6	21	23.5	63		+ 0.03	4363	— 47	+ 1	+ 5	— 90	+ 132	— 14	4350	a		
	1 6.6	22	24.2	64		+ 0.04	4233	— 56	+ 1	+ 7	— 92	+ 231	— 14	4310	p		
25.	1 30.6	746 + 16	+ 18.1	21.52	21.48	+ 0.04	47.3474	— 47	+ 2	+ 7	— 68	+ 231	— 15	47.3584	p	47.3597	2 2 3
	1 34.6		19.4	55		+ 0.07	3524	— 47	+ 2	+ 12	— 73	+ 137	— 15	3540	a	3551	
	1 39.1	+ 17	19.9	56		+ 0.08	3560	— 58	+ 2	+ 14	— 76	+ 135	— 15	3562	a		3 3 3
	1 43.6		20.0	56		+ 0.08	3524	— 56	— 1	+ 14	— 76	+ 220	— 15	3610	p		
28.	3 29.8	751 + 18	+ 18.7	21.53	21.42	+ 0.11	47.1888	— 61	— 3	+ 19	— 71	+ 209	— 15	47.1966	p	47.1984	3 3 3
	3 34 3		19.8	56		+ 0.14	1762	— 61	— 3	+ 24	— 75	+ 164	— 15	1796	a	1904	
	3 39.3	19	21 3	59		+ 0.17	1976	— 56	— 3	+ 29	— 81	+ 161	— 15	2011	a		
	3 44.3		22.4	61		+ 0.19	1928	— 56	— 3	+ 33	— 85	+ 200	— 15	2002	p		
6.	3 50.3	753 + 18	+ 19.3	21.55	21.55	0 00	47.1973	— 72	— 3	0	— 73	+ 217	— 14	47.2028	p	47.1971	3 3 3
	3 54.8		20.6	57		+ 0.02	1961	— 72	— 3	+ 3	— 78	+ 179	— 14	1976	a	1932	
	3 58.8	+ 19	21.5	59		+ 0.04	1858	— 56	— 3	+ 7	— 81	+ 176	— 14	1887	a		
	4 5.8		22.9	62		+ 0.07	1856	— 56	— 3	+ 12	— 86	+ 204	— 14	1913	p		
24.	5 6.8	748 + 23	+ 22 9	21.62	21.74	— 0.12	47.2426	— 72	— 4	— 21	— 87	+ 210	— 14	47.2438	a	47.2459	3 3 3
	5 11.8		24.7	64		— 0.10	2418	— 61	— 4	— 17	— 93	+ 196	— 14	2425	p	2398	
	5 17.3	+ 24	25.8	67		— 0.07	2376	— 72	— 4	— 12	— 97	+ 193	— 14	2370	p		
	5 22.8		27.0	69		— 0.05	2479	— 61	— 4	— 9	— 102	+ 191	— 14	2480	a		
11.	16 15.2	757 0	+ 1.1	21.20	21.25	— 0.05	48.7040	— 64	+ 5	— 9	— 4	+ 406	— 5	48.7369	a	48.7395	3 3 2
	16 20.2		2.1	22		— 0.03	5651	— 64	+ 7	— 5	— 8	+ 1879	— 5	7455	p	7402	
	16 26.7	+ 1	3.2	24		— 0.01	5587	— 64	+ 7	— 2	— 12	+ 1838	— 5	7349	p		
	16 33.7		4.2	26		+ 0.01	7179	— 64	+ 5	— 2	— 16	+ 320	— 5	7421	a		
95																	
25.	20 56.5	742 — 3	+ 0.5	21.19	21.08	+ 0 11	48.4396	— 65	+ 1	+ 20	— 2	+ 139	— 9	48.4480	a	48.4559	3 4 3
	21 4.0		2.3	23		+ 0.15	3832	— 65	+ 2	+ 26	— 9	+ 690	— 9	4467	p	4499	
	21 10.0		3.1	24		+ 0.16	3916	— 65	+ 2	+ 28	— 12	+ 671	— 9	4531	p		
	21 17.0		4 1	26		+ 0.18	4549	— 65	+ 1	+ 32	— 15	+ 145	— 9	4638	a		
7.	21 51.9	749 — 9	— 6.5	21.06	21.20	— 0.14	48.3287	— 65	+ 3	— 25	+ 25	+ 151	— 10	48.3366	a	48.3278	3 3 3
	21 57.9		4.8	09		— 0.11	2918	— 65	+ 4	— 20	+ 19	+ 521	— 10	3367	p	3327	
	22 4.4	— 8	3.7	11		— 0.09	2854	— 65	+ 4	— 16	+ 14	+ 506	— 10	3287	p		
	22 9.9		2.6	13		— 0.07	3106	— 65	+ 3	— 12	+ 10	+ 157	— 10	3189	a		
9.	23 17.1	751 + 14	+ 14.6	21.46	21.28	+ 0.18	47.8588	— 71	+ 2	+ 32	— 56	+ 131	— 13	47.8613	a	47.8703	2 2 2
	23 22.6		16.1	48		+ 0.20	8520	— 71	+ 2	+ 35	— 61	+ 307	— 13	8721	p	8761	
	23 28.6		17.3	51		+ 0.23	8608	— 71	+ 2	+ 40	— 67	+ 301	— 13	8801	p		
	23 35 1		17.6	51		+ 0.23	8771	— 71	+ 2	+ 40	— 67	+ 131	— 13	8793	a		
29.	0 15.7	751 + 14	+ 16.0	21.48	21.40	+ 0.08	47.6081	— 71	— 2	+ 14	— 61	+ 264	— 14	47.6215	p	47.6149	3 4
	0 22.2		18.0	52		+ 0.12	6140	— 71	— 2	+ 21	— 68	+ 131	— 14	6137	a	6176	
	0 27.7		19.0	54		+ 0.14	6219	— 74	— 2	+ 24	— 72	+ 134	— 14	6215	a		
	0 32.7		19.5	55		+ 0.15	5971	— 74	— 1	+ 26	— 74	+ 248	— 14	6082	p		
5.	23 59.4	756 + 17	+ 17.9	21.52	21.40	+ 0.12	47.5429	— 74	— 1	+ 21	— 68	+ 136	— 13	47.5430	a	47.5405	3 2 3
	0 4.4		18.7	53		+ 0.13	5216	— 74	0	+ 23	— 71	+ 286	— 13	5367	p	5370	
	0 14.9		19.2	54		+ 0.14	5237	— 74	0	+ 24	— 73	+ 272	— 13	5373	p		
	0 19.9		19.7	55		+ 0.15	5384	— 74	— 1	+ 26	— 75	+ 133	— 13	5380	a		

Tag	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.		Mittel R.
1895	h m	mm	°	°													
Mai 8/9.	0 30.2	748	+ 16	+ 17.6	21.51	21.52	— 0.01	47.5075	— 74	0	— 2	— 67	+ 133	— 14	47.5051	*a*	47.511
	0 36.2			19.3	55		+ 0.03	5034	— 74	0	+ 5	— 73	+ 255	— 14	5133	*p*	512
	0 41.2			19.8	56		+ 0.04	5029	— 74	0	+ 7	— 75	+ 248	— 14	5121	*p*	
	0 46.2			20.4	57		+ 0.05	5199	— 74	0	+ 9	— 78	+ 131	— 14	5173	*a*	
Mai 13/14.	0 52.2	752	+ 19	+ 20.7	21.57	21.51	+ 0.06	47.4637	— 74	+ 1	+ 10	— 79	+ 133	— 14	47.4614	*a*	47.455
	0 57.2			21.8	60		+ 0.09	4513	— 74	+ 1	+ 16	— 83	+ 240	— 14	4599	*p*	458
	1 1.7			23.3	63		+ 0.12	4483	— 69	+ 1	+ 21	— 89	+ 236	— 14	4569	*p*	
	1 6.2			24.2	64		+ 0.13	4518	— 74	+ 1	+ 23	— 92	+ 131	— 14	4493	*a*	
Mai 22/23.	1 30 1	746	+ 15	+ 16.9	21.50	21.57	— 0.07	47.3664	— 69	+ 2	— 12	— 65	+ 228	— 15	47.3733	*p*	47.378
	1 35.1			18.2	52		— 0.05	3752	— 74	+ 2	— 9	— 69	+ 136	— 15	3723	*a*	373
	1 41.1			19.4	55		— 0.02	3776	— 74	+ 2	— 4	— 73	+ 134	— 15	3746	*a*	
	1 47.1			20.0	56		— 0.01	3777	— 74	+ 2	— 2	— 76	+ 215	— 15	3827	*p*	
Mai 28/29.	2 13.2	753	+ 18	+ 19.2	21.55	21.50	+ 0.05	47.3106	— 72	— 5	+ 9	— 73	+ 208	— 16	47.3157	*p*	47.315
	2 18.7			20 5	57		+ 0.07	3259	— 72	— 5	+ 12	— 78	+ 133	— 16	3233	*a*	320
	2 23.7			21.8	60		+ 0.10	3197	— 61	— 5	+ 17	— 83	+ 132	— 16	3181	*a*	
	2 29.7			23.0	62		+ 0.12	3109	— 61	— 5	+ 21	— 87	+ 119	— 16	3150	*p*	
Juni 20/21.	3 52.7	754	+ 18	+ 19.1	21.54	21.52	+ 0.02	47.1915	— 72	— 3	+ 3	— 71	+ 188	— 17	47.1943	*p*	47.203
	3 58.2			20.2	56		+ 0.04	2141	— 72	— 3	+ 7	— 76	+ 140	— 17	2120	*a*	201
	4 3.7			21.2	58		+ 0.06	1933	— 72	— 3	+ 10	— 80	+ 139	— 17	1910	*a*	
	4 9.7			22.4	61		+ 0.09	2104	— 61	— 3	+ 15	— 84	+ 181	— 17	2135	*p*	
Juli 1/2.	4 33.4	745	+ 23	+ 24.5	21.65	21.60	+ 0.05	47.1895	— 72	— 3	+ 9	— 92	+ 145	— 16	47.1866	*a*	47.18
	4 38.4			25.7	67		+ 0.07	1857	— 56	— 3	+ 12	— 97	+ 179	— 16	1876	*p*	189
	4 44.4			26.3	68		+ 0.08	1904	— 72	— 3	+ 14	— 99	+ 176	— 16	1904	*p*	
	4 49.9			26.6	68		+ 0.08	1928	— 67	— 3	+ 14	— 100	+ 139	— 16	1895	*a*	
Juli 16/17.	5 18.7	747	+ 19	+ 20.3	21.57	21.60	— 0.03	47.2161	— 72	— 3	— 5	— 76	+ 164	— 16	47.2153	*a*	47.208
	5 23.7			22.0	60		0.00	2076	— 61	— 3	0	— 83	+ 186	— 16	2099	*p*	205
	5 28,7		+ 20	23.3	63		+ 0.03	2064	— 72	— 3	+ 5	— 88	+ 184	— 16	2074	*p*	
	5 34.7			24.1	64		+ 0.04	2029	— 61	— 3	+ 7	— 91	+ 155	— 16	2020	*a*	
Okt. 17/18.	11 43.9	759	+ 5	+ 7.6	21.32	21.34	— 0.02	48.1579	— 71	— 2	— 3	— 29	+ 486	— 9	48.1951	*p*	48.188
	11 48.9			9.0	35		+ 0.01	1510	— 71	— 2	+ 2	— 35	+ 430	— 9	1825	*a*	181
	12 55.4		+ 6	10.1	37		+ 0.03	1515	— 71	— 2	+ 5	— 38	+ 404	— 9	1804	*a*	
	12 2.4			10.9	39		+ 0.05	1477	— 71	— 2	+ 9	— 42	+ 459	— 9	1821	*p*	
1896																	
Jan. 27/28.	19 39.5	759	— 2	+ 0.2	21.18	21.14	+ 0.04	48.7082	— 56	+ 4	+ 7	— 3	+ 141	— 7	48.7168	*a*	48.721
	19 47.5			1.2	20		+ 6	5766	— 47	— 1	+ 11	— 5	+ 1270	— 7	6987	*p*	704
	19 55.0		— 1	1.3	20		+ 6	5962	— 50	— 1	+ 11	— 5	+ 1233	— 7	7143	*p*	
	20 1.5			1.5	21		+ 7	7166	— 56	+ 4	+ 12	— 6	+ 151	— 7	7264	*a*	
Febr. 15/16.	20 37.0	763	— 4	— 0.2	21.19	21.20	— 1	48.5509	— 65	— 1	— 2	+ 1	+ 146	— 9	48.5579	*a*	48.559
	20 44.5			+ 1.3	21		+ 1	4836	— 69	0	+ 2	— 5	+ 841	— 9	5596	*p*	557
	20 50.5		— 3	2.3	23		+ 3	4817	— 65	0	+ 2	— 9	+ 817	— 9	5556	*p*	
	20 55.5			3.0	23		+ 3	5542	— 65	— 1	+ 5	— 12	+ 152	— 9	5612	*a*	
Febr. 17/18.	20 55.0	758	— 0	+ 2 6	21.23	21.21	+ 2	48.5229	— 65	0	+ 3	— 9	+ 148	— 9	48.5297	*a*	48.5342
	21 17.5			4.7	26		+ 5	4720	— 69	0	+ 9	— 18	+ 707	— 9	5343	*p*	5324
	21 24.5		+ 1	5.5	27		+ 6	4696	— 65	0	+ 10	— 21	+ 689	— 9	5304	*p*	
	21 29.0			6.3	28		+ 7	5303	— 65	0	+ 12	— 24	+ 165	— 9	5386	*a*	
Febr. 22/23.	20 52.8	758	— 2	+ 1.0	21.20	21.24	— 4	48.4210	— 64	+ 1	— 7	— 4	+ 752	— 9	48.4879	*p*	48.4861
	20 59.3			2.6	23		— 1	4689	— 65	0	— 2	— 10	+ 142	— 9	4745	*a*	4777
	21 4.8			3.5	24		0	4746	— 65	0	0	— 13	+ 147	— 9	4808	*a*	
	21 10.3			4.3	25		+ 1	4239	— 69	+ 1	+ 2	— 15	+ 693	— 9	4842	*p*	

	Sternzeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mittel	R.S.Bl.
	h m	mm	°	°														
/2.	0 0.7	751	+ 8	+ 9.7	21.33	21.33	0.00	47.5748	— 69	— 1	0	— 37	+ 136	— 14	47.5758	*a*	47.5839	3 4 2
	0 7.2			12.2	38		+ 5	5859	— 74	— 1	+ 9	— 47	+ 284	— 14	6015	*p*	5947	
	0 13 2			13.3	39		+ 6	5733	— 74	— 1	+ 10	— 50	+ 276	— 14	5880	*p*		
	0 19.3			14.2	40		+ 7	5913	— 74	— 1	+ 12	— 53	+ 134	— 14	5920	*a*		
/6.	0 0.4	751	+ 10	+ 11.7	21.36	21.29	+ 7	47.5344	— 74	— 1	+ 12	— 45	+ 139	— 13	47.5362	*a*	47.5377	3 3 3
	0 4.9			13.2	39		+ 10	5233	— 74	0	+ 17	— 51	+ 293	— 13	5405	*p*	5343	
	0 12.4			14.4	40		+ 11	5120	— 74	0	+ 19	— 55	+ 284	— 14	5280	*p*		
	0 18.9			15.9	43		+ 14	5382	— 74	— 1	+ 24	— 61	+ 136	— 14	5392	*a*		
/8.	23 57.3	751	+ 10	+ 13.0	21.38	21.42	— 4	47.4925	— 69	0	— 7	— 50	+ 312	— 13	47.5098	*p*	47.5130	3 3 3
	0 4.3			17.0	44		+ 2	5125	— 69	0	+ 3	— 65	+ 140	— 13	5121	*a*	5179	
	0 9.3			16.9	44		+ 2	5246	— 74	0	+ 3	— 65	+ 139	— 13	5236	*a*		
	0 14.3			17.3	45		+ 3	5027	— 74	0	+ 5	— 67	+ 285	— 13	5163	*p*		
/1.	1 51.1	749	+ 16	+ 17.8	21.46	21.52	— 6	47.2760	— 56	— 4	— 10	— 69	+ 228	— 15	47.2834	*p*	47.2843	2 2 3
	2 1.1			19,6	48		— 4	2976	— 69	+ 3	— 7	— 77	+ 141	— 15	2952	*a*	3026	
	2 6.1		17	20.2	49		— 3	3126	— 74	+ 3	— 5	— 78	+ 140	— 15	3097	*a*		
	2 10.6			20.7	50		— 2	2807	— 74	+ 3	— 3	— 80	+ 212	— 15	2851	*p*		
/4.	2 9.1	744	+ 22	+ 23.8	21.55	21.78	— 23	47.2697	— 56	— 4	— 40	— 92	+ 214	— 15	47.2704	*p*	47.2666	2 2 3
	2 14 1			25.2	57		— 21	2739	— 56	— 4	— 37	— 97	+ 139	— 15	2669	*a*	2726	
	2 19.1			26.1	58		— 20	2860	— 61	— 4	— 35	— 100	+ 138	— 16	2782	*a*		
	2 24.1			26.6	59		— 19	2654	— 72	— 4	— 33	— 102	+ 201	— 16	2628	*p*		
10.	4 19.0	747	+ 25	+ 26.4	21.59	21.67	— 8	47.1908	— 74	+ 5	— 14	— 102	+ 200	— 14	47.1909	*p*	47.1876	2 2 3
	4 24.0			27.3	60		— 7	1956	— 74	+ 4	— 12	— 105	+ 172	— 14	1927	*a*	1908	
	4 30 0			28.4	61		— 6	1919	— 69	+ 5	— 10	— 110	+ 168	— 14	1890	*a*		
	4 36.5			30.0	64		— 3	1849	— 69	+ 5	— 5	— 116	+ 195	— 15	1844	*p*		
1 15.	4 46.8	748	+ 21	+ 22.9	21.53	21.74	— 21	47.2065	— 72	— 3	— 37	— 88	+ 178	— 14	47.2029	*a*	47.2052	3 3 4
	4 52.8			24.9	56		— 18	1902	— 56	— 3	— 31	— 96	+ 196	— 14	1890	*p*	1932	
	4 58.8		22	26 3	58		— 16	2000	— 74	— 3	— 28	— 101	+ 193	— 14	1973	*p*		
	5 4.8			26.6	58		— 16	2111	— 56	— 3	— 28	— 102	+ 166	— 14	2074	*a*		
2 22.	6 33.9	743	+ 25	+ 27.1	21.59	21.70	— 11	47.2406	— 72	— 4	— 19	— 104	+ 142	— 17	47.2328	*a*	47.2205	3 3 4
	6 39.9			28.4	61		— 9	2408	— 69	+ 4	— 16	— 106	+ 171	— 17	2375	*p*	2367	
	6 45.9		+ 26	29.0	62		— 8	2404	— 71	+ 4	— 14	— 107	+ 170	— 17	2359	*p*		
	6 51.4			29.7	63		— 7	2330	— 64	+ 4	— 12	— 114	+ 136	— 17	2262	*a*		
2 27.	10 34.5	747	+ 13	+ 14.1	21.40	21.31	+ 9	47.8884	— 71	+ 2	+ 16	— 54	+ 295	— 11	47.9061	*p*	47.9059	3 2 2
	10 40.5			15.4	42		+ 11	8909	— 71	+ 2	+ 19	— 59	+ 280	— 11	9069	*a*	9129	
	10 47.0		14	16.4	43		+ 12	9043	— 71	+ 2	+ 21	— 63	+ 268	— 11	9189	*a*		
	10 52.5			16.8	44		+ 13	8884	— 71	+ 2	+ 23	— 65	+ 295	— 11	9057	*p*		
2 29.	11 21.0	753	+ 12	+ 14.8	21.41	21.42	— 1	47.9122	— 71	+ 1	— 2	— 57	+ 240	— 12	47.9228	*a*	47.9241	2 2 2
	11 26.5			15.4	42		0	9184	— 71	+ 1	0	— 59	+ 311	— 12	9354	*p*	9305	
	11 31.5		+ 13	16.1	43		+ 1	9086	— 71	+ 1	+ 2	— 62	+ 311	— 12	9255	*p*		
	11 36.5			16.7	44		+ 2	9183	— 71	+ 1	+ 2	— 64	+ 221	— 12	9261	*a*		
2 30.	13 15.0	743	+ 7	+ 8.4	21.32	21.24	+ 8	48.3216	— 65	+ 3	+ 14	— 32	+ 387	— 8	48.3515	*a*	48.3522	3; 4. 2
	13 20.5			9.6	33		+ 9	2991	— 65	+ 3	+ 16	— 37	+ 613	— 8	3513	*p*	3517	
	13 27.0		+ 8	10.7	35		+ 11	2802	— 65	+ 3	+ 19	— 41	+ 612	— 8	3522	*p*		
	13 33.5			11.3	36		+ 12	3288	— 65	+ 3	+ 21	— 43	+ 334	— 8	3530	*a*		
/7.	13 22 4	745	+ 2	+ 3.1	21.24	21.32	— 8	48.3760	— 65	+ 2	— 14	— 12	+ 822	— 7	48.4484	*p*	48.4534	3 3 3
	13 28.9			4 8	26		— 6	3974	— 69	+ 2	— 10	— 18	+ 505	— 7	4377	*a*	4350	
	13 34.4		+ 3	5.8	28		— 4	3943	— 65	+ 2	— 7	— 22	+ 479	— 7	4323	*a*		
	13 39.4			6.1	28		— 4	3850	— 69	+ 2	— 7	— 23	+ 797	— 7	4543	*p*		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.		Mitte
1896	h m	mm °	°													
Nov. 12/13.	14 16.2	750 + 2	+ 3.4	21.24	21.26	— 0.02	48.4197	— 65	+ 1	— 3	— 13	+ 942	— 7	48.5052	*p*	48.51
	14 21.7		4.1	25		— 1	4909	— 69	0	— 2	— 16	+ 425	— 7	5240	*a*	51
	14 27.2	49 + 3	4.7	26		0	4815	— 65	0	0	— 18	+ 401	— 7	2126	*a*	
	13 31.2		5.1	27		+ 1	4356	— 69	+ 1	+ 2	— 20	+ 932	— 7	5195	*p*	
Nov. 16/17.	14 37.8	745 + 4	+ 5.5	21.27	21.23	+ 4	48.4572	— 65	+ 1	+ 7	— 21	+ 1037	— 7	48.5524	*p*	48.55
	14 45.8		6.3	28		+ 5	5138	— 65	0	+ 9	— 24	+ 402	— 7	5453	*a*	54
	14 50.8	+ 5	7.1	30		+ 7	5184	— 69	0	+ 12	— 27	+ 382	— 7	5485	*a*	
	14 55.8		8.3	31		+ 8	4658	— 69	+ 1	+ 14	— 32	+ 1028	— 7	5593	*p*	
Dec. 15/16.	17 15.8	743 — 2	— 0.1	21.19	21.09	+ 10	48.7345	— 65	— 3	+ 17	+ 2	+ 223	— 5	48.7510	*a*	48.75
	17 21.8		+ 0.7	20		+ 11	5866	— 69	— 1	+ 19	— 5	+ 1891	— 5	7695	*p*	76
	17 26.8		1.3	21		+ 12	5831	— 65	— 1	+ 21	— 8	+ 1893	— 5	7686	*p*	
	17 31.8		2.0	22		+ 13	7399	— 65	— 3	+ 23	— 10	+ 189	— 5	7528	*a*	
1897																
Febr. 17/18.	20 41.5	758 + 1	+ 3.0	21.23	21.31	— 8	48.5192	— 65	0	— 14	— 10	+ 150	— 9	48.5244	*a*	48.52
	20 48.0		4.3	25		— 6	4760	— 69	0	— 10	— 17	+ 821	— 9	5476	*p*	53
	20 52·5		4.7	26		— 5	4524	— 65	+ 1	— 9	— 18	+ 807	— 9	5232	*p*	
	21 0.5		6.0	28		— 3	5239	— 65	0	— 5	— 23	+ 161	— 9	5298	*a*	
Febr. 19/20.	21 3.1	756 + 5	+ 7.1	21.30	21.40	— 10	48.4966	— 65	0	— 17	— 27	+ 146	— 9	48.4993	*a*	48.49
	21 8.1		7.9	31		— 9	4311	— 65	+ 1	— 16	— 32	+ 698	— 9	4885	*p*	48
	21 13.1		8.4	32		— 8	4347	— 67	+ 1	— 14	— 35	+ 680	— 9	4903	*p*	
	21 19.1		9.1	33		— 7	4958	— 65	0	— 12	— 38	+ 153	— 9	4988	*a*	
März 12/13.	21 27.0	737 + 4	+ 5.7	21.27	21.16	+ 11	48.2499	— 65	+ 4	+ 19	— 23	+ 133	— 10	48.2557	*a*	48.25
	21 32.0		7.5	31		+ 15	2333	— 65	+ 4	+ 26	— 29	+ 538	— 10	2795	*p*	26
	21 40.0		8.5	32		+ 16	2146	— 65	+ 4	+ 28	— 33	+ 502	— 10	2572	*p*	
	21 45.0		9.2	33		+ 17	2456	— 65	+ 4	+ 30	— 35	+ 135	— 10	2515	*a*	
April 3/4.	22 59.9	732 + 5	+ 7.3	21.30	21.28	+ 2	47.9409	— 71	+ 1	+ 3	— 28	+ 133	— 13	47.9434	*a*	47.942
	23 4.9		8.8	32		+ 4	9271	— 71	+ 1	+ 7	— 34	+ 331	— 13	9492	*p*	948
	23 8.9		9.2	33		+ 5	9253	— 71	+ 1	+ 9	— 35	+ 325	— 13	9469	*p*	
	23 12.9		9.3	33		+ 5	9390	— 71	+ 1	+ 9	— 36	+ 134	— 13	9414	*a*	
April 5/6.	23 53.5	743 + 6	+ 7.5	21.30	21.17	+ 13	47.9020	— 71	+ 1	+ 23	— 29	+ 140	— 14	47.9070	*a*	47.911
	23 57.5		8.4	32		+ 15	8889	— 71	+ 2	+ 26	— 32	+ 277	— 14	9077	*p*	911
	0 2.5		8.7	32		+ 15	8978	— 71	+ 1	+ 26	— 35	+ 273	— 14	9158	*p*	
	0 8.0		9.3	33		+ 16	9099	— 71	+ 1	+ 28	— 36	+ 143	— 14	9150	*a*	
April 27/28.	23 50.2	749 + 17	+ 18.9	21.47	21.31	+ 16	47.6334	— 74	— 2	+ 28	— 75	+ 130	— 14	47.6327	*a*	47.631
	23 55.7		20.2	49		+ 18	6176	— 74	— 2	+ 31	— 78	+ 280	— 14	6319	*p*	623
	0 0.7	18	21.6	51		+ 20	6017	— 71	— 1	+ 35	— 84	+ 274	— 14	6155	*p*	
	0 5.2		22.0	52		+ 21	6304	— 74	— 2	+ 37	— 85	+ 129	— 14	6295	*a*	
Mai 4/5.	0 12.3	749 + 10	+ 12.0	21.37	21.31	+ 6	47.5265	— 69	0	+ 10	— 49	+ 278	— 14	47.5421	*p*	47.540
	0 22.8		14.5	41		+ 10	5436	— 74	— 1	+ 17	— 56	+ 134	— 14	5442	*a*	540
	0 30.8	11	14.8	41		+ 10	5356	— 74	— 1	+ 17	— 57	+ 133	— 14	5360	*a*	
	0 42.3		15.2	42		+ 11	5259	— 74	0	+ 19	— 59	+ 247	— 15	5378	*p*	
Mai 16/17.	1 15.1	748 + 16	+ 18.8	21.47	21.50	— 3	47.4231	— 69	+ 1	— 5	— 72	+ 231	— 16	47.4301	*p*	47.422
	1 25.6		21.1	51		+ 1	4201	— 74	+ 1	+ 2	— 81	+ 132	— 16	4165	*a*	4154
	1 32.6	17	21.9	52		+ 2	4181	— 74	+ 1	+ 3	— 84	+ 132	— 16	4143	*a*	
	1 38.6		22.1	52		+ 2	4099	— 66	+ 1	+ 3	— 85	+ 213	— 16	4149	*p*	
Mai 20/21.	1 34.3	737 + 15	+ 17.2	21.45	21.58	— 13	47.3858	— 65	+ 2	— 23	— 66	+ 220	— 16	47.3906	*p*	47.394
	1 40.3		19.1	48		— 10	3921	— 74	+ 1	— 17	— 73	+ 131	— 16	3873	*a*	3895
	1 45.3		20.2	49		— 9	3969	— 74	+ 1	— 16	— 78	+ 130	— 16	3916	*a*	
	1 49.3		21.2	51		— 7	3941	— 66	+ 1	— 12	— 82	+ 210	— 16	3976	*p*	

g	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mittel	R.S.Bl.
	h m	mm °	°														
07	2 43.6	749 + 22	+ 22.6	21.53	21.50	+ 0.03	47.3045	— 66	+ 3	+ 5	— 87	+ 191	— 17	47.3074	*p*	47.2988	2 1 3
30/31.	2 48.6		24.0	55		+ 5	3048	— 66	+ 3	+ 9	— 92	+ 128	— 17	3014	*a*	3018	
	2 53.6		25.0	56		+ 6	3067	— 74	+ 3	+ 10	— 94	+ 127	— 17	3023	*a*		
	2 58.6		25.8	57		+ 7	2886	— 74	+ 3	+ 12	— 96	+ 185	— 17	2902	*p*		
i 2/3	2 11.5	748 + 22	+ 24.6	21.56	21.60	— 4	47.3006	— 66	+ 3	— 7	— 93	+ 212	— 17	47.5038	*p*	47.2917	2 3 4
	2 16.5		25.6	57		— 3	3011	— 74	+ 3	— 5	— 96	+ 137	— 17	2959	*a*	3001	
	2 22.5	+ 23	26.9	59		— 1	3099	— 74	+ 3	— 2	— 101	+ 135	— 17	3043	*a*		
	2 27.5		27.8	60		0	2783	— 74	+ 3	0	— 104	+ 205	— 17	2796	*p*		
i 23/24.	2 23.9	750 + 21	+ 21.6	21.51	21.52	— 1	47.1787	— 72	— 3	— 2	— 79	+ 257	— 13	47.1875	*p*	47.1929	2 2 3
	2 28.4		22.4	52		0	1916	— 72	— 3	0	— 82	+ 191	— 13	1944	*a*	1925	
	2 32.4	+ 22	23.2	54		+ 2	1898	— 61	— 3	+ 3	— 83	+ 187	— 13	1926	*a*		
	2 36.4		24.1	55		+ 3	1896	— 56	— 3	+ 5	— 87	+ 242	— 13	1984	*p*		
i 26/27.	4 4.5	749 + 21	+ 22.0	21.52	21.40	+ 12	47.1950	— 66	+ 4	+ 21	— 76	+ 188	— 16	47.1999	*p*	47.1882	3 3 3
	4 9.5		23.3	54		+ 14	1907	— 72	— 3	+ 24	— 80	+ 144	— 16	1898	*a*	1944	
	4 14.0	+ 22	24.8	56		+ 16	2000	— 74	+ 4	+ 28	— 86	+ 143	— 16	1994	*a*		
	4 21.5		26.2	58		+ 18	1736	— 74	+ 5	+ 31	— 90	+ 181	— 17	1764	*p*		
2/13.	4 28.6	751 + 18	+ 20.2	21.49	21.50	— 1	47.2064	— 72	— 3	— 2	— 74	+ 187	— 14	47.2086	*a*	47.2041	3 3 2
	4 35.1		22.0	52		+ 2	2060	— 74	+ 4	+ 3	— 79	+ 201	— 14	2101	*p*	2080	
	4 40.6		23.0	53		+ 3	2013	— 66	+ 4	+ 5	— 84	+ 199	— 14	2058	*p*		
	4 46.1		23.9	55		+ 5	1961	— 74	+ 4	+ 9	— 87	+ 197	— 14	1996	*a*		
4/15.	5 29.2	743 + 19	+ 25.1	21.56	21.60	— 4	47.2195	— 66	+ 4	— 7	— 92	+ 182	— 16	47.2200	*p*	47.2156	3 3 3
	5 33.7		25.8	58		— 2	2035	— 66	+ 4	— 3	— 94	+ 151	— 16	2012	*a*	2061	
	5 38.2		26.6	59		— 1	2146	— 74	+ 4	— 2	— 97	+ 150	— 16	2111	*a*		
	5 43.2		27.4	60		0	2120	— 74	+ 4	0	— 99	+ 178	— 16	2113	*p*		
5/26.	5 42.9	747 + 19	+ 23.0	21.53	21.61	— 8	47.2440	— 66	+ 4	— 14	— 84	+ 191	— 14	47.2457	*a*	47.2488	3 3 3
	5 48.4		24.0	55		— 6	2471	— 74	+ 4	— 10	— 88	+ 193	— 14	2482	*p*	2465	
	5 53.4		24.4	55		— 6	2440	— 74	+ 4	— 10	— 89	+ 191	— 14	2448	*p*		
	5 58.4		24.8	56		— 5	2512	— 74	+ 4	— 9	— 91	+ 191	— 14	2519	*a*		
2/3.	6 5.0	750 + 20	+ 21.1	21.50	21.50	0	47.2911	— 66	+ 3	0	— 78	+ 207	— 13	47.2964	*a*	47.2987	2 3 2
	6 24.0		23.0	53		+ 3	2769	— 69	+ 3	+ 5	— 84	+ 192	— 14	2802	*p*	2910	
	6 28.0		23.7	54		+ 4	2991	— 74	+ 3	+ 7	— 87	+ 191	— 14	3017	*p*		
	6 33.0		25.0	56		+ 6	2994	— 74	+ 3	+ 10	— 91	+ 182	— 14	3010	*a*		
0/11.	6 2.0	749 + 20	+ 20.6	21.50	21.60	— 10	47.3561	— 74	+ 2	— 17	— 76	+ 274	— 12	47.3658	*a*	47.3666	3 3 2
	6 7.0		22.4	52		— 8	3655	— 74	+ 2	— 14	— 82	+ 217	— 12	3692	*p*	3678	
	6 13.0	+ 21	23.8	55		— 5	3633	— 74	+ 2	— 9	— 87	+ 212	— 12	3665	*p*		
	6 17.0		24.6	56		— 4	3608	— 74	+ 2	— 7	— 90	+ 248	— 12	3675	*a*		
9/10.	8 26.2	750 + 11	+ 12.9	21.38	21.60	— 22	47.6574	— 66	— 2	— 38	— 48	+ 347	— 11	47.6755	*a*	47.6790	3 3 2
	8 31.7		14.4	40		— 20	6870	— 72	— 3	— 35	— 53	+ 256	— 11	6951	*p*	6872	
	8 36.7		15.4	42		— 18	6715	— 72	— 3	— 31	— 57	+ 254	— 11	6794	*p*		
	8 42.7		16.4	43		— 17	6697	— 74	— 3	— 30	— 60	+ 308	— 12	6826	*a*		
5/26.	10 25.9	754 + 17	+ 17.9	21.46	21.50	— 4	47.8634	— 71	+ 2	— 7	— 66	+ 287	— 11	47.8768	*p*	47.8864	2 2 2
	10 30.9		19.2	48		— 2	8688	— 71	+ 2	— 3	— 71	+ 282	— 11	8816	*a*	8852	
	10 35.4		19.9	49		— 1	8767	— 71	+ 2	— 2	— 74	+ 276	— 11	8887	*a*		
	10 39.9		20.1	49		— 1	8831	— 71	+ 2	— 2	— 74	+ 286	— 11	8961	*p*		
9/30.	10 47.5	745 + 18	+ 19.4	21.48	21.50	— 2	47.9322	— 71	+ 1	— 3	— 72	+ 303	— 11	47.9469	*p*	47.9427	3 3 3
	10 52.5		19.9	49		— 1	9244	— 71	+ 1	— 2	— 74	+ 283	— 11	9370	*a*	9474	
	11 0.0	+ 19	21.2	51		+ 1	9468	— 71	+ 1	+ 2	— 78	+ 268	— 11	9579	*a*		
	11 11.0		22.6	53		+ 3	9242	— 71	+ 1	+ 5	— 83	+ 302	— 11	9385	*p*		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Paral.	Durchm.		Mittel
1897	h m	mm °	°	mm	mm	mm	s							s		s
Okt. 4/5.	10 15.4	756 + 7	+ 10.1	21.34	21.50	− 0.16	47.9863	− 71	+ 1	− 28	− 38	+ 376	− 9	48.0094	*p*	48.01
	10 20 4		11.2	36		— 14	9698	− 71	+ 1	− 24	− 42	+ 474	— 9	0027	*a*	00
	10 24.4	+ 8	11.9	37		— 13	9863	− 71	+ 1	− 23	− 45	+ 455	— 9	0171	*a*	
	10 28.9		12.2	37		— 13	9973	− 71	0	− 23	− 46	+ 365	— 9	0189	*p*	
Okt. 14/15.	11 51.5	745 + 13	+ 14.2	21.40	21.57	— 17	48.1216	− 71	— 2	− 30	− 54	+ 416	— 9	48.1466	*p*	48.14
	11 56.5		15.8	43		— 14	1305	− 71	— 2	− 24	− 59	+ 342	— 9	1482	*a*	14
	12 3 5		16.7	44		— 13	1315	− 71	— 2	− 23	− 63	+ 325	— 9	1472	*a*	
	12 8.0	+ 14	17.0	44		— 13	1110	− 71	— 2	− 23	− 64	+ 412	— 9	1357	*p*	
Okt. 23/24.	12 31.8	757 + 8	+ 11.5	21.36	21.49	— 13	48.2254	− 71	— 3	− 23	− 43	+ 528	— 9	48.2633	*p*	48 25
	12 36.8		11.7	37		— 12	2441	− 71	— 4	− 21	− 44	+ 400	— 9	2692	*a*	26
	12 41 8		12 8	38		— 11	2385	− 65	+ 4	− 19	− 48	+ 384	— 9	2632	*a*	
	12 46.8	+ 9	13.1	39		— 10	2167	− 65	— 4	− 17	− 49	+ 523	— 9	2546	*p*	
Nov. 5/6.	13 47.7	756 + 4	+ 5.1	21.26	21.22	+ 4	48.3670	− 65	+ 2	+ 7	− 18	+ 773	— 8	48.4361	*p*	48.4
	13 52.7		6 6	29		+ 7	3897	− 65	+ 2	+ 12	− 24	+ 386	— 8	4200	*a*	4
	13 57.7	+ 5	7.1	30		+ 8	4058	− 67	+ 1	+ 14	− 26	+ 369	— 8	4341	*a*	
	14 2.7		7.3	30		+ 8	3771	− 67	+ 2	+ 14	− 26	+ 770	— 8	4456	*p*	
Nov. 9/10	13 52 5	761 + 2	+ 3.7	21.25	21.32	— 7	48.4009	− 65	+ 1	− 12	− 13	+ 874	— 7	48.4787	*p*	48.4
	13 57.5		4.8	26		— 6	4423	− 65	+ 1	− 10	− 17	+ 466	— 7	4791	*a*	4
	14 2 5	+ 3	5.3	27		— 5	4359	− 65	+ 1	− 9	− 19	+ 444	— 7	4704	*a*	
	14 8.5		6.2	28		— 4	4028	− 69	+ 1	− 7	− 22	+ 861	— 7	4785	*p*	
Nov. 24/25.	14 52.5	755 — 1	+ 1.6	21.21	21.46	— 25	48.5043	− 65	0	− 44	− 5	+ 1392	— 6	48.6315	*p*	48 6
	14 58 5		2.5	23		— 23	6056	− 65	— 1	− 40	− 9	+ 508	— 6	6443	*a*	6
	15 4.5		3.7	25		— 21	5755	− 65	— 1	− 37	− 13	+ 476	— 6	6109	*a*	
	15 10.5		4.4	26		— 10	5110	− 69	0	− 35	− 15	+ 1341	— 6	6326	*p*	
1898																
Febr. 25/26.	21 27.1	751 + 4	+ 4.8	21.26	21.30	— 4	48.4200	− 65	+ 1	− 7	− 17	+ 146	− 10	48.4248	*a*	48.4
	21 33.1		5.5	27		— 3	3797	− 69	+ 2	− 5	− 19	+ 592	− 10	4288	*p*	4
	21 41.1		5.7	28		— 2	3720	− 65	+ 2	− 3	− 20	+ 575	− 10	4199	*p*	
	21 46.1		6.0	28		— 2	4248	− 65	— 1	− 3	− 21	+ 155	− 10	4303	*a*	
März 11/12.	22 19.6	747 + 5	+ 6.8	21.29	21.35	— 6	48.2476	− 65	+ 4	− 10	− 24	+ 146	− 12	48 2515	*a*	48 2
	22 24 6		8.2	31		— 4	2283	− 69	+ 4	− 7	− 29	+ 429	− 12	2599	*p*	26
	22 29.6	+ 6	8.9	32		— 3	2333	− 65	+ 4	− 5	− 31	+ 421	− 12	2645	*p*	
	22 35.6		9.7	33		— 2	2511	− 65	+ 4	− 3	− 34	+ 152	− 12	2553	*a*	
März 20/21.	22 25.2	750 + 4	+ 5.5	21.27	21.39	— 12	48.1301	− 71	— 2	− 21	− 19	+ 190	− 12	48.1366	*a*	48.1
	22 31.7		6.8	29		— 10	1104	− 71	— 2	− 17	− 24	+ 411	− 12	1389	*p*	13
	22 39 2		8.0	31		— 8	1053	− 71	— 2	− 14	− 28	+ 400	− 12	1326	*p*	
	22 43 2		8.6	32		— 7	1209	− 71	— 2	− 12	− 30	+ 145	− 12	1227	*a*	
April 5/6.	23 27.8	754 + 5	+ 7.9	21.31	21.52	— 21	47.9153	− 71	+ 1	− 37	− 28	+ 139	− 13	47 9144	*a*	47.91
	23 32.8		9.5	33		— 19	8844	− 71	+ 2	− 33	− 33	+ 305	− 13	9001	*p*	90
	23 37.8		10.3	34		— 18	9007	− 71	+ 1	− 31	− 36	+ 300	− 13	9157	*p*	
	23 42 8	+ 7	11.0	35		— 17	9128	− 71	+ 1	− 30	− 38	+ 140	− 13	9117	*a*	
Mai 1/2.	0 26 9	743 + 20	+ 21 2	21.49	21.59	— 10	47.5889	− 74	— 1	− 17	− 74	+ 127	− 14	47.5836	*a*	47.57
	0 32.9		22.5	51		— 8	5751	− 74	— 1	− 14	− 79	+ 242	− 14	5811	*p*	58
	0 37.9		23.0	51		— 8	5760	− 74	— 1	− 14	− 80	+ 218	− 14	5795	*p*	
	0 42 9	+ 21	23.8	52		— 7	5803	− 74	— 1	− 12	− 83	+ 126	− 14	5745	*a*	
Mai 13/14.	1 26.3	747 + 12	+ 13.9	21.40	21.42	— 2	47.4453	− 69	+ 1	− 3	− 49	+ 221	− 16	47.4538	*p*	47.45
	1 31.8		15.3	42		0	4471	− 74	+ 1	0	− 54	+ 131	− 16	4459	*a*	44
	1 36.8		15.9	42		0	4541	− 74	+ 1	0	− 56	+ 130	− 16	4526	*a*	
	1 41.8	+ 13	15.9	42		0	4527	− 74	+ 1	0	− 56	+ 212	− 16	4594	*p*	

T	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Paral.	Durchm.		Mittel	R.S.Bl.
	h m	mm	°	°	mm	mm	mm	s							s		s	
18	1 28 3	743	+ 17	+ 19.5	21.47	21.52	− 0.05	47.3619	− 74	+ 2	− 9	− 68	+ 227	− 14	47.3683	p	47.3831	3 3 3
2/23.	1 35.3			21.1	49		− 3	3692	− 74	+ 2	− 5	− 74	+ 134	− 14	3661	a	3678	
	1 40 8			21.8	50		− 2	3726	− 74	+ 2	− 3	− 76	+ 133	− 14	3694	a		
	1 45.8		+ 18	22.4	51		− 1	3931	− 74	+ 2	− 2	− 78	+ 214	− 14	3979	p		
7/8.	4 37 5	750	+ 21	+ 23.7	21 52	21.70	− 18	47.2732	− 74	+ 3	− 31	− 85	+ 166	− 18	47.2693	p	47.2700	3 3 2
	4 44 0			25.1	54		− 16	2644	− 74	+ 3	− 28	− 90	+ 127	− 18	2564	a	2636	
	4 49 0			25.7	55		− 15	2789	− 74	+ 3	− 26	− 92	+ 126	− 18	2708	a		
	4 54.0		+ 22	26.2	55		− 15	2753	− 74	+ 3	− 26	− 95	+ 163	− 18	2706	p		
/11.	2 28.6	748	+ 21	+ 22.8	21.51	21.61	− 10	47.2351	− 74	+ 4	− 17	− 82	+ 217	− 15	47.2384	p	47.2412	3 2 3
	2 32.6			23 8	52		− 9	2366	− 74	+ 4	− 16	− 86	+ 144	− 15	2323	a	2337	
	2 37.6			24.8	53		− 8	2398	− 74	+ 4	− 14	− 90	+ 142	− 15	2351	a		
	2 42.6		+ 22	25.7	55		− 6	2416	− 69	+ 4	− 10	− 93	+ 206	− 15	2440	p		
/15.	2 47.5	749	+ 15	+ 16.4	21.43	21.56	− 13	47.2335	− 74	+ 4	− 23	− 61	+ 213	− 15	47 2380	p	47.2394	3 3 3
	2 51 5			17.4	44		− 12	2274	− 72	+ 4	− 21	− 64	+ 150	− 15	2256	a	2284	
	2 55.5			18.5	46		− 10	2332	− 74	+ 4	− 17	− 68	+ 149	− 15	2311	a		
	2 59.5			19.4	47		− 9	2374	− 74	+ 4	− 16	− 71	+ 206	− 15	2407	p		
/27.	3 16.0	741	+ 18	+ 18.8	21.46	21.60	− 14	47.1845	− 74	+ 5	− 24	− 69	+ 209	− 14	47.1878	p	47.1913	3 3 3
	3 22.0			20.3	48		− 12	1906	− 72	− 3	− 21	− 74	+ 167	− 14	1889	a	1970	
	3 27.0			21.7	50		− 10	2061	− 69	+ 5	− 17	− 79	+ 164	− 14	2051	a		
	3 32.0			22.2	50		− 10	1917	− 56	− 3	− 17	− 81	+ 202	− 14	1948	p		
/16.	5 7.5	751	+ 14	+ 17.6	21.44	21.50	− 6	47.2079	− 74	+ 4	− 10	− 64	+ 174	− 16	47.2093	a	47.2188	1 4 2
	5 12.5			19 0	46		− 4	2121	− 74	+ 4	− 7	− 69	+ 191	− 16	2150	p	2226	
	5 17.5			20.1	48		− 2	2275	− 74	+ 4	− 3	− 73	+ 189	− 16	2302	p		
	5 23.0		+ 15	21.7	50		0	2263	− 74	+ 4	0	− 79	+ 186	− 16	2284	a		
							—				—							
27.	5 29.5	750	+ 15	+ 15.6	21.42	21.55	− 13	47.2491	− 74	+ 4	− 23	− 58	+ 207	− 14	47.2533	a	47.2574	2 3 3
	5 34.5			17.2	44		− 11	2601	− 74	+ 3	− 19	− 63	+ 198	− 14	2632	p	2638	
	5 40 0			18.2	45		− 10	2618	− 74	+ 3	− 17	− 67	+ 196	− 14	2645	p		
	5 46.5		+ 16	19.1	46		9	2594	− 74	+ 3	16	− 70	+ 191	− 14	2614	a		
2/3.	5 42.4	748	+ 20	+ 20.0	21.47	21.58	− 11	47.2931	− 74	+ 3	− 19	− 73	+ 237	− 13	47.2992	a	47.2914	2 1 3
	5 47.9			21.5	49		− 9	2970	− 74	+ 3	− 16	− 78	+ 206	− 13	2998	p	2973	
	5 52.4			22.2	50		− 8	2924	− 74	+ 3	− 14	− 79	+ 204	− 13	2948	p		
	5 56.9		+ 21	22.9	51		− 7	2796	− 74	+ 3	− 12	− 83	+ 218	− 13	2835	a		
13.	6 35.2	752	+ 21	+ 21.2	21.49	21.50	− 1	47.3689	− 74	+ 2	− 2	− 77	+ 239	− 13	47.3764	a	47.3709	3 3 3
	6 39.2			22.5	51		+ 1	3609	− 74	+ 2	+ 2	− 82	+ 204	− 13	3648	p	3642	
	6 45.2			23.7	52		+ 2	3602	− 74	+ 2	+ 3	− 86	+ 202	− 13	3636	p		
	6 49.2			24.6	53		+ 3	3597	− 69	+ 2	+ 5	− 89	+ 221	− 13	3654	a		
115.	6 50.9	750	+ 22	+ 24.3	21.53	21.60	− 7	47.3850	− 74	+ 2	− 12	− 88	+ 235	− 13	47.3900	a	47.3952	3 3 3
	6 55.9			25.5	54		− 6	3995	− 69	+ 1	− 10	− 92	+ 201	− 13	4013	p	3994	
	7 0.9			26.4	55		− 5	3967	− 74	+ 1	− 9	− 95	+ 198	− 13	3975	p		
	7 5.9		+ 23	27.1	56		− 4	3980	− 74	+ 1	− 7	− 98	+ 214	− 13	4003	a		
/2.	13 43 5	752	+ 7	+ 9.0	21.34	21.42	− 8	48.3328	− 65	0	− 14	− 31	+ 673	− 8	48.3883	p	48.3902	3 3 3
	13 49 5			10.0	35		− 7	3743	− 65	0	− 12	− 35	+ 328	− 8	3951	a	3913	
	13 54.5			10.3	35		− 7	3679	− 65	0	− 12	− 38	+ 316	− 8	3872	a		
	13 59.5			10.5	36		− 6	3363	− 65	0	− 10	− 39	+ 680	− 8	3921	p		
3/9.	13 50.5	754	+ 3	+ 4.0	21.27	21.45	− 18	48.3973	− 65	0	− 31	− 14	+ 830	− 7	48.4686	p	48.4695	3 3 3
	13 55.5			5.0	29		− 16	4470	− 65	0	− 28	− 17	+ 437	− 7	4790	a	4706	
	14 1.5		+ 4	+ 6.0	30		− 15	4329	− 65	0	− 26	− 21	+ 413	− 7	4623	a		
	14 6.1			6.5	31		− 14	4005	− 69	0	− 24	− 23	+ 823	− 7	4705	p		

Tag	Sternzeit	Bar. Th.	Inst.Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mitt
1898	h m	mm °	°													
Nov. 18/19.	14 24.8	758 + 5	+ 5.8	21.30	21.48	— 0.18	48.4704	— 65	0	— 31	— 20	+ 1130	— 6	48.5712	*p*	48.56
	14 29.8		6.5	31		— 17	5410	— 65	0	— 30	— 23	+ 497	— 6	5783	*a*	57
	14 41.8		8.6	33		— 15	5394	— 69	0	— 26	— 31	+ 457	— 6	5719	*a*	
	14 47.8	+ 6	9.9	35		— 13	4714	— 69	0	— 23	— 35	+ 1087	— 6	5668	*p*	
Nov. 22/23.	15 43.1	739 + 1	+ 1.9	21.25	21.42	— 17	48.5832	— 65	— 1	— 30	— 6	+ 295	— 6	48.6019	*a*	48.60
	15 47.6		2.4	25		— 17	4823	— 69	0	— 30	— 8	+ 1226	— 6	5936	*p*	60
	15 55.1		3.3	27		— 15	5021	— 65	0	— 26	— 12	+ 1240	— 6	6152	*p*	
	16 0.1		4.5	28		— 14	6020	— 69	— 1	— 24	— 16	+ 256	— 6	6160	*a*	
Decb. 6/7.	16 16.7	747 + 6	+ 6.3	21.30	21.38	— 8	48.7119	— 65	— 3	— 14	— 22	+ 340	— 5	48.7350	*a*	48.72
	16 22.7		7.0	31		— 7	6080	— 69	— 1	— 12	— 24	+ 1632	— 5	7601	*p*	73
	16 27.7		7.7	32		— 6	5677	— 65	— 1	— 10	— 27	+ 1627	— 5	7186	*p*	
	16 32.7		+ 8.3	33		— 5	6916	— 69	— 3	— 9	— 29	+ 286	— 5	7087	*a*	
1899																
Jan. 25/26.	19 3.8	762 — 1	— 1.8	21.19	21.14	+ 5	48.7182	— 65	— 3	+ 9	+ 6	+ 147	— 6	48.7270	*a*	48.72
	19 10.8		+ 1.9	23		+ 9	5733	— 69	— 1	+ 16	— 7	+ 1527	— 6	7193	*p*	73
	19 16.8	0	+ 2.8	25		+ 11	6054	— 65	— 1	+ 19	— 10	+ 1472	— 6	7463	*p*	
	19 22.8		+ 3.5	26		+ 12	7164	— 69	— 3	+ 21	— 12	+ 138	— 6	7233	*a*	
Febr. 5/6.	19 58.2	750 — 3	— 1.2	21.20	21.32	— 12	48.6427	— 65	— 3	— 21	+ 4	+ 138	— 7	48.6473	*a*	48.64
	20 3.2		+ 0.1	22		— 10	5641	— 69	— 1	— 17	0	+ 1087	— 7	6634	*p*	64
	20 10.2		+ 1.1	23		— 9	5389	— 65	— 1	— 16	— 4	+ 1053	— 7	6349	*p*	
	20 15.7		+ 1.2	23		— 9	6315	— 65	— 3	— 16	— 4	+ 143	— 7	6363	*a*	
Febr. 14/15.	21 21.3	745 + 11	+ 10.6	21.35	21.31	+ 4	48.5593	— 65	— 1	+ 7	— 37	+ 153	— 9	48.5641	*a*	48.55
	21 26.3		11.2	36		+ 5	5093	— 69	0	+ 9	— 39	+ 682	— 9	5667	*p*	56
	21 31.3		11.9	37		+ 6	5087	— 65	0	+ 10	— 42	+ 674	— 9	5655	*p*	
	21 37.3		12.9	38		+ 7	5492	— 65	— 1	+ 12	— 45	+ 164	— 9	5548	*a*	
Febr. 21/22.	21 11.4	757 + 2	+ 4.7	21.28	21.32	— 4	48.4960	— 65	0	— 7	— 16	+ 148	— 9	48.5011	*a*	48.50
	21 17.4		6.3	30		— 2	4306	— 69	+ 1	— 3	— 22	+ 668	— 9	4872	*p*	49
	21 22.4		7.1	31		— 1	4466	— 65	+ 1	— 2	— 25	+ 656	— 9	5022	*p*	
	21 28.4		7.6	31		— 1	4974	— 65	0	— 2	— 27	+ 155	— 9	5026	*a*	
Febr. 26/27.	21 10.1	760 — 2	— 1.0	21.20	21.20	0	48.4229	— 65	+ 1	0	+ 4	+ 145	— 9	48.4305	*a*	48.43
	21 16.1		+ 0.7	23		+ 3	3805	— 69	+ 1	+ 5	— 2	+ 656	— 9	4887	*p*	43
	21 23.1		2.4	25		+ 5	3756	— 65	+ 1	+ 9	— 8	+ 635	— 9	4319	*p*	
	21 28.1		3.0	26		+ 6	4351	— 69	+ 1	+ 10	— 10	+ 150	— 9	4424	*a*	
März 5/6.	21 37.5	753 — 1	+ 0.0	21.22	21.34	— 12	48.3421	— 65	+ 2	— 21	0	+ 145	— 10	48.3472	*a*	48.35
	21 42.5		1.8	24		— 10	3070	— 69	+ 3	— 17	— 6	+ 547	— 10	3518	*p*	34
	21 47.5	0	3.5	26		— 8	2908	— 65	+ 3	— 14	— 12	+ 533	— 10	3343	*p*	
	21 52.5		3.8	27		— 7	3498	— 65	+ 2	— 12	— 13	+ 149	— 10	3549	*a*	
März 11/12.	21 42.0	757 + 6	+ 7.8	21.32	21.30	+ 2	48.2678	— 65	+ 3	+ 3	— 27	+ 138	— 10	48.2720	*a*	48.26
	21 47.0		8.8	33		+ 3	2174	— 65	+ 4	+ 5	— 31	+ 509	— 10	2586	*p*	26
	21 52.0	+ 7	9.3	34		+ 4	2302	— 65	+ 4	+ 7	— 33	+ 494	— 10	2699	*p*	
	21 56.0		9.6	34		+ 4	2632	— 65	+ 3	+ 7	— 34	+ 141	— 10	2674	*a*	
März 24/25.	22 57.8	755 — 1	+ 1.0	21.23	21.26	— 3	48.0996	— 71	— 1	— 5	— 4	+ 147	— 13	48.1049	*a*	48.09
	23 4.3		2.6	25		— 1	0704	— 71	— 1	— 2	— 9	+ 356	— 13	0964	*p*	09
	23 15.3	0	3.4	26		0	0609	— 71	— 1	0	— 12	+ 342	— 13	0854	*p*	
	23 26.8		3.8	27		+ 1	0809	— 71	— 1	+ 2	— 13	+ 154	— 13	0867	*a*	
April 0/1.	23 51.1	751 + 8	+ 9.2	21.33	21.40	— 7	47.9864	— 71	0	— 12	— 32	+ 146	— 14	47.9881	*a*	47.98
	23 57.1		10.3	35		— 5	9945	— 71	0	— 9	— 36	+ 282	— 14	48.0097	*p*	48.01
	0 4.1		10.9	36		— 4	9960	— 71	0	— 7	— 38	+ 277	— 14	48.0107	*p*	
	0 10.1		11.4	36		— 4	9876	— 71	0	— 7	— 40	+ 151	— 14	47.9895	*a*	

tg	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mittel	R.S.Bl.
99	h m	mm °	°	mm	mm	mm	s							s		s	
ri 17/18.	0 31.1	749 + 9	+ 10.8	21.35	21.37	— 0. 2	47.7541	— 71	+ 4	— 3	— 38	+ 136	— 14	47.7555	*a*	47.7582	3 2 3
	0 37.1		12.5	38		+ 1	7511	— 69	— 4	+ 2	— 44	+ 244	— 14	7626	*p*	7625	
	0 41.4		13.0	38		+ 1	7516	— 71	— 4	+ 2	— 46	+ 241	— 14	7624	*p*		
	0 46.2		13.2	39		+ 2	7607	— 74	— 4	+ 3	— 46	+ 138	— 14	7110	*a*		
i 16/17.	1 21.9	749 + 17	+ 16.9	21.43	21.47	— 0.04	47.4031	— 69	+ 1	— 7	— 59	+ 225	— 16	47.4106	*p*	47.4126	3 3 2
	1 27.4		18.3	45		— 2	4161	— 69	+ 1	— 3	— 64	+ 131	— 16	4141	*a*	4154	
	1 33.9		18.9	46		— 1	4194	— 74	+ 1	— 2	— 66	+ 130	— 16	4167	*a*		
	1 39.4		19.1	46		— 1	4091	— 74	+ 1	— 2	— 67	+ 213	— 16	4146	*p*		
i 30/31.	1 52.9	757 + 15	+ 15.9	21.42	21.41	+ 0.01	47.3048	— 74	+ 2	+ 2	— 56	+ 227	— 15	47.3134	*p*	47.3142	2 2 3
	1 58.9		17.2	43		+ 2	3134	— 74	+ 2	+ 3	— 60	+ 141	— 15	3131	*a*	3106	
	2 3 9		18.4	45		+ 4	3086	— 74	+ 2	+ 7	— 64	+ 140	— 16	3081	*a*		
	2 8.9		19.7	47		+ 6	3077	— 69	+ 2	+ 10	— 69	+ 216	— 16	3151	*p*		
ni 4/5.	2 13.3	755 + 18	+ 21.0	21.48	21.60	— 12	47.2583	— 69	+ 2	— 21	— 74	+ 216	— 15	47.2622	*p*	47.2702	3 3 3
	2 18.8		22.2	50		— 10	2728	— 69	+ 2	— 17	— 78	+ 142	— 15	2693	*a*	2725	
	2 24.3		22.6	50		— 10	2799	— 74	+ 2	— 17	— 79	+ 142	— 16	2757	*a*		
	2 29.3		23.0	51		— 9	2760	— 74	+ 2	— 16	— 80	+ 206	— 16	2782	*p*		
ni 18/19.	3 36 0	740 + 22	+ 22.5	21.50	21.51	— 1	47.2060	— 74	+ 2	— 2	— 79	+ 186	— 16	47.2077	*p*	47.2104	2 2 3
	3 41 0		23.5	51		0	2061	— 74	+ 2	0	— 82	+ 137	— 16	2028	*a*	2074	
	3 46 0		24.2	52		+ 1	2051	— 69	+ 2	+ 2	— 85	+ 136	— 17	(2020)	*a*		
	3 51 0		24.5	53		+ 2	2118	— 69	+ 2	+ 3	— 86	+ 180	— 17	2131	*p*		
	3 56.0		24.4	53		+ 2	2152	— 69	+ 2	+ 3	— 85	+ 134	— 17	2120	*a*		
i 27/28.	5 27.3	757 + 18	+ 20.5	21.48	21.65	— 17	47.2105	— 66	+ 2	— 30	— 72	+ 170	— 17	47.2092	*p*	47.2027	3 3 3
	5 33.3		21 4	49		— 16	2103	— 72	— 2	— 28	— 75	+ 130	— 17	2039	*a*	2023	
	5 42.3		22.3	50		— 15	2063	— 61	— 2	— 26	— 78	+ 129	— 17	2008	*a*		
	5 47.3		22.8	50		— 15	1976	— 56	— 2	— 26	— 80	+ 167	— 17	1962	*p*		
i 9/10.	4 23.3	750 + 20	+ 20.6	21.48	21.56	— 18	47.1928	— 72	— 2	— 31	— 72	+ 198	— 15	47.1934	*p*	47.1972	3 3 3
	4 28.3		21.9	49		— 17	1953	— 72	— 2	— 30	— 77	+ 172	— 15	1929	*a*	1890	
	4 33.3		23.1	51		— 15	1861	— 56	— 2	— 26	— 81	+ 169	— 15	1850	*a*		
	4 38.3		24.2	52		— 14	2001	— 56	— 2	— 24	— 85	+ 191	— 15	2010	*p*		
i 21/22.	5 11.2	749 + 24	+ 25.1	21.53	21.60	— 7	47.2302	— 69	+ 2	— 12	— 88	+ 192	— 14	47.2313	*p*	47.2324	3 3 3
	5 16.2		26.0	54		— 6	2239	— 67	— 2	— 10	— 91	+ 187	— 14	2242	*a*	2298	
	5 21.2	+ 25	27.2	56		— 4	2346	— 56	— 2	— 7	— 95	+ 182	— 14	2354	*a*		
	5 26.2		28.1	57		— 3	2325	— 56	— 2	— 5	— 98	+ 186	— 14	2336	*p*		
i 25/26.	5 46.4	752 + 20	+ 21.7	21.49	21.50	— 1	47.2418	— 74	— 2	— 2	— 76	+ 190	— 14	47.2440	*p*	47.2426	3 3 3
	5 50.4		22.5	50		0	2478	— 72	— 2	0	— 79	+ 179	— 14	2490	*a*	2474	
	5 55.4	+ 21	23.6	51		+ 1	2438	— 58	— 2	+ 2	— 83	+ 175	— 15	2457	*a*		
	6 0.4		24.5	53		+ 3	2382	— 56	— 2	+ 5	— 86	+ 185	— 15	2413	*p*		
g. 1/2.	6 37.0	753 + 19	+ 20.4	21.47	21.66	— 19	47.2818	— 74	+ 2	— 33	— 71	+ 176	— 16	47.2802	*a*	47.2892	3 3 3
	6 44.0		22.5	50		— 16	2968	— 74	+ 2	— 28	— 79	+ 186	— 16	2959	*p*	3019	
	6 49.0	+ 20	23.8	52		— 14	3090	— 74	+ 2	— 24	— 83	+ 184	— 16	3079	*p*		
	6 53.0		24.3	52		— 14	2987	— 69	+ 2	— 24	— 85	+ 188	— 16	2983	*a*		
g. 8/9.	6 32.1	746 + 17	+ 20.4	21.47	21.52	— 5	47.3433	— 74	+ 1	— 9	— 71	+ 215	— 13	47.3482	*a*	47.3424	3 3 3
	6 37.1		22.0	49		— 3	3329	— 69	+ 1	— 5	— 77	+ 196	— 13	3362	*p*	3440	
	6 42.6	+ 18	22.8	50		— 2	3494	— 74	+ 1	— 3	— 79	+ 194	— 14	3519	*p*		
	6 48.1		23.6	51		— 1	3333	— 69	+ 1	— 2	— 82	+ 199	— 14	3366	*a*		
g. 3/14.	6 47.0	753 + 18	+ 19.3	21.46	21.50	— 4	47.3915	— 74	+ 1	— 7	— 68	+ 231	— 13	47.3985	*a*	47.3863	3 4 3
	6 53.5		21.3	49		— 1	3898	— 74	+ 1	— 2	— 75	+ 204	— 13	3939	*p*	3968	
	6 58.5	+ 19	22.6	50		0	3959	— 74	+ 1	0	— 79	+ 202	— 13	3996	*p*		
	7 6.5		24.0	52		+ 2	3697	— 69	+ 1	+ 3	— 84	+ 207	— 14	47.3741	*a*		

Tag	Sternzeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mitte
1899	h m	mm	°	°	mm	mm	mm	s							s		s
Nov. 4/5.	13 13.5	749	+ 15	+ 17 2	21.43	21.56	— 0.13	48.3610	— 65	+ 1	— 23	— 60	+ 715	— 7	48.4171	*p*	48.41
	13 19.0			18.2	45		— 11	3867	— 69	+ 1	— 19	— 64	+ 469	— 7	4178	*a*	41
	13 23.0		+ 16	18.5	45		— 11	3787	— 65	+ 1	— 19	— 65	+ 450	— 7	4082	*a*	
	13 28.0			18.5	45		— 11	3525	— 65	+ 1	— 19	— 65	+ 700	— 7	4070	*p*	
1900																	
Jan. 20/21.	19 14.5	756.5	+ 2	+ 3.0	21.26	21.21	+ 5	48.7460	— 65	— 2	+ 9	— 10	+ 136	— 6	48.7522	*a*	48.75
	19 20.5			4.2	27		+ 6	6211	— 69	— 1	+ 10	— 14	+ 1470	— 6	7601	*p*	75
	19 26.5			4.6	27		+ 6	6184	— 65	— 1	+ 10	— 16	+ 1441	— 6	7547	*p*	
	19 32.5			+ 5.0	27		+ 6	7433	— 69	— 2	+ 10	— 17	+ 136	— 6	7485	*a*	
Febr. 11/12.	19 57.0	736	— 2	— 1.1	21.22	21.30	— 8	48.5841	— 65	0	— 14	+ 3	+ 135	— 7	48.5893	*a*	48.58
	20 4 1			+ 0 9	24		— 6	4978	— 69	0	— 10	— 2	+ 1018	— 8	5907	*p*	59
	20 16.3			+ 1.6	24		— 6	5026	— 65	0	— 10	— 4	+ 954	— 8	5893	*p*	
	20 22.4			+ 2.3	25		— 5	5803	— 65	0	— 9	— 6	+ 137	— 8	5852	*a*	
Febr. 25/26.	20 56.1	744	+ 11	+ 12.7	21.34	21.50	— 16	48.4408	— 65	0	— 28	— 36	+ 134	— 9	48.4404	*a*	48.44
	21 3.1			15.0	36		— 14	3976	— 69	0	— 24	— 42	+ 654	— 9	4486	*p*	44
	21 10.6			16.3	37		— 13	3874	— 65	0	— 23	— 46	+ 631	— 9	4362	*p*	
	21 18.6		+ 13	17.5	38		— 12	4551	— 65	0	— 21	— 49	+ 138	— 9	4545	*a*	
März 9/10.	21 43.4	744	+ 3	+ 5.7	21.28	21.50	— 22	48.2944	— 65	+ 2	— 38	— 17	+ 140	— 10	48.2956	*a*	48.29
	21 49.5			7.0	29		— 21	2555	— 69	+ 2	— 37	— 20	+ 500	— 10	2921	*p*	29
	21 55.5		+ 4	7.6	29		— 21	2611	— 65	+ 2	— 37	— 21	+ 489	— 10	2969	*p*	
	22 2.2			8.9	31		— 19	2956	— 65	+ 2	— 35	— 25	+ 144	— 10	2969	*a*	
März 11/12.	21 52 3	755	+ 9	+ 10.3	21.32	21.58	— 26	48.2595	— 65	+ 2	— 45	— 29	+ 139	— 11	48.2586	*a*	48.26
	21 57.3			11.5	33		— 25	2456	— 65	+ 2	— 44	— 32	+ 478	— 11	2784	*p*	27
	22 2.3		+ 10	12.2	33		— 25	2408	— 65	+ 2	— 44	— 34	+ 465	— 11	2721	*p*	
	22 6.3			12.7	34		— 24	2655	— 65	+ 2	— 42	— 36	+ 142	— 11	2655	*a*	
März 18/19.	22 52.3	742	+ 3	+ 5.7	21.28	21.37	— 9	48.1684	— 73	— 1	— 16	— 16	+ 148	— 12	48.1714	*a*	48.17
	22 56.3			6.6	29		— 8	1510	— 71	— 1	— 14	— 18	+ 368	— 12	1762	*p*	17
	23 3 3			7.5	29		— 8	1559	— 65	— 1	— 14	— 21	+ 360	— 12	1806	*p*	
	23 8.3			7.7	30		— 7	1703	— 65	— 1	— 12	— 22	+ 153	— 12	1744	*a*	
März 28.	0 51.6	740	+ 4	+ 5.8	21.28	21.45	— 17	48.0321	— 65	0	— 30	— 16	+ 261	— 13	48.0458	*p*	48.04
	0 56.6			7.0	29		— 16	0408	— 71	0	— 28	— 20	+ 188	— 13	0464	*a*	044
	1 1.6		+ 5	7.8	30		— 15	0365	— 73	0	— 26	— 22	+ 187	— 13	0418	*a*	
	1 8.6			8.5	30		— 15	0314	— 71	0	— 26	— 24	+ 256	— 13	0436	*p*	
April 19/20.	0 32.4	762	+ 13	+ 13.8	21.34	21.48	— 14	47.7357	— 74	— 2	— 24	— 29	+ 135	— 14	47.7389	*a*	47.73
	0 38.4			15.1	36		— 12	7239	— 74	— 2	— 21	— 42	+ 244	— 14	7330	*p*	735
	0 43.4			15.5	36		— 12	7286	— 65	— 2	— 21	— 43	+ 240	— 14	7381	*p*	
	0 48.4			16.1	37		— 11	7388	— 74	— 2	— 19	— 45	+ 137	— 14	7371	*a*	
April 27/28.	1 9.9	748	+ 7	+ 10.4	21.32	21.50	— 18	47.6577	— 74	— 2	— 31	— 29	+ 226	— 16	47.6651	*p*	47.65
	1 15.4			12.3	33		— 17	6300	— 74	— 2	— 30	— 34	+ 135	— 16	6279	*a*	631
	1 20.4			13.6	34		— 16	6375	— 74	— 2	— 28	— 38	+ 135	— 16	6352	*a*	
	1 25.9			14.5	35		— 15	6462	— 74	— 2	— 26	— 41	+ 216	— 16	6519	*p*	
Mai 1/2.	1 12.9	750	+ 13	+ 15.7	21.36	21.58	— 22	47.5904	— 74	— 1	— 38	— 44	+ 131	— 16	47.5862	*a*	47.58
	1 18.9			16.2	37		— 21	5906	— 74	— 1	— 37	— 45	+ 217	— 16	5950	*p*	595
	1 29.9			17.1	37		— 21	5913	— 74	— 1	— 37	— 48	+ 213	— 16	5950	*p*	
	1 33.9		+ 15	17.8	38		— 20	5803	— 74	— 1	— 35	— 50	+ 131	— 16	5758	*a*	
Mai 4/5.	23 54.9	751	+ 16	+ 16.4	21.37	21.42	— 5	47.5583	— 66	0	— 9	— 46	+ 135	— 14	47.5583	*a*	47.56
	0 0.9			17.8	38		— 4	5428	— 74	0	— 7	— 50	+ 234	— 14	5517	*p*	553
	0 5.9			18.5	39		— 3	5445	— 66	0	— 5	— 52	+ 239	— 14	5547	*p*	
	0 10.9			19.5	39		— 3	5690	— 66	0	— 5	— 55	+ 133	— 14	5683	*a*	

g	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.		Mittel.	R.S.Bl.
)0	h m	mm °	°	mm	mm	mm	s							s		s	
6/7.	0 40.7	740 + 23	+ 23.9	21.43	21.46	— 0.03	47.5172	— 74	0	— 5	— 67	+ 237	— 15	47.5248	p	47.5304	3 3 3
	0 45.7		25.4	44		— 2	5339	— 74	0	— 3	— 71	+ 125	— 15	5301	a	5303	
	0 51.7		26.6	45		— 1	5338	— 66	0	— 2	— 74	+ 125	— 15	5306	a		
	0 57.7		26.8	45		— 1	5293	— 66	0	— 2	— 75	+ 224	— 15	5359	p		
13/14.	0 30.3	745 + 9	+ 11.1	21.32	21.48	— 16	47.4453	— 74	0	— 28	— 31	+ 275	— 14	47.4581	p	47.4576	3 3 3
	0 37.3		12.4	33		— 15	4556	— 74	0	— 26	— 35	+ 139	— 14	4546	a	4570	
	0 46.8	+ 10	13.1	34		— 14	4598	— 66	0	— 24	— 37	+ 137	— 14	4595	a		
	0 52.8		13.2	34		— 14	4461	— 66	0	— 24	— 37	+ 250	— 14	4570	p		
i 27/28.	2 18.1	754 + 15	+ 17.2	21.38	21.50	— 12	47.3361	— 71	+ 2	— 21	— 48	+ 205	— 16	47.3412	p	47.3356	3 3 3
	2 23.1		18.8	39		— 11	3377	— 66	+ 2	— 19	— 53	+ 133	— 16	3358	a	3332	
	2 29.1	+ 16	20.1	40		— 10	3334	— 66	+ 2	— 17	— 56	+ 126	— 17	3306	a		
	2 33.1		20.2	40		— 10	3257	— 66	+ 2	— 17	— 57	+ 197	— 17	3299	p		
ni 29/30.	3 19.0	745 + 18	+ 19.8	21.40	21.52	— 12	47.1994	— 72	— 2	— 21	— 55	+ 227	— 14	47.2057	p	47.1955	3 3 3
	3 25 0		21 0	41		— 11	1881	— 72	— 2	— 19	— 60	+ 182	— 14	1896	a	1902	
	3 30 0	+ 19	22.0	41		— 11	1900	— 72	— 2	— 19	— 62	+ 178	— 14	1909	a		
	3 35.0		23.2	42		— 10	1809	— 72	— 2	— 17	— 65	+ 215	— 14	1854	p		
li 10/11.	4 14 8	751 + 15	+ 17 2	21.38	21.56	— 18	47.2076	— 72	— 2	— 31	— 48	+ 209	— 14	47.2118	p	47.2050	3 3 3
	4 21.3		18 4	39		— 17	1977	— 72	— 2	— 30	— 52	+ 182	— 14	1989	a	2002	
	4 26 3		19 6	40		— 16	2009	— 72	— 2	— 28	— 55	+ 178	— 14	2016	a		
	4 32.3	+ 17	21.3	41		— 15	1964	— 72	— 2	— 26	— 60	+ 193	— 14	1983	p		
li 17/18.	5 17 0	754 + 21	+ 23.4	21.43	21.54	— 11	47.2206	— 72	— 2	— 19	— 66	+ 169	— 16	47.2200	a	47.2202	3 3 3
	5 22 0		25 0	44		— 10	2154	— 72	— 2	— 17	— 70	+ 187	— 16	2164	p	2261	
	5 29.5	+ 22	25.9	45		— 9	2353	— 72	— 2	— 16	— 73	+ 184	— 16	2358	p		
	5 34.0		26.5	45		— 9	2223	— 72	— 2	— 16	— 74	+ 160	— 16	2203	a		
li 24/25.	6 43.2	749 + 26	+ 28.3	21.47	21.50	— 3	47.2421	— 72	— 2	— 5	— 79	+ 172	— 17	47.2418	p	47.2360	2 3 3
	6 48.7		29.1	47		— 3	2434	— 72	— 2	— 5	— 81	+ 143	— 17	2400	a	2416	
	6 53.7		29.7	48		— 2	2469	— 72	— 2	— 3	— 83	+ 141	— 17	2433	a		
	7 0.2		30.2	48		— 2	2312	— 72	— 2	— 3	— 85	+ 169	— 17	2302	p		
g. 17/18.	7 0.8	747 + 23	+ 24.1	21.43	21.50	— 7	47.4065	— 66	+ 1	— 12	— 70	+ 202	— 13	47.4106	p	47.4128	3 3 3
	7 7.8		25 1	44		— 6	4036	— 66	+ 1	— 11	— 73	+ 228	— 13	4102	a	4067	
	7 12 8	+ 24	26 0	45		— 5	3981	— 74	+ 1	— 19	— 75	+ 222	— 13	4032	a		
	7 18.8		26.9	46		— 4	4126	— 74	+ 1	— 8	— 78	+ 196	— 13	4150	p		
g. 19/20.	6 49.7	745 + 23	+ 25.0	21.44	21.40	+ 4	47.4305	— 66	+ 1	+ 7	— 76	+ 275	— 12	47.4434	a	47.4376	3 3 2
	6 54.7		26.1	45		+ 5	4265	— 74	+ 1	+ 9	— 78	+ 212	— 12	4323	p	4348	
	7 0 7	+ 24	26.9	46		+ 6	4313	— 66	+ 1	+ 10	— 80	+ 208	— 12	4374	p		
	7 6.7		27.3	46		+ 6	4226	— 66	+ 1	+ 10	— 81	+ 241	— 12	4319	a		
t. 3/4.	10 27.6	751 + 11	+ 13.3	21 34	21.40	— 6	47.9684	— 58	0	— 10	— 37	+ 343	— 10	47.9912	p	47.9931	3 3 3
	10 35 6		14.7	35		— 5	9715	— 71	0	— 9	— 41	+ 376	— 10	9960	a	9938	
	10 41 6	+ 12	15.2	36		— 4	9691	— 71	0	— 7	— 43	+ 358	— 10	9917	a		
	10 48.1		15.4	36		— 4	9748	— 71	0	— 7	— 43	+ 333	— 10	9950	p		
t. 7/8.	11 4.7	759 + 14	+ 15.8	21.36	21.50	— 14	48.0227	— 71	0	— 24	— 44	+ 354	— 10	48.0432	p	48.0444	2 3 2
	11 9.7		17 4	38		— 12	0256	— 71	0	— 21	— 49	+ 334	— 10	0439	a	0458	
	11 14.7	+ 15	18.1	38		— 12	0310	— 71	0	— 21	— 51	+ 321	— 10	0478	a		
	11 19.7		18.6	39		— 11	0258	— 71	0	— 19	— 53	+ 351	— 10	0456	p		
v. 5/6.	13 29.8	745 + 8	+ 9.4	21.31	21.40	— 9	48.3677	— 65	+ 1	— 16	— 28	+ 730	— 7	48.4292	p	48.4276	4 3 3
	13 37.0		11 2	32		— 8	4086	— 65	+ 1	— 14	— 34	+ 425	— 7	4392	a	4300	
	13 46.5	+ 9	12.5	33		— 7	4196	— 67	+ 1	— 12	— 36	+ 392	— 7	4467	a		
	13 55.3		12.3	33		— 7	3660	— 67	+ 1	— 12	— 36	+ 721	— 7	4260	p		

Tag 1900	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.		Mitte
	h m	mm °	°	mm	mm	mm	s							s		s
Decb. 7/8.	15 21.6	758 0	+ 2.6	21.25	21.40	— 0.15	48.6748	— 67	— 3	— 26	— 7	+ 703	— 5	48.7341	*a*	47.7
	15 28.6		3.9	26		— 14	5303	— 65	0	— 24	— 12	+ 2031	— 5	7228	*p*	7
	15 35.6		4.5	27		— 13	5316	— 64	0	— 23	— 15	+ 1962	— 5	7171	*p*	
	15 43.6		5.0	27		— 13	6825	— 67	— 3	— 23	— 16	+ 514	— 5	7223	*a*	
1901																
Jan. 9/10.	18 11.2	751 + 9	— 6.5	21.18	21.16	+ 2	48.7843	— 64	+ 3	+ 3	+ 18	+ 193	— 5	48.7990	*a*	48.8
	18 20.2	+ 8	5.1	19		+ 3	6039	— 65	— 2	+ 5	+ 14	+ 1977	— 5	7963	*p*	7
	18 32.7	+ 7	3.8	20		+ 4	6422	— 67	— 2	+ 7	+ 11	+ 1878	— 5	8226	*p*	
	18 43.2	+ 6	2.0	21		+ 5	7884	— 64	+ 3	+ 9	+ 6	+ 148	— 5	7981	*a*	

Beobachter: Ambronn.

Tag 1900	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mitte
	h m	mm °	°	mm	mm	mm	s							s		s
Mai 15/16.	1 51	750 + 17.5	+ 17.0	21.79	21.40	+ 0.39	47.4323	— 69	+ 1	+ 62	— 87	+ 129	— 16	47.4343	69	47.43
	58	17.5	18.0				4256	— 69	+ 1	+ 66	— 91	159		4349	159	43
	2 6	18.0	19.0				4285	— 69	+ 1	+ 70	— 97	128		4302	249	
	14	18.0	+ 20.5	21.87		+ 47	4298	— 69	+ 1	+ 75	— 102	149		4382	339	
Mai 22/23.	2 21	752 + 18.0	+ 19.0	21.84	21.70	+ 0.14	47.3852	— 69	+ 2	+ 22	— 97	+ 129	— 17	47.3823	71	47.38
	28	18.0					3702	— 69	+ 2	+ 23	— 98	160		3735	161	37
	37	18.0					3850	— 66	+ 2	+ 25	— 99	129		3823	251	
	44	18.0	+ 20.0	21.86		+ 16	3740	— 66	+ 2	+ 26	— 101	150		3772	341	
Juni 4/5.	3 44	748 + 23.5	+ 22.0	21.90	21.70	+ 0.20	47.2735	— 66	+ 5	+ 32	— 113	+ 144	— 18	47.2747	167	47.27
	49	23.5					2827	— 66	+ 5	+ 37	— 118	125		2792	77	27
	55	23.5					2833	— 66	+ 5	+ 41	— 124	125		2796	257	
	4 1	23.5	+ 26.0	21.99		+ 29	2802	— 66	+ 5	+ 46	— 130	136		2808	347	
Juni 25/26.	4 58	747 + 22.5	+ 21.0	21.88	21.40	+ 0.48	47.1902	— 75	— 4	+ 77	— 107	+ 128	— 18	47.1905	85	47.19
	5 2	22.5					1914	— 72	— 4	+ 81	— 111	149		1959	355	20
	6	23.0					2006	— 72	— 4	+ 85	— 115	147		2050	175	
	12	23.0	+ 24.0	21.95		+ 55	1962	— 72	— 4	+ 88	— 120	126		1964	265	
Juli 13/14.	5 32	749 + 19.5	+ 18.0	21.82	21.45	+ 0.37	47.2060	— 61	— 4	+ 59	— 92	+ 151	— 16	47.2097	93	47.20
	38	19.5					2034	— 72	— 4	+ 64	— 98	179		2087	183	20
	45	20.0					2059	— 72	— 4	+ 70	— 105	177		2109	363	
	50	20.0	+ 23.0	21.93		+ 48	2055	— 72	— 4	+ 77	— 103	144		2071	273	
Aug. 1/2.	6 32	745 + 23.0	+ 23.5	21.94	22.00	— 0.06	47.2929	— 61	— 6	— 10	— 121	+ 175	— 15	47.2891	102	47.29
	40	23.5					3054	— 75	— 6	— 5	— 130	182		3006	192	30
	46	23.5					3097	— 72	— 6	0	— 136	181		3049	12	
	54	24.0	+ 28.5	22.03		+ 3	3094	— 72	— 6	+ 5	— 143	161		3024	282	
Aug. 15/16.	7 49	747 + 21.5	+ 20.0	21.86	21.80	+ 0.06	47.3878	— 60	+ 3	+ 10	— 102	+ 179	— 15	47.3893	107	47.39
	56	21.5					3924	— 66	+ 3	+ 15	— 108	190		3943	17	39
	8 1	22.0					4045	— 69	+ 2	+ 20	— 114	189		3958	197	
	7	22.0	+ 24.5	21.96		+ 16	4040	— 66	+ 2	+ 26	— 121	167		4033	287	
Aug. 25/26.	8 35	749 + 15.5	+ 16.5	21.78	22.00	— 0.22	47.4920	— 66	0	— 36	— 84	+ 193	— 14	47.4913	290	47.49
	42	16.0					4894	— 66	0	— 32	— 88	206		4901	20	492
	51	16.0					5037	— 69	0	— 29	— 92	205		4938	200	
	9 0	16.5	+ 19.0	21.84		— 16	5036	— 69	0	— 26	— 95	174		5016	110	

	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
	h m	mm	°	°	mm	mm	°	s							s	°	s	
1/2.	8 57	754	+ 13.0	+ 15.0	21.75	21.80	— 0.05	47.5600	— 69	— 2	— 8	— 78	+ 211	— 14	47.5640	291	47.5731	
	9 2		13.0					5784	— 69	— 2	— 3	— 83	223		5836	21	5877	2.3 ; 2.3
	6		13.5					5865	— 66	— 2	+ 1	— 89	222		5917	201		
	11		14.0	+ 19.5	21.84		+ 4	5796	— 66	— 2	+ 6	— 95	198		5823	111		
13.	10 24	753	+ 14.5	+ 15.0	21.75	22.00	— 0.25	47.7230	— 74	— 5	— 41	— 78	+ 193	— 13	47.7212	294	47.7079	
	28		14.5					7059	— 65	+ 6	— 35	— 84	246		7114	204	7181	3.4 ; 3
	34		15.0					7190	— 63	+ 6	— 30	— 90	247		7247	24		
	42		15.5	+ 19.5	21.85			6964	— 65	+ 6	— 25	— 97	179		6945	114		
21.	12 5	756	+ 1.0	+ 4.0	21.51	21.50	+ 0.01	48.1874	— 65	— 5	+ 2	— 21	+ 449	— 9	48.2225	116	48.2250	
	10							2080	— 65	— 5	+ 9	— 27	502		2486	206	2363	3 ; 3.4
	16							1854	— 73	— 5	+ 15	— 36	494		2240	26		
	22		+ 3.0	+ 9.5	21.63		+ 13	1996	— 70	— 5	+ 21	— 45	388		2276	296		
113.	14 14	752	+ 4.5	+ 5.0	21.53	21.60	— 0.07	48.4619	— 64	+ 1	— 11	— 27	+ 438	— 7	48.4949	112	48.4965	3 ; 2.3
	21							4173	— 64	+ 2	— 6	— 32	919		4984	202	5039	
	28							4288	— 67	+ 2	— 1	— 39	917		5093	22		
	35		+ 5.0	+ 9.0	21.62		+ 2	4732	— 67	+ 1	+ 3	— 45	362		4980	292		
27.	17 8	745.5	— 10.0	— 7.5	21.25	21.00	+ 0.25	48.6163	— 64	— 3	+ 41	+ 36	+ 167	— 6	48.6334	107	48.6335	4; 4
	13							4205	— 67	+ 2	+ 45	+ 30	1758		5967	17	6138	ausge-
	18							4493	— 64	+ 1	+ 50	+ 24	1811		6309	197		schl.
	26		— 9.5	— 4.0	21.33		+ 33	6186	— 67	— 3	+ 54	+ 20	152		6336	287		
9.	16 18	753	— 1.0	— 1.5	21.39	21.00	+ 0.39	48.5355	— 64	— 1	+ 64	+ 7	+ 1799	— 5	48.7355	192	48.7250	
	22							6990	— 64	— 5	+ 68	+ 2	328		7311	102	7297	
	28							6977	— 64	— 5	+ 72	— 2	307		7280	282		3 ; 2
	33		— 0.7	+ 2.0	21.46		+ 46	5387	— 67	— 1	+ 76	— 9	1764		7145	12		
15.	17 56	744	— 8.5	— 6.5	21.27	21.00	+ 0.27	48.5565	— 67	— 2	+ 45	+ 33	+ 2006	— 5	48.7575	10	48.7520	
	18 3							7449	— 67	— 6	+ 48	+ 27	150		7596	280	7572	2.3
	12		— 8.0					7402	— 64	— 6	+ 52	+ 24	143		7546	100		2.3
	20			— 3.5	21.34		+ 34	5340	— 64	— 1	+ 56	+ 19	2119		7464	190		
29.	18 54	755	— 5.0	— 5.5	21.30	21.00	+ 0.30	48.7391	— 67	— 6	+ 50	+ 27	+ 136	— 5	48.7526	273	48.7552	4; 4
	59							5730	— 64	— 2	+ 55	+ 22	2016		7752	3	7704	ausge-
	5							5818	— 67	— 2	+ 60	+ 14	2037		7655	183		schl.
	11		— 4.5	— 1.5	21.39		+ 39	7444	— 67	— 6	+ 64	+ 7	141		7578	93		
91																		
29.	20 33	753	+ 5.0	+ 5.5	21.54	21.50	+ 0.04	48.6900	— 67	— 5	+ 7	— 27	+ 162	— 7	48.6869	258	48.6914	2.3
	37					(?)		6000	— 64	— 3	+ 11	— 36	1063		6978	348	6954	ausge-
	43							5970	— 67	— 3	+ 16	— 40	1052		6931	168		schl.
	48		+ 5.5	+ 9.0	21.62		+ 12	6876	— 67	— 5	+ 20	— 44	177		6958	78		
9.	20 59	756	— 1.0	— 0.0	21.42	21.40	+ 0.02	48.5947	— 67	— 2	+ 3	— 2	+ 159	— 9	48.6019	75	48.6110	
	21 4							5486	— 67	— 2	+ 8	— 8	843		6241	345	6180	2.3 ; 2.3
	8							5358	— 64	— 1	+ 13	— 14	836		6119	165		
	12		— 0.5	+ 4.0	21.51		+ 11	6114	— 67	— 3	+ 18	— 20	168		6201	255		
23.	21 22	762.5	— 0.5	+ 1.0	21.44	21.40	+ 0.04	48.4163	— 67	+ 2	+ 7	— 6	+ 660	— 10	48.4759	340	48.4840	
	28							4766	— 67	+ 1	+ 12	— 12	156		4846	250	4816	1.2 ; 1.3
	34							4700	— 64	+ 1	+ 18	— 19	159		4785	70		
	38		— 0.2	+ 5.5	21.54		+ 14	4372	— 64	+ 2	+ 23	— 26	623		4920	160		
3.	22 31	745.5	+ 10.5	+ 9.5	21.63	21.55	+ 0.08	48.3404	— 64	+ 4	+ 13	— 51	+ 158	— 12	48.3452	67	48.3440	
	35							3170	— 67	+ 5	+ 19	— 58	431		3488	337	3483	
	40							3162	— 64	+ 5	+ 25	— 64	426		3478	157		3.4 ; 3.4
	46		+ 10.5	+ 14.0	21.73		+ 18	3474	— 64	+ 4	+ 30	— 71	167		3428	247		

Tag	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mittel
1891	h m	mm	°														
März 19/20.	22 39	751	+ 1.0	+ 2.0	21.46	21.50	— 0.04	48.1640	— 73	— 3	— 6	— 13	+ 169	— 12	48.1702	245	48.162
	44							1330	— 65	— 2	0	— 24	388		1615	155	158
	49							1280	— 70	— 2	+ 8	— 33	381		1552	335	
	54		+ 2.0	+ 7.5	21.59		+ 0.09	1506	— 65	— 3	+ 15	— 40	149		1550	65	
Mai 3/4.	2 8	746	+ 15.5	+ 16.0	21.77	21.80	— 0.03	47.5574	— 66	— 1	— 5	— 84	+ 133	— 17	47.5534	246	47.550
	13							5462	— 66	— 1	+ 3	— 94	192		5479	156	55
	19							5568	— 66	— 1	+ 11	— 103	190		5582	336	
	24		+ 16.5	+ 22.0	21.91		+ 0.11	5520	— 66	— 1	+ 18	— 111	135		5484	66	
Mai 10/11.	2 11	746	+ 22	+ 22.0	21.91	21.90	+ 0.01	47.4882	— 69	0	+ 2	— 113	+ 190	— 17	47.4875	158	47.48
	15							4872	— 69	0	+ 9	— 122	126		4799	68	47
	20							4822	— 66	0	+ 16	— 130	127		4752	248	
	24		+ 23	+ 27.5	22.03		+ 0.13	4804	— 66	0	+ 21	— 137	185		4790	338	
Mai 28/29.	4 40	746	+ 20.0	+ 19.3	21.85	21.70	+ 0.15	47.3256	— 66	+ 3	+ 25	— 98	+ 132	— 18	47.3234	254	47.31
	43							3193	— 66	+ 3	+ 29	— 102	163		3202	344	31
	51							3164	— 66	+ 3	+ 32	— 105	162		3172	164	
	58		+ 20.5	21.5	21.91		+ 0.21	3093	— 66	+ 3	+ 34	— 107	132		3071	74	
Juni 24/25.	4 13	745	+ 22.7	+ 22.8	21.93	22.10	— 0.17	47.2001	— 72	— 3	— 28	— 114	+ 175	— 17	47.1942	355	47.19
	18							2015	— 72	— 3	— 24	— 119	137		1917	265	19
	25							2046	— 75	— 3	— 21	— 123	135		1942	85	
	31	745	+ 23.0	26 0	21.99		— 0.11	2084	— 72	— 3	— 18	— 127	174		2021	175	
Juli 2/3.	4 40	746	+ 22.5	+ 25.0	21.97	22.00	— 0.03	47.1926	— 72	— 3	— 5	— 125	+ 144	— 16	47.1849	268	47.18
	45			26.0	21.99		— 1	1957	— 72	— 3	— 2	— 129	178		1913	178	18
	51			28.0	22.04		+ 4	1926	— 72	— 3	+ 6	— 138	176		1879	358	
	58	746	+ 23.2	27.5	22.03		+ 3	1891	— 75	— 3	+ 5	— 136	138		1805	88	
Juli 17/18.	6 6	749.5	+ 22.5	+ 25.0	21.97	22.00	— 0.03	47.2112	— 75	— 4	— 5	— 126	+ 144	— 17	47.2029	94	47.20
	13			26.5	22.00		0	2269	— 72	— 4	0	— 132	174		2218	4	21
	18			26.5	22.00		0	2200	— 72	— 4	0	— 132	173		2148	184	
	24	749.5	+ 23.5	27 0	22.03		+ 3	2236	— 72	— 4	+ 5	— 134	138		2152	274	
Aug. 26/27.	9 27	744.0	+ 23.2	+ 25.0	21.97	22.00	+ 0 03	47 5174	— 66	0	+ 5	— 128	+ 156	— 15	47.5126	290	47.514
	33			25.8	21.99		+ 1	5250	— 69	0	+ 2	— 131	202		5239	200	51
	38			26.9	22.01		— 1	5152	— 66	0	— 2	— 135	202		5136	20	
	43	744.0	+ 24.0	27.5	22.03		— 3	5238	— 69	0	— 5	— 138	150		5161	110	
Sept. 3/4.	8 57	748.0	+ 21.5	+ 23.8	21.94	21.90	— 0.04	47.5984	— 69	— 2	— 6	— 122	+ 217	— 13	47.5989	112	47.601
	9 4			25.5	21 98		— 8	6034	— 66	— 2	— 13	— 130	217		6027	22	601
	11			26.3	22.00		— 10	6012	— 69	— 2	— 16	— 133	216		5995	202	
	18	748.0	+ 21.8	28 0	22.04		— 14	6084	— 66	— 2	— 23	— 140	196		6036	292	
Okt. 28/29.	14 16	754.5	+ 4.0	+ 7.0	21.57	21.50	+ 0.07	48.3152	— 67	+ 4	+ 12	— 38	+ 244	— 9	47.3298	295	48.331
	23			9.0	21.62		+ 12	2682	— 67	+ 5	+ 20	— 47	659		3343	205	332
	32			10.0	21.64		+ 14	2722	— 64	+ 5	+ 23	— 51	675		3299	25	
	40	754.5	+ 5.0	11.0	21.66		+ 16	3228	— 67	+ 3	+ 26	— 55	213		3339	115	
Decb. 23.	17 35	760	— 3.5	— 1.0	21.38	21.40	— 0.02	48.7555	— 58	— 5	— 3	+ 5	+ 208	— 5	47.7697	276	48.772
	43			+ 1.0	21.43		+ 3	5871	— 38	— 3	+ 5	— 5	2010		7835	186	774
	51			+ 2.5	21.48		+ 8	5718	— 58	— 2	+ 13	— 15	1997		7648	6	
	58	760	— 2.0	+ 2.5	21.48		+ 8	7732	— 50	+ 4	+ 13	— 15	167		7846	96	
1892																	
Jan. 19/20.	19 45	750	— 6.0	— 2.5	21.33	21.25	+ 0 08	48.7304	— 58	— 4	+ 13	+ 17	+ 142	— 6	48.7408	83	49.740
	50			0.0	21.40		+ 15	6234	— 58	— 2	+ 25	0	1410		7603	353	762
	56			0.0	21.40		+ 15	6274	— 38	— 3	+ 25	0	1397		7649	173	
	20 5	750	— 5.5	+ 1.0	21.43		+ 18	7298	— 58	— 4	+ 30	— 5	154		7409	263	

	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R S.
	h m	mm															
7/8.	22 45	745 — 2.8	+ 1.0	21.43	21.25	+ 18	48.2722	— 43	+ 5	+ 30	— 6	+ 162	— 11	48.2859	248	48.2996	
	51		2.0	45		20	2613	— 43	+ 5	+ 33	— 11	425		3011	158	3072	
	59		3.5	48		23	2787	— 58	+ 5	+ 38	— 17	416		3160	338		3.4; 2.3
	23 3	745 — 2.3	4.5	51		26	3004	— 58	+ 4	+ 43	— 22	172		3132	68		
3/24.	23 34	753.5 + 2.5	+ 5.5	21.54	21.35	+ 19	48 0659	— 46	— 2	+ 32	— 30	+ 219	— 13	48.0919	154	48.0943	
	40		8.0	60		25	0830	— 46	— 2	41	— 40	158		0926	244	0926	
	46		9.0	62		27	0827	— 46	— 2	44	— 45	160		0925	64		3; 3.4
	59	753.5 + 3.5	10.0	65		30	0726	— 46	— 2	49	— 49	302		0967	334		
9/30.	23 51	758.5 + 4.0	+ 7.5	21.58	21.40	+ 18	47.9960	— 46	0	+ 29	— 39	+ 150	— 14	48.0040	64	47.9985	
	55		9.5	64		24	9806	— 46	0	39	— 48	295		48.0032	334	49.0012	
	0 0		10.0	65		25	9766	— 46	0	41	— 50	291		47.9988	154		2.3; 2
	6	758.5 + 5.0	10.5	66		26	9844	— 46	0	43	— 52	155		9930	244		
5/6.	23 36	745 + 14.5	+ 16.0	21.80	21.75	+ 5	47.9090	— 46	+ 2	+ 8	— 83	+ 134	— 14	47.9091	243	47.9064	
	39		18.5	86		11	8970	— 46	+ 2	18	— 94	286		9122	153	9100	
	49		20.5	91		16	8945	— 52	+ 2	26	— 102	276		9077	333		3; 2.3
	54	745.5 + 16.0	21.0	92		17	9042	— 52	+ 2	28	— 104	136		9038	63		
7/13.	0 5	736.0 + 6.5	+ 11.0	21.67	21.50	+ 17	47.7960	— 52	+ 3	+ 28	— 57	+ 266	— 14	47.8134	334	47.8128	
	10		13.0	72		22	8125	— 46	+ 3	36	— 66	135		8173	244	8154	
	16		15.0	77		27	8094	— 52	+ 3	44	— 75	135		8135	64		3; 2.3
	24	736.6 + 7.0	15.5	78		28	7958	— 46	+ 3	46	— 77	251		8121	154		
7/12.	1 54	756.0 + 15.0	+ 18.5	21.86	21.75	+ 0.11	47.4578	— 55	+ 1	+ 18	— 97	+ 130	— 16	47.4559	248	47.4554	
	1 59		19.5	88		13	4585	— 30	+ 1	21	— 102	203		4662	158	4608	
	2 5		22 0	95		20	4506	— 55	+ 1	32	— 113	200		4555	338		3; 2.3
	2 11	755.5 + 16.0	22.5	96		21	4571	— 55	+ 1	34	— 115	130		4550	68		
7/24.	2 6	749.0 + 19.0	+ 21.0	21.92	21.90	+ 0.02	47.3520	— 55	+ 3	+ 3	— 109	+ 132	— 16	47.3478	72	47 3467	
	11		23.0	97		7	3402	— 55	+ 3	11	— 118	208		3435	342	3425	
	17		24.0	22.00		10	3364	— 30	+ 3	16	— 122	200		3415	162		2.3; 1.2
	22	748.5 + 20.5	25.0	02		12	3500	— 55	+ 3	20	— 127	130		3455	252		
7/10.	3 12	747 + 20.5	+ 24 0	22.00	21.95	+ 0.05	47.2440	— 57	— 5	+ 8	— 122	+ 135	— 17	47.2382	79	47.2325	
	20		26.5	06	21.95	11	2405	— 57	— 5	18	— 132	185		2397	169	2396	
	28		27.5	09	21.95	14	2406	— 57	— 5	23	— 137	182		2395	349		3.4; 3.4
	37	747 + 23.0	30.0	15	22.85	30	2316	— 57	— 5	48	— 147	130		2268	259		
7/17.	3 50	746 + 18.0	+ 19.5	21.88	21.80	+ 0.08	47.1997	— 57	— 4	+ 13	— 98	+ 136	— 17	47.1970	81	47.1994	
	3 56		20.5	91		11	1950	— 57	— 4	18	— 102	181		1969	171	1999	
	4 2		21 5	94		14	2012	— 57	— 4	23	— 107	179		2029	351		2.3; 2
	10	746 + 19.0	21.5	94		14	2049	— 57	— 4	23	— 107	132		2019	261		
7/28.	4 27	753 + 25	+ 26.0	22.05	22.00	+ 5	47.1815	— 57	— 4	+ 8	— 131	+ 140	— 17	47.1754	265	47.1797	
	33		28.5	11		11	1850	— 57	— 4	17	— 141	178		1826	175	1837	
	40		30.5	16		16	1875	— 57	— 4	26	— 150	176		1849	355		2.3; 2.3
	49	+ 26	30.0	15		15	1906	— 57	— 4	26	— 148	133		1839	85		
7/16.	8 8	752 + 21	+ 26.0	21.05	21.90	+ 15	47.3774	— 55	+ 3	+ 24	— 127	+ 170	— 15	47.3774	287	47.3863	
	16		27.0	07		17	3862	— 55	+ 3	27	— 136	191		3877	197	3884	
	22		28.5	11		21	3876	— 55	+ 3	34	— 143	190		3890	17		3; 3
	28	+ 22	30.0	15		25	3970	— 55	+ 3	40	— 149	158		3952	107		
8/24.	8 12	744.5 + 24.5	+ 27.5	22.08	22.00	+ 8	47.4651	— 55	+ 1	+ 13	— 140	+ 200	— 14	47.4656	290	47.4684	
	16		28 5	11		11	4697	— 30	+ 1	18	— 144	197		4725	200	4723	
	21		30.0	15		15	4719	— 55	+ 1	24	— 150	196		4721	20		2; 1.3
	28	+ 26	30.8	16		16	4696	— 30	+ 1	26	— 154	187		4712	110		

Tag	Sternzeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel
1892	h m	mm °														
ug. 28/29.	8 48	746 + 18.5	+ 22.0	21.95	21.95	+ 0	47.5200	— 55	0	+ 0	— 113	+ 208	— 14	47.5226	21	47.5242
	54		24.0	22.00		+ 5	5212	— 55	0	+ 8	— 121	192		5222	291	5233
	9 1		24.5	01		+ 6	5215	— 30	0	+ 10	— 123	186		5244	111	
	7	+ 20	24.5	01		+ 6	5207	— 30	0	+ 10	— 123	207		5257	201	
ov. 2/3.	13 15	743.5 + 9.2	+ 9.5	21.63	21.45	+ 0.18	48.3698	— 58	+ 3	+ 29	— 51	+ 458	— 7	48.4072	294	48.3989
	21		11.5	68		+ 23	3381	— 38	+ 4	+ 37	— 60	688		4005	204	4012
	27		12.5	71		+ 26	3416	— 58	+ 4	+ 43	— 64	685		4019	24	
	33	743.5 + 9.5	14.0	75		+ 30	3579	— 38	+ 3	+ 49	— 71	391		3906	114	
ov. 25/26.	15 50	758.0 — 2.0	+ 0.3	21.41	21.35	+ 0.06	48.5998	— 38	— 2	+ 10	— 2	+ 326	— 6	48.6286	108	48.6297
	15 55		1.3	43		+ 8	4982	— 58	0	+ 13	— 7	1369		6293	18	6229
	16 1		1.5	44		+ 9	4809	— 38	0	+ 15	— 8	1375		6147	198	
	16 7	758.0 — 2.0	3.0	47		+ 12	6088	— 58	— 2	+ 20	— 14	280		6307	288	
1893																
ärz 12/13.	22 44	741.0 + 13	+ 16.0	21.80	21.70	+ 0.10	48.2012	— 78	— 5	+ 16	— 83	+ 384	— 12	48.2234	336	48.2243
	50		17.5	84		+ 14	2160	— 38	+ 7	+ 23	— 90	149		2197	246	2277
	58		17.5	84		+ 14	2250	— 38	+ 7	+ 23	— 90	152		2290	66	
	23 6	741.0 + 14	17.3	83		+ 13	2089	— 46	— 5	+ 21	— 89	361		2319	156	
ärz 24/25.	23 9	758.0 + 7	+ 12.0	21.70	21.60	+ 10	48.0818	— 46	— 3	+ 16	— 62	+ 146	— 13	48.0854	244	47.0805
	18		13.5	73		+ 13	0460	— 46	— 2	21	— 68	332		0684	154	0702
	23		14.5	76		+ 16	0521	— 65	— 2	26	— 72	326		0721	334	
	30	758.5 + 8	15.5	79		+ 19	0726	— 60	— 2	31	— 77	151		0756	64	
pril 0/1.	23 29	747.5 + 12	+ 15.0	21.77	21.85	— 8	47.9789	— 46	0	— 13	— 77	+ 139	— 13	47.9779	63	47.9875
	35		17.5	84		— 1	9666	— 65	+ 1	— 2	— 88	295		9794	333	9813
	41		18.5	86		+ 1	9692	— 46	0	+ 2	— 93	289		9832	153	
	46	747.5 + 14	19.0	88		+ 3	9830	— 46	0	+ 5	— 95	141		9970	243	
pril 6/7.	0 6	757 + 13.5	+ 17	21.82	21.85	— 3	47.8934	— 46	+ 2	— 5	— 88	+ 141	— 14	47.8924	63	47.8923
	11		19.5	89		+ 4	8825	— 65	+ 3	+ 6	— 98	263		8920	333	8921
	16		20	90		+ 5	8822	— 46	+ 3	+ 8	— 100	259		8922	153	
	22	757 + 15	21	92		+ 7	8931	— 46	+ 2	+ 11	— 105	144		8923	243	
pril 24/25.	0 3	751.5 + 15	+ 18	21.85	21.85	0	47.6428	— 55	— 3	0	— 93	+ 270	— 14	47.6533	335	47.6505
	7		21	92		+ 7	6518	— 55	— 3	+ 11	— 106	130		6481	65	6573
	13		22	95		+ 10	6566	— 55	— 3	+ 16	— 110	129		6539	245	
	22	751.5 + 17	23	97		+ 12	6504	— 30	— 3	+ 20	— 115	251		6613	155	
uni 14/15.	3 15	746.5 + 23	+ 24	22.00	22.00	0	47.2192	— 57	— 5	0	— 122	+ 140	— 15	47.2133	81	47.2128
	19		25	02		+ 2	2192	— 57	— 5	+ 3	— 126	189		2181	171	2148
	26		27	07		+ 7	2130	— 57	— 5	+ 11	— 134	185		2115	351	
	32	746.5 + 24	28	10		+ 10	2189	— 57	— 5	+ 16	— 139	135		2124	261	
uni 18/19.	3 43	749.5 + 23	+ 24	22.00	22.11	— 11	47.2071	— 57	— 5	— 18	— 123	+ 185	— 15	47.2037	352	47.2070
	3 54		28	10		— 1	2184	— 57	— 5	— 2	— 140	135		2100	362	2019
	4 0		30	15		+ 4	2126	— 57	— 5	+ 6	— 148	133		2040	82	
	4 6	748.5 + 25	31	17		+ 6	2045	— 57	— 5	+ 10	— 152	176		2002	172	
uli 2/3.	4 47	749.0 + 24	+ 25	22.02	22.15	— 13	47.1977	— 57	— 5	— 21	— 128	+ 144	— 15	47.1895	269	47.1906
	4 53		28	10		— 5	2047	— 57	— 5	8	— 140	175		1997	179	1952
	5 0		29	12		— 3	1960	— 57	— 5	— 5	— 145	174		1907	359	
	5 12	749.0 + 25	29	12		— 3	2008	— 57	— 5	— 5	— 145	136		1917	89	
ug. 8/9.	7 11	752.5 + 19.5	+ 24	22.00	21.95	+ 5	47.3400	— 30	+ 4	+ 8	— 122	+ 205	— 15	47.3450	195	47.3397
	18		25	02	21.95	+ 7	3403	— 30	+ 4	+ 11	— 126	176		3423	105	3440
	25		27	08	21.95	+ 13	3380	— 55	+ 4	+ 21	— 135	171		3371	285	
	33	752.5 + 22.0	28	10	22.10	0	3451	— 55	+ 4	+ 0	— 139	184		3430	15	

	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
	h m	mm	°															
18.	7 38	750.5	+ 24.0	+ 24.5	22.01	22.00	+ 1	47.4201	— 30	+ 2	+ 2	— 124	+ 199	— 15	47.4235	108	47.4222	3; 3
	44			26.5	06		+ 6	4148	— 30	+ 2	+ 10	— 132	193		4216	198	4199	
	49			28.5	11		+ 11	4181	— 55	+ 2	+ 18	— 141	192		4182	18		
	59	750.5	26	29.5	14		+ 14	4219	— 55	+ 2	+ 23	— 146	180		4208	288		
21.	21 43	755.5	— 2	— 0.5	21.39	21.45	— 0.06	48.4801	— 58	0	— 10	+ 2	+ 169	— 10	48.4893	70	48.4885	
	51			+ 1.5	44		— 1	4392	— 58	+ 1	— 2	— 9	611		4925	340	4912	3; 2.3
	59			+ 3.5	49		+ 4	4359	— 38	+ 1	+ 7	— 18	598		4899	160		
	22 6		1	+ 4.0	50		+ 5	4754	— 38	0	+ 8	— 21	185		4878	250		
29.	23 38	754.5	+ 11	+ 14.0	21.75	21.95	— 0.20	48.0153	— 65	0	— 33	— 72	+ 302	— 14	48.0271	334	48.0276	
	46			14.8	77		— 18	0306	— 46	0	— 30	— 75	147		0278	244	0233	2; 2
	55			15.0	78		— 17	0289	— 46	0	— 28	— 76	149		0274	64		
	0 1		13	15.5	79		— 16	0076	— 46	0	— 26	— 78	282		0194	154		
29.	0 23	750.0	+ 17	+ 20.5	21.91	21.90	+ 0.01	47.8743	— 46	+ 3	+ 2	— 104	+ 139	— 15	47.8722	63	47.8724	
	29			21.0	92		+ 2	8582	— 46	+ 3	+ 3	— 106	244		8665	153	8678	2; 2
	35			22.5	96		+ 6	8617	— 52	+ 3	+ 10	— 112	240		8691	333		
	42		19	22.5	96		+ 6	8744	— 46	+ 3	+ 10	— 112	143		8727	243		
23.	3 2	749.5	+ 16.5	+ 16.2	21.80	22.05	— 0.25	47.1946	— 56	— 4	— 40	— 83	+ 218	— 14	47.1967	354	47.1956	
	8			17.8	82		— 23	1986	— 56	— 4	— 37	— 90	163		1948	264	1957	2; 2
	14			20.3	90		— 15	2004	— 56	— 5	— 24	— 100	160		1965	84		
	20		19	21.0	92		— 13	1946	— 61	— 4	— 21	— 103	204		1947	174		
30.	2 57	756	+ 19.5	+ 21.8	21.94	22.15	— 0.21	47.1899	— 56	— 4	— 34	— 110	+ 199	— 13	47.1881	267	47.1876	
	3 2			22.8	21.96		— 19	1920	— 61	— 4	— 30	— 114	236		1934	177	1907	3; 2
	3 7			24	22.00		— 15	1865	— 56	— 4	— 24	— 119	231		1880	357		
	3 12		22	24	22.00		— 15	1902	— 56	— 4	— 24	— 119	185		1871	87		
7.	3 23	750	+ 23	+ 24	22.00	22.10	— 0.10	47.1939	— 56	— 4	— 16	— 121	+ 209	— 13	47.1938	270	47.1938	
	28			25.5	04		— 6	1815	— 56	— 4	— 10	— 127	230		1835	180	1875	2.3; 2.3
	33			26.5	06		— 4	1901	— 56	— 4	— 6	— 131	225		1916	0		
	41		25	26.8	07		— 3	1961	— 61	— 4	— 5	— 132	191		1937	90		
25.	4 42	748.5	+ 24	+ 26.5	22.06	22.05	+ 0.01	47.2424	— 56	— 6	+ 2	— 133	+ 242	— 13	47.2460	279	47.2412	
	4 51			27.0	07		+ 2	2464	— 61	— 6	+ 3	— 134	211		2464	189	2402	3; 3
	4 56			27.5	09		+ 4	2336	— 56	— 6	+ 6	— 136	209		2340	9		
	5 3		26	27.5	09		+ 4	2358	— 61	— 6	+ 6	— 136	217		2365	99		
1.	9 28	748.0	+ 20	+ 23.5	21.98	22.00	— 2	47.5610	— 69	— 1	— 3	— 120	+ 213	— 14	47.5616	21	47.5676	
	34			24.0	22.00		0	5829	— 74	— 2	0	— 122	172		4789	111	5584	2; 3
	40			25.0	02		+ 2	5602	— 69	— 1	+ 3	— 126	168		5563	291		
	45		21	25.0	02		+ 2	5541	— 74	— 1	+ 3	— 126	214		5553	201		
14.	10 37	753.0	+ 13	+ 16.5	21.81	21.95	— 14	47.7178	— 71	+ 6	— 23	— 85	+ 252	— 13	47.7244	204	47.7270	
	40			17.6	84		— 11	7298	— 74	— 5	— 18	— 90	186		7284	114	7246	3; 3
	45			19	87		— 8	7271	— 69	— 5	— 13	— 96	182		7257	294		
	51		15	20	90		— 5	7192	— 69	— 5	— 8	— 101	253		7249	24		
7.	13 58	751.5	+ 6.5	+ 8.5	21.61	21.55	+ 6	48.3604	— 65	+ 3	+ 10	— 45	+ 774	— 8	48.4273	203	48.4286	
	14 4			9.5	64		+ 9	3948	— 65	+ 3	+ 15	— 49	358		4202	113	4352	2; 3
	8			11.5	68		+ 13	4136	— 69	+ 3	+ 21	— 58	345		4370	293		
	14		8.5	12.5	71		+ 16	3770	— 69	+ 3	+ 27	— 63	770		4430	23		
10.	16 51	755.0	+ 0	+ 2.5	21.47	21.60	— 13	48.5638	— 69	— 1	— 22	— 13	+ 1777	— 6	48.7304	12	48.7354	
	56			3.0	48		— 12	7221	— 69	— 5	— 20	— 15	240		7346	282	7332	3; 2.3
	17 1			3.5	49		— 11	7248	— 69	— 5	— 18	— 17	228		7361	102		
	6		+ 1	4.0	50		— 10	5698	— 65	— 1	— 16	— 19	1778		7359	192		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mittel
1895	h m	mm °														
März 5/6.	22 17	747.5 — 8	— 5.0	21.27	21.20	+ 7	48.3400	— 69	+ 4	+ 11	+ 25	+ 162	— 11	48.3533	67	48.3499
	21		3.5	31		+ 11	(47.9370)	— 67	— 1	+ 18	+ 21	480		(9810)	337	336
	28		3.0	32		+ 12	48.2920	— 65	+ 5	+ 20	+ 17	469		3368	157	
	34	6	2.5	33		+ 13	48.3320	— 65	+ 4	+ 22	+ 14	170		3465	247	
Mai 6/7.	0 28	756.0 + 15.5	+ 17.5	21.83	22.08	— 25	47.5299	— 74	— 1	— 41	— 84	261	— 15	47.5345	157	47.5342
	32		19.5	88		— 20	5440	— 74	— 1	— 33	— 93	132		5356	67	529
	39		20.5	91		— 17	5407	— 69	— 1	— 28	— 96	131		5329	247	
	46	17.0	20.8	92		— 16	5208	— 69	— 0	— 26	— 97	242		5243	337	
Mai 23/24.	2 22	745 + 16.5	+ 18.0	21.85	21.88	— 3	47.3674	— 69	+ 3	— 5	— 92	129	— 17	47.3623	72	47.3613
	28		20.5	91		+ 3	3600	— 69	+ 3	+ 5	— 101	193		3614	342	362
	34		21.0	92		+ 4	3638	— 74	+ 3	+ 6	— 105	190		3641	162	
	40	19.0	22.0	95		+ 7	3653	— 69	+ 3	+ 11	— 109	127		3600	252	
Mai 29/30.	2 10	751 + 20.0	+ 22.5	21.95	21.90	+ 6	47.3134	— 69	+ 4	+ 10	— 114	208	— 16	47.3157	344	47.3133
	16		23.5	98		+ 8	3136	— 69	+ 4	+ 13	— 118	130		3080	254	316
	22		23.8	99		+ 9	3224	— 69	+ 4	+ 15	— 120	132		3170	74	
	28	22	24.5	22.01		+ 11	3176	— 74	+ 4	+ 17	— 123	197		3181	164	
Juni 7/8.	2 39	749 + 21	+ 23	21.97	22.10	— 13	47.2678	— 56	— 7	— 21	— 116	140	— 16	47.2602	78	47.2599
	43		24.5	22 01		— 9	2647	— 69	+ 6	— 15	— 122	198		2629	348	261
	50		25	22 03		— 7	2623	— 74	+ 6	— 11	— 125	195		2598	168	
	55	23	26	22.05		— 5	2676	— 69	+ 6	— 8	— 130	135		2594	258	
Juni 21/22.	3 22	757.5 + 19.5	+ 22.0	21.95	22.10	— 15	47.2134	— 56	— 6	— 24	— 113	154	— 15	47.2074	263	47.2067
	27		23.0	21.97		— 13	2183	— 72	— 6	— 21	— 118	200		2151	173	212
	33		24.8	22.02		— 8	2113	— 56	— 6	— 13	— 125	197		2095	353	
	40	20.5	25.2	03		— 7	2131	— 56	— 6	— 11	— 127	146		2062	83	
Juli 18/19.	5 36	740.0 + 25	+ 27.0	22.07	22.10	— 3	47.2179	— 56	— 5	— 5	— 136	178	— 16	47.2139	6	47.2110
	42		26.5	06		— 4	2174	— 56	— 5	— 7	— 134	154		2110	26	213
	47		27.5	08		— 2	2189	— 56	— 5	— 3	— 138	152		2123	276	
	53	26.5	27.5	08		— 2	2175	— 61	— 5	— 3	— 138	173		2125	186	
Aug. 22/23.	8 6	746.0 + 25	+ 28.3	22.11	22.12	— 1	47.4603	— 74	+ 1	— 2	— 143	197	— 14	47.4568	199	47.4597
	10		28.8	12		0	4631	— 74	+ 1	0	— 146	191		4589	109	458
	19		29.0	12		0	4639	— 69	+ 1	0	— 147	183		4593	289	
	26	26.5	29.6	14		+ 2	4640	— 69	+ 1	+ 3	— 149	194		4606	19	
Aug. 29/30.	7 56	747.5 + 20.5	+ 23.0	21.97	22.00	— 3	47.5330	— 69	— 1	— 5	— 117	218	— 12	47.5344	21	47.5386
	8 4		23.5	98		— 2	5349	— 69	— 1	— 3	— 119	249		5394	291	5361
	8		23.5	99		— 1	5343	— 74	— 1	— 2	— 119	243		5378	111	
	12	21.5	24.0	22.00		0	5371	— 74	— 1	0	— 121	213		5376	201	
Sept. 2/3.	8 24	749 + 22.0	+ 24.5	22.01	22.00	+ 1	47.5892	— 74	— 3	+ 2	— 125	220	— 12	47.5900	202	47.5881
	29		25.5	03		+ 3	5886	— 74	— 3	+ 3	— 129	244		5915	112	5940
	34		28.0	10		+ 10	5819	— 69	— 3	+ 16	— 140	236		5847	292	
	39	748.5 25.0	28.8	12		+ 12	5976	— 69	— 3	+ 19	— 144	214		5981	22	
Sept. 9/10.	9 4	748 + 17.5	+ 19.5	21.88	21.90	— 2	47.6764	— 74	— 4	— 3	— 101	237	— 12	47.6807	203	47.6729
	9		21 5	92		+ 2	6630	— 74	— 4	+ 3	— 109	245		6679	113	6764
	15		24.0	22.00		+ 10	6735	— 74	— 4	+ 16	— 120	239		6780	293	
	20	19.5	24 5	01		+ 11	6677	— 69	— 4	+ 18	— 122	233		6721	23	
Sept. 22/23.	10 52	754.5 + 16.5	+ 17.8	21.85	21.90	— 5	47.8340	— 71	+ 4	— 9	— 91	227	— 12	47.8388	116	47.8370
	56		19.8	89		— 1	8418	— 60	+ 4	— 2	— 100	274		8522	26	8415
	11 0		19.8	90		0	8320	— 71	+ 4	0	— 100	274		8415	206	
	4	17.5	20.5	91		+ 1	8309	— 60	+ 4	+ 2	— 103	212		8352	296	

	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
	h m	mm	°															
0/1.	10 1	746	+ 14.5	+ 17.0	21.82	22.00	— 18	47.9394	— 71	+ 2	— 30	— 87	+ 327	— 9	47.9526	206	47.9556	
	7			17.5	84		— 16	9326	— 71	+ 2	— 24	— 89	406		9536	116	9512	3; 2.3
	12			19.0	87		— 13	9355	— 45	+ 2	— 20	— 95	388		9576	296		
	18	746	16.0	20.0	90		— 10	9351	— 45	+ 2	— 16	— 100	316		9499	26		
22.	15 13	756.5	0.0	+ 3.0	21.48	21.50	— 2	48.5709	— 69	— 2	— 3	— 16	373	— 6	48.5973	109	48.5988	
	18			4.0	50		0	4901	— 69	0	0	— 20	1203		6009	19	6029	
	25			4.6	52		+ 2	4936	— 65	0	+ 3	— 23	1204		6049	199		3.4; 3.4
	32		+ 1.5	5.5	55		+ 5	5786	— 69	— 2	+ 9	— 27	313		6003	289		
27.	15 32	749	— 0.8	+ 1.5	21.44	21.48	— 0.04	48.6149	— 69	— 3	— 6	— 8	378	— 6	48.6433	287	48.6387	
	36			1.8	44		— 04	5200	— 65	0	— 6	— 9	1361		6475	197	6426	3; 2.3
	42			2.0	45		— 03	5106	— 69	0	— 5	— 10	1361		6377	17		
	47		0	3.0	48		— 0	6118	— 69	— 3	0	— 15	316		6341	107		
24.	19 30	754	— 0.5	+ 1.5	21.44	21.50	— 0.06	48.6290	— 69	— 3	— 10	— 8	1393	— 6	48.7587	350	48.7354	
	39			1.5	44		— 6	7311	— 69	— 5	— 10	— 8	138		7351	260	7503	2.3; 2.3
	44			2.3	46		— 4	7315	— 69	— 5	— 6	— 11	140		7358	80		
	49	753.5	0	2.8	47		— 3	6206	— 65	— 3	— 5	— 14	1306		7419	170		
19.	21 18	750.6	+ 3	+ 5.5	21.54	21.46	+ 0.08	48.4736	— 65	+ 1	+ 13	— 29	685	— 9	48.5332	161	48.5201	
	22			7.0	57		+ 11	5122	— 69	0	+ 18	— 35	155		5182	71	5243	
	26			7.5	58		+ 12	5157	— 69	0	+ 20	— 37	157		5219	251		3; 2.3
	33		4	8.5	61		+ 15	4588	— 58	+ 1	+ 25	— 42	650		5155	341		
27.	21 59	747.5	+ 1.0	+ 2.0	21.45	21.57	— 0.12	48.3848	— 58	+ 3	— 20	— 12	542	— 10	48.4293	339	48.4273	
	22 4			3.5	48		— 9	4262	— 69	+ 2	— 15	— 18	163		4315	249	4280	3; 3
	9			5.0	52		— 5	4174	— 69	+ 2	— 8	— 25	166		4230	69		
	14		1.5	4.5	51		— 6	3852	— 65	+ 3	— 10	— 22	519		4267	159		
22.	0 28	749.5	+ 12.0	+ 13.5	21.74	21.75	— 0.01	48.1154	— 56	— 3	— 2	— 70	136	— 12	48.1148	64	48.1132	
	32			14.5	76		+ 0.01	0862	— 71	— 2	+ 2	— 74	363		1068	154	1076	2.3; 2
	37			16.8	82		+ 7	0836	— 45	— 2	+ 11	— 84	379		1083	334		
	43		13.5	17.5	84		+ 9	1138	— 71	— 3	+ 15	— 87	137		1118	244		
3/4.	0 9	751.5	+ 9.5	+ 11.5	21.68	21.90	— 0.22	47.5405	— 69	— 1	— 36	— 59	284	— 14	47.5510	336	48.5522	
	14			13.3	73		— 17	5577	— 69	— 2	— 28	— 67	135		5532	246	5471	2.3; 3
	20			14.5	76		— 14	5557	— 69	— 2	— 23	— 72	134		5511	66		
	26		11.0	15.3	78		— 12	5354	— 74	— 1	— 20	— 76	263		5432	156		
8/9.	0 51	751.5	+ 12.5	+ 16.5	21.81	21.85	— 0.04	47.5072	— 69	0	— 7	— 86	133	— 15	47.5028	247	48.5000	
	59			18.2	85		0	4833	— 69	0	0	— 93	238		4894	157	4913	3; 3
	1 9			21.0	92		+ 0.07	4881	— 69	0	+ 11	— 105	229		4932	337		
	14		14.0	22.0	95		+ 10	5019	— 69	0	+ 16	— 110	131		4972	67		
12.	0 27	753.0	+ 17.0	+ 16.7	21.81	21.95	— 0.14	47.4521	— 74	+ 1	— 23	— 87	272	— 14	47.4596	158	47.4613	
	32			19.5	86		— 9	4690	— 69	+ 1	— 15	— 99	136		4630	68	4550	2.3; 3
	39			21.2	93		— 2	4652	— 69	+ 1	— 3	— 106	134		4595	248		
	46		18 0	23.0	97		+ 2	4446	— 69	+ 2	+ 3	— 114	250		4504	338		
23.	1 3	747.5	+ 12.0	+ 14.6	21.76	21.90	— 0.14	47.3630	— 69	+ 3	— 23	— 76	144	— 14	47.3595	71	48.3649	
	9			17.5	84		— 6	3556	— 69	+ 3	— 10	— 88	252		3630	341	3647	2.3; 2.3
	17			17.5	84		— 6	3600	— 69	+ 3	— 10	— 88	243		3665	161		
	24		13.0	19.0	87		— 3	3744	— 69	+ 3	— 5	— 95	138		3702	251		
1/2.	1 48	745.0	+ 20.5	+ 21.0	21.92	22.00	— 0.08	47.2864	— 69	+ 5	— 13	— 107	144	— 15	47.2809	255	47.2803	
	52			22.2	95		— 5	2840	— 69	+ 5	— 8	— 112	230		2871	165	2887	2; 1.2
	58			24.5	22.01		+ 1	2876	— 69	+ 5	+ 2	— 123	225		2901	345		
	2 6		22.0	25.0	02		+ 2	2856	— 69	+ 5	+ 3	— 125	141		2796	75		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mittel
1896	h m	mm °														
uli 6/7.	3 24	750.0 + 15.0	+ 20.3	21.91	21.90	+ 0.01	47.1800	— 56	— 4	+ 2	— 103	+ 246	— 13	47.1872	359	47.1892
	28		20.5	91		+ 1	1888	— 56	— 4	+ 2	— 104	208		1921	269	1842
	34		21.0	92		+ 2	1836	— 56	— 4	+ 3	— 106	202		1862	89	
	39	17.0	21.3	93		+ 3	1760	— 56	— 4	+ 5	— 108	229		1813	179	
uli 13/14.	3 51	751.0 + 18.5	+ 22.7	21.96	22.00	— 0.04	47.1999	— 56	— 5	— 7	— 115	240	— 13	47.2043	3	47.2026
	57		24.0	22.00		0	2026	— 56	— 5	0	— 121	223		2054	273	2040
	3		24.3	01		+ 1	1979	— 56	— 5	+ 2	— 123	215		1999	93	
	8	20.0	25.0	02		+ 2	2011	— 56	— 5	+ 3	— 125	223		2038	185	
uli 20/21.	4 28	746 + 19	+ 21.4	21.93	22.00	— 0.07	47.2292	— 69	+ 4	— 12	— 112	224	— 13	47.2314	187	47.2256
	33		23.0	97		— 3	2231	— 69	+ 4	— 5	— 117	230		2261	97	2268
	38		25.0	22.02		+ 2	2229	— 69	+ 4	+ 3	— 125	223		2252	277	
	43	21.5	25.5	22.03		+ 3	2212	— 69	+ 4	+ 5	— 128	211		2222	7	
ug. 10/11.	6 38	748.6 + 16.5	+ 21.0	21.92	21.90	+ 2	47.3548	— 69	+ 4	+ 3	— 107	224	— 14	47.3589	287	47.3560
	42		21.8	94		+ 4	3449	— 69	+ 4	+ 6	— 111	194		3559	197	3551
	49		22.3	96		+ 6	3534	— 69	+ 4	+ 10	— 113	192		3544	17	
	54	18.5	22.8	97		+ 7	3509	— 69	+ 4	+ 11	— 114	205		3531	107	
ug. 26/27.	8 30	745.4 + 13.3	+ 15.2	21.78	21.84	— 6	47.5078	— 69	0	— 10	— 78	200	— 14	47.5107	290	47.5086
	34		16.2	81		— 3	4999	— 69	0	— 5	— 82	207		5036	200	5974
	39		18.5	86		+ 2	5078	— 69	0	+ 3	— 92	206		5112	20	
	43	15.5	19.0	87		+ 3	5051	— 69	0	+ 5	— 95	187		5065	110	
kt. 7/8.	11 38	747.0 + 16.5	+ 18.0	21.85	21.95	— 10	48.0296	— 45	— 1	— 16	— 93	289	— 10	48.0420	296	48.0439
	44		19.0	21.87		— 8	48 0312	— 71	— 1	— 13	— 97	356		0476	206	0495
	48		20.0	90		— 5	0324	— 45	— 1	— 8	— 102	356		0514	26	
	54	18.0	20.5	91		— 4	0390	— 71	— 1	— 6	— 104	261		0459	116	
kt. 12/13.	12 14	751.0 + 10.5	15.0	21.78	21.83	— 5	48.0985	— 45	— 2	— 8	— 77	407	— 10	48.1250	26	48.1356
	22		16.0	80		— 3	1262	— 45	— 3	— 5	— 81	273		1391	296	1246
	28		17.0	83		0	1228	— 71	— 3	0	— 86	264		1322	116	
	34	11.5	17.3	84		+ 1	0998	— 71	— 2	+ 2	— 87	411		1241	206	
ec. 2/3.	15 58	746.0 — 2.5	— 0.5	21.39	21.60	— 21	48.6660	— 69	— 4	— 34	+ 2	370	— 6	48.6919	105	48.6897
	16 12		+ 0.8	42		— 18	5052	— 69	0	— 29	— 5	1571		—	15	6768
	17		+ 1.3	44		— 16	5307	— 69	0	— 26	— 7	1569		6768	195	
	21	1.5	+ 2.0	45		— 15	6699	— 69	— 4	— 24	— 11	290		6875	285	
ec. 16/17.	16 52	741 — 2.5	— 0.7	21.38	21.51	— 22	48.7346	— 69	— 5	— 36	+ 3	309	— 6	48.7542	99	48.7571
	57		+ 1.2	43		— 17	5952	— 69	— 2	— 27	— 6	1959		7801	9	7741
	17 6		+ 1.8	45		— 15	5861	— 69	— 2	— 24	— 10	1931		7681	189	
	12	2.0	+ 1.5	44		— 16	7471	— 69	— 5	— 26	— 8	243		7600	279	
1897																
an. 4/5.	18 16	753 — 2.5	0.0	21.40	21.48	— 8	48.5988	— 69	— 2	— 13	0	1952	— 6	48.7850	0	48.7825
	23		+ 1.2	43		— 5	7749	— 69	— 6	— 8	— 6	158		7812	270	7845
	30		+ 1.5	44		— 4	7822	— 69	— 6	— 7	— 8	151		7878	90	
	36	1.5	+ 1.4	44		— 4	6048	— 65	— 2	— 7	— 7	1839		7800	180	
ebr. 15/16.	21 18	764 — 5.0	— 1.5	21.36	21.40	— 4	48.5132	— 69	— 0	— 7	+ 8	+ 163	— 7	48.5220	252	48.4299
	25		— 1.0	38		— 2	4779	— 69	0	— 3	+ 4	723		5427	162	5414
	30		+ 1.5	42		+ 2	4758	— 58	0	+ 3	— 8	712		5400	342	
	34	764 3.8	+ 2.8	47		+ 7	5285	— 69	— 1	+ 11	— 13	173		5378	72	
pril 9/10.	22 55	749.5 + 8.5	+ 11.3	21.68	21.65	+ 3	47.8299	— 45	+ 3	+ 5	— 57	+ 354	— 13	47.8546	334	47.8573
	23 1		13.0	72		+ 7	8616	— 71	+ 3	+ 11	— 65	133		8614	244	8558
	6		14.8	76		+ 11	8535	— 71	+ 3	+ 18	— 72	132		8532	64	
	13	749.5 9.5	15.2	78		+ 13	8381	— 71	+ 3	+ 21	— 74	324		8571	154	

T	Sternzeit h m	Bar. Th. mm °	Inst.Tp.	N	O	N — O	Messung	Th.F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
)/21.	0 26	745.2 + 8.0	+ 12.5	21.71	21.65	+ 0.06	47.7112	— 74	— 4	+ 10	— 64	+ 133	— 15	47.7098	244	47.7097	
	32		13.8	74		+ 9	6945	— 74	— 4	+ 15	— 69	247		7045	154	7025	
	40		17.0	82		+ 17	6906	— 69	— 4	+ 28	— 82	241		7005	334		3; 3
	48	745.4 + 9.5	17.5	84		+ 19	7105	— 74	— 4	+ 31	— 85	135		7095	64		
i/27.	1 7	747.7 + 19.0	+ 21.0	21.92	21.95	— 3	47.6288	— 69	— 3	— 5	— 105	218	— 15	47.6309	335	47.6251	
	14		21.5	94		— 1	6290	— 69	— 3	— 2	— 108	130		6223	245	6307	
	19		22.5	96		+ 1	6350	— 74	— 3	+ 2	— 112	130		6278	65		3; 2.3
	25	747.5 + 20.0	22.8	97		+ 2	6300	— 74	— 3	+ 3	— 113	208		6306	155		
2/3.	0 50	747.0 + 13.8	+ 17.0	21.82	21.96	— 14	47.5506	— 69	— 1	— 23	— 86	236	— 16	47.5547	336	47.5574	
	56		17.8	84		— 12	5643	— 69	— 1	— 20	— 89	129		5577	246	5556	
	1 1		18.0	85		— 11	5636	— 69	— 1	— 18	— 90	129		5571	66		2; 2
	6	746.9 + 14.8	18.0	85		— 11	5540	— 74	— 1	— 18	— 90	224		5565	156		
7/8.	1 12	753.3 + 11.5	+ 15.6	21.79	21.90	— 11	47.5008	— 69	0	— 18	— 80	228	— 16	47.5053	337	47.5107	
	17		17.0	82		— 8	5088	— 69	0	— 14	— 86	132		5135	67	5021	
	21		18.0	85		— 5	5032	— 69	0	— 8	— 90	131		5080	247		3; 2.3
	28	753.2 + 13.0	18.0	85		— 5	4969	— 74	0	— 8	— 90	217		4988	157		
/26.	1 58	739.3 + 14.2	+ 20.3	21.91	21.90	+ 1	47.3380	— 69	+ 3	+ 2	— 104	134	— 16	47.3330	253	47.3310	
	2 4		21.0	92	90	+ 2	3369	— 74	+ 3	+ 3	— 107	208		3386	163	3337	
	2 14		23.8	99	90	+ 9	3272	— 69	+ 3	+ 15	— 119	202		3288	343		3; 3
	2 24	739.3 + 16.0	23.2	97	22.10	— 13	3379	— 69	+ 3	— 21	— 117	130		3290	73		
0/1.	2 17	747.7 + 21.4	+ 23.5	21.98	22.10	— 12	47.2884	— 74	+ 4	— 19	— 118	189	— 16	47.2850	178	47.2836	
	21		24.2	22.00		— 10	2936	— 74	+ 4	— 16	— 121	148		2861	88	2856	
	29		24.4	01		— 9	2884	— 69	+ 4	— 15	— 122	146		2812	268		2; 1.2
	37	747.7 + 23.5	25.5	04		— 6	2898	— 69	+ 4	— 10	— 126	181		2862	358		
.11.	2 44	756.8 + 17.0	+ 19.2	21.87	22.10	— 23	47.2395	— 74	+ 5	— 37	— 98	209	— 16	47.2384	169	47.2300	
	48		20.0	91		— 19	2362	— 66	+ 5	— 31	— 102	145		2297	79	2361	
	53		22.0	95		— 15	2372	— 69	+ 5	— 24	— 110	144		2302	259		2; 2
	58	756.7 + 18.0	23.2	97		— 13	2354	— 69	+ 5	— 21	— 115	200		2338	349		
/21.	3 33	749 + 15.0	+ 18.0	21.85	22.00	— 15	47.2030	— 74	+ 6	— 24	— 92	197	— 16	47.2027	173	47.2032	
	39		19.0	87		— 13	2002	— 74	+ 6	— 21	— 96	147		2026	83	1996	
	46		19.5	89		— 11	2020	— 69	+ 6	— 18	— 98	144		2040	263		3; 2.3
	53	+ 16.5	21.0	92		— 8	1974	— 69	+ 6	— 13	— 104	189		1966	353		
/11.	4 0	754.5 + 15.5	+ 21.5	21.94	22.00	— 6	47.2122	— 69	+ 6	— 10	— 107	203	— 14	47.2131	272	47.2064	
	9		21.4	93		— 7	1924	— 56	— 4	— 11	— 107	215		1947	182	1960	
	19		21.8	95		— 5	1955	— 56	— 4	— 8	— 109	208		1972	2		3; 3
	25	+ 17.5	22.9	97		— 3	2026	— 72	— 4	— 5	— 113	180		1998	92		
3/4.	6 9	753.5 + 20 0	+ 21.2	21.93	21.90	+ 3	47 3045	— 74	+ 4	+ 5	— 108	199	— 14	47.3057	193	47.2953	
	15		22.3	96		+ 6	2983	— 74	+ 4	+ 10	— 112	205		3002	103	3026	
	20		24.0	22.00		+ 10	2888	— 69	+ 4	+ 16	— 120	200		2905	283		2.3; 1.2
	25	+ 22.5	25.2	03		+ 13	2986	— 69	+ 4	+ 21	— 125	192		2995	13		
/13.	6 38	752 + 19.0	+ 21.5	21.94	21.95	— 1	47.3638	— 69	+ 3	— 2	— 108	236	— 13	47.3685	286	47.3677	
	42	+ 20.0	22.5	96		+ 1	3690	— 74	+ 3	+ 2	— 115	202		3707	196	3737	
	48	+ 20.5	23.8	99		+ 4	3759	— 69	+ 3	+ 6	— 119	200		3767	16		3; 2.8
	54	+ 21.5	23.5	98		+ 3	3653	— 74	+ 3	+ 5	— 119	214		3669	106		
1/30.	7 50	745.5 + 20.0	+ 21.5	21.94	22.05	— 11	47.5203	— 74	— 1	— 18	— 109	277	— 12	47.5271	111	47.5313	
	57	+ 21.0	23.5	98		— 7	5313	— 74	— 1	— 11	— 120	219		5314	21	5307	
	8 3	+ 21.5	23.5	98		— 7	5302	— 74	— 1	— 11	— 120	216		5300	201		2.3; 2
	10	+ 22.0	25.2	22.03		— 2	5324	— 69	— 1	— 3	— 126	242		4555	291		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Paral.	Durchm.	P. W.	Mittel
1897	h m	mm °	°													
Sept. 23/24.	9 44	749.9 +17.0	+ 17.6	21.83	21.80	+ 0.03	47.8206	— 71	+ 5	+ 5	— 91	361	— 11	47.8404	116	47.8483
	50	17.3	20.0	89		+ 9	8285	— 60	+ 5	+ 15	— 101	275		8408	26	8403
	56	17.7	20.0	89		+ 9	8583	— 71	+ 4	+ 15	— 101	279		8698	206	
	10 0	18.0	21.0	21.92		+ 12	8396	— 60	+ 4	+ 19	— 105	318		8561	296	
Nov. 8/9.	14 35	759.5 + 3.3	+ 5.3	53	21.55	— 2	48.4419	— 65	+ 1	— 3	— 29	301	— 8	48.4622	113	48.4582
	41	3.7	7.0	58		+ 3	3788	— 69	+ 2	+ 5	— 37	804		4485	23	4501
	47	4.1	7.0	58		+ 3	3808	— 65	+ 2	+ 5	— 37	812		4517	203	
	55	+ 4.5	7.0	59		+ 4	4389	— 69	+ 1	+ 6	— 39	262		4542	293	
Nov. 15/16.	15 1	759.0 + 3.4	+ 6.3	21.55	21.55	0	48.4392	— 65	+ 1	0	— 34	1026	— 7	48.5313	201	48.5320
	6	3.8	7.4	58		+ 3	5186	— 65	0	+ 5	— 39	323		5403	111	5367
	15	4.2	9.2	63		+ 8	5043	— 65	0	+ 13	— 46	300		5238	291	
	22	+ 4.5	10.0	65		+ 10	4480	— 65	+ 1	+ 16	— 50	1047		5422	21	
Decb. 15/16.	17 15	754.2 + 5.0	+ 8.0	21.60	21.60	0	48.7420	— 69	— 5	0	— 42	232	— 5	48.7531	280	48.7551
	21	5.5	8.4	61		+ 1	5674	— 69	— 1	+ 2	— 44	1852		7409	190	749
	27	6.0	9.1	63		+ 3	5798	— 69	— 2	+ 5	— 47	1849		7529	10	
	35	+ 6.5	9.2	63		+ 3	7506	— 69	— 5	+ 5	— 48	183		7571	100	
Decb. 21/22.	17 39	763.9 — 1.5	+ 1.4	21.43	21.55	— 12	48.5850	— 65	— 2	— 20	— 8	2000	— 5	48.7750	187	48.7720
	45		2.8	47		— 8	7579	— 65	— 5	— 13	— 14	175		7655	97	772
	51		3.6	49		— 6	7723	— 65	— 5	— 10	— 18	165		7785	277	
	56	763.8 — 0.5	4.5	51		— 4	5830	— 69	— 2	— 7	— 22	1978		7703	7	
Decb. 27/28.	18 19	752.9 + 3.3	+ 4.5	21.51	21.56	— 5	48.7738	— 69	— 5	— 8	— 24	151	— 5	48.7778	274	48.7745
	25		5.7	54		— 2	5923	— 65	— 2	— 3	— 29	1899		7718	184	777
	31		6.6	56		0	6036	— 69	— 2	0	— 33	1899		7826	4	
	37	752.5 + 4.0	6.9	57		+ 1	7693	— 69	— 5	+ 2	— 34	137		7719	94	
1898																
Jan. 7/8.	8 42	752.5 + 3.0	+ 5.3	21.53	21.61	— 8	48.7757	— 69	— 6	— 13	— 28	145	— 6	48.7780	269	48.7787
	47		6.0	55		— 6	6106	— 65	— 2	— 10	— 31	1743		7735	179	773
	54		7.4	58		— 3	6132	— 69	— 2	— 5	— 38	1722		7734	359	
	60	752.6 + 3.8	7.6	59		— 2	7782	— 69	— 6	— 3	— 38	135		7795	89	
Jan. 13/14.	19 0	760.2 + 3.6	+ 5.3	21.53	21.55	— 2	48.7628	— 69	— 5	— 3	— 28	137	— 6	48.7654	85	47.766
	6		6.1	55		0	6172	— 69	— 2	0	— 32	1614		7677	355	774
	12		6.2	55		0	6320	— 65	— 3	0	— 32	1589		7803	175	
	19	760.0 + 4.5	7.3	58		+ 3	7650	— 69	— 5	+ 5	— 37	134		7672	265	
Jan. 18/19.	19 28	759.8 + 0.6	+ 2.3	21.46	21.55	— 9	48.7364	— 69	— 5	— 15	— 12	137	— 6	48.7394	83	48.742
	34		2.9	47		— 8	6072	— 69	— 2	— 13	— 15	1443		7410	353	744
	40		3.6	49		— 6	6156	— 65	— 2	— 10	— 18	1424		7479	173	
	20 4	759.4 + 1.5	4.4	51		— 4	7410	— 69	— 5	— 7	— 21	152		7454	263	
Febr. 24/25.	21 55	750.5 + 5.6	+ 8.0	21.60	21.60	0	48.4282	— 69	+ 2	0	— 43	173	— 10	48.4335	66	48.480
	59		8.2	60		0	3969	— 69	+ 2	0	— 44	544		4392	339	43
	22 6		8.2	60		0	3974	— 65	+ 2	0	— 44	530		4387	159	
	12	750.6 + 8.5	8.5	61		+ 1	4226	— 65	+ 2	+ 2	— 45	170		4280	249	
März 28/29.	23 0	736.3 + 5.6	+ 8.8	21.62	21.67	— 5	47.9933	— 45	0	— 8	— 48	471	— 11	48.0292	335	48.015
	5		9.3	63		— 4	48.0140	— 71	0	— 7	— 49	141		0143	245	025
	11		10.8	66		— 1	48.0168	— 71	0	— 2	— 55	141		0170	65	
	16	736.1 + 7.5	11.4	68		+ 1	47.9925	— 71	0	+ 2	— 58	436		0223	155	
April 8/9.	0 24	749.8 + 17.5	+ 17.9	21.85	21.85	0	47.8639	— 71	+ 3	0	— 93	138	— 14	47.8602	64	47.862
	31		18.4	86		+ 1	8504	— 60	+ 3	+ 2	— 95	244		8584	334	865
	36		18.5	86		+ 1	8662	— 71	+ 3	+ 2	— 95	241		8728	154	
	42	749.2 + 19.0	19.4	88		+ 3	8687	— 71	+ 3	+ 5	— 99	142		8653	244	

T.	Sternzeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Paral.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
8																	
4/5.	0 7	748.2 + 13.5	+ 15.4	21.78	21.80	— 0.02	47.5200	— 69	0	— 3	— 81	+ 281	— 14	47.5242	337	47.5375	
	12		17.5	83		+ 3	5450	— 69	— 1	+ 5	— 90	133		5414	247	5305	
	20		18.0	85		+ 5	5372	— 69	— 1	+ 8	— 92	132		5336	67		3; 2.3
	27	748.4 + 15.0	19.0	87		+ 7	5286	— 74	— 1	+ 11	— 97	257		5368	157		
3/4.	2 12	750.0 + 15.0	+ 16.8	21.82	21.80	+ 2	47.2730	— 69	+ 5	+ 3	— 84	+ 218	— 15	47.2788	346	47.2777	
	18	17.8	17.8	84		+ 4	2782	— 69	+ 4	+ 7	— 88	141		2762	256	2743	
	23	18.2	18.2	85		+ 5	2812	— 69	+ 4	+ 8	— 90	140		2791	76		2.3; 2.3
	28	+ 16.5	18.6	86		+ 6	2656	— 74	+ 5	+ 10	— 92	207		2697	166		
/10.	3 3	748.4 + 22.0	+ 24.8	22.02	22.00	+ 2	47.2398	— 69	+ 5	+ 3	— 124	+ 192	— 16	47.2389	348	47.2379	
	11		25 5	03		+ 3	2443	— 69	+ 5	+ 5	— 127	138		2379	258	2324	
	17		25.8	04		+ 4	2448	— 69	+ 5	+ 7	— 128	132		2379	78		3; 2
	24	+ 23.5	26.5	06		+ 6	2284	— 74	+ 5	+ 10	— 132	182		2259	168		
/18.	5 6	751.8 + 17.0	+ 19.8	21.89	21.95	— 6	47.2012	— 69	+ 6	— 10	— 100	+ 168	— 18	47.1989	351	47.2035	
	11		21.2	93		— 2	2078	— 69	+ 6	— 3	— 106	128		2016	261	2035	
	16		22.3	96		+ 1	2116	— 69	+ 6	+ 2	— 111	128		2054	81		3; 2.3
	21	751.6 + 18.0	22.4	96		+ 1	2105	— 69	+ 6	+ 2	— 111	166		2081	171		
/24.	2 53	747.1 + 16.5	+ 18.2	21.85	21.95	— 10	47.1917	— 69	+ 6	— 16	— 92	+ 170	— 14	47.1902	264	47.1854	
	3 0		19.5	88		— 7	1940	— 69	+ 6	— 11	— 96	221		1877	174	1868	
	8		19.6	89		— 6	1928	— 69	+ 6	— 10	— 97	215		1859	354		2.3; 2
	14	747.1 + 17.5	19.6	89		— 6	1827	— 69	+ 6	— 10	— 97	162		1805	84		
/15.	5 6	749.0 + 16.0	+ 17.5	21 83	21.90	— 7	47.2053	— 61	— 4	— 11	— 88	+ 191	— 14	47.2066	184	47.1980	
	12		18.5	86		— 4	1982	— 61	— 4	— 7	— 92	165		1969	94	2027	
	23		18.8	87		— 3	2008	— 69	+ 6	— 5	— 93	159		1992	274		3; 2
	31	+ 18.5	20.0	90		0	1979	— 56	— 4	0	— 99	182		1988	4		
26.	6 17	752.0 + 15.5	+ 19.0	21.88	21.90	— 2	47.2388	— 69	+ 5	— 3	— 96	+ 186	— 16	47.2401	9	47.2484	
	21		20.0	90		0	2600	— 69	+ 5	0	— 100	163		2583	279	2484	
	29		19.8	90		0	2410	— 74	+ 5	0	— 99	159		2385	99		3; 3
	33	+ 17.0	20.2	91		+ 1	2570	— 74	+ 5	+ 2	— 101	181		2567	189		
/2.	5 42	749.0 + 18.4	+ 20.0	21.90	22.00	— 10	47.2812	— 74	+ 4	— 16	— 101	+ 228	— 13	47.2840	102	47.2840	
	48		21.8	95		— 5	2788	— 69	+ 4	— 8	— 108	202		2796	12	2832	
	59		21.8	95		— 5	2869	— 74	+ 4	— 8	— 108	197		2867	192		2.3; 2.3
	6 4	+ 20.5	22.0	95		— 5	2834	— 69	+ 4	— 8	— 110	202		2840	282		
16.	6 47	748.0 + 24.5	+ 26.2	22.05	22.05	0	47.3945	— 69	+ 2	0	— 132	+ 205	— 13	47.3938	17	47.3981	
	53		27.7	09		+ 4	4000	— 69	+ 2	+ 7	— 139	233		4021	107	3937	
	59		27.8	09		+ 4	3932	— 74	+ 2	+ 7	— 139	225		3940	107		2.3; 2.3
	7 5	+ 27.0	28.2	10		+ 5	3957	— 74	+ 2	+ 8	— 141	196		3935	17		
22.	7 8	752.5 + 21.0	+ 23.7	21.99	22.10	— 11	47.4412	— 74	+ 1	— 18	— 121	+ 215	— 12	47.4403	199	47.4409	
	14		25 2	22.02		— 8	4325	— 74	+ 1	— 13	— 127	257		4357	109	4481	
	19		26.5	06		— 4	4432	— 69	+ 1	— 7	— 133	249		4461	289		3.4; 3
	24	+ 24.5	27.8	09		— 1	4572	— 69	+ 1	— 2	— 138	206		4558	19		
/7.	8 49	752.5 + 16.0	+ 19.0	21.87	21.90	— 3	47.6156	— 69	— 2	— 5	— 96	+ 260	— 12	47.6232	293	47.6287	
	56		19.8	89		— 1	6264	— 74	— 2	— 2	— 99	250		6305	203	6279	
	9 1		20.4	91		+ 1	6208	— 69	— 2	+ 2	— 102	228		6253	23		3; 2.3
	7	+ 19.0	21.8	94		+ 4	6300	— 74	— 2	+ 6	— 108	232		6342	113		
14.	10 30	754.0 + 17.5	+ 19.0	21.87	21.85	+ 2	47.7145	— 74	— 3	+ 3	— 97	+ 191	— 13	47.7152	114	47.7121	
	36		20.8	92		+ 7	7086	— 69	— 3	+ 11	— 104	248		7156	24	7215	
	41		21.2	93		+ 8	7210	— 74	— 3	+ 13	— 107	248		7274	204		2.3; 3
	46		21.5	94		+ 9	7089	— 69	— 3	+ 15	— 108	179		7090	294		
	53		23.3	98		+ 13	7260	— 74	— 3	+ 21		} 145			281		
	57	+ 19.0	24.0	22.00		+ 15	7054	— 74	— 3	+ 25					101		

Tag	Sternzeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel
1899	h m	mm	°	°													
Nov. 7/8.	14 1	753.0	+ 5.5	+ 6.7	21.56	21.60	— 0.04	48.3767	— 69	+ 2	— 7	— 34	+ 800	— 7	48.4462	23	48.4443
	6			7.5	58		— 2	4164	— 69	+ 2	— 3	— 37	373		4423	293	4510
	10			8.2	60		0	4211	— 65	+ 2	0	— 41	360		4460	113	
	15		+ 6.5	8.8	62		+ 2	3870	— 65	+ 2	+ 3	— 44	798		4557	203	
Nov. 17/18.	15 10	758.6	+ 6.5	+ 7.5	21.58	21.80	— 0.22	48.4646	— 65	0	— 36	— 38	+ 1075	— 6	48.5576	20	48.5549
	16			8.7	61		— 19	5320	— 69	0	— 31	— 44	306		5476	290	5613
	21			9.4	63		— 17	5478	— 69	— 1	— 28	— 47	294		5621	110	
	26		+ 7.5	10.0	65		— 15	4710	— 65	0	— 25	— 50	1089		5653	200	
Decb. 21/22.	17 49	760	0.0	+ 0.8	21.42	21.64	— 0.22	48.7726	— 60	+ 4	— 36	— 6	+ 183	— 5	48.7806	97	48.7736
	54			+ 2.0	45		— 19	5838	— 69	— 2	— 31	— 11	1961		7681	7	7751
	18 0			+ 3.1	47		— 17	5973	— 65	— 2	— 28	— 16	1961		7818	187	
	4		+ 1.0	+ 3.4	48		— 16	7626	— 69	— 4	— 26	— 17	161		7666	277	
1899																	
Jan. 8/9.	18 24	746	+ 5.5	+ 5.4	21.53	21.55	— 0.02	48.6113	— 69	— 2	— 3	— 29	+ 1838	— 5	48.7843	358	48.7867
	31			+ 6.5	56		+ 1	7721	— 69	— 4	+ 2	— 34	150		7761	268	7771
	35			+ 7.2	57		+ 2	7920	— 60	+ 3	+ 3	— 38	145		7968	88	
	40		+ 6.5	+ 7.4	58		+ 3	6070	— 65	— 2	+ 5	— 41	1736		7698	178	
Jan. 27/28.	20 46	752.2	— 5.0	— 2.0	21.35	21.50	— 0.15	48.6875	— 69	— 3	— 25	+ 11	+ 180	— 7	48.6962	259	48.6987
	52			— 1.2	37		— 13	5990	— 65	— 2	— 21	+ 6	1110		7011	169	6999
	58			— 0.6	38		— 12	5973	— 69	— 2	— 20	+ 3	1103		7981	349	
	21 3		— 3.5	— 0.2	40		— 10	6800	— 69	— 3	— 16	+ 1	201		6907	79	
Febr. 10/11.	20 41	744.5	+ 12.0	+ 12.3	21.70	21.77	— 0.07	48.5131	— 65	0	— 12	— 65	+ 828	— 8	48.5809	164	48.5852
	46			+ 13.3	73		— 4	5892	— 69	— 2	— 7	— 70	140		5876	74	5838
	51			+ 14.9	77		0	5842	— 69	— 2	0	— 77	142		5828	254	
	56	745.3	+ 13.5	+ 15.9	80		+ 3	5226	— 58	0	+ 5	— 81	783		5867	344	
Febr. 17/18.	20 59	753	+ 6.5	+ 6.7	21.56	21.75	— 0.19	48.5241	— 69	0	— 31	— 35	+ 145	— 9	48.5242	71	48.5230
	21 4			+ 7.8	59		— 16	4650	— 69	+ 1	— 26	— 40	719		5226	341	5196
	10			+ 8.3	61		— 14	4600	— 65	+ 1	— 23	— 43	702		5167	161	
	16	752.8	+ 7.5	+ 9.0	62		— 13	5223	— 69	0	— 21	— 46	152		5230	251	
Febr. 22/23.	21 56	754.7	+ 3.0	+ 4.0	21.50	21.70	— 0.20	48.4666	— 69	+ 1	— 33	— 23	+ 167	— 10	48.4699	70	48.4794
	22 3			+ 5.8	54		— 16	4146	— 69	+ 2	— 26	— 31	566		4578	340	4661
	8			+ 7.2	58		— 12	4314	— 65	+ 1	— 20	— 36	559		4743	160	
	12		+ 5.0	+ 8.5	61		— 9	4843	— 69	0	— 15	— 42	178		4885	250	
Febr. 27/28.	21 58	762	+ 1.5	+ 1.4	21.43	21.60	— 0.17	48.3958	— 69	+ 2	— 28	— 8	+ 160	— 10	48.4005	69	48.4076
	22 4			+ 2.6	46		— 14	3545	— 58	+ 2	— 23	— 13	549		4092	339	4116
	12			+ 3.6	49		— 11	3620	— 65	+ 2	— 18	— 19	523		4140	159	
	18		+ 3.0	+ 4.1	50		— 10	3967	— 69	+ 2	— 16	— 21	170		4134	249	
März 13/14.	22 26	760.3	+ 7.0	+ 8.2	21.60	21.55	+ 5	48.2219	— 69	+ 5	+ 8	— 43	+ 143	— 13	48.2250	66	48.2211
	31			9.5	63		+ 8	1918	— 45	— 3	+ 13	— 49	335		2156	336	2182
	37			10.3	66		+ 11	1990	— 71	— 3	+ 19	— 52	328		2208	156	
	42		+ 8.0	10.7	66		+ 11	2148	— 71	— 4	+ 19	— 54	146		2171	246	
April 12/13.	0 32	739.0	+ 7.0	+ 9.0	21.62	21.65	— 0.03	47.8022	— 71	+ 4	— 5	— 46	+ 247	— 15	47.8136	154	47.8123
	35			9.8	64		— 1	8130	— 71	+ 4	— 2	— 49	139		8136	244	8117
	40			10.5	66		+ 1	8092	— 60	+ 4	+ 2	— 52	140		8111	64	
	44	738.5	+ 9.0	10.5	66		+ 1	7984	— 63	+ 4	+ 2	— 52	238		8098	344	
April 21/22.	1 8	748.5	+ 5.0	+ 6.0	21.55	21.65	— 10	47.7022	— 74	— 4	— 17	— 33	+ 140	— 15	47.7034	244	47.6950
	13			8.0	60		— 5	6874	— 69	— 4	— 8	— 41	225		6977	334	6987
	18			10.5	66		+ 1	6904	— 75	— 4	+ 2	— 52	222		6998	154	
	23		+ 6.5	12.0	70		+ 5	6848	— 69	— 4	+ 8	— 59	142		6866	64	

Tag	Sternzeit h m	Bar. mm	Th. °	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel.	R. S.
89																		
2 30.	1 43	755.6	+ 11.0	+ 13.9	21.75	21.73	+ 0.02	47.3106	— 69	+ 3	+ 3	— 70	+ 146	— 15	47.3104	74	47.3023	
	50			15.0	77		+ 4	3041	— 69	+ 3	+ 6	— 75	230		3121	344	3113	
	57			15.8	79		+ 6	3031	— 69	+ 3	+ 10	— 78	223		3105	164		3; 2.3
	2 1		+ 13.5	16.1	80		+ 7	2952	— 69	+ 3	+ 11	— 79	140		2943	254		
76.	2 27	754.1	+ 21.0	+ 21.6	21.94	22 00	— 6	47.2610	— 69	+ 4	— 10	— 110	+ 208	— 16	47.2617	167	47.2683	2.3; 2
	33			22.7	96		— 4	2800	— 69	+ 4	— 6	— 114	139		2738	77	2636	
	38			24.5	22.01		+ 1	2692	— 69	+ 4	+ 2	— 122	137		2628	257		
	44		+ 23.5	26.1	05		+ 5	2660	— 69	+ 4	+ 8	— 129	197		2655	347		
1 29.	2 51	741.2	+ 19.0	+ 21.5	21.94	22.06	— 12	47.1998	— 56	— 3	— 19	— 109	+ 214	— 13	47.2012	173	47.2013	
	56			22.5	96		— 10	2039	— 56	— 3	— 16	— 114	158		1985	83	2000	2.3; 2.3
	3 2			24.5	22.01		— 5	2078	— 56	— 3	— 8	— 122	155		2031	263		
	7		+ 21.0	26.0	05		— 1	1996	— 56	— 3	— 2	— 129	194		1987	353		
2 29.	5 14	744.6	+ 22.0	+ 22.0	21.95	22.05	— 10	47.1819	— 56	— 3	— 16	— 111	+ 168	— 14	47.1786	357	47.1885	
	25			22.5	96		— 9	1928	— 56	— 3	— 14	— 113	129		1857	87	1847	
	35			23.0	97		— 8	1988	— 56	— 3	— 13	— 115	127		1914	267		3; 2
	39		+ 24.0	24.0	22.00		— 5	1945	— 56	— 3	— 8	— 119	163		1908	177		
1 31.	5 17	750.4	+ 23.0	+ 24.0	22.00	22.00	0	47.1878	— 56	+ 5	0	— 121	+ 149	— 16	47.1839	272	47.1897	
	22			25 0	02		+ 2	1953	— 56	— 3	+ 3	— 125	177		1933	182	1897	2.3; 2
	27			26.5	06		+ 6	1882	— 56	— 3	+ 10	— 131	175		1861	2		
	34		+ 24.0	26.5	06		+ 6	2010	— 56	— 3	+ 10	— 132	142		1955	92		
1 30.	5 6	750.0	+ 22.5	+ 25.4	22.03	22.10	— 7	47.2142	— 56	— 4	— 11	— 127	+ 151	— 16	47.2079	97	47.2070	
	12			25.5	04		— 6	2212	— 56	— 4	— 10	— 127	174		2173	187	2116	
	17			26.0	05		— 5	2098	— 56	— 3	— 8	— 129	173		2059	7		2.3; 2.3
	26		+ 23.5	26.5	06		— 4	2132	— 56	— 4	— 6	— 132	143		2061	277		
27 8.	6 24	754.0	+ 16.5	+ 20.8	21.92	21.90	+ 2	47.2508	— 74	+ 4	+ 3	— 106	+ 168	— 16	47.2487	100	47.2521	
	29			22.5	96		+ 6	2534	— 69	+ 4	+ 10	— 113	184		2524	10	2567	3; 3
	36			23.0	97		+ 7	2613	— 69	+ 4	+ 11	— 115	182		2610	190		
	42		+ 18.5	24.5	22.01		+ 11	2581	— 69	+ 4	+ 18	— 121	158		2555	280		
4.	6 48	747.8	+ 23.0	+ 24.8	22.02	21.96	+ 6	47.2914	— 56	— 5	+ 97	— 125	+ 171	— 16	47.2893	282	47.2830	
	53			25.2	03		+ 7	2962	— 69	+ 3	+ 113	— 127	184		2948	192	2910	
	58			27.5	08		+ 12	2895	— 69	+ 3	+ 194	— 137	182		2872	12		3.4; 3.4
	7 3		+ 24.5	28.0	10		+ 14	2802	— 69	+ 3	+ 23	— 139	161		2766	102		
30.	6 39	751.8	+ 17.5	+ 21.0	21.92	21.95	— 3	47.3394	— 69	+ 3	— 4.9	— 107	+ 200	— 14	47.3402	195	47.3408	
	47			22.5	96		+ 1	3392	— 69	+ 3	+ 1.6	— 113	206		3407	105	3413	
	53			25.0	22.02		+ 7	3402	— 69	+ 3	+ 11.3	— 124	200		3409	285		2.3; 2.3
	7 1		+ 19.0	25.8	03		+ 8	3326	— 69	+ 3	+ 13.0	— 128	193		3324	15		
25 3.	7 53	751.5	+ 17.0	+ 21.0	21.92	21.95	— 3	47.5018	— 69	0	— 5	— 106	+ 212	— 13	47.5039	20	47.4871	
	8 1			22.5	96		+ 1	4824	— 69	0	+ 2	— 113	225		4856	290	4989	
	10			22.0	95		0	4870	— 74	0	0	— 111	215		4887	110		2.3; 3.4
	16		+ 18.5	23.0	97		+ 2	4930	— 74	0	+ 3	— 115	207		4938	200		
4.	8 40	743.3	+ 17.0	+ 19.5	21.88	21.85	+ 3	47.5868	— 69	— 1	+ 5	— 99	+ 222	— 13	47.5913	22	47.5957	
	45			21.5	93		+ 8	5884	— 69	— 1	+ 13	— 107	233		5940	292	5870	
	50			22.0	95		+ 10	5930	— 74	— 1	+ 16	— 110	226		5974	112		2; 2.3
	55		+ 18.5	22.8	97		+ 12	5790	— 74	— 1	+ 19	— 113	219		5827	202		
223.	10 59	747.0	+ 12.5	+ 13.5	21.73	21.74	— 1	47.8158	— 71	+ 3	— 2	— 69	+ 275	— 12	47.8282	206	47.8325	
	11 5			14.0	75		+ 1	8252	— 71	+ 3	+ 2	— 71	212		8315	116	8279	2.3; 2.3
	11			14.5	76		+ 2	8278	— 71	+ 3	+ 3	— 73	206		8334	296		
	19		+ 14.0	14.7	76		+ 2	8148	— 71	+ 3	+ 3	— 74	279		8276	26		

Tag	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst.	Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mittel
1899	h m	mm	°		°													
Nov. 15/16.	14 36	762.0	+ 3.5	+	6.3	21.56	21.60	− 0.04	48.4319	− 65	+ 1	− 7	− 33	+ 1018	− 7	48.5226	201	48.536
	42				7.5	59		− 1	5124	− 65	0	− 2	− 38	388		5400	111	528
	50				8.8	62		+ 2	5080	− 69	0	+ 3	− 44	361		5324	292	
	58		+ 5.5		10.8	67		+ 7	4440	− 58	+ 1	+ 12	− 52	1011		5346	21	
Nov. 20/21.	14 35	758	+ 1.5	+	3.0	21.47	21.60	− 13	48.5400	− 69	− 1	− 21	− 16	+ 515	− 6	48.5802	289	48.579
	40				3.8	49		− 11	4764	− 65	0	− 18	− 20	1210		5865	199	583
	50				5.0	52		− 8	4734	− 69	0	− 13	− 25	1190		5811	19	
	55		+ 2.5		5.6	54		− 6	5493	− 69	− 1	− 10	− 28	417		5796	109	
Decb. 21/22.	16 54	758.8	− 7.5	−	6.0	21.25	21.25	0	48.5674	− 69	− 1	0	+ 29	+ 2237	− 5	48.7865	7	48.778
	17 2				4.5	28		+ 3	7609	− 69	− 4	+ 5	+ 22	325		7883	277	788
	11				3.0	32		+ 7	7450	− 69	− 4	+ 11	+ 14	284		7681	97	
	16		− 7.0		2.2	34		+ 9	5763	− 65	− 1	+ 14	+ 10	2103		7811	187	
1900																		
Febr. 7/8.	21 12	745.3	− 7.0	−	4.0	21.30	21.39	− 9	48.5521	− 65	− 1	− 14	+ 20	+ 854	− 8	48.6307	165	48.622
	16				3.0	32		− 7	6218	− 69	− 2	− 11	+ 15	177		6320	75	628
	20				1.5	36		− 3	6034	− 69	− 2	− 5	+ 7	181		6138	255	
	24		− 4.0		0.0	40		+ 1	5512	− 69	− 1	+ 2	0	828		6264	345	
Febr. 12/13.	20 38	740.0	− 2.0	+	1.0	21.42	21.42	0	48.5774	− 69	− 1	0	− 5	+ 143	− 9	48.5833	253	48.576
	43				1.5	44		+ 2	4925	− 65	0	+ 3	− 9	837		5682	163	579
	48				3.0	47		+ 5	5073	− 69	0	+ 8	− 15	820		5808	343	
	53		− 1.0		3.5	48		+ 6	5644	− 69	− 1	+ 10	− 19	149		5689	73	
März 8/9.	21 8	756	+ 2.5	+	6.5	21.56	21.50	+ 6	48.2881	− 65	+ 3	+ 10	− 34	+ 137	− 10	48.2922	67	48.300
	16				8.8	61		+ 11	2450	− 58	+ 3	+ 18	− 43	610		2970	337	30
	21				9.0	62		+ 12	2574	− 65	+ 3	+ 19	− 44	592		3069	157	
	26		+ 3.5		9.5	63		+ 13	3046	− 69	+ 3	+ 21	− 47	139		3083	247	
März 19/20.	21 50	741.3	+ 4.5	+	7.0	21.57	21.60	− 3	48.1546	− 71	− 3	− 5	− 36	+ 134	− 11	48.1554	65	48.158
	57				7.5	59		− 1	1178	− 65	− 2	− 2	− 38	466		1526	335	149
	22 3				9.3	63		+ 3	1144	− 71	− 2	+ 5	− 46	451		1470	155	
	8		+ 6.0		11.0	67		+ 7	1512	− 71	− 3	+ 11	− 53	135		1522	245	
Mar 28/29.	23 11	742.5	+ 4.5	+	5.5	21.53	21.60	− 7	48.0145	− 71	0	− 11	− 28	+ 331	− 13	48.0352	154	48.028
	15				7.0	57		− 3	0194	− 71	0	− 5	− 35	141		0210	64	030
	19				8.0	60		0	0340	− 71	0	0	− 39	141		0357	244	
	23		+ 6.5		8.5	61		+ 1	0072	− 71	0	+ 2	− 42	316		0263	334	
April 5/6.	23 2	745	+ 8.5	+	10.5	21.66	21.72	− 6	47.9172	− 71	+ 1	− 10	− 53	+ 133	− 13	47.9159	243	47.915
	7				11.5	68		− 4	9053	− 71	+ 1	− 6	− 58	328		9234	153	922
	12				12.5	71		− 1	9034	− 71	+ 1	− 2	− 62	321		9208	333	
	18		+ 10.5		14.5	76		+ 4	9123	− 71	+ 1	+ 6	− 71	134		9153	63	
April 23/24.	23 58	746	+ 12.0	+	17.0	21.82	21.76	+ 6	47.6838	− 74	− 3	+ 10	− 85	+ 130	− 14	47.6802	64	47.679
	0 5				17.5	83		+ 7	6632	− 74	− 3	+ 11	− 87	268		6733	334	681
	11				18.0	85		+ 9	6802	− 74	− 3	+ 14	− 90	261		6896	154	
	16		+ 13.5		18.3	86		+ 10	6824	− 74	− 3	+ 16	− 91	130		6788	244	
Mai 3/4.	0 31	749	+ 13.0	+	16.0	21.80	21.80	0	47.5499	− 74	0	0	− 81	+ 254	− 14	47.5584	336	47.5591
	40				17.0	82		+ 2	5594	− 74	0	+ 3	− 85	130		5554	246	559
	47				17.4	83		+ 3	5670	− 74	− 1	+ 5	− 87	130		5629	66	
	56		+ 15.0		17.8	85		+ 5	5536	− 66	0	+ 8	− 89	231		5606	156	
Mai 10/11.	0 47	749.0	+ 8.0	+	14.0	21.75	21.75	0	47.4794	− 74	0	0	− 72	+ 252	− 14	47.4886	338	47.4861
	53				14.5	76		+ 1	4938	− 74	0	+ 2	− 73	135		4914	248	4845
	58				14.7	76		+ 1	4834	− 74	0	+ 2	− 74	134		4808	68	
	1 3		+ 9.0		15.5	78		+ 3	4771	− 74	0	+ 5	− 77	238		4849	158	
	11				15.8	79		+ 4	4716	− 66	0	+ 6	− 78	232		4796	338	

	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
	h m	mm °															
17.	1 19	747.5 + 10.0	+ 15.5	21.78	21.70	+ 0.08	47.4079	− 69	+ 1	+ 13	− 78	+ 232	− 15	47.4162	340	47.4164	
	25		16.5	81		+ 11	4233	− 74	+ 1	+ 18	− 83	134		4214	250	4184	3; 2
	33		17.7	84		+ 14	4134	− 74	+ 1	+ 23	− 88	133		4114	70		
	40	+ 12.5	19.0	87		+ 17	4137	− 66	+ 1	+ 28	− 94	215		4206	160		
3/4.	1 47	743.0 + 22.5	+ 23.2	21.97	22.00	− 3	47.2734	− 66	+ 4	+ 5	− 116	228	− 15	47.2774	166	47.2764	
	53		24.0	22.00		0	2830	− 66	+ 4	0	− 120	143		2776	76	2736	2.3; 2
	2 0		24.8	02		+ 2	2816	− 74	+ 4	+ 3	− 124	141		2751	256		
	6	+ 24.0	26.8	07		+ 7	2688	− 69	+ 4	+ 11	− 132	212		2699	346		
11.	2 22	750.5 + 20.5	+ 23.0	21.97	22.05	− 8	47.2446	− 72	− 4	− 13	− 117	218	− 15	47.2443	169	47.2407	
	28		23.8	22.00		− 5	2464	− 72	− 4	− 8	− 120	148		2393	79	2415	2.3; 2
	36		26.0	05		0	2485	− 61	− 4	0	− 129	145		2421	259		
	43	+ 23.0	27.6	09		+ 4	2390	− 56	− 4	+ 6	− 137	202		2386	349		
29.	5 50	747.8 + 20.5	+ 23.5	21.98	22.00	− 2	47.1786	− 56	− 3	− 3	− 119	164	− 16	47.1753	357	47.1848	
	55		24.5	22.01		+ 1	2008	− 61	− 3	+ 2	− 123	126		1933	267	1776	
	6 18		25.0	02		+ 2	1850	− 72	− 3	+ 3	− 125	126		1763	87		3; 3.4
	22	+ 21.0	26.0	05		+ 5	1848	− 72	− 3	+ 8	− 129	162		1798	177		
12.	4 24	747.5 + 18.0	+ 19.5	21.88	22.00	− 12	47.1910	− 72	− 3	− 19	− 100	181	− 14	47.1883	92	47.1954	
	30		23.0	97		− 3	1961	− 56	− 4	− 5	− 115	199		1967	2	1937	
	37		23.0	97		− 3	1920	− 72	− 3	− 5	− 115	196		1907	182		2.3; 2.4
	43	+ 20.5	24.5	22.02		+ 2	2048	− 56	− 3	+ 3	− 121	168		2025	272		
19.	4 57	752.0 + 23.0	+ 23.5	21.98	22.05	− 7	47.2166	− 72	− 4	− 11	− 118	196	− 14	47.2143	186	47.2128	
	5 4		25.0	22.02		− 3	2143	− 72	− 4	− 5	− 125	181		2104	96	2112	
	9		26.5	06		+ 1	2178	− 56	− 4	+ 2	− 131	177		2152	276		2.3; 2.3
	16	+ 24.5	27.0	07		+ 2	2098	− 56	− 4	+ 3	− 133	187		2081	6		
26.	6 9	745.5 + 27.0	+ 27.5	22.08	22.12	− 4	47.2400	− 66	+ 4	− 6	− 138	178	− 15	47.2357	189	47.2340	
	13		29.0	12		0	2418	− 66	+ 4	0	− 145	159		2365	99	2358	
	18		31.0	17		+ 5	2386	− 69	+ 4	+ 8	− 154	156		2316	279		2.3; 2.3
	23	+ 29.0	32.5	21		+ 9	2412	− 69	+ 4	+ 14	− 160	174		2360	9		
16.	7 9	751.7 + 21.0	+ 23.8	21.99	22.05	− 6	47.3890	− 74	+ 2	− 10	− 120	199	− 15	47.3872	17	47.3881	
	16		26.5	22.06		+ 1	3900	− 74	+ 2	+ 2	− 132	207		3890	287	3898	
	24		26.0	05		0	3880	− 66	+ 2	0	− 129	199		3871	107		2.3; 2.3
	30	+ 23.0	26.2	05		0	3940	− 66	+ 2	0	− 130	193		3924	197		
29.	7 55	755.0 + 15	+ 22.5	21.96	22.00	− 4	47.5079	− 74	0	− 6	− 113	220	− 13	47.5093	21	47.5118	
	8 3		24.5	22.01		+ 1	5110	− 74	0	+ 2	− 122	247		5150	291	5108	
	13		25.0	02		+ 2	5052	− 66	0	+ 3	− 124	233		5085	111		3; 3.4
	23	+ 17	25 5	03		+ 3	5120	− 74	0	+ 5	− 126	212		5124	201		
16.	9 10	754.2 + 14.5	+ 16.0	21.80	21.80	0	47.7340	− 71	+ 3	0	− 82	262	− 12	47.7440	204	47.7372	
	16		17.4	84		+ 4	7280	− 71	+ 3	+ 6	− 88	299		7417	114	7436	
	22		19.0	87		+ 7	7205	− 71	+ 3	+ 11	− 95	286		7327	294		3; 2.3
	28	+ 18.0	20.0	90		+ 10	7342	− 71	+ 3	+ 16	− 99	253		7432	24		
22.	10 28	755.3 + 15.0	+ 17.3	21.83	21.90	− 7	47.8029	− 71	+ 2	− 11	− 87	272	− 12	47.8122	25	47.8174	
	35		18.5	86		− 4	8150	− 71	+ 2	− 6	− 93	233		8103	295	8125	3; 2.3
	39		18.5	86		− 4	8098	− 71	+ 2	− 6	− 93	228		8146	115		
	43	+ 17.0	19.0	87		− 3	8038	− 71	+ 2	− 5	− 95	271		8128	205		
29.	9 54	747.0 + 16.0	+ 17.3	21.83	21.87	− 4	47.8978	− 71	+ 1	− 6	− 87	311	− 10	47.9116	206	47.9184	
	58		17.8	84		− 3	8980	− 71	+ 1	− 5	− 89	391		9198	116	9132	
	10 2		19.0	87		0	9868	− 71	+ 1	0	− 95	378		9171	296		2; 2
	8	+ 17.0	20.5	91		+ 4	9020	− 71	+ 1	+ 6	− 101	303		9148	26		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst.Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mitte
1901	h m	mm °	°													
Jan. 1/2.	18 18	755 — 9.5	— 7.0	21.22	21.15	+ 7	48.6007	— 65	— 1	+ 12	+ 35	+ 2038	— 5	48.8021	181	48.78
	24		— 6.3	24		+ 9	7641	— 65	— 3	+ 15	+ 32	153		7768	91	80
	30		— 5.5	25		+ 10	7772	— 67	— 3	+ 16	+ 30	146		7889	271	
	36	— 9.0	— 5.5	26		+ 11	6080	— 67	— 1	+ 18	+ 28	1942		7995	1	
Jan. 6/7.	18 22	755 — 10.0	— 9.0	21.17	21.20	— 3	48.7726	— 67	— 3	— 5	+ 44	166	— 6	48.7855	89	48.77
	28		— 7.8	20		0	6274	— 65	— 1	0	+ 39	1936		8177	359	80
	38		— 6.5	23		+ 3	6169	— 67	— 1	+ 5	+ 33	1888		8011	179	
	45	— 9.5	— 5.5	26		+ 6	7615	— 67	— 3	+ 10	+ 28	145		7723	269	
Jan. 14/15.	18 53	760.5 — 11.5	— 8.5	21.18	21.15	+ 3	48.7568	— 64	+ 3	+ 5	+ 42	149	— 6	48.7697	85	48.77
	19 0		— 8.0	20		+ 5	5906	— 65	— 1	+ 8	+ 40	1741		7623	355	77
	6		— 7.3	21		+ 6	6170	— 67	— 1	+ 10	+ 37	1708		7851	175	
	16	— 10.0	— 6.0	25		+ 10	7705	— 64	+ 3	+ 16	+ 32	141		7826	265	
Febr. 6/7.	20 57	752.0 — 2.0	— 1.2	21.36	21.48	— 12	48.6353	— 67	— 2	— 19	+ 6	165	— 8	48.6428	255	48.63
	21 5		— 0.5	38		— 10	5508	— 67	— 1	— 16	+ 2	875		6293	165	62
	12		+ 1.6	43		— 5	5465	— 65	— 1	— 8	— 8	863		6238	345	
	18	— 1.0	+ 4.8	52		+ 4	6271	— 65	— 2	+ 6	— 24	183		6361	75	
Febr. 18/19.	21 10	753.3 — 5.0	— 2.8	21.33	21.48	— 15	48.5024	— 67	0	— 24	+ 14	155	— 9	48.5093	71	48.51
	16		— 1.0	37		— 11	4381	— 65	0	— 18	+ 5	713		5007	341	50
	25		— 0.5	38		— 10	4536	— 67	0	— 16	+ 2	692		5138	161	
	30	— 4.5	+ 1.0	42		— 6	5140	— 67	0	— 10	— 5	166		5215	251	
März 12/13.	21 55	752.0 + 6.5	+ 7.0	21.57	21.60	— 3	48.2520	— 65	+ 4	— 5	— 37	139	— 11	48.2545	246	48.25
	22 0		+ 9.0	62		+ 2	2094	— 67	+ 4	+ 3	— 45	472		2450	156	24
	5		+ 9.5	64		+ 4	2019	— 65	+ 4	+ 7	— 47	462		2369	336	
	10	+ 7.0	+ 10.8	66		+ 6	2501	— 65	+ 4	+ 10	— 53	143		2529	66	
März 25/26.	22 8	743.5 — 4.0	— 1.0	21.37	21.55	— 18	48.0362	— 65	0	— 29	+ 4	452	— 12	48.0712	154	48.07
	12		+ 4.0	50		— 5	0669	— 74	— 1	— 8	— 19	138		0693	244	07
	16		+ 4.8	52		— 3	0703	— 71	— 1	— 5	— 23	139		0730	64	
	22	— 2.5	+ 7.0	57		+ 2	0451	— 71	0	+ 3	— 34	419		0756	334	
April 19/20.	23 28	752.7 + 12.0	+ 14.5	21.76	21.80	— 4	47.7323	— 74	— 4	— 7	— 74	132	— 13	47.7283	64	47.72
	0 33		16.5	81		+ 1	7173	— 74	— 4	+ 2	— 82	303		7305	334	73
	40		17.0	82		+ 2	7200	— 64	— 4	+ 3	— 84	293		7331	154	
	46	+ 13.5	17.5	83		+ 3	7330	— 74	— 4	+ 5	— 86	131		7289	244	
April 24/25.	1 59	748.8 + 13.0	+ 16.0	21.80	21.80	0	47.6670	— 64	— 3	0	— 81	275	— 14	47.6783	155	47.66
	6		18.5	86		+ 6	6730	— 64	— 3	+ 10	— 92	130		6697	65	67
	12		19.5	88		+ 8	6710	— 64	— 3	+ 13	— 96	130		6676	245	
	18	+ 14.5	21.5	94		+ 14	6590	— 74	— 3	+ 23	— 105	255		6672	335	
Mai 2/3.	1 17	752.8 + 13.0	+ 16.3	21.81	21.80	+ 1	47.5806	— 64	— 2	+ 2	— 83	131	— 16	47.5774	246	47.57
	23		17.5	84		+ 4	5666	— 64	— 1	+ 7	— 88	216		5720	156	57
	28		19.0	87		+ 7	5685	— 74	— 1	+ 11	— 94	213		5724	336	
	35	+ 15.0	20.8	92		+ 12	5722	— 64	— 1	+ 20	— 102	132		5691	66	
Mai 9/10.	1 37	750.0 + 16.0	+ 18.5	21.86	21.85	+ 1	47.5028	— 66	0	+ 2	— 92	129	— 16	47.4984	68	47.49
	42		19.8	89		+ 4	4954	— 74	0	+ 7	— 98	207		4980	338	49
	46		20.0	90		+ 5	4898	— 66	0	+ 8	— 99	205		4930	158	
	50	+ 17.0	21.0	92		+ 7	5000	— 66	0	+ 11	— 103	129		4955	248	
Mai 11/15.	1 3	751.8 + 16.5	+ 19.5	21.88	21.91	— 3	47.4448	— 66	+ 1	— 5	— 99	132	— 16	47.4396	68	47.43
	8		21.2	93		+ 2	4269	— 66	+ 1	+ 3	— 106	234		4320	338	43
	16		23.8	99		+ 8	4366	— 74	+ 1	+ 13	— 117	227		4401	158	
	27	+ 18.0	24.2	22.00		+ 9	4451	— 66	+ 1	+ 15	— 119	129		4396	248	

	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
	h m	mm	°	°														
/22.	1 51	758.0	+ 15.0	+ 18.5	21.86	21.90	— 0.04	47.3759	— 66	+ 2	— 7	— 93	134	— 16	47.3713	71	47.3676	
	57			20.0	90		0	3634	— 74	+ 2	0	— 99	211		3658	341	3698	
	2 5			20.5	91		+ 1	3710	— 66	+ 2	+ 2	— 101	207		3738	161		2.3; 2
	10		+ 16.0	21.8	94		+ 4	3688	— 66	+ 2	+ 7	— 107	131		3639	251		
/30.	1 32	744.4	+ 22.0	+ 22.4	21.96	22.00	— 4	47.3116	— 66	+ 3	— 7	— 112	235	— 15	47.3154	162	47.3150	
	36			23.5	98		— 2	3219	— 66	+ 3	— 3	— 117	137		3158	72	3127	2.3; 2
	44			24.3	22.01		+ 1	3202	— 66	+ 3	+ 2	— 120	135		3141	252		
	50		+ 23.5	25.5	04		+ 4	3086	— 74	+ 4	+ 7	— 126	218		3100	342		
7/8.	2 54	748.5	+ 16.5	+ 18.8	21.87	21.95	— 8	47.2686	— 66	+ 4	— 13	— 94	138	— 16	47.2639	78	47.2574	
	59			19.8	89		— 6	2640	— 66	+ 4	— 10	— 98	193		2647	348	2594	
	3 5			22.0	95		0	2538	— 66	+ 4	0	— 108	190		2542	168		3; 2.3
	11		+ 19.0	22.6	96		+ 1	2562	— 66	+ 4	+ 2	— 111	133		2508	258		
/19.	2 47	750	+ 15.0	+ 18.5	21.86	21.85	+ 1	47.2103	— 66	+ 5	+ 2	— 93	158	— 14	47.2095	80	47.2039	
	53			19.3	88		+ 3	2036	— 72	— 3	+ 5	— 96	223		2079	170	2064	
	58			20.8	92		+ 7	2010	— 72	— 3	+ 11	— 102	214		2049	350		3; 3
	3 2		+ 18.0	21.0	92		+ 7	2008	— 72	— 3	+ 11	— 103	150		2982	260		
3/29.	4 12	751	+ 20.0	+ 23.0	21.97	21.90	+ 7	47.2009	— 72	— 3	+ 11	— 114	186	— 16	47.2001	357	47.1910	
	16			24.0	22.00		+ 10	1988	— 72	— 3	+ 16	— 118	148		1943	267	1910	
	23			24.2	00		+ 10	1927	— 72	— 3	+ 16	— 119	144		1877	87		2.3; 2.3
	28		+ 22.0	24.6	01		+ 11	1834	— 72	— 3	+ 18	— 121	179		1819	177		
5/6.	4 4	749	+ 19.5	+ 22.5	21.96	21.90	+ 6	47.2013	— 72	— 3	+ 10	— 111	148	— 15	47.1970	257	47.1925	
	8			23.0	97		+ 7	1864	— 72	— 3	+ 11	— 113	220		1892	167	1887	3; 2.4
	18			23.5	99		+ 9	1860	— 72	— 3	+ 15	— 115	213		1883	347		
	24		+ 21.5	24.0	22.00		+ 10	1930	— 72	— 3	+ 16	— 118	141		1879	77		
/13.	4 23	749	+ 24.0	+ 25.5	22.04	22.00	+ 4	47.1991	— 72	— 3	+ 6	— 128	184	— 14	47.1964	93	47.1989	
	29			27.0	07		+ 7	2048	— 72	— 3	+ 11	— 134	196		2032	3	2009	2.3; 2.3
	35			29.0	12		+ 12	2007	— 72	— 3	+ 19	— 143	193		1987	183		
	43		+ 26.0	29.5	14		+ 14	2058	— 72	— 3	+ 23	— 145	169		2014	273		
/10.	5 26	749	+ 22.0	+ 23.2	21.98	22.00	— 2	47.3059	— 74	+ 3	— 3	— 115	331	— 12	47.3189	285	47.3277	
	32			24.0	22.00		0	3170	— 66	+ 3	0	— 119	232		3208	195	3283	
	38			25.4	03		+ 3	3326	— 66	+ 3	+ 5	— 124	226		3358	15		3; 2
	45		+ 24.0	26.0	05		+ 5	3274	— 66	+ 3	+ 8	— 127	285		3365	105		
/17.	7 10	755.6	+ 17.5	+ 19.0	21.87	21.90	— 3	47.3870	— 66	+ 2	— 5	— 96	225	— 14	47.3898	108	47.3972	
	14			21.0	92		+ 2	3990	— 74	+ 2	+ 3	— 104	200		4003	18	4004	3; 3.4
	23			22.0	95		+ 5	3986	— 66	+ 2	+ 8	— 108	198		4006	198		
	28		+ 18.5	23.5	99		+ 9	4028	— 74	+ 2	+ 15	— 115	205		4047	288		
/20.	10 18	745	+ 16.5	+ 17.8	21.84	21.85	— 1	47.7674	— 66	— 4	— 2	— 90	235	— 12	47.7735	115	47.7771	
	22			19.0	87		+ 2	7780	— 74	— 4	+ 3	— 95	258		7865	25	7857	2.3; 2.3
	28			20.5	91		+ 6	7765	— 66	— 4	+ 10	— 101	258		7850	205		
	32		+ 18.0	21.0	92		+ 7	7771	— 74	— 4	+ 11	— 103	217		7806	295		
/16.	11 38	742.5	+ 8.0	+ 10.0	21.65	21.67	— 2	48.1145	— 71	— 2	— 3	— 52	403	— 9	48.1411	296	48.1417	
	44			11.5	69		+ 2	1151	— 73	— 2	+ 3	— 58	423		1435	206	1455	3; 3
	55			12.5	71		+ 4	1194	— 71	— 2	+ 6	— 62	419		1475	26		
	59		+ 10.5	13.5	74		+ 7	1223	— 73	— 2	+ 11	— 66	340		1424	116		
/29.	13 30	750.5	+ 7.5	+ 9.5	21.64	21.75	— 11	48.3115	— 65	+ 3	— 18	— 48	314	— 9	48.3292	295	48.3230	
	34			10.0	65		— 10	2726	— 67	+ 4	— 16	— 51	592		3179	205	3171	
	40			10.8	67		— 8	2706	— 65	+ 4	— 13	— 54	594		3163	25		3; 2.3
	48		+ 9.0	11.8	69		— 6	3034	— 67	+ 3	— 10	— 58	277		3169	115		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	P. W.	Mitt
1901	h m	mm °	°													
Novb. 22/23.	15 26	756 + 1.0	+ 3.5	21.49	21.58	— 0.09	48.4808	— 65	0	— 15	— 19	+ 1350	— 6	48.6053	9	48.58
	32		5.0	52		— 6	5671	— 65	— 1	— 10	— 25	320		5886	109	60
	40		5.8	55		— 3	5664	— 67	— 1	— 5	— 29	298		5854	289	
	44	+ 2.5	6.5	56		— 2	4914	— 67	0	— 3	— 33	1227		5632	199	
Decb. 4/5.	16 14	755 + 0.5	+ 3.0	21.47	21.55	— 8	48.5576	— 67	— 1	— 13	— 15	1623	— 6	48.7097	194	48.70
	22		3.5	49		— 6	6849	— 67	— 3	— 10	— 18	285		7030	104	70
	28		4.0	50		— 5	6830	— 67	— 3	— 8	— 20	281		7007	284	
	33	+ 1.5	4.8	52		— 3	5436	— 65	— 0	— 5	— 24	1612		6948	14	
Decb. 15/16.	16 32	743.5 — 4.0	— 2.0	21.35	21.48	— 13	48.7306	— 67	— 3	— 21	+ 10	353	— 5	48.7573	99	48.75
	36		— 1.0	38		— 10	5715	— 65	— 1	— 16	+ 4	2016		7648	9	76
	44		+ 1.0	42		— 6	5762	— 67	— 1	— 10	— 4	1966		7641	189	
	50	— 2.0	+ 2.0	45		— 3	7405	— 67	— 3	— 5	— 10	279		7594	279	
1902																
Febr. 9/10.	21 4	738 + 0.5	+ 1.0	21.42	21.50	— 8	48.5366	— 67	0	— 13	— 5	811	— 9	48.6083	164	48.70
	10		2.0	45		— 5	5998	— 67	— 2	— 8	— 11	165		6066	74	60
	18		3.0	47		— 3	6008	— 67	— 2	— 5	— 16	172		6081	254	
	26	+ 1.5	5.0	52		+ 2	5364	— 65	0	+ 3	— 25	772		6040	344	
Febr. 23/24.	21 46	748 + 2.5	+ 3.8	21.49	21.50	— 1	48.4232	— 67	+ 1	— 2	— 20	584	— 10	48.4718	159	48.47
	50		4.5	51		+ 1	4591	— 65	+ 1	+ 2	— 23	165		4661	69	47
	56		5.5	53		+ 3	4710	— 67	0	+ 5	— 28	169		4779	249	
	22 8	+ 3.5	7.0	57		+ 7	4232	— 65	+ 1	+ 11	— 35	549		4683	339	
März 3/4.	20 48	752.5 + 1.8	+ 3.5	21.48	21.53	— 5	48.3705	— 65	+ 2	— 8	— 19	109	— 9	48.3715	248	48.37
	52		4.5	51		— 2	3092	— 67	+ 3	— 3	— 23	642		3635	158	36
	58		5.5	54		+ 1	3086	— 65	+ 3	+ 2	— 27	623		3612	338	
	21 3	+ 3.5	6.5	56		+ 3	3685	— 65	+ 2	+ 5	— 32	137		3723	68	
März 13/14.	23 0	752 + 5.0	+ 4.0	21.50	21.55	— 5	48.2066	— 71	— 3	— 8	— 22	385	— 11	48.2336	336	48.23
	3		5.5	53		— 2	2264	— 65	+ 4	— 3	— 29	162		2322	246	23
	11		7.8	59		+ 4	2346	— 65	+ 4	+ 6	— 39	165		2406	66	
	16	+ 6.0	9.0	62		+ 7	2132	— 67	+ 4	+ 11	— 45	368		2392	156	
April 9/10.	23 36	748 + 10.5	+ 10.2	21.65	21.76	— 12	47.8650	— 65	+ 2	— 19	— 54	294	— 14	47.8794	154	47.86
	43		12.8	72		— 4	8733	— 71	+ 2	— 6	— 64	134		8714	64	87
	49		14.0	75		— 1	8688	— 71	+ 2	— 2	— 70	135		8668	244	
	56	+ 12.0	16.0	80		+ 4	8669	— 71	+ 2	+ 6	— 79	273		8786	334	
April 18/19.	0 36	752 + 15.0	+ 17.0	21.82	21.87	— 5	47.7420	— 74	— 4	— 8	— 85	240	— 15	47.7474	334	47.74
	41		18.0	85		— 2	7517	— 74	— 4	— 3	— 89	134		7466	244	74
	46		19.0	87		— 0	7515	— 74	— 4	— 0	— 94	135		7463	64	
	51	+ 16.5	20.0	90		+ 3	7428	— 66	— 4	+ 5	— 98	230		7480	154	
April 27/28.	1 20	751.5 + 7.0	+ 9.5	21.64	21.75	— 11	47.6405	— 66	— 2	— 18	— 50	137	— 16	47.6390	65	47.64
	26		12.0	70		— 5	6278	— 74	— 2	— 8	— 62	218		6334	335	63
	33		14.0	75		0	6344	— 66	— 2	0	— 70	219		6409	155	
	38	+ 8.0	15.2	78		+ 3	6438	— 66	— 2	+ 5	— 76	139		6422	245	
Mai 27/28.	1 24	746 + 15.0	+ 10.0	21.65	21.86	— 21	47.3318	— 66	+ 4	— 34	— 52	143	— 15	47.3298	253	47.32
	29		13.0	72		— 14	3316	— 66	+ 4	— 22	— 65	236		3388	163	33
	35		14.0	75		— 11	3230	— 74	+ 4	— 18	— 70	231		3288	343	
	42	+ 16.0	15.0	77		— 9	3320	— 66	+ 4	— 14	— 75	138		3292	73	
Juni 18/19.	3 27	748 + 14.0	+ 18.0	21.85	21.86	— 1	47.1972	— 66	+ 6	— 2	— 91	196	— 16	47.1999	352	47.21
	33		19.5	88		+ 2	2138	— 66	+ 6	+ 3	— 98	144		2111	262	20
	41		20.2	91		+ 5	2228	— 66	+ 6	+ 8	— 100	141		2200	82	
	49	+ 16.0	21.5	94		+ 8	2070	— 66	+ 6	+ 13	— 106	186		2087	172	

	Sternzeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	*N*	*O*	*N*—*O*	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	P. W.	Mittel	R. S.
	h m	mm	°															
27.	2 50	757	+ 17.5	+ 20.0	21.90	21.97	— 0.07	47.1961	— 66	+ 6	— 11	— 101	+ 187	— 14	47.1963	85	47.1995	
	55			21.8	94	97	— 3	1890	— 66	+ 6	— 5	— 109	234		1937	355	1935	3; 2.3
	3 3			22.6	96	22.10	— 14	1911	— 66	+ 6	— 22	— 112	226		1929	175		
	8		+ 19.5	24.0	22.00	10	— 10	2001	— 66	+ 6	— 16	— 118	173		2026	265		
15.	5 34	749	+ 22.0	+ 23.0	21.97	22.00	— 3	47.2170	— 72	— 4	— 5	— 116	150	— 16	47.2107	274	47.2108	
	43			24.8	22.01		+ 1	2055	— 72	— 4	+ 2	— 123	175		2017	184	2035	
	48			25.8	04		+ 4	2094	— 72	— 4	+ 6	— 128	173		2053	4		2.3; 3
	6 4		+ 24.0	27.5	08		+ 8	2184	— 72	— 4	+ 13	— 135	139		2109	94		
23.	9 18	752.5	+ 18.0	+ 20.0	21.90	21.95	— 5	47.4519	— 66	+ 1	— 8	— 101	201	— 15	47.4531	199	47.4596	
	23			21.5	94		— 1	4674	— 66	0	— 2	— 107	151		4635	109	4529	
	29			23.0	97		+ 2	4601	— 66	0	+ 3	— 114	148		4557	289		3; 2.3
	36		+ 19.5	23.6	99		+ 4	4516	— 66	+ 1	+ 6	— 116	201		4527	19		
2.	9 14	748.5	+ 22.0	+ 25.0	22.02	22.05	— 3	47.5748	— 74	— 1	— 5	— 125	187	— 15	47.5715	292	47.5674	
	22			25.5	04		— 1	5688	— 66	— 1	— 2	— 127	209		5686	202	5609	
	44			25.0	02		— 3	5541	— 74	— 1	— 5	— 125	210		5531	22		2.3: 2.3
	54		+ 24.5	26.0	05		0	5684	— 66	— 1	0	— 129	160		5633	112		
20.	10 56	758	+ 12.0	+ 12.5	21.71	21.90	— 0.19	47.7812	— 71	+ 4	— 30	— 65	201	— 13	47.7838	295	47.7722	
	11 6			14.0	75		— 15	7845	— 63	+ 4	— 24	— 71	272		7950	205	7887	
	16			15.2	78		— 12	7724	— 71	+ 4	— 19	— 76	275		7824	25		3; 3
	28		+ 13.0	16.0	80		— 10	7707	— 63	+ 4	— 16	— 80	177		7706	115		
5.	13 57	752	+ 5.0	+ 6.0	21.55	21.60	— 0.05	48.3832	— 67	+ 2	— 8	— 30	334	— 8	48.4055	114	48.4027	
	14 2			7.2	58		— 2	3395	— 65	+ 3	— 3	— 36	695		3981	24	4020	
	7			7.5	59		— 1	3472	— 67	+ 3	— 2	— 38	698		4059	204		2.3; 2.3
	12		+ 6.5	8.5	61		+ 1	3812	— 65	+ 2	+ 2	— 43	300		4000	294		

Anlage IV.

Schlusswerthe des Sonnen-Durchmessers red. auf die Einheit der Entfernung.

1) Beobachter: Schur.

Nr.	Datum	Jahres-Teil	Temp. C°	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Schur	Neured.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v′)	(v′)	Jahresmittel der Abweich. (v′)	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	p — a	Mittel für p —
	1890													
1	Mai 6/7.	0.34	+ 18.2	47.9943	47.9943	+ 46	+ 0.″18	+ 21	+ 0.″08		324		— 0.″04	
2	14/15.	0.37	+ 16.7	867	867	— 30	— 0.12	— 55	— 0.22		144		+ 0.45	
3	23/24.	40	+ 22.0	929	929	+ 32	+ 0.13	+ 7	+ 0.03		169		— 0.25	
4	Juni 3/4.	43	+ 20.8	886	886	— 11	+ 0.04	— 36	— 0.14		16		+ 0.33	
5	24/25.	48	+ 21.4	865	865	— 32	— 0.13	— 57	— 0.23	— 0.″10	169	± 0.″16	+ 0.06	+ 0.
6	Sept. 18/19.	72	+ 19.1	908	908	+ 11	+ 0.04	— 14	— 0.06		16		+ 0.03	
7	Okt. 13/14.	78	+ 14.8	924	924	+ 27	+ 0.11	+ 2	+ 0.01		121		+ 0.29	
8	28/29.	83	+ 5.6	906	906	+ 9	— 0.04	— 16	— 0.06		16		+ 0.42	
9	Nov. 15/16.	88	+ 8.2	926	926	+ 29	+ 0.12	+ 4	+ 0.02		144		+ 0.19	
10	Dec. 6/7.	93	+ 1.1	815	815	— 82	— 0.33	— 107	— 0.43		1089		— 0.20	
	1891													
11	Febr. 27/28.	1.16	+ 7.4	47.9937	47.9937	+ 3	+ 0.01	+ 15	+ 0.06		0		— 0.24	
12	März 15/16.	20	+ 9.6	839	839	— 95	— 0.38	— 83	— 0.33		1444		— 0.31	
13	23/24.	23	+ 2.8	933	933	— 1	0.00	+ 11	+ 0.04		0		+ 0.12	
14	April 3/4.	26	+ 7.9	043	043	+ 109	+ 0.44	+ 121	+ 0.48		1936		+ 0.11	
15	24/25.	32	+ 12.0	965	965	+ 31	+ 0.12	+ 43	+ 0.17		144		+ 0.52	
16	Mai 4/5.	34	+ 12.6	950	950	+ 16	+ 0.06	+ 28	+ 0.11		36		+ 0.35	
17	9/10.	36	+ 21.2	921	921	— 13	— 0.05	— 1	— 0.00		25		+ 0.57	
18	23/24.	39	+ 20 2	934	934	0	0.00	+ 12	+ 0.05	+ 0.″03	0	± 0.″23	0.00	+ 0
19	Juni 8/9.	44	+ 19.8	888	888	— 46	— 0.18	— 34	— 0.14		324		+ 0.49	
20	23/24.	48	+ 23.8	912	912	— 22	— 0.09	— 10	— 0.04		81		— 0.14	
21	Juli 13/14.	54	+ 20.9	908	908	— 26	— 0.10	— 14	— 0.06		100		+ 0.27	
22	Sept. 10/11.	70	+ 20.9	033	033	+ 99	+ 0.40	+ 111	+ 0.44		1600		— 0.04	
23	28/29.	75	+ 16.1	993	993	+ 59	+ 0.24	+ 71	+ 0.28		576		+ 0.22	
24	Okt. 5/6.	77	+ 15.8	866	866	— 68	— 0.27	— 56	— 0.22		729		+ 0.09	
25	29/30.	83	+ 6.3	885	885	— 49	— 0.20	— 37	— 0.15		400		— 0.43	
					47.9919	= Mittel a. d. Beob. ohne Prisma								
26	Nov. 8/9.	1.86	+ 1.8	47.9752	47.9752	— 86	— 0.34	— 70	— 0.28		1156		+ 0.30	
27	28/29.	91	+ 4.5	859	859	+ 21	+ 0.08	+ 37	+ 0.15		64		— 0.78	

Datum	Jahres Teil	Temp. C°	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Schur	Neured.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v′)	(v′)	Jahresmittel der Abweich. (v′)	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	p — a	Mittel für p — a
1892													
Jan. 12/13.	2.04	+ 0°.4	47.9763	47.9763	— 75	— 0″.30	— 59	— 0″.24		900		— 0″.58	
März 20/21.	22	+ 13.6	938	938	+ 100	+ 0.40	+ 116	+ 0.46		1600		+ 0.10	
30/31.	25	+ 9.8	819	819	— 19	— 0.08	— 3	— 0.01		64		+ 0.06	
April 4/5.	26	+ 18.9	906	906	+ 68	+ 0.27	+ 84	+ 0.34		729		— 0.30	
11/12.	28	+ 12.6	888	888	+ 50	+ 0.20	+ 66	+ 0.26	+ 0″.09	400	± 0″.21	— 0.03	— 0″.06
Mai 8/9.	35	+ 19.0	807	807	— 31	— 0.12	— 15	— 0.06		144		+ 0.20	
22/23.	39	+ 17.4	784	784	— 54	— 0.22	— 38	— 0.15		484		— 0.06	
Juni 21/23.	47	+ 20.4	821	821	— 17	— 0.07	— 1	0 00		49		— 0 04	
Juli 11/12.	53	+ 23.2	861	861	+ 23	+ 0 09	+ 39	+ 0.16		81		+ 0.10	
Sept. 12/13.	70	+ 21.8	855	855	+ 17	+ 0.07	+ 33	+ 0.13		49		— 0.52	
Okt. 4/5.	76	+ 18.7	834	834	— 4	— 0 02	+ 12	+ 0.05		4		— 0.02	
Nov. 23/24.	90	+ 0.9	850	850	+ 12	+ 0.05	+ 28	+ 0.11		25		+ 0.38	
1893													
März 11/12.	3.19	+ 10 7	47.9790	47.9790	— 58	— 0.23	— 32	— 0.13		529		— 0.34	
22/23.	22	+ 9 4	891	891	+ 43	+ 0.17	+ 69	+ 0.28		289		— 0.14	
26/27.	24	+ 9.6	890	890	+ 42	+ 0.17	+ 68	+ 0.27		289		— 0.31	
April 5/6.	26	+ 14.8	820	820	— 28	— 0.11	— 2	— 0.01		121		0.00	
23/24.	31	+ 18.0	878	878	+ 30	+ 0.12	+ 56	+ 0.22	+ 0″.10	144	± 0″.16	+ 0.02	— 0″.09
Mai 8/9.	35	+ 18.2	888	888	+ 40	+ 0.16	+ 66	+ 0.26		256		+ 0.12	
Juni 8/9.	44	+ 22.0	849	849	+ 1	0.00	+ 27	+ 0.11		0		— 0.24	
15/16.	46	+ 25.4	846	846	— 2	— 0.01	+ 24	+ 0.10		1		— 0.21	
Juli 4/5.	51	+ 25.1	781	781	— 67	— 0.27	— 41	— 0.16		729		+ 0.07	
Aug. 3/4.	59	+ 22.8	848	848	0	0.00	+ 26	+ 0.10		0		+ 0.09	
1894													
März 20/21.	4.22	+ 8.8	47.9956	47.9956	+ 108	+ 0.43	+ 134	+ 0.54		1849		— 0.15	
23/24.	23	+ 13.6	958	958	+ 110	+ 0.44	+ 136	+ 0.54		1936		+ 0.16	
26/27.	24	+ 14.6	880	880	+ 32	+ 0.13	+ 58	+ 0.23		169		+ 0.48	
April 24/25.	32	+ 17.7	766	766	— 82	— 0.33	— 56	— 0.22		1089		+ 0.45	
Mai 8/9.	35	+ 17.4	830	830	— 18	— 0.07	+ 8	+ 0.03		49		— 0.11	
15/16.	37	+ 23.0	847	847	— 1	0.00	+ 25	+ 0.10	+ 0″.10	0	± 0″.25	— 0.16	+ 0″.10
24/25.	40	+ 19.3	831	831	— 17	— 0.07	+ 9	+ 0.04		49		+ 0.19	
Juni 27/28.	49	+ 20.6	812	812	— 36	— 0.14	— 10	— 0.04		196		+ 0.33	
Juli 5/6.	51	+ 21.1	839	839	— 9	— 0.04	+ 17	+ 0.07		16		+ 0.15	
23/24.	56	+ 25.1	810	810	— 38	— 0 15	— 12	— 0.05		225		— 0.25	
Dec. 10/11.	95	+ 2.6	796	796	— 52	— 0.21	— 26	— 0.11		441		+ 0.03	
1895													
Febr. 24/25.	5.15	+ 2.8	47.9857	47.9857	+ 45	+ 0.18	+ 35	+ 0.14		324		— 0.24	
März 6/7.	18	— 4.4	825	825	+ 13	+ 0.05	+ 3	+ 0.01		25		+ 0.20	
April 9/10.	27	+ 16.4	852	852	+ 40	+ 0.16	+ 30	+ 0.12		256		+ 0.27	
29/30.	33	+ 18.2	873	873	+ 61	+ 0.24	+ 51	+ 0.20		576		— 0.11	
Mai 5/6.	35	+ 18.9	770	770	— 42	— 0.17	— 52	— 0.21		289		— 0.15	
8/9.	35	+ 19.3	831	831	+ 19	+ 0.08	+ 9	+ 0.04	— 0″.04	64	± 0″.18	+ 0.06	+ 0″.04
13/14.	37	+ 22.5	807	807	— 5	— 0.02	— 15	— 0 06		4		+ 0.12	
22/23.	39	+ 18.6	852	852	+ 40	+ 0.16	+ 30	+ 0.12		256		+ 0.18	
28/29.	41	+ 21.2	745	745	— 67	— 0.27	— 77	— 0.31		729		— 0.21	
Juni 20/21.	47	+ 20.7	768	768	— 44	— 0.18	— 54	— 0.22		324		+ 0.10	
Juli 1/2.	50	+ 25.8	764	764	— 48	— 0.19	— 58	— 0.23		361		+ 0.04	
16/17.	54	+ 22.4	767	767	— 45	— 0.18	— 55	— 0.22		324		0.00	
Okt. 17/18.	80	+ 9.4	850	850	+ 38	+ 0.15	+ 28	+ 0.11		225		+ 0.27	
1896													
Jan. 27/28.	6.08	+ 1.0	47.9817	47.9817	+ 15	+ 0.06	— 5	— 0.02		36		— 0.61	
Febr. 15/16.	13	+ 1.6	891	891	+ 89	+ 0.36	+ 69	+ 0.28		1296		— 0 08	
17/18.	14	+ 4.8	845	845	+ 43	+ 0.17	+ 23	+ 0.09		289		— 0.07	
22/23.	15	+ 2.8	859	859	+ 57	+ 0.23	+ 37	+ 0.15		529		+ 0.32	

Nr.	Datum	Jahres Teil	Temp. C^0	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Schur	Neured.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v')	(v')	Jahresmittel der Abweich. (v')	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	$p-a$	Mittel für $p-a$
	1896													
78	Mai 1/2.	6.34	+ 12.4	47.9937	47.9930	+ 128	+ 0.51	+ 8	+ 0.03		2601		+ 0.44	
79	5/6.	34	+ 13.8	815	807	+ 5	+ 0.02	— 15	— 0.06		4		— 0.54	
80	7/8.	35	+ 16.5	891	880	+ 78	+ 0.31	+ 58	+ 0.23		961		— 0.19	
81	31/32.	42	+ 19.5	780	769	— 33	— 0.13	— 53	— 0.21		169		— 0.74	
82	Juni 3/4.	42	+ 25.4	759	743	— 59	— 0.24	— 79	— 0.32		576		— 0.24	
83	Juli 9/10.	52	+ 28.0	765	747	— 55	— 0.22	— 75	— 0.30	— 0.10	484	± 0.24	— 0.17	+ 0.0
84	14/15.	54	+ 25.2	740	723	— 79	— 0.32	— 99	— 0.40		1024		— 0.48	
85	21/22.	56	+ 28.5	814	800	— 2	— 0.01	— 22	— 0.09		1		+ 0.30	
86	Sept. 26/27.	74	+ 15.6	856	846	+ 44	+ 0.18	+ 24	+ 0.10		324		— 0.28	
87	28/29.	74	+ 15.8	760	752	— 50	— 0.20	— 70	— 0.28		400		+ 0.26	
88	Okt. 29/30.	83	+ 10.0	776	770	— 32	— 0.13	— 52	— 0.21		169		— 0.41	
89	Nov. 6/7.	85	+ 4.8	785	784	— 18	— 0.07	— 38	— 0.13		49		+ 0.74	
90	12/13.	87	+ 4.3	807	805	+ 3	+ 0.01	— 17	— 0.07		1		— 0.24	
91	16/17.	88	+ 6.8	743	740	— 62	— 0.25	— 82	— 0.33		625		+ 0.36	
92	Dec. 15/16.	96	+ 1.0	740	737	— 65	— 0.26	— 85	— 0.34		676		+ 0.69	
	1897													
93	Febr. 17/18.	7.14	+ 4.5	47.9889	47.9889	+ 83	+ 0.33	+ 67	+ 0.27		1089		+ 0.38	
94	19/20.	14	+ 8.3	739	734	— 72	— 0.29	— 88	— 0.35		841		— 0.39	
95	April 3/4.	26	+ 8.6	866	862	+ 56	+ 0.22	+ 40	+ 0.16		484		+ 0.22	
96	5/6.	26	+ 8.5	804	799	— 7	— 0.03	— 23	— 0.09		9		+ 0.03	
97	27/28.	32	+ 20.7	844	830	+ 24	+ 0.10	+ 8	+ 0.03		100		— 0.30	
98	Mai 4/5.	34	+ 13.9	784	774	— 32	— 0.13	— 48	— 0.19		169		— 0.02	
99	16/17.	38	+ 21.0	801	787	— 19	— 0.08	— 35	— 0.14		64		+ 0.29	
100	20/21.	39	+ 19.4	897	886	+ 80	+ 0.32	+ 64	+ 0.26		1024		+ 0.18	
101	30/31.	41	+ 24.4	797	784	— 22	— 0.09	— 38	— 0.15		81		— 0.12	
102	Juni 2/3.	42	+ 26.2	946	930	+ 124	+ 0.50	+ 108	+ 0.43		2500		— 0.34	
103	23/24.	48	+ 22.8	768	755	— 51	— 0.20	— 67	— 0.27		400		— 0.01	
104	26/27.	49	+ 24.1	807	793	— 13	— 0.05	— 29	— 0.12	— 0.06	25	± 0.20	— 0.28	+ 0.0
105	Juli 12/13.	53	+ 22.3	830	817	+ 11	+ 0.04	— 5	— 0.02		16		+ 0.16	
106	14/15.	54	+ 26.2	829	813	+ 7	+ 0.03	— 9	— 0.04		9		+ 0.40	
107	25/26.	57	+ 24.0	786	772	— 34	— 0.14	— 50	— 0.20		196		— 0.10	
108	Aug. 2/3.	59	+ 23.2	776	762	— 44	— 0.18	— 60	— 0.24		324		— 0.30	
109	10/11.	61	+ 22.8	882	866	+ 60	+ 0.24	+ 44	+ 0.18		576		+ 0.06	
110	Sept. 9/10.	69	+ 14.8	852	845	+ 39	+ 0.16	+ 23	+ 0.09		256		+ 0.32	
111	25/26.	74	+ 19.3	799	788	— 18	— 0.07	— 34	— 0.14		49		+ 0.06	
112	29/30.	75	+ 20.3	836	823	+ 17	+ 0.07	+ 1	0.00		49		— 0.17	
113	Okt. 4/5.	76	+ 11.4	801	795	— 11	— 0.04	— 27	— 0.11		16		+ 0.17	
114	14/15.	79	+ 15.9	743	735	— 71	— 0.28	— 87	— 0.35		784		— 0.27	
115	23/24.	81	+ 12.3	740	733	— 73	— 0.29	— 89	— 0.36		841		— 0.29	
116	Nov. 5/6.	85	+ 6.5	797	795	— 11	— 0.04	— 27	— 0.11		16		+ 0.54	
117	9/10.	86	+ 5.0	761	761	— 45	— 0.18	— 61	— 0.24		324		+ 0.15	
118	24/25.	90	+ 3.0	841	840	+ 34	+ 0.14	+ 18	+ 0.07		196		+ 0.17	
	1898													
119	Febr. 25/26.	8.16	+ 5.5	47.9735	47.9736	— 88	— 0.35	— 86	— 0.34		1225		— 0.13	
120	März 11/12.	20	+ 8.1	790	788	— 36	— 0.14	— 34	— 0.14		196		+ 0.35	
121	20/21.	22	+ 7.2	788	785	— 39	— 0.16	— 37	— 0.15		256		+ 0.25	
122	April 5/6.	26	+ 9.6	729	724	— 100	— 0.40	— 98	— 0.39		1600		— 0.20	
123	Mai 1/2.	33	+ 22.6	784	776	— 48	— 0.19	— 46	— 0.18		361		+ 0.05	
124	13/14.	37	+ 15.2	827	817	— 7	— 0.03	— 5	— 0.02		9		+ 0.30	
125	22/23.	39	+ 21.2	895	881	+ 57	+ 0.23	+ 59	+ 0.24		529		+ 0.62	
126	Juni 7/8.	44	+ 25.2	911	893	+ 69	+ 0.28	+ 71	+ 0.28		784		+ 0.24	
127	10/11.	41	+ 24.3	770	752	— 72	— 0.29	— 70	— 0.28		841		+ 0.29	
128	14/15.	46	+ 17.9	966	954	+ 130	+ 0.52	+ 132	+ 0.53	+ 0.01	2704	± 0.28	+ 0.04	— 0.1
129	26/27.	49	+ 20.8	817	802	— 22	— 0.09	— 20	— 0.08		81		— 0.23	

Nr.	Datum	Jahres Teil	Temp. C^0	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Schur	Neured.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v')	(v')	Jahresmittel der Abweich. (v')	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	$p-a$	Mittel für $p-a$
	1898													
30	Juli 15/16.	8.54	+ 19.6	47.9936	47.9923	+ 99	+ 0.40	+ 101	+ 0.40		1600		+ 0.16	
31	26/27.	57	+ 17.5	863	852	+ 28	+ 0.11	+ 30	+ 0 12		121		+ 0.26	
32	Aug. 2/3.	59	+ 21 6	775	758	— 66	— 0.26	— 64	— 0 26		676		+ 0.25	
33	12/13.	61	+ 23.0	768	750	— 74	— 0.30	— 72	— 0 29		900		— 0.27	
34	14/15.	62	+ 25 8	894	876	+ 52	+ 0.21	+ 54	+ 0.22		441		+ 0.18	
35	Nov. 1/2.	84	+ 10.0	877	872	+ 48	+ 0.19	+ 50	+ 0.20		361		— 0.05	
36	8/9.	86	+ 5.4	856	855	+ 31	+ 0.12	+ 33	+ 0.13		144		— 0.04	
37	18/19.	88	+ 7.7	810	807	— 17	— 0.07	— 15	— 0.06		49		— 0.25	
38	22/23.	90	+ 3.0	759	759	— 65	— 0.26	— 63	— 0.25		676		— 0.18	
39	Dec. 6/7.	93	+ 7.3	940	937	+ 113	+ 0.45	+ 115	+ 0.46		2025		+ 0.71	
	1899													
40	Jan. 25/26.	9.07	+ 1.6	47.9860	47.9861	+ 25	+ 0.10	+ 39	+ 0.16		100		+ 0.32	
41	Febr. 5/6.	10	+ 0.3	845	848	+ 12	+ 0.05	+ 26	+ 0.10		25		+ 0.29	
42	14/15.	12	+ 11.6	860	849	+ 13	+ 0.05	+ 27	+ 0.11		25		+ 0.26	
43	21/22.	14	+ 6.4	933	932	+ 96	+ 0.38	+ 110	+ 0.44		1444		— 0.28	
44	26/27.	16	+ 1.3	877	879	+ 43	+ 0.17	+ 57	+ 0.23		289		— 0.05	
45	März 5/6.	18	+ 2.3	825	827	— 9	— 0 04	+ 5	+ 0.02		16		— 0.30	
46	11/12.	19	+ 8.9	857	850	+ 14	+ 0.06	+ 28	+ 0.11		36		— 0.20	
47	24/25.	23	+ 2.7	850	851	+ 15	+ 0.06	+ 29	+ 0.12		36		— 0.19	
48	April 17/18.	30	+ 12 4	817	809	— 27	— 0.11	— 13	— 0.05		121		+ 0.14	
49	Mai 16/17	37	+ 18.3	703	689	— 147	— 0.59	— 133	— 0.53	+ 0.05	3481	± 0.24	— 0.12	+ 0.05
50	30/31.	41	+ 17.8	847	833	— 3	— 0.01	+ 11	+ 0.04		1		+ 0.14	
51	Juni 4/5.	43	+ 22 2	782	765	— 71	— 0.28	— 57	— 0.23		784		— 0.08	
52	18/19.	47	+ 23.6	774	756	— 80	— 0.32	— 66	— 0.26		1024		+ 0.03	
53	27/28.	49	+ 21.8	917	899	+ 63	+ 0.25	+ 77	+ 0.31		625		+ 0.02	
54	Juli 9/10.	52	+ 22.4	833	816	— 20	— 0.08	— 6	— 0.02		64		+ 0.33	
55	21/22.	55	+ 26.6	830	812	— 24	— 0.10	— 10	— 0.04		100		— 0.11	
56	25/26.	57	+ 23 1	787	770	— 66	— 0.26	— 52	— 0.21		676		— 0.19	
57	Aug. 1/2.	58	+ 23.2	918	901	+ 65	+ 0.26	+ 79	+ 0.32		676		+ 0.52	
58	8/9.	60	+ 22 2	894	877	+ 41	+ 0.16	+ 55	+ 0.22		256		+ 0.06	
59	13/14.	62	+ 21.8	953	941	+ 105	+ 0.42	+ 119	+ 0.48		1764		+ 0.43	
60	Nov. 4/5.	84	+ 18.1	797	792	— 44	— 0.18	— 30	— 0.12		324		— 0.04	
	1900													
61	Jan. 20/21.	10.06	+ 4.2	47.9821	47.9823	+ 1	0.00	+ 1	0.00		0		+ 0.27	
62	Febr. 11/12.	12	+ 0.9	759	763	— 59	— 0.24	— 59	— 0.24		576		+ 0.10	
63	25/26.	15	+ 15.4	804	797	— 25	— 0.10	— 25	— 0.10		100		— 0.20	
64	März 9/10.	19	+ 7 3	809	814	— 8	— 0.03	— 8	— 0.03		9		— 0.14	
65	11/12.	19	+ 11.7	762	761	— 61	— 0.24	— 61	— 0.24		576		+ 0.55	
66	18/19.	21	+ 6.9	821	824	+ 2	+ 0.01	+ 2	+ 0.01		1		+ 0.22	
67	28.	25	+ 7 3	780	781	— 41	— 0.16	— 41	— 0.16		256		+ 0.02	
68	April 19/20.	30	+ 15.2	792	787	— 35	— 0.14	— 35	— 0.14		196		0.00	
69	Mai 1/2.	33	+ 16.7	824	821	— 1	0.00	— 1	0.00		0		+ 0.56	
70	4/5.	34	+ 18.1	874	866	+ 44	+ 0.18	+ 44	+ 0.18		324		— 0.42	
71	6/7.	35	+ 25.7	804	804	— 18	— 0.07	— 18	— 0.07	0.00	49	± 0.21	— 0.04	+ 0.04
72	13/14.	37	+ 12.5	693	689	— 133	— 0.53	— 133	— 0.53		2809		+ 0.01	
73	27/28.	40	+ 19.1	779	772	— 50	— 0.20	— 50	— 0.20		400		+ 0.09	
74	Juni 29/30.	50	+ 21.5	857	846	+ 24	+ 0.10	+ 24	+ 0.10		100		+ 0.20	
75	Juli 10/11.	53	+ 19 1	874	864	+ 42	+ 0.17	+ 42	+ 0.17		289		+ 0.19	
76	17/18.	55	+ 25.2	922	908	+ 86	+ 0.34	+ 86	+ 0.34		1156		+ 0.23	
77	24/25.	56	+ 29.3	845	821	— 1	0.00	— 1	0.00		0		— 0.03	
78	Aug. 17/18.	63	+ 25.5	830	814	— 8	— 0.03	— 8	— 0.03		9		+ 0.05	
79	19/20.	64	+ 26.3	887	871	+ 49	+ 0.20	+ 49	+ 0.20		400		— 0.12	
80	Okt. 3/4.	76	+ 14.7	867	863	+ 41	+ 0.16	+ 41	+ 0.16		256		— 0.03	
81	7/8.	77	+ 17.5	823	817	— 5	— 0.02	— 5	— 0.02		4		— 0.06	
82	Nov. 5/6.	85	+ 11.4	891	888	+ 66	+ 0.26	+ 66	+ 0.26		676		— 0.61	
83	Dec. 7/8.	94	+ 4.0	805	810	— 12	— 0.05	— 12	— 0.05		25		— 0.34	
	1901													
84	Jan. 9/10.	11.02	— 4.3	47.9916	47.9927	+ 105	+ 0.42	+ 105	+ 0.42		1764		+ 0.43	

47.9823 = Mittel a. d. Beob. mit Prisma

2) Beobachter: Ambronn.

Nr.	Datum	Jahres Teil	Temp. C°	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Alte Red.	Neue Red.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v′)	(v′)	Jahresmittel der Abweich. (v′)	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	p — a	Mitte für p —
	1890													
1	Mai 15/16.	0.37	+ 18.6°	47.9871	47.9857	+ 36	+ 0.″14	+ 15	+ 0.″06		196		+ 0.″18	
2	22/23.	39	+ 19.5	948	933	+ 112	+ 0.45	+ 91	+ 0.36		2025		— 0.28	
3	Juni 4/5.	43	+ 24.0	867	849	+ 28	+ 0.11	+ 7	+ 0.03		121		— 0.03	
4	25/26.	48	+ 22 5	845	828	+ 7	+ 0.03	— 14	— 0.06		9		+ 0.32	
5	Juli 13/14.	53	+ 20.5	882	867	+ 46	+ 0.18	+ 25	+ 0.10		324		+ 0.06	
6	Aug. 1/2.	59	+ 26.0	901	881	+ 60	+ 0.24	+ 39	+ 0.16		576		+ 0.29	
7	15/16.	62	+ 22.1	791	775	— 46	— 0.18	— 67	— 0.27	— 0.″08	324	± 0.″23	— 0.06	+ 0.
8	25/26.	65	+ 17.8	756	743	— 78	— 0.31	— 99	— 0.40		961		— 0.12	
9	Sept. 1/2.	67	+ 17.0	840	827	+ 6	+ 0.02	— 15	— 0.06		4		+ 0.58	
10	12/13.	70	+ 17.1	841	828	+ 7	+ 0.03	— 14	— 0.06		9		+ 0.41	
11	Okt. 20/21.	80	+ 6.1	844	840	+ 19	+ 0.08	— 2	— 0.01		64		+ 0.44	
12	Nov. 12/13.	87	+ 7.0	730	725	— 96	— 0.38	— 117	— 0.47		1444		+ 0.30	
13	Dec. 8/9.	94	+ 0.1	790	790	— 31	— 0.12	— 52	— 0.21		144		— 0.18	
14	14/15.	96	— 5.1	747	751	— 70	— 0.28	— 91	— 0.36		784		— 0.21	
	1891													
15	Febr. 8/9.	1.11	+ 2.0	47.9792	47.9790	— 26	— 0.10	— 52	— 0.21		100		+ 0.28	
16	22/23.	15	+ 3.2	872	870	+ 54	+ 0.22	+ 28	+ 0.11		484		+ 0.09	
17	März 5/6.	18	+ 11.8	865	856	+ 40	+ 0.16	+ 14	+ 0.06		256		+ 0.17	
18	19/20.	22	+ 4.8	839	835	+ 19	+ 0.08	— 7	— 0.03		64		— 0.17	
19	Mai 3/4.	34	+ 19.0	734	720	— 96	— 0.38	— 122	— 0.49		1444		+ 0.08	
20	10/11.	36	+ 24.8	796	777	— 39	— 0.16	— 55	— 0.22		256		+ 0.23	
21	28/29.	41	+ 20.4	771	756	— 60	— 0.24	— 86	— 0.34	— 0.″11	576	± 0.″22	+ 0.14	+ 0.
22	Juni 24/25.	48	+ 24.4	806	788	— 28	— 0.11	— 54	— 0.22		121		+ 0.21	
23	Juli 2/3.	50	+ 27.0	811	791	— 25	— 0.10	— 51	— 0.20		100		+ 0.28	
24	17/18.	54	+ 26.2	813	793	— 23	— 0.09	— 49	— 0.20		81		+ 0.37	
25	Aug. 26/27.	65	+ 26.3	936	916	+ 100	+ 0.40	+ 74	+ 0.30		1600		+ 0.18	
26	Sept. 3/4.	67	+ 25.9	890	870	+ 54	+ 0.22	+ 28	+ 0.11		484		0.00	
27	Okt. 28/29.	83	+ 9.2	857	850	+ 34	+ 0.14	+ 8	+ 0.03		196		+ 0.01	
					47.8919	= Mittel a. d. Beob. ohne Prisma								
28	Dez. 23.	1.98	+ 1.2	47.9673	47.9672	— 49	— 0.20	— 70	— 0.28		400		+ 0.08	
	1892													
29	Jan. 19/20.	2.05	— 0.4	754	757	+ 36	+ 0.14	+ 15	+ 0.06		196		+ 0.06	
30	März 7/8.	18	+ 2.8	768	766	+ 45	+ 0.18	+ 24	+ 0.10		324		+ 0.31	
31	23/24.	23	+ 8.2	839	833	+ 112	+ 0.45	+ 91	+ 0.36		2025		+ 0.06	
32	29/30.	25	+ 9.4	738	731	+ 10	+ 0.04	— 11	— 0.04		16		+ 0.10	
33	April 5/6.	26	+ 19.0	774	760	+ 39	+ 0.16	+ 18	+ 0.07		256		+ 0.14	
34	12/13.	28	+ 13 6	774	764	+ 43	+ 0.17	+ 22	+ 0.09		289		— 0 11	
35	Mai 11/12.	36	+ 20.7	716	700	— 21	— 0.08	— 42	— 0.17		64		+ 0.22	
36	23/24.	40	+ 23.2	722	705	— 16	— 0.06	— 37	— 0 15	— 0.″08	36	± 0.″20	— 0 17	— 0.
37	Juni 9/10.	44	+ 27 0	735	714	— 7	— 0.03	— 28	— 0.11		9		+ 0.29	
38	16/17.	46	+ 20.8	668	652	— 69	— 0.28	— 90	— 0.36		784		+ 0 02	
39	27 28.	49	+ 28.8	747	726	+ 5	+ 0.02	— 16	— 0.06		4		+ 0.17	
40	Aug. 15/16.	63	+ 27.8	671	650	— 71	— 0.28	— 92	— 0.37		784		+ 0 09	
41	23/24.	65	+ 29.2	727	705	— 16	— 0.06	— 37	— 0.15		36		+ 0.16	

Nr.	Datum	Jahres Teil	Temp. C°	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Alte Red.	Neue Red.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v′)	(v′)	Jahresmittel der Abweich. (v′)	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	p — a	Mittel für p — a
	1892													
2	Aug. 28/29.	2.66	+ 23.7	47.9703	47.9685	— 36	— 0.14	— 57	— 0.23		196		+ 0.04	
3	Nov. 2/3.	84	+ 11.9	794	785	+ 64	+ 0.26	+ 43	+ 0.17		676		+ 0.10	
4	25/26.	90	+ 1.5	658	657	— 64	— 0.26	— 85	— 0.34		676		— 0.30	
	1893													
5	März 12/13.	3.20	+ 17.0	47.9664	47.9651	— 105	— 0.42	— 91	— 0.36		1764		+ 0.13	
6	24/25.	23	+ 13.9	772	762	+ 6	+ 0.02	+ 20	+ 0.08		4		— 0.41	
7	April 0/1.	25	+ 17 5	815	802	+ 46	+ 0.18	+ 60	+ 0.24		324		— 0.26	
8	6/7.	27	+ 19.4	731	716	— 40	— 0.16	— 26	— 0.10		256		— 0.01	
9	24/25.	32	+ 21 0	712	696	— 60	— 0.24	— 46	— 0.18	+ 0.08	576	± 0.24	+ 0 28	— 0.01
10	Juni 14/15.	46	+ 26 0	736	716	— 40	— 0.16	— 26	— 0.10		256		+ 0.08	
11	18/19.	47	+ 28.2	775	754	— 2	— 0.01	+ 12	+ 0.05		1		— 0.21	
12	Juli 2/3.	50	+ 29.0	849	827	+ 71	+ 0.28	+ 85	+ 0.34		784		+ 0.18	
13	Aug. 8/9.	61	+ 26.0	839	819	+ 63	+ 0.25	+ 77	+ 0.31		625		+ 0.17	
14	17/18.	63	+ 27.2	834	814	+ 58	+ 0.23	+ 72	+ 0.29		529		— 0.09	
	1894													
15	Febr. 20/21.	4.14	+ 2.1	47.9781	47.9779	+ 9	+ 0 04	+ 37	+ 0.15		16		+ 0.10	
16	März 28/29.	24	+ 14.8	792	781	+ 11	+ 0.04	+ 39	+ 0.16		16		— 0.17	
17	April 8/9.	27	+ 21.4	764	748	— 22	— 0.09	+ 6	+ 0.02		81		— 0.19	
18	Juni 22/23.	48	+ 18.8	740	726	— 44	— 0 18	— 16	— 0.06		324		0.00	
19	29/30.	50	+ 23.2	798	781	+ 11	+ 0.04	+ 39	+ 0.16		16		+ 0 12	
20	Juli 6/7.	52	+ 25.7	802	783	+ 13	+ 0.05	+ 41	+ 0.16	+ 0.11	25	± 0.12	— 0.25	— 0.07
21	24/25.	57	+ 27.1	776	756	— 14	— 0.06	+ 14	+ 0.06		49		— 0.04	
22	Sept. 0/1.	67	+ 24.4	815	797	+ 27	+ 0.11	+ 55	+ 0.22		121		— 0.37	
23	13/14.	70	+ 18.2	824	810	+ 40	+ 0.16	+ 68	+ 0.27		256		— 0.10	
24	Nov. 6/7.	85	+ 10.5	721	713	— 57	— 0.23	— 29	— 0.12		529		+ 0.26	
25	Dez. 9/10.	94	+ 3.2	795	793	+ 23	+ 0.09	+ 51	+ 0.20		81		— 0.09	
	1895													
26	März 5/6.	5.18	— 3.5	47.9818	47.9821	+ 16	+ 0.06	+ 79	+ 0.32		36		— 0.52	
27	Mai 6/7.	35	+ 19.1	826	812	+ 7	+ 0.03	+ 70	+ 0.28		9		— 0.20	
28	23/24.	39	+ 20.4	814	799	— 6	— 0.02	+ 57	+ 0.23		4		+ 0 06	
29	29/30.	41	+ 23.6	798	780	— 25	— 0.10	+ 38	+ 0.15		100		+ 0.18	
30	Juni 7/8.	45	+ 24.6	808	790	— 15	— 0 06	+ 48	+ 0.19		36		+ 0.07	
31	21/22.	47	+ 27.2	883	863	+ 58	+ 0 23	+ 121	+ 0.48		529		+ 0.22	
32	Juli 18/19.	55	+ 27.3	762	742	— 63	— 0.25	0	0.00		625		+ 0 07	
33	Aug. 22/23.	64	+ 29.0	740	718	— 87	— 0.35	— 24	— 0.10	+ 0.25	1225	± 0.17	— 0.03	+ 0.03
34	29/30.	66	+ 23.5	790	772	— 33	— 0.13	+ 30	+ 0.12		169		— 0.10	
35	Sept. 2/3.	67	+ 26.8	870	850	+ 45	+ 0.18	+ 108	+ 0.43		324		+ 0.23	
36	9/10.	69	+ 22.4	867	850	+ 45	+ 0.18	+ 108	+ 0.43		324		+ 0.14	
37	22 23.	73	+ 19.5	826	811	+ 6	+ 0.02	+ 69	+ 0.28		4		+ 0.18	
38	Okt. 0/1.	75	+ 18.4	860	846	+ 41	+ 0.16	+ 104	+ 0.42		256		— 0.17	
39	Nov. 21/22.	89	+ 4.2	844	841	+ 36	+ 0.14	+ 99	+ 0.40		196		+ 0.16	
40	26/27.	91	+ 2.1	782	780	— 25	— 0.10	+ 38	+ 0 15		100		+ 0.15	
	1896													
41	Jan. 23/24.	6.06	+ 2.0	47.9880	47.9878	+ 106	+ 0.42	+ 136	+ 0 54		1764		+ 0.59	
42	Febr. 18/19.	14	+ 7.1	840	835	+ 63	+ 0.25	+ 93	+ 0 37		625		+ 0.16	
43	26/27.	16	+ 3.7	778	775	+ 3	+ 0.01	+ 33	+ 0.13		1		+ 0.03	
44	März 21/22.	22	+ 15.6	743	731	— 41	— 0.16	— 11	— 0.04		256		— 0.23	
45	Mai 3/4.	34	+ 13.7	775	765	— 7	— 0.03	+ 23	+ 0.09		9		— 0.21	
46	8/9.	35	+ 19.4	808	793	+ 21	+ 0.08	+ 51	+ 0.20		64		— 0.36	
47	11/12.	36	+ 20.2	744	729	— 43	— 0.17	— 13	— 0 05		289		— 0.26	
48	22/23.	39	+ 17.2	813	800	+ 28	+ 0.11	+ 58	+ 0.23	+ 0.12	121	± 0.19	— 0.01	— 0.01
49	Juni 1/2.	42	+ 23.2	764	747	— 25	— 0.10	+ 5	+ 0.02		100		+ 0.34	
50	Juli 6/7.	52	+ 20.8	774	758	— 14	— 0.06	+ 16	+ 0.06		36		— 0.20	
51	13/14.	54	+ 24.0	814	796	+ 24	+ 0.10	+ 54	+ 0.22		100		+ 0.05	

Nr.	Datum	Jahres Teil	Temp. C°	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Alte Red.	Neue Red.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v′)	(v′)	Jahresmittel der Abweich. (v′)	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	p — a	Mitte für p —
	1896													
92	Juli 20/21.	6.55	+ 23.6	47.9786	47.9768	— 4	— 0.″02	+ 26	+ 0.″10		4		+ 0.″05	
93	Aug. 10/11.	61	+ 22.0	784	767	— 5	— 0.02	+ 25	+ 0.10		4		— 0.04	
94	26/27.	66	+ 17.2	737	724	— 48	— 0.19	— 18	— 0.07		361		— 0.05	
95	Okt. 7/8.	77	+ 19.4	734	719	— 53	— 0.21	— 23	— 0.09		441		+ 0.22	
96	12/13.	79	+ 16.4	864	852	+ 80	+ 0.32	+ 110	+ 0.44		1024		— 0.44	
97	Dec. 2/3.	92	+ 0.9	710	709	— 63	— 0.25	— 33	— 0.13		625		— 0.50	
98	16/17.	96	+ 1.0	750	749	— 23	— 0.09	+ 7	+ 0 03		81		+ 0.67	
	1897													
99	Jan. 4/5.	7.01	+ 1.0	47.9700	47.9699	— 12	— 0.05	— 43	— 0.17		25		— 0.08	
100	Febr. 15/16.	13	+ 0.4	719	719	+ 8	+ 0.03	— 23	— 0.09		9		+ 0.44	
101	April 9/10.	28	+ 13.6	780	770	+ 59	+ 0.24	+ 28	+ 0.11		576		— 0.08	
102	20/21.	31	+ 15.2	736	725	+ 14	+ 0.06	— 17	— 0.07		36		— 0.29	
103	26/27.	32	+ 22.0	733	716	+ 5	+ 0.02	— 26	— 0.10		0		+ 0.23	
104	Mai 2/3.	34	+ 17.7	730	717	+ 6	+ 0.02	— 25	— 0.10		4		— 0.07	
105	7/8.	35	+ 17.2	776	763	+ 52	+ 0.21	+ 21	+ 0.08		441		— 0.35	
106	25/26.	40	+ 22.1	736	719	+ 8	+ 0.03	— 23	— 0.09		9		+ 0.11	
107	Juni 0/1.	42	+ 24.4	702	684	— 27	— 0.11	— 58	— 0.23	— 0.″12	121	± 0.″18	+ 0.08	— 0.
108	10/11.	45	+ 21.2	728	712	+ 1	0.00	— 30	— 0.12		0		+ 0.25	
109	20/21.	47	+ 19.4	778	763	+ 52	+ 0.21	+ 21	+ 0.08		441		— 0.15	
110	Juli 10/11.	53	+ 21.9	833	817	+ 106	+ 0.42	+ 75	+ 0.30		1764		— 0.42	
111	Aug. 3/4.	59	+ 23.2	747	730	+ 19	+ 0.08	— 12	— 0.05		64		+ 0.30	
112	12/13.	62	+ 22.8	748	731	+ 20	+ 0.08	— 11	— 0.04		64		+ 0.24	
113	29/30.	66	+ 23.5	676	658	— 53	— 0.21	— 84	— 0.34		441		— 0.03	
114	Sept. 23/24.	73	+ 19.6	660	645	— 66	— 0.26	— 97	— 0.39		676		— 0.32	
115	Nov. 8/9.	86	+ 6.7	652	646	— 65	— 0.26	— 96	— 0.38		676		— 0.32	
116	15/16.	88	+ 8.2	708	702	— 9	— 0.04	— 40	— 0.16		16		— 0.20	
117	Dec. 15/16.	96	+ 8.7	680	673	— 38	— 0.15	— 69	— 0.28		225		— 0.32	
118	21/22.	98	+ 3.1	708	706	— 5	— 0.02	— 36	— 0.14		4		+ 0.02	
119	27/28.	99	+ 5.9	636	632	— 79	— 0.32	— 110	— 0.44		1024		+ 0.10	
	1898													
120	Jan. 7/8.	8.02	+ 6.6	47.9658	47.9653	— 68	— 0.27	— 89	— 0.36		729		— 0.20	
121	13/14.	04	+ 6.2	761	756	+ 35	+ 0.14	+ 14	+ 0.06		196		+ 0.30	
122	18/19.	05	+ 3.3	700	698	— 23	— 0.09	— 44	— 0.18		81		+ 0.08	
123	Febr. 24/25	15	+ 8 2	715	709	— 12	— 0.05	— 33	— 0.13		25		+ 0.25	
124	März 28/29.	24	+ 10.1	750	742	+ 21	+ 0.08	0	0.00		64		+ 0.40	
125	April 8/9.	27	+ 18.5	793	779	+ 58	+ 0.23	+ 37	+ 0.15		529		+ 0.11	
126	Mai 4/5.	34	+ 17.6	663	650	— 71	— 0.28	— 92	— 0.38		784		— 0.28	
127	Juni 3/4.	43	+ 17.8	755	742	+ 21	+ 0.08	0	0.00		64		— 0.14	
128	9/10.	44	+ 25.6	698	679	— 42	— 0.17	— 63	— 0.25	— 0.″08	289	± 0.″16	— 0.22	+ 0.
129	17/18.	46	+ 21.4	726	710	— 11	— 0.04	— 32	— 0.13		16		0.00	
130	23/24.	48	+ 19.2	694	680	— 41	— 0.16	— 62	— 0.25		256		— 0.06	
131	Juli 14/15.	54	+ 18.7	762	748	+ 27	+ 0.11	+ 6	+ 0.02		121		+ 0.19	
132	25/26.	57	+ 19.8	800	785	+ 64	+ 0.26	+ 43	+ 0.17		676		0.00	
133	Aug. 1/2.	59	+ 21.4	732	716	— 5	— 0.02	— 26	— 0.10		4		— 0.04	
134	15/16.	63	+ 27.5	789	768	+ 47	+ 0.19	+ 26	+ 0.10		361		— 0.18	
135	21/22.	64	+ 25.8	690	671	— 50	— 0.20	— 71	— 0.28		400		+ 0.29	
136	Sept. 6/7.	69	+ 20.2	726	711	— 10	— 0.04	— 31	— 0.12		16		— 0.04	
137	13/14.	71	+ 21.5	744	728	+ 7	+ 0.03	— 14	— 0.06		9		+ 0.38	
138	Nov. 7/8.	86	+ 7.8	753	747	+ 26	+ 0.10	+ 5	+ 0 02		100		+ 0.27	
139	17/18.	88	+ 8.9	780	773	+ 52	+ 0.21	+ 31	+ 0.12		441		+ 0.26	
140	Dec. 21/22.	98	+ 2.3	706	704	— 17	— 0.07	— 38	— 0.15		49		+ 0.06	
	1899													
141	Jan. 8/9.	9.02	+ 6.6	47.9744	47.9739	+ 12	+ 0.05	— 3	— 0.01		25		— 0.37	
142	27/28.	07	— 1.0	672	673	— 54	— 0.22	— 69	— 0.28		484		+ 0.24	

Datum	Jahres Teil	Temp. C^0	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Alte Red.	Neue Red.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v')	(v')	Jahresmittel der Abweich. (v')	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	$p-a$	Mittel für $p-a$
1899													
Febr. 10/11.	9.11	+ 14.1°	47.9703	47.9692	— 35	— 0.″14	— 50	— 0.″20		196		— 0.″06	
17/18.	13	+ 8.0	751	745	+ 18	+ 0.07	+ 3	+ 0.01		49		— 0.16	
22/23.	15	+ 6.4	794	789	+ 62	+ 0.25	+ 47	+ 0.19		625		— 0.51	
27/28.	16	+ 2.9	745	743	+ 16	+ 0.06	+ 1	0.00		36		+ 0.18	
März 13/14.	20	+ 9.7	656	649	— 78	— 0.31	— 93	— 0.37		961		— 0.11	
April 12/13.	28	+ 9.9	680	673	— 54	— 0.22	— 69	— 0.28		484		— 0.03	
21/22.	31	+ 9.1	688	681	— 46	— 0.18	— 61	— 0.24		324		+ 0.18	
Mai 29/30.	41	+ 15.2	717	706	— 21	— 0.08	— 36	— 0.14		64		— 0.35	
Juni 5/6.	43	+ 23.7	794	776	+ 49	+ 0.20	+ 34	+ 0.14		400		— 0.19	
19/20.	47	+ 23.6	732	714	— 13	— 0.05	— 28	— 0.11		25		— 0.06	
28/29.	49	+ 22.9	772	755	+ 28	+ 0.11	+ 13	+ 0.05	— 0.″06	121	± 0.″17	— 0.16	— 0.″03
Juli 10/11.	53	+ 25.5	769	750	+ 23	+ 0.09	+ 8	+ 0.03		81		0.00	
19/20.	55	+ 25.8	692	673	— 54	— 0.22	— 69	— 0.28		484		+ 0.19	
27/28.	57	+ 22.7	782	765	+ 38	+ 0.15	+ 23	+ 0.09		225		+ 0.18	
Aug. 3/4.	59	+ 26.4	699	679	— 48	— 0.19	— 63	— 0.25		361		+ 0.32	
9/10.	61	+ 23.6	796	778	+ 51	+ 0.20	+ 36	+ 0.14		400		+ 0.02	
25/26.	65	+ 22.1	800	783	+ 56	+ 0.22	+ 41	+ 0.16		484		+ 0.48	
Sept. 3/4.	68	+ 21.4	788	772	+ 45	+ 0.18	+ 30	+ 0.12		324		— 0.35	
22/23.	73	+ 14.2	714	703	— 24	— 0.10	— 39	— 0.16		100		— 0.19	
Nov. 15/16.	88	+ 8.4	726	720	— 07	— 0.03	— 22	— 0.09		9		— 0.30	
20/21.	89	+ 4.6	723	720	— 07	— 0.03	— 22	— 0.09		9		+ 0.15	
Dec. 21/22.	97	— 3.9	762	765	+ 38	+ 0.15	+ 23	+ 0.09		225		+ 0.22	
1900													
Febr. 7/8.	10.11	— 2.1	47.9784	47.9786	+ 38	+ 0.15	+ 44	+ 0.18		225		+ 0.22	
12/13.	12	+ 2.2	767	765	+ 17	+ 0.07	+ 23	+ 0.09		49		+ 0.10	
März 8/9.	19	+ 8.4	759	753	+ 5	+ 0.02	+ 11	+ 0.04		4		+ 0.07	
19/20.	22	+ 8.7	720	714	— 34	— 0.14	— 28	— 0.11		196		— 0.16	
28/29.	24	+ 7.2	772	767	+ 19	+ 0.08	+ 25	+ 0.10		64		+ 0.09	
April 5/6.	26	+ 12.2	755	746	— 2	— 0.01	+ 4	+ 0.02		1		+ 0.26	
23/24.	31	+ 17.7	772	759	+ 11	+ 0.04	+ 17	+ 0.07		16		+ 0.08	
Mai 3/4.	34	+ 17.0	768	755	+ 7	+ 0.03	+ 13	+ 0.05		9		+ 0.02	
10/11.	36	+ 14.9	780	769	+ 21	+ 0.08	+ 27	+ 0.11		64		— 0.07	
16/17.	37	+ 17.2	708	695	— 53	— 0.21	— 47	— 0.19	+ 0.″02	441	± 0.″12	+ 0.08	+ 0.″01
Juni 3/4.	42	+ 24.7	743	725	— 23	— 0.09	— 17	— 0.07		121		+ 0.11	
10/11.	44	+ 25.1	782	763	+ 15	+ 0.06	+ 21	+ 0.08		36		+ 0.04	
28/29.	49	+ 24.8	739	720	— 28	— 0.11	— 22	— 0.09		121		— 0.29	
Juli 11/12.	52	+ 22.5	781	764	+ 16	+ 0.06	+ 22	+ 0.09		36		— 0.06	
18/19.	55	+ 25.5	784	765	+ 17	+ 0.07	+ 23	+ 0.09		49		— 0.06	
25/26.	56	+ 30.0	734	712	— 36	— 0.14	— 30	— 0.12		196		+ 0.08	
Aug. 15/16.	62	+ 25.6	776	757	+ 9	+ 0.04	+ 15	+ 0.06		16		+ 0.06	
28/29.	66	+ 24.4	702	684	— 64	— 0.26	— 58	— 0.23		676		— 0.04	
Sept. 15/16.	71	+ 18.1	796	782	+ 34	+ 0.14	+ 40	+ 0.16		196		+ 0.26	
21/22.	72	+ 18.3	754	740	— 8	— 0.03	— 2	— 0.01		9		— 0.20	
28/29.	74	+ 18.6	809	795	+ 47	+ 0.19	+ 53	+ 0.21		361		— 0.22	
1901													
Jan. 1/2.	11.00	— 6.2	47.9714	47.9719	— 31	— 0.12	— 23	— 0.09		144		+ 0.70	
6/7.	02	— 7.2	714	719	— 31	— 0.12	— 23	— 0.09		144		+ 0.76	
14/15.	04	— 7.4	784	790	+ 40	+ 0.16	+ 48	+ 0.19		256		— 0.10	
Febr. 6/7.	10	+ 1.2	744	743	— 7	— 0.03	+ 1	— 0.00		9		— 0.52	
18/19.	13	— 0.8	709	710	— 40	— 0.16	— 32	— 0.13		256		— 0.33	
März 12/13.	19	+ 9.1	726	719	— 31	— 0.12	— 23	— 0.09		144		— 0.52	
25/26.	23	+ 3.8	746	743	— 7	— 0.03	+ 1	0.00		9		+ 0 08	
April 19/20.	30	+ 16.4	739	727	— 23	— 0 09	— 15	— 0.06		81		+ 0.14	
24/25.	31	+ 18.9	774	760	+ 10	+ 0.04	+ 18	+ 0.07		16		+ 0.18	

Nr.	Datum	Jahres-Teil	Temp. C°	Auf die Einheit der Entfernung reduc. Durchm. Alte Red.	Neue Red.	Abweichung vom Jahresmittel (v)	(v)	Abweichung vom allgemeinen Mittel (v′)	(v′)	Jahresmittel der Abweich. (v′)	(vv)	Mittlerer Tagesfehler	p — a	Mitt für p —
	1901						″		″				″	
195	Mai 2/3.	11.33	+ 18.4	47.9750	47.9736	— 14	— 0.06	— 6	— 0.02		36		— 0.05	
196	9/10.	35	+ 19.8	780	765	+ 15	+ 0.06	+ 23	+ 0 09		36		— 0.06	
197	14/15.	37	+ 22.2	725	708	— 42	— 0.17	— 34	— 0.14		289		— 0.14	
198	21/22.	39	+ 20.2	686	671	— 79	— 0.32	— 71	— 0.28	″ + 0.03	1024	″ ± 0.17	+ 0.10	+ 0
199	29/30.	41	+ 23.9	763	745	— 5	— 0.02	+ 3	+ 0.01		4		— 0.09	
200	Jnui 7/8.	43	+ 20.8	796	780	+ 30	+ 0.12	+ 38	+ 0.15		144		+ 0.08	
201	18/19.	46	+ 19.9	757	742	— 8	— 0.03	0	0.00		9		+ 0.10	
202	28/29.	49	+ 23.9	806	788	+ 38	+ 0.15	+ 46	+ 0.18		225		— 0.00	
203	Juli 5/6.	51	+ 23.2	822	805	+ 55	+ 0.22	+ 63	+ 0.25		484		— 0.16	
204	12/13.	53	+ 27.8	846	825	+ 75	+ 0.30	+ 83	+ 0 33		900		+ 0.08	
205	Aug. 9/10.	60	+ 24.6	704	686	— 64	— 0.26	— 56	— 0.22		676		+ 0.03	
206	16/17.	62	+ 21.4	814	798	+ 48	+ 0.19	+ 56	+ 0.22		361		+ 0.13	
207	Sept. 19/20.	72	+ 19.6	712	697	— 53	— 0.21	— 45	— 0.18		441		+ 0.35	
208	Okt. 15/16.	79	+ 11.9	774	765	+ 15	+ 0.06	+ 23	+ 0.09		36		+ 0.16	
209	28/29.	82	+ 10.5	778	770	+ 20	+ 0.08	+ 28	+ 0.11		64		— 0.24	
210	Nov. 22/23.	89	+ 5.2	718	714	— 36	— 0.14	— 28	— 0.11		196		+ 0.68	
211	Dez. 4/5.	92	+ 3.8	828	825	+ 75	+ 0.30	+ 83	+ 0.33		900		+ 0.02	
212	15/16.	95	0.0	806	806	+ 56	+ 0.22	+ 64	+ 0.26		484		+ 0.24	
	1902													
213	Febr. 9/10.	12.11	+ 2.8	47.9745	47.9743	— 22	— 0.09	+ 1	0.00		81		— 0.04	
214	23/24.	15	+ 5.2	800	796	+ 31	+ 0.12	+ 54	+ 0.22		144		— 0.08	
215	März 3/4.	17	+ 5.0	724	720	— 45	— 0.18	— 22	— 0.09		324		— 0.38	
216	13/14.	20	+ 6.6	726	721	— 44	— 0.18	— 21	— 0.08		324		0.00	
217	April 9/10.	27	+ 13 3	806	796	+ 31	+ 0.12	+ 54	+ 0.22		144		+ 0.40	
218	18/19.	30	+ 18.5	708	694	— 71	— 0.28	— 48	— 0.19		784		+ 0.05	
219	27/28.	32	+ 12.7	780	770	+ 5	+ 0.02	+ 28	+ 0.11		4		— 0.09	
220	Mai 27/28.	40	+ 13.0	753	743	— 22	— 0.09	+ 1	0.00	″ + 0.09	81	″ ± 0.17	+ 0.17	— 0
221	Juni 18/19.	46	+ 19.8	757	742	— 23	— 0.09	0	0.00		81		— 0.46	
222	26/27.	48	+ 22.1	824	807	+ 42	+ 0.17	+ 65	+ 0.26		289		— 0.25	
223	Juli 14/15.	53	+ 25.3	840	821	+ 56	+ 0.23	+ 79	+ 0.32		529		— 0.33	
224	Aug. 22/23.	64	+ 22.0	808	792	+ 27	+ 0.11	+ 50	+ 0.20		121		— 0.27	
225	Sept. 1/2.	67	+ 25.4	838	819	+ 54	+ 0.22	+ 77	+ 0.31		484		— 0.24	
226	19/20.	72	+ 14.4	726	715	— 50	— 0.20	— 27	— 0.11		400		+ 0.65	
227	Nov. 4/5.	84	+ 7.3	802	797	+ 32	+ 0.13	+ 55	+ 0.22		169		— 0.03	

Anlage V.

Messungen des Sonnen-Durchmessers mit und ohne Reversions-Prisma.

1) Beobachter: Schur.

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst.Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.			R.S.Bl.
1897	h m																
t 15/16.	12 4.6	745 + 13	+ 14.0	21.45	21.50	− 0.05	48.1431	− 71	− 2	− 9	− 54	+ 424	− 9	48.1710	*p*	*m*	3 3 3
	8.6		14.8	46		− 0.04	1513	− 71	− 2	− 7	− 57	424	− 9	1791		*o*	
	13.1		15.6	47		− 0.03	1520	− 71	− 2	− 5	− 60	318	− 9	1691	*a*	*o*	
	17.1		16.3	49		− 0.01	1591	− 71	− 2	− 2	− 62	310	− 9	1755		*m*	
	21.6		16.9	50		0.00	1548	− 71	− 2	0	− 65	300	− 9	1701	*a*	*m*	
	25.1		17.6	51		+ 0.01	1526	− 71	− 2	+ 2	− 67	293	− 9	1672		*o*	
	29.4		18.1	52		+ 0.02	1479	− 71	− 2	+ 3	− 69	424	− 9	1752	*p*	*o*	
	33.6	+ 14	18.7	53		+ 0.03	1422	− 71	− 2	+ 5	− 72	425	− 9	1698		*m*	
t. 27/28.	13 1.2	758 + 5	+ 7.0	21.31	21.26	+ 0.05	48.2955	− 65	+ 3	+ 9	− 27	396	− 9	48.3262	*a*	*m*	2 2 2
	6.2		8.3	34		+ 0.08	3018	− 65	+ 3	+ 14	− 32	381	− 9	3310		*o*	
	15.2		9.1	35		+ 0.09	2829	− 65	+ 3	+ 16	− 35	597	− 9	3336	*p*	*o*	
	20.2		9.6	36		+ 0.10	2763	− 65	+ 3	+ 18	− 37	597	− 9	3270		*m*	
	24.2		10.0	37		+ 0.11	2814	− 65	+ 3	+ 19	− 38	597	− 9	3321	*p*	*m*	
	28.2		10.1	37		+ 0.11	3013	− 65	+ 3	+ 19	− 38	598	− 9	3521		*o*	
	32.2		10.6	38		+ 0.12	3101	− 65	+ 3	+ 21	− 40	314	− 9	3325	*a*	*o*	
	36.2	+ 6	11.1	39		+ 0.13	3034	− 65	+ 3	+ 23	− 42	305	− 9	3249		*m*	
ov. 25/26.	15 8.3	761 − 5	− 0.8	21.16	21.12	+ 0.04	48.6041	− 65	− 1	+ 7	+ 3	500	− 6	48.6479	*a*	*m*	3 3 3
	12.8		0.0	18		+ 0.06	6048	− 65	− 1	+ 11	0	473	− 6	6460		*o*	
	17.8		+ 0.6	19		+ 0.07	5069	− 69	0	+ 12	− 2	1389	− 6	6393	*p*	*o*	
	21.8		1.1	20		+ 0.08	5054	− 69	0	+ 14	− 4	1385	− 6	6374		*m*	
	26.8		1.4	21		+ 0.09	4957	− 67	0	+ 16	− 5	1376	− 6	6271	*p*	*m*	
	30.8		1.6	21		+ 0.09	5284	− 67	0	+ 16	− 6	1374	− 6	6595		*o*	
	34.8		1.8	22		+ 0.10	6133	− 65	− 2	+ 18	− 7	375	− 6	6446	*a*	*o*	
	38.8	− 3	2.0	22		+ 0.10	6092	− 65	− 2	+ 18	− 8	360	− 6	6389		*m*	
1898																	
ärz 12/13.	21 42.5	747 + 4	+ 5.9	21.29	20.20	+ 0.09	48.2421	− 65	+ 4	+ 16	− 23	137	− 11	48.2479	*a*	*o*	2 2 2
	46.5		6.9	31		+ 0.11	2450	− 65	+ 4	+ 19	− 27	138	− 11	2508		*m*	
	50.0		7.7	32		+ 0.12	2061	− 65	+ 4	+ 21	− 30	494	− 11	2474	*p*	*m*	
	54.5		7.9	33		+ 0.13	2386	− 65	+ 4	+ 23	− 31	484	− 11	2790		*o*	
	59.5		8.5	34		+ 0.14	2154	− 65	+ 4	+ 25	− 33	473	− 11	2547	*p*	*o*	
	22 3.5		9.6	36		+ 0.16	2219	− 65	+ 4	+ 28	− 37	465	− 11	2603		*m*	
	8.5		10.3	38		+ 0.18	2428	− 65	+ 4	+ 32	− 39	142	− 11	2491	*a*	*m*	
	12.5	748 + 5	10.6	38		+ 0.18	2499	− 65	+ 4	+ 32	− 40	143	− 11	2561		*o*	

Tag	Sternzeit	Bar.	Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.			R.
1898	h m																	
Juni 11/12.	2 55.1	749	+ 20	+ 22.7	21.61	21.62	— 0.01	47.2228	— 74	+ 4	— 2	— 85	+ 199	— 16	47.2254	*p*	*m*	3
	58.6			23.6	63		+ 0.01	2546	— 74	+ 4	+ 2	— 89	197	— 16	2570		*o*	
	3 3.6			24.5	65		+ 0.03	2389	— 74	+ 4	+ 5	— 92	140	— 16	2356	*a*	*o*	
	7.6			25.3	66		+ 0.04	2491	— 74	+ 4	+ 7	— 96	143	— 16	2459		*m*	
	11.6			25.8	67		+ 0.05	2484	— 74	+ 4	+ 9	— 98	138	— 17	2446	*a*	*m*	
	15.6			25.9	67		+ 0.05	2491	— 74	+ 4	+ 9	— 98	136	— 17	2451		*o*	
	19.6			26.4	68		+ 0.06	2428	— 74	+ 4	+ 10	— 100	187	— 17	2438	*p*	*o*	
	25.1		+ 21	27.7	70		+ 0.08	2410	— 74	+ 4	+ 14	— 104	185	— 17	2418		*m*	
Aug. 5/6.	6 0.1	747	+ 21	+ 21.8	21.60	21.60	0.00	47.3174	— 74	+ 3	0	— 83	232	— 13	47.3239	*a*	*m*	3
	4.1			22.5	61		+ 0.01	3283	— 74	+ 3	+ 2	— 85	227	— 13	3343		*o*	
	9.1			23.8	64		+ 0.04	3338	— 69	+ 2	+ 7	— 90	199	— 13	3374	*p*	*o*	
	12.1			24.8	65		+ 0.05	3206	— 69	+ 3	+ 9	— 94	197	— 13	3239		*m*	
	16.1			25.4	66		+ 0.06	3174	— 74	+ 3	+ 10	— 97	195	— 14	3197	*p*	*m*	
	19.1			25.4	66		+ 0.06	3241	— 74	+ 3	+ 10	— 97	194	— 14	3263		*o*	
	22.6			25.8	67		+ 0.07	3226	— 69	+ 3	+ 12	— 98	206	— 14	3266	*a*	*o*	
	27.1		+ 22	26.6	68		+ 0.08	3207	— 69	+ 3	+ 14	— 101	201	— 14	3241		*m*	
Aug. 13/14.	6 43.8	751	+ 22	+ 23.1	21.62	21.49	+ 0.13	47.3786	— 74	+ 2	+ 23	— 87	205	— 13	47.3842	*p*	*m*	3
	47.3			23.5	63		+ 0.14	3924	— 74	+ 2	+ 24	— 89	203	— 13	3977		*o*	
	51.3			24.1	64		+ 0.15	3807	— 74	+ 2	+ 26	— 91	223	— 13	3880	*a*	*o*	
	56.8			25.0	65		+ 0.16	3813	— 74	+ 2	+ 28	— 95	217	— 13	3878		*m*	
	7 2.3			26.1	67		+ 0.18	3943	— 74	+ 1	+ 31	— 99	210	— 13	3999	*a*	*m*	
	6.3			26.8	69		+ 0.20	3905	— 74	+ 2	+ 35	— 102	205	— 13	3958		*o*	
	11.3			27.6	70		+ 0.21	4018	— 69	+ 1	+ 36	— 105	195	— 13	4063	*p*	*o*	
	14.3		+ 23	28.0	71		+ 0.22	3821	— 69	+ 2	+ 38	— 106	195	— 13	3868		*m*	
Nov. 4/5.	13 29.6	746	+ 6	+ 6.8	21.31	21.20	+ 0.11	48.3506	— 67	0	+ 20	— 26	742	— 8	48.4167	*p*	*m*	
	31.6			7.0	31		+ 0.11	3709	— 67	0	+ 20	— 27	740	— 8	4367		*o*	
	38.1			7.8	33		+ 0.13	3997	— 65	0	+ 23	— 30	399	— 8	4316	*a*	*o*	
	41.6			8.4	34		+ 0.14	3883	— 65	0	+ 25	— 33	389	— 8	4191		*m*	
	45.6			9.0	36		+ 0.15	3954	— 65	0	+ 27	— 35	376	— 8	4249	*a*	*m*	
	49.6			9.6	36		+ 0.16	4047	— 65	0	+ 28	— 37	364	— 8	4329		*o*	
	53.6			10.1	37		+ 0.17	3746	— 65	0	+ 30	— 39	732	— 8	4396	*p*	*o*	
	56.6	745	+ 6	10.4	38		+ 0.18	3688	— 65	0	+ 32	— 40	733	— 8	4340		*m*	
1899																		
März 10/11.	22 2.7	755	+ 5	+ 5.2	21.29	21.34	— 0.05	48.2294	— 65	+ 3	— 9	— 24	468	— 11	48.2658	*p*	*m*	2
	7.2			7.0	31		— 0.03	2537	— 65	+ 3	— 5	— 27	466	— 11	2898		*o*	
	11.7			7.9	33		— 0.01	2828	— 65	+ 3	— 2	— 31	147	— 11	2869	*a*	*o*	
	14.7			8.5	34		0.00	2724	— 65	+ 3	0	— 33	148	— 11	2766		*m*	
	19.7		+ 6	9.2	35		+ 0.01	2673	— 65	+ 3	+ 2	— 36	149	— 11	2715	*a*	*m*	
	22.7			9.5	36		+ 0.02	2789	— 65	+ 3	+ 3	— 37	151	— 11	2833		*o*	
	27.2			10.0	37		+ 0.03	2648	— 69	+ 3	+ 5	— 38	432	— 11	2970	*p*	*o*	
	30.7			10.5	38		+ 0.04	2449	— 69	+ 3	+ 7	— 40	422	— 11	2761		*m*	
März 14/15.	22 6.1	758	+ 6	+ 8.6	21.34	21.30	+ 0.04	48.2389	— 65	+ 4	+ 7	— 33	141	— 12	48.2431	*a*	*m*	3
	10.6			9.4	36		+ 0.06	2388	— 65	+ 4	+ 11	— 36	142	— 12	2432		*o*	
	15.1			10.1	37		+ 0.07	2203	— 71	+ 3	+ 12	— 38	443	— 12	2534	*p*	*o*	
	18.6		7	10.6	38		+ 0.08	1994	— 71	— 3	+ 14	— 41	436	— 12	2327		*m*	
	26.6		7	11.9	41		+ 0.11	2039	— 71	— 3	+ 19	— 46	424	— 12	2350	*p*	*m*	
	32.6			12.9	43		+ 0.13	2158	— 71	— 3	+ 23	— 50	412	— 12	2451		*o*	
	37.6			13.6	44		+ 0.14	2499	— 71	— 4	+ 25	— 52	148	— 12	2533	*a*	*o*	
	41.6		+ 8	14.0	45		+ 0.15	2280	— 71	— 4	+ 26	— 54	149	— 12	2314		*m*	
Juni 1/2.	1 58.2	753	+ 17	+ 19.3	21.55	21.59	— 0.04	47.2958	— 74	+ 2	— 7	— 73	224	— 15	47.3015	*p*	*m*	3
	2 2.2		17	20.4	57		— 0.02	3138	— 74	+ 1	— 3	— 78	221	— 15	3190		*o*	
	8.2		18	21.6	59		0.00	3217	— 74	+ 1	0	— 82	140	— 16	3186	*a*	*o*	
	11.7		18	22.1	60		+ 0.01	3086	— 74	+ 2	+ 2	— 84	139	— 16	3055		*m*	
	17.2		18	22.5	61		+ 0.02	2967	— 74	+ 2	+ 3	— 85	138	— 16	2935	*a*	*m*	
	29.2		19	22.5	61		+ 0.02	3204	— 74	+ 1	+ 3	— 85	134	— 16	3167		*o*	
	43.7		20	23.7	63		+ 0.04	3058	— 74	+ 2	+ 7	— 90	194	— 17	3080	*p*	*o*	
	48.7		+ 20	25.3	66		+ 0.07	2880	— 74	+ 2	+ 12	— 96	192	— 17	2899		*m*	

Tag	Sternzeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.			R.S.Bl.
1899	h m																
r 20/21.	2 50.3	738 + 22	+ 23.9	21.64	21.70	— 0.06	47.2075	— 74	+ 2	— 10	— 90	+ 214	— 14	47.2103	*p*	*m*	3 3 3
	2 54.3		24.6	65		— 0.05	2184	— 74	+ 2	— 9	— 92	211	— 14	2208		*o*	
	2 59.3		25.3	66		— 0.04	2218	— 74	+ 2	— 7	— 95	156	— 14	2186	*a*	*o*	
	3 3.3		25.9	67		— 0.03	2034	— 74	+ 2	— 5	— 98	154	— 14	1999		*m*	
	8.3	+ 23	26.5	68		— 0.02	2088	— 69	+ 2	— 3	— 100	151	— 15	2054	*a*	*m*	
	10.8		26.8	69		— 0.01	2202	— 69	+ 2	— 2	— 101	151	— 15	2168		*o*	
	15.3		27.1	69		— 0.01	2185	— 69	+ 2	— 2	— 102	197	— 15	2196	*p*	*o*	
	19.3		27.4	70		0.00	2015	— 69	+ 2	0	— 103	195	— 16	2024		*m*	
r 0/1.	3 41.6	744 + 17	+ 18.0	21.52	21.50	+ 0.02	47.1862	— 61	— 2	+ 3	— 68	205	— 14	47.1925	*p*	*m*	2 3 3
	3 45.6		18.9	54		+ 0.04	2079	— 74	— 2	+ 7	— 71	202	— 14	2127		*o*	
	3 50.6		19.7	55		+ 0.05	2067	— 72	— 2	+ 9	— 73	165	— 15	2079	*a*	*o*	
	3 54.6		20.4	57		+ 0.07	1853	— 72	— 2	+ 12	— 76	163	— 15	1863		*m*	
	3 58.6	+ 18	20.8	58		+ 0.08	2061	— 56	— 2	+ 14	— 78	160	— 15	2084	*a*	*m*	
	4 2.6		21.0	58		+ 0.08	1824	— 56	— 2	+ 14	— 79	158	— 15	1844		*o*	
	4 6.6		21.3	59		+ 0.09	1908	— 56	— 2	+ 15	— 80	191	— 16	1960	*p*	*o*	
	4 10.6		21.5	59		+ 0.09	1819	— 56	— 2	+ 15	— 81	189	— 16	1868		*m*	
Ju 11/12.	4 33.5	748 + 23	+ 27.5	21.70	21.79	— 0.09	47.2020	— 56	— 2	— 15	— 104	175	— 14	47.2004	*a*	*m*	3 3 3
	37.5		28.5	72		— 0.07	2209	— 56	— 2	— 12	— 107	172	— 14	2190		*o*	
	42.5	24	28.8	73		— 0.06	2285	— 72	+ 2	— 10	— 108	189	— 15	2267	*p*	*o*	
	46.0		28.8	73		— 0.06	1972	— 66	+ 2	— 10	— 108	188	— 15	1963		*m*	
	50.5		29.2	73		— 0.06	1976	— 69	+ 2	— 10	— 110	186	— 15	1960	*p*	*m*	
	54.5	+ 25	29.6	74		— 0.05	2012	— 56	— 2	— 9	— 111	184	— 15	2003		*o*	
	59.5		29.8	75		— 0.04	2046	— 72	— 2	— 7	— 112	158	— 16	1995	*a*	*o*	
	5 4.0		29.7	75		— 0.04	2012	— 72	— 2	— 7	— 112	156	— 16	1959		*m*	
1900																	
Aj 20/21.	23 46.9	759 + 16	+ 17.5	21.51	21.52	— 0.01	47.7354	— 66	— 2	— 2	— 67	131	— 14	47.7333	*a*	*m*	2 2 2
	23 50.9		19.3	55		+ 0.03	7514	— 66	— 2	+ 5	— 73	131	— 14	7495		*o*	
	23 55.9		20.5	57		+ 0.05	7247	— 74	— 2	+ 9	— 78	275	— 14	7363	*p*	*o*	
	23 59.8		21.3	59		+ 0.07	7111	— 74	— 2	+ 12	— 81	271	— 14	7223		*m*	
	0 4.8		21.8	60		+ 0.08	7162	— 66	— 2	+ 14	— 83	266	— 14	7277	*p*	*m*	
	0 8.8		21.8	60		+ 0.08	7202	— 74	— 2	+ 14	— 83	262	— 14	7305		*o*	
	0 14.8		21.9	60		+ 0.08	7474	— 74	— 2	+ 14	— 84	131	— 14	7445	*a*	*o*	
	0 18.8	+ 18	22.0	60		+ 0.08	7394	— 74	— 2	+ 14	— 84	131	— 14	7365		*m*	
Ju 13/14.	4 57.8	748 + 23	+ 21.0	21.58	21.68	— 0.10	47.2143	— 72	— 2	— 17	— 79	164	— 16	47.2121	*a*	*m*	3 3 3
	5 1.8		21.2	58		— 0.10	2301	— 74	+ 2	— 17	— 80	162	— 16	2278		*o*	
	6.8		21.4	59		— 0.09	2108	— 66	+ 2	— 15	— 81	184	— 16	2116	*p*	*o*	
	10.3		22.1	60		— 0.08	2159	— 72	— 2	— 14	— 83	183	— 16	2155		*m*	
	15.3	+ 24	23.2	62		— 0.06	2047	— 72	— 2	— 10	— 87	181	— 16	2041	*p*	*m*	
	19.3		24.1	64		— 0.04	2233	— 72	— 2	— 7	— 90	180	— 16	2226		*o*	
	23.8		25.6	66		— 0.02	2129	— 72	— 2	— 3	— 97	151	— 16	2094	*a*	*o*	
	28.8		25.9	67		— 0.01	2146	— 71	— 2	— 2	— 98	149	— 16	2106		*m*	
Ok 8/9.	11 33.2	756 + 16	+ 17.0	21.51	21.50	+ 0.01	48.0399	— 71	0	+ 2	— 65	362	— 10	48.0617	*p*	*m*	
	37.2		17.5	51		+ 0.01	0538	— 71	0	+ 2	— 67	362	— 10	0754		*o*	
	42.2		18.4	53		+ 0.03	0664	— 71	0	+ 5	— 71	285	— 10	0802	*a*	*o*	
	45.7	17	18.7	53		+ 0.03	0572	— 71	0	+ 5	— 72	280	— 10	0704		*m*	
	54.2		20.1	56		+ 0.06	0510	— 71	0	+ 11	— 77	265	— 10	0628	*a*	*m*	
	58.2		20.8	58		+ 0.08	0564	— 71	0	+ 14	— 80	259	— 10	0676		*o*	
	12 6.2		21.7	59		+ 0.09	0446	— 71	0	+ 16	— 83	363	— 10	0661	*p*	*o*	
	12 9.7	+ 18	21.9	60		+ 0.10	0443	— 71	0	+ 18	— 84	365	— 10	0661		*m*	

2) Beobachter: Ambronn.

Tag	Stern-zeit	Bar.	Th.	Inst.Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	Mittel
1898	h m	mm	°	°												
Juli 27/28.	5 48	748	+ 16.5	+ 16.4	21.81	21.90	− 0.09	47.2772	— 69	+ 4	— 14	— 70	+ 190	— 15	47.2798	47.2714 a.
	54			19.9	90		0	2664	— 69	+ 4	0	— 80			2694	47.2685 a.
	6 1			20.6	91		+ 1	2620	— 74	+ 4	+ 2	— 88	184		2633	47.2618 p.
	5			20.9	92		+ 2	2680	— 74	+ 4	+ 3	— 89			2693	47.2678 p.
	11			21.3	93		+ 3	2643	— 69	+ 4	+ 5	— 90	186		2664	$(m-o)_a$ — 2
	16			22.1	95		+ 5	2584	— 69	+ 4	+ 8	— 94			2604	$(m-o)_p$ — 6
	25			22.6	96		+ 6	2682	— 74	+ 4	+ 10	— 96	164		2675	
	29		+ 18.5	22.5	96		+ 6	2636	— 74	+ 4	+ 10	— 96			2629	
Aug. 18/19.	8 30	752	+ 22.2	24 5	22.01	22.00	+ 1	47.4314	— 74	+ 1	+ 2	— 105	193	— 15	47.4316	47.4184 a.
	33			25.0	02		+ 2	4290	— 74	+ 1	+ 3	107			4291	4340 a.
	37			26.0	05		+ 5	4392	— 74	+ 1	+ 8	112	160		4360	4386 p.
	40			26.5	06		+ 6	4291	— 74	+ 1	+ 10	114			4259	4244 p.
	44			27.0	07		+ 7	4140	— 69	+ 2	+ 11	116	155		4108	$(m-o)_a$ — 1
	49			27.5	08		+ 8	4352	— 69	+ 1	+ 13	118			4319	$(m-o)_p$ — 1
	55			28.5	11		+ 11	4466	— 69	+ 1	+ 18	122	191		4470	
	58		+ 26.0	29 0	12		+ 12	4169	— 69	+ 2	+ 19	124			4173	
Aug. 19/20.	7 39	750.5	+ 23.3	24.5	22.01	22.05	— 4	47.4473	— 69	+ 1	— 7	— 105	199	— 14	47.4478	47.4446 a.
	44			26.0	05		0	4345	— 69	+ 1	0	112			4350	4376 a.
	49			27.0	07		+ 2	4465	— 69	+ 1	+ 3	116	194		4464	4327 p.
	54			27.5	08		+ 3	4511	— 69	+ 1	+ 5	118			4510	4461 p.
	58			28 3	10		+ 5	4395	— 74	+ 1	+ 8	121	187		4382	$(m-o)_a$ — 7
	8 3			28.5	11		+ 6	4301	— 74	+ 1	+ 10	122			4289	$(m-o)_p$ — 1
	9			29.0	12		+ 7	4311	— 74	+ 1	+ 11	124	193		4304	
	13		+ 25.0	29.5	13		+ 8	4452	— 74	+ 1	+ 13	127			4444	
Aug. 26/27.	7 21	749.4	+ 20.0	19.6	21.89	22.00	— 11	57.4982	— 74	0	— 18	— 83	288	— 12	47.5083	47.5098 a.
	25			20.1	90		— 10	4888	— 74	0	— 16	85	284		4985	4992 a.
	28			20.7	91		— 9	5050	— 69	0	— 15	88	228		5094	5032 p.
	33			22.2	95		— 5	5078	— 69	0	— 8	94	224		5119	5130 p.
	37			22.9	97		— 3	5112	— 74	0	— 5	97	218		5142	$(m-o)_a$ — 1
	42			23.0	97		— 3	4945	— 74	0	— 5	98	214		4970	$(m-o)_p$ — 9
	48			23.2	98		— 2	4937	— 69	0	— 3	99	245		4999	
	53	749.1	+ 22.5	23.6	99		— 1	5058	— 69	0	— 2	101	240		5114	
Sept. 7/8.	8 18	752.2	+ 17.5	19.0	21.87	22.00	— 13	47.6335	— 74	— 2	— 21	— 81	328	— 11	47.6474	47.6482 a.
	21			19.6	89		— 11	6357	— 74	— 2	— 18	83			6497	6581 a.
	27			21.0	92		— 8	6568	— 69	— 2	— 13	89	240		6624	6583 p.
	30			22.0	95		— 5	6444	— 69	— 2	— 8	94			6500	6548 p.
	37			23.1	97		— 3	6549	— 74	— 2	— 5	98	236		6595	$(m-o)_a$ — 9
	40			23.3	98		— 2	6495	— 74	— 2	— 3	99			6542	$(m-o)_p$ — 3
	47			23.8	99		— 1	6584	— 69	— 2	— 2	100	265		6665	
	51		+ 21.0	24.5	22.01		+ 1	6410	— 69	— 2	+ 2	104			6491	
Sept. 8/9.	9 11	750.4	+ 23.0	23.5	21.98	22.00	— 2	47.6548	— 69	— 3	— 3	— 100	236	— 12	47.6597	47.6650 a.
	14			24.5	22.01		+ 1	6602	— 69	— 3	+ 2	104			6652	6594 a.
	17			25.0	02		+ 2	6482	— 74	— 3	+ 3	106	227		6517	6523 p.
	19			25.5	03		+ 3	6627	— 74	— 3	+ 5	108			6662	6666 p.
	23			26.1	05		+ 5	6630	— 69	— 3	+ 8	111	226		6669	$(m-o)_a$ — 5
	33			27.1	07		+ 7	6491	— 69	— 3	+ 11	115			6529	$(m-o)_p$ — 1
	40			27.3	08		+ 8	6528	— 74	— 3	+ 13	116	200		6536	
	44		+ 26.0	27.2	08		+ 8	6694	— 74	— 3	+ 13	116			6702	

	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg.	Oc. St.	Temp.	Refr.	Parall.	Durchm.	Mittel	R. S.
	h m	mm	°													
0/1.	2 46	755.3 + 17.0	+ 18.0	21.85	21.90	— 0.05	47.3012	— 69	+ 3	— 8	— 77	+ 133	— 17	47.2977	47.2990 a m	
	50		20.8	91		+ 1	3100	— 69	+ 3	+ 2	— 88			3064	2996 a o	
	54		21.5	93		+ 3	3088	— 69	+ 3	+ 3	— 91	190		3117	3092 p o	
	58		23.6	98		+ 8	2792	— 69	+ 4	+ 13	— 100			2813	2876 p m	2.3; 2.3
	3 4		25 0	22.02		+ 12	2922	— 69	+ 3	+ 19	— 106	186		2938	$(m-o)_a$ — 6	
	8		24.7	01		+ 11	3052	— 69	+ 3	+ 18	— 105			3068	$(m-o)_p$ — 216	
	12		24.5	01		+ 11	2968	— 69	+ 3	+ 18	— 104	129		2928		
	16	+ 18.5	25.5	03		+ 13	3044	— 69	+ 3	+ 21	— 108			3003		
7/8.	2 38	754.5 + 15.5	+ 18.8	21.87	21.90	— 3	47.2481	— 69	+ 4	— 5	— 80	207	— 14	47.2524	47.2575 p m	
	42		20.0	90		0	2776	— 69	+ 4	0	— 85			2819	2768 p o	
	47		21.0	92		+ 2	2706	— 69	+ 4	+ 3	— 89	140		2681	2678 a o	
	50		23.0	97		+ 7	2604	— 69	+ 4	+ 11	— 98			2578	2630 a m	3; 2.3
	55		24.0	22.00		+ 10	2710	— 69	+ 4	+ 16	— 102	137		2682	$(m-o)_a$ — 48	
	4 0		24.5	01		+ 11	2702	— 69	+ 4	+ 18	— 104			2674	$(m-o)_p$ — 193	
	7		25.0	02		+ 12	2691	— 69	+ 4	+ 19	— 106	192		2717		
	11	+ 17.0	25.5	03		+ 13	2600	— 69	+ 4	+ 21	— 108			2626		
2/13.	4 51	746.4 + 25.0	+ 26.0	22.05	22.10	— 5	47.2074	— 56	— 3	— 8	— 110	139	— 17	47.2019	47.1992 a o	
	55		27.0	07		— 3	1887	— 56	— 3	— 5	— 114			1831	1858 a m	
	59		28.0	10		0	1950	— 56	— 3	0	— 119	169		1924	1885 p m	
	5 2		28.5	11		+ 1	2000	— 56	— 3	+ 2	— 121			1974	2012 p o	2.3; 2
	5		28.5	11		+ 1	2077	— 56	— 3	+ 2	— 121	168		2050	$(m-o)_a$ — 134	
	9		29.0	12		+ 2	1874	— 56	— 3	+ 3	— 123			1846	$(m-o)_p$ — 127	
	13		29.5	13		+ 3	1950	— 56	— 3	+ 5	— 125	132		1886		
	17	+ 27.0	29.5	14		+ 4	2029	— 56	— 3	+ 6	— 125			1966		
4/15.	6 51	750.7 + 20.5	+ 22.5	21.96	22.00	— 4	47.3858	— 69	+ 2	— 7	— 96	202	— 14	47.3877	47.3850 p o	3; 2.3
	56		23.0	97		— 3	3734	— 69	+ 2	— 5	— 98			3752	3784 p m	
	7 1		24.8	22.02		+ 2	3810	— 74	+ 2	+ 3	— 106	218		3839	3811 a m	
	5		25.3	03		+ 3	3958	— 74	+ 2	+ 5	— 108			3987	3934 a o	3; 2.3
	10		26.0	05		+ 5	3859	— 69	+ 2	+ 8	— 111	206		3881	$(m-o)_a$ — 123	
	16		26.5	06		+ 6	3761	— 69	+ 2	+ 10	— 113			3783	$(m-o)_p$ — 66	3; 2.3
	24		27.0	07		+ 7	3808	— 69	+ 2	+ 11	— 115	192		3815		etwas dunstig
	28	+ 22.5	27.5	08		+ 8	3817	— 69	+ 2	+ 13	— 117			3824		3; 2.3
29/30.	7 57	747.5 + 20.0	+ 22.5	21.96	22.00	— 4	47.5424	— 74	— 1	— 6	— 96	218	— 13	47.5452	47.5464 p o	2.3; 2
	8 0		23.0	97		— 3	5346	— 74	— 1	— 5	— 98			5373	5372 p m	
	4		23.5	98		— 2	5184	— 74	0	— 3	— 100	246		5240	5291 a m	
	7		24.0	22.00		0	5370	— 74	— 1	0	— 102			5426	5490 a o	
	12		25.0	02		+ 2	5504	— 69	— 1	+ 3	— 106	235		5553	$(m-o)_a$ — 199	2; 2
	15		26.0	05		+ 5	5293	— 69	— 1	+ 8	— 111			5342	$(m-o)_p$ — 92	
	19		26.5	06		+ 6	5345	— 69	— 1	+ 10	— 113	211		5370		
	22	+ 21.0	26.8	07		+ 7	5451	— 69	— 1	+ 11	— 114			5476		
5/6.	8 17	747.1 + 21.0	+ 23.0	21.97	21.90	+ 7	47.6114	— 74	— 2	+ 11	— 98	234	— 12	47.6173	47.6174 p m	
	21		23.5	98		+ 8	6130	— 74	— 2	+ 13	— 100			6189	6226 p o	
	26		24.0	22.00		+ 10	6049	— 74	— 2	+ 16	— 102	230		6105	6116 a o	
	32		24.2	01		+ 11	6020	— 74	— 2	+ 18	— 103			6077	6112 a m	2.3; 2
	37		25.5	04		+ 14	6090	— 69	— 2	+ 23	— 108	226		6148	$(m-o)_a$ — 4	
	42		26.0	05		+ 15	6070	— 69	— 2	+ 25	— 111			6127	$(m-o)_p$ — 52	
	47		26.5	06		+ 16	6210	— 69	— 2	+ 26	— 113	224		6264		
	50	+ 23.0	27.0	07		+ 17	6120	— 69	— 2	+ 28	— 115			6174		
21/22.	1 7	748 + 18.5	+ 18.0	21.85	21.96	— 11	47.3698	— 66	+ 2	— 18	— 76	242	— 15	47.3767	47.3756 p m	
	12		18.5	86		— 10	3768	— 66	+ 2	— 16	— 78	240		3835	3824 p o	
	17		19.5	88		— 8	3826	— 66	+ 2	— 13	— 83	135		3786	3781 a o	
	22		20.2	90		— 6	3788	— 74	+ 2	— 10	— 85	135		3743	3734 a m	2.3; 2
	28		20.8	92		— 4	3772	— 74	+ 2	— 6	— 88	134		3725	$(m-o)_a$ — 47	
	33		21.5	94		— 2	3824	— 74	+ 2	— 3	— 91	133		3776	$(m-o)_p$ — 68	
	40		22.5	96		0	3774	— 69	+ 2	0	— 95	216		3813		
	44	+ 20.5	23.5	98		+ 2	3712	— 69	+ 2	+ 3	— 100	212		3745		

Tag	Stern-zeit	Bar. Th.	Inst. Tp.	N	O	$N-O$	Messung	Th. F.	Gg	Oc. St.	Temp.	Refr.	Pa-rall.	Durchm.	Mittel
1900	h m	mm °	°												
Juni 4/5.	2 53	743.0 + 25.0	+ 27.0	22.07	22.10	— 0.03	47.2692	— 69	+ 4	— 5	— 115	+ 187	— 16	47.2706	47.2692 p
	57		28.3	11		+ 1	2814	— 69	+ 4	+ 2	— 120			2826	2842 p
	2		29.0	12		+ 2	2884	— 74	+ 4	+ 3	— 123	127		2963	2946 a
	7		29.2	12		+ 2	2768	— 74	+ 4	+ 3	— 124			2848	2886 a
	13		29.5	13		+ 3	2844	— 74	+ 4	+ 5	— 125	126		2924	$(m-o)_a$ — 6
	17		29.3	13		+ 3	2849	— 74	+ 4	+ 5	— 124			2928	$(m-o)_p$ — 15
	23		29.5	13		+ 3	2835	— 66	+ 4	+ 5	— 125	175		2858	
	28	+ 27.0	30.0	15		+ 5	2656	— 66	+ 4	+ 8	— 127			2678	
Juni 11/12.	2 22	751.3 + 22.0	+ 23.5	21.98	21.85	+ 13	47.2455	— 72	— 4	+ 21	— 100	218	— 15	47.2503	47.2492 p
	27		25.0	22.02		17	2284	— 69	+ 4	+ 27	— 106			2343	2330 p
	34		25.5	03		18	2329	— 74	+ 4	+ 29	— 108	146		2347	47.2369 a
	39		26.0	05		20	2574	— 74	+ 4	+ 32	— 110			2589	2522 a
	46		26.0	05		20	2443	— 66	+ 4	+ 32	— 110	143		2455	$(m-o)_a$ — 16
	50		26.0	05		20	2362	— 66	+ 4	+ 32	— 110			2374	$(m-o)_p$ — 16
	57		25.8	04		19	2278	— 66	+ 4	+ 30	— 109	196		2318	
	3 1	+ 23.0	25.5	03		18	2440	— 66	+ 4	+ 29	— 108			2480	
Juli 12/13.	4 24	745.5 + 21.0	+ 21.0	21.92	22.05	— 13	47.2097	— 72	— 3	— 21	— 89	181	— 14	47.2079	47.2004 a
	29		22.0	95		— 10	1970	— 72	— 3	— 16	— 93			1953	1930 a
	34		25.0	22.02		— 3	1958	— 56	— 3	— 5	— 106	193		1987	1966 p
	38		26.0	05		0	2165	— 56	— 3	0	— 110			2175	2140 p
	43		26.5	06		+ 1	2114	— 72	— 3	+ 2	— 112	192		2106	$(m-o)_a$ — 7
	47		26.0	05		0	1951	— 72	— 3	0	— 110			1944	$(m-o)_p$ — 17
	52		26.5	06		+ 1	1929	— 56	— 3	+ 2	— 112	162		1908	
	57	+ 23.5	27.5	08		+ 3	1951	— 56	— 3	+ 5	— 116			1929	
Juli 23/24.	6 43	750.0 + 22.0	+ 27.5	22.08	22.00	+ 8	47.2422	— 61	— 4	+ 13	— 116	144	— 15	47.2384	47.2418 a
	47		28.0	10		10	2508	— 61	— 4	+ 16	— 119			2468	2456 a
	53		28.5	11		11	2560	— 72	— 4	+ 18	— 121	173		2539	2454 p
	55		28.5	11		11	2402	— 72	— 4	+ 18	— 121			2381	2356 p
	59		30.0	15		15	2337	— 56	— 4	+ 24	— 127	172		2331	$(m-o)_a$ — 3
	7 2		30.5	16		16	2376	— 56	— 4	+ 26	— 129			2370	$(m-o)_p$ — 9
	8		30.5	16		16	2501	— 72	— 4	+ 26	— 130	136		2443	
	11	+ 23.0	31.0	17		17	2512	— 72	— 4	+ 27	— 132			2452	
Aug. 16/17.	7 4	748.8 + 22.5	+ 26.0	22.05	22.05	0	47.3897	— 74	+ 2	0	— 110	202	— 15	47.3902	47.3906 p
	8		26.5	06		+ 1	4107	— 74	+ 1	+ 2	— 112	201		4110	4105 p
	14		27.0	07		+ 2	4084	— 74	+ 1	+ 3	— 115	212		4096	4080 a
	19		27.5	08		+ 3	3922	— 74	+ 2	+ 5	— 117	210		3933	3907 a
	25		26.5	06		+ 1	3870	— 66	+ 2	+ 2	— 112	201		3881	$(m-o)_a$ — 17
	29		27.0	07		+ 2	4057	— 66	+ 1	+ 3	— 115	198		4063	$(m-o)_p$ — 14
	33		27.0	07		+ 2	4093	— 66	+ 1	+ 3	— 115	195		4096	
	36	+ 23.8	27.5	08		+ 3	4017	— 66	+ 1	+ 5	— 118	193		4017	
Aug. 29/30.	8 56	756.7 + 18.9	+ 22.5	21.96	22.00	— 4	47.5374	— 74	0	— 6	— 95	214	— 14	47.5399	47.5394 p
	9 1		23.0	97		— 3	5632	— 74	0	— 5	— 98	213		5654	5564 p
	6		23.5	98		— 2	5411	— 74	0	— 3	— 100	185		5405	5456 a
	9		24.0	22.00		0	5275	— 74	0	0	— 102	183		5268	5302 a
	13		25.0	00		0	5347	— 74	0	0	— 102	179		5336	$(m-o)_a$ — 15
	16		24.5	01		+ 1	5520	— 74	0	+ 2	— 104	177		5507	$(m-o)_p$ — 17
	22		25.0	02		+ 2	5446	— 66	0	+ 3	— 106	211		5474	
	26	+ 20.5	25.2	03		+ 3	5360	— 66	0	+ 5	— 107	210		5388	

Resultate der mit und ohne Prisma gemessenen Sonnendurchmesser.

Beobachter: Schur.

Lfd. Nr.	Datum	Polar Drchm. $(m-o)_p$	Aequat. Drchm. $(m-o)_a$	$lg\ R$	$\frac{p}{R}$	$\frac{a}{R}$	Mittel	$B-M$	$\frac{p-a}{R}$
	1897								
1	Okt. 15/16.	— 0.″27	+ 0.″19	9.998	— 0.″27	+ 0.″19	— 0.″04	+ 0.″36	— 0.″46
2	Okt. 27/28.	— 0.53	— 0.25	9.997	— 0.53	— 0.25	— 0.39	+ 0.01	— 0.28
3	Nov. 25/26.	— 0.69	— 0.08	9.994	— 0.70	— 0.08	— 0.39	+ 0.01	— 0.62
	1898								
4	März 12/13.	— 0.53	— 0.08	9.998	— 0.53	— 0.08	— 0.30	+ 0.09	— 0.45
5	Juni 11/12.	— 0.68	+ 0.20	0.007	— 0.67	+ 0.20	— 0.24	+ 0.16	— 0.87
6	Aug. 5/6.	— 0.20	— 0.26	0.006	— 0.20	— 0.26	— 0.23	+ 0.17	+ 0.06
7	13/14.	— 0.66	+ 0.08	0.005	— 0.66	+ 0.07	— 0.30	+ 0.10	— 0.73
8	Nov. 4/5.	— 0.51	— 0.41	9.996	— 0.51	— 0.41	— 0.46	— 0.06	— 0.10
	1899								
9	März 10/11.	— 0.90	— 0.44	9.998	— 0.90	— 0.44	— 0.67	— 0.27	— 0.46
10	14/15.	— 0.63	— 0.44	9.998	— 0.63	— 0.44	— 0.54	— 0.14	— 0.19
11	Juni 1/2.	— 0.71	— 0.73	0.006	— 0.70	— 0.72	— 0.71	— 0.31	+ 0.02
12	20/21.	— 0.55	— 0.61	0.007	— 0.54	— 0.60	— 0.57	— 0.17	+ 0.06
13	Juli 11/12.	— 0.44	— 0.70	0.007	— 0.44	— 0.70	— 0.57	— 0.17	+ 0.26
	1900								
14	April 20/21.	— 0.34	— 0.48	0.002	— 0.34	— 0.48	— 0.41	— 0.01	+ 0.14
15	Juli 13/14.	— 0.29	— 0.29	0.007	— 0.29	— 0.29	— 0.29	+ 0.11	0.00
16	Okt. 8/9.	— 0.28	— 0.29	9.999	— 0.28	— 0.29	— 0.28	+ 0.12	+ 0.01

Beobachter: Ambronn.

	1898								
1	Juli 27/28.	— 0.24	— 0.12	0.007	— 0.24	— 0.12	— 0.18	+ 0.24	— 0.12
2	Aug. 18/19.	— 0.54	— 0.62	0.005	— 0.54	— 0.61	— 0.58	— 0.16	+ 0.07
3	19/20.	— 0.54	— 0.28	0.005	— 0.54	— 0.28	— 0.41	+ 0.01	— 0.26
4	26/27.	— 0.40	— 0.42	0.004	— 0.40	— 0.42	— 0.41	+ 0.01	+ 0.02
5	Sept 7/8.	— 0.15	— 0.40	0.003	— 0.15	— 0.40	— 0.28	+ 0.14	+ 0.25
6	8/9.	— 0.57	— 0.22	0.003	— 0.57	— 0.22	— 0.40	+ 0.02	— 0.35
	1899								
7	Juni 0/1.	— 0.87	— 0.02	0.006	— 0.86	— 0.02	— 0.44	— 0.02	— 0.84
8	7/8.	— 0.77	— 0.19	0.007	— 0.76	— 0.19	— 0.48	— 0.06	— 0.57
9	Juli 12/13.	— 0.50	— 0.54	0.007	— 0.49	— 0.53	— 0.51	— 0.09	+ 0.04
10	Aug. 14/15.	— 0.27	— 0.46	0.005	— 0.27	— 0.46	— 0.36	+ 0.06	+ 0.19
11	29/30.	— 0.37	— 0.79	0.005	— 0.37	— 0.78	— 0.58	— 0.16	+ 0.41
12	Sept. 5/6.	— 0.21	— 0.02	0.003	— 0.21	— 0.02	— 0.12	+ 0.30	— 0.19
	1900								
13	Mai 21/22.	— 0.26	— 0.18	0.005	— 0.26	— 0.18	— 0.22	+ 0.20	— 0.08
14	Juni 4/5.	— 0.60	— 0.24	0.006	— 0.59	— 0.24	— 0.42	0	— 0.35
15	11/12.	— 0.64	— 0.64	0.007	— 0.63	— 0.63	— 0.63	— 0.21	0
16	Juli 12/13.	— 0.70	— 0.29	0.007	— 0.69	— 0.29	— 0.49	— 0.07	— 0.40
17	23/24.	— 0.40	— 0.15	0.007	— 0.40	— 0.15	— 0.28	+ 0.14	— 0.25
18	Aug. 16/17.	— 0.56	— 0.69	0.005	— 0.55	— 0.68	— 0.62	— 0.20	+ 0.13
19	29/30.	— 0.68	— 0.62	0.005	— 0.67	— 0.61	— 0.64	— 0.22	— 0.06

Anlage VI.

Messungen des Sonnendurchmessers am Fraunhofer'schen Heliometer.

Beobachter: Schur.

Tag	Richtung	Sternzeit h m	Inst. Tp.	Gem. Dist.	Inst. Corr.	Refr. + Parall.	Red. Durchm.	Mittel	Lg. d. Drchm. Log. d. Rad. Vect.	Durchm. in d. Entfg. 1	Abw. v. Mittel $(B-M)$	$p-a$	Bild R.S.
1892													
April 10/11.	p	23 57.0	+ 19.3	106.8791	— 420	+ 575	106.8946	106.8878	2.028928	1919.″87	+ 0.″27	+ 0.24	3 2
	a	0 9.5	19.7	8957	— 415	+ 268	8810		0.001226				
Mai 23/24.	a	2 35.2	+ 25.8	105.7775	— 333	+ 250	105.7692	105.7626	2.024332	1919.35	— 0.25	— 0.24	3 3
	p	2 52.2	26.5	7513	— 328	+ 374	7559		0.005710				
Juni 16/17.	a	3 38.5	+ 21.0	105.4635	— 332	+ 275	105.4578	105.4687	2.023124	1919.69	+ 0.09	+ 0.39	2
	p	3 58.0	21.8	4759	— 329	+ 365	4795		0.006989				
Sept. 0/1.	a	8 31.1	+ 21.2	106.2386	— 425	+ 501	106.2462	106.2474	2.026318	1919.38	— 0.22	+ 0.04	2 2
	p	8 45.1	21.4	2464	— 427	+ 450	2485		0.003726				
Okt. 3/4.	a	11 8.1	+ 16.6	107.1606	+ 31	+ 660	107.2297	107.2241	2.030313	1919.69	+ 0.09	— 0.02	2 2
	p	11 19.6	17.0	1534	+ 29	+ 721	2284		9.999801				
Okt. 4/5.	p	10 38.3	+ 18.2	107.1744	+ 29	+ 750	107.2523	107.2591	2.030434	1919.68	+ 0.08	— 0.24	3 3
	a	10 49.8	19.1	1863	+ 23	+ 772	2658		9.999677				
Okt. 27/28.	a	13 35.3	+ 14.7	107.8654	+ 141	+ 646	107.9441	107.9456	2.033205	1919.58	— 0.02	+ 0.05	3 3
	p	13 46.8	15.3	8042	+ 136	+ 1292	9470		9.996883				
Nov. 2/3.	p	13 13.3	+ 13.8	107.9742	+ 56	+ 1544	108.1342	108.1282	2.033939	1919.81	+ 0.21	+ 0.21	3 3
	a	13 26.8	14.4	108.0305	+ 11	+ 906	1222		9.996201				
Nov. 25/26.	a	15 40.1	+ 0.7	108.5967	+ 111	+ 785	108.6863	108.6746	2.036128	1920.04	+ 0.44	— 0.42	-
	p	15 52.1	1.2	3500	+ 102	+ 3026	6628		9.994064				
1893													
März 27/28.	a	23 39.0	+ 14.2	107.2889	+ 32	+ 302	107.3223	107.3256	2.030703	1919.95	+ 0.35	— 0.12	2 3
	p	23 50.6	16.8	2614	+ 41	+ 633	3288		9.999470				
April 3/4.	a	22 23.6	+ 15.8	107.0884	+ 36	+ 270	107.1190	107.1137	2.029845	1919.98	+ 0.38	— 0.19	3 3
	p	22 38.1	17.6	0230	+ 40	+ 814	1084		0.000334				
April 24/25.	a	23 47.4	+ 22.2	106.4416	— 22	+ 260	106.4654	106.4643	2.027204	1919.50	— 0.10	— 0.04	3 2
	p	0 1.7	23.4	4079	— 22	+ 575	4632		0.002867				
Nov. 0/1.	a	14 14.9	+ 10.0	107.9823	+ 141	+ 578	108.0542	108.0538	2.033640	1919.62	+ 0.02	— 0.03	3 3
	p	14 26.9	12.2	8856	+ 132	+ 1545	0533		9.996457				

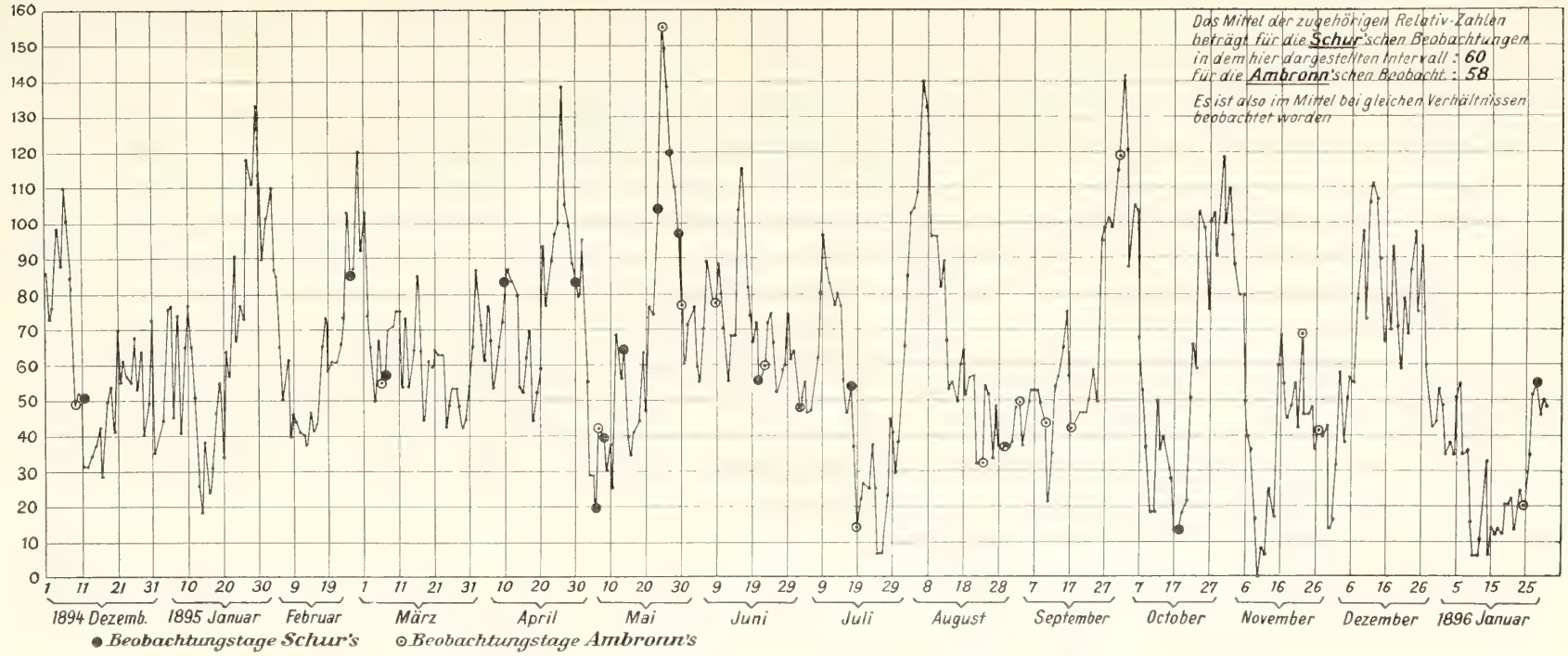
Tag	Richtung	Stern-zeit	Inst. Tp.	Gem. Dist.	Inst. Corr.	Refr. + Parall.	Red. Durchm.	Mittel	Lg. d. Drchm. Log. d. Rad. Vect.	Durchm. in d. Entfg. 1	Abw. v. Mittel $(B-M)$	$p-a$	Bild R. S. Bl.
1894		h m											
März 30/31.	a	23 2.6	+ 17.4	107.1743	+ 35	+ 268	107.2046	107.4028	2.030206	1919.″32	— 0.″28	— 0.06	3 3 3
	p	23 12.3	17.7	1369	+ 42	+ 598	2009		9.999824				
April 9/10.	a	22 20.0	+ 17.1	106.8575	+ 31	+ 271	106.8877	106.8963	2.028963	1919.29	— 0.31	+ 0.32	3 3 3
	p	22 35.2	19.4	8198	+ 23	+ 828	9049		0.001061				
April 11/12.	p	23 8.2	+ 15.4	106.7836	+ 24	+ 702	106.8562	106.8482	2.028767	1919.50	— 0.10	+ 0.28	3 3 3
	a	23 20.0	16.2	8114	+ 27	+ 260	8401		0.001303				
April 25/26.	a	23 39.8	+ 21.1	106.4317	+ 3	+ 257	106.4577	106.4657	2.027210	1919.87	+ 0.27	+ 0.29	2 2 3
	p	23 49.1	21.2	4137	+ 1	+ 598	4736		0.002943				
Mai 16/17.	a	0 34.6	+ 25.1	105.9055	— 8	+ 283	105.9330	105.9195	2.024976	1919.29	— 0.31	— 0.49	3 3 2
	p	0 44.0	26.0	8590	— 15	+ 485	9060		0.005047				
Nov. 5/6.	a	14 2.9	+ 13.9	108.0932	— 71	+ 726	108.1587	108.1527	2.034038	1919.17	— 0.43	— 0.21	3 3 2
	p	14 13.9	14.0	107.9908	— 31	+ 1590	1467		9.995957				
Dec. 0/1.	a	16 4.2	+ 5.7	108.6484	+ 26	+ 696	108.7206	108.7154	2.036290	1919.44	— 0.15	— 0.19	3 3 3
	p	16 15.5	5.8	3868	+ 19	+ 3214	7101		9.993766				

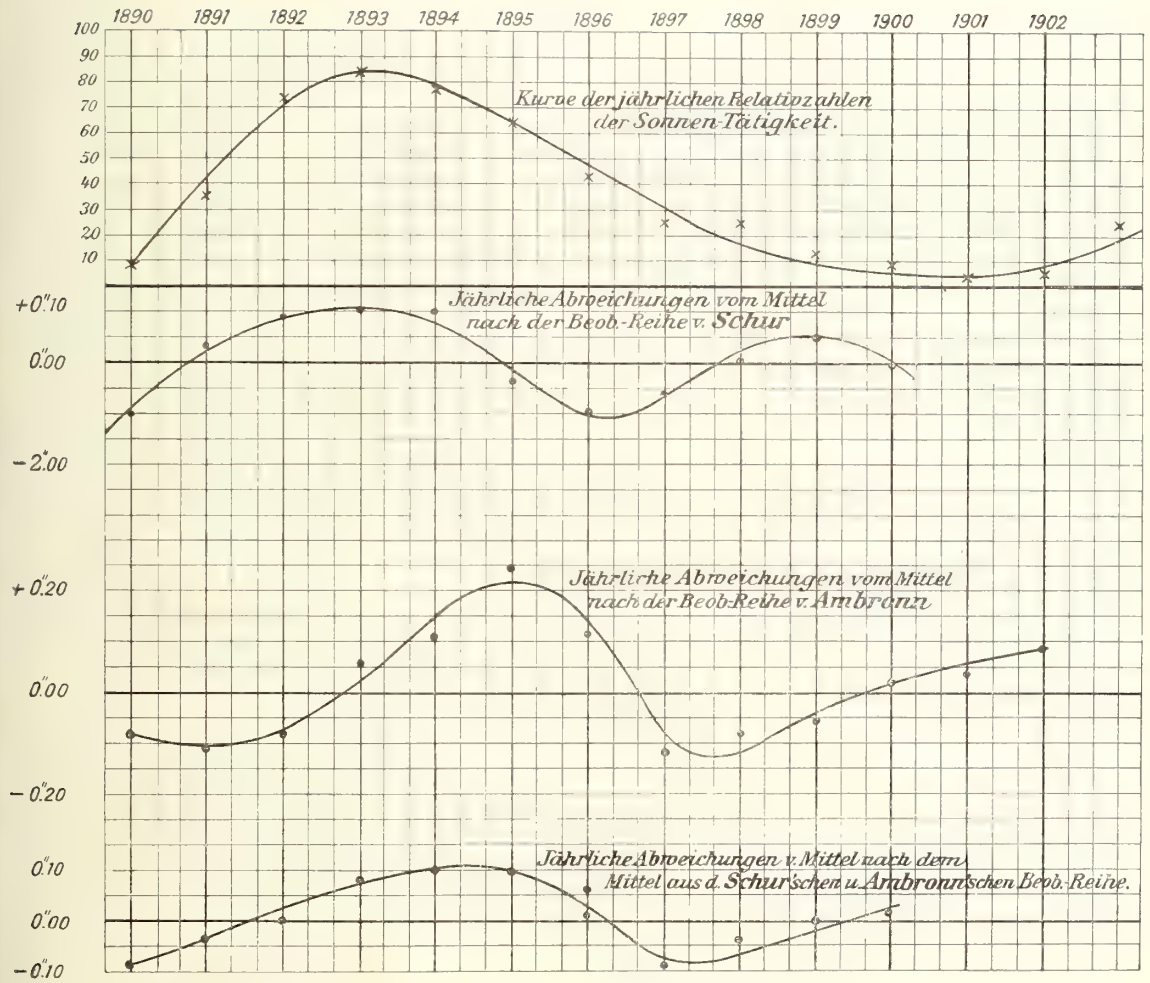
Beobachter: Ambronn.

1892													
April 7/8.	63	0 7	+ 16.0	106.9316	— 101	+ 277	106.9492	106.9595	2.029219	1919.53	+ 0.27	+ 0.37	3 3
	153	0 20	16.5	9259	— 95	+ 534	9698		0.000860				
April 11/12.	64	23 17	+ 13.5	106.8085	— 173	+ 261	106.8173	106.8134	2.028626	1919.05	— 21	— 0.14	3; 2.3
	154	23 30	14.0	7630	— 165	+ 630	8095		0.001344				
Mai 12/13.	68	1 48	+ 19.5	105.9548	— 151	+ 257	105.9654	105.9733	2.025196	1918.96	— 30	+ 0.27	3; 2.3
	158	2 2	19.5	9508	— 111	+ 415	9812		0.004754				
Mai 22/23.	161	2 31	+ 19.5	105.7652	— 148	+ 399	105.7903	105.7779	2.024403	1919.31	+ 5	+ 0.44	3 3
	71	2 51	20.5	7446	— 143	+ 252	7655		0.005627				
Juni 1/2.	75	2 5	+ 24.0	105.6114	— 164	+ 364	105.6314	105.6248	2.023766	1919.48	+ 22	— 0.23	2 2
	165	2 12	23.5	5908	— 168	+ 443	6183		0.006301				
Juni 27/28.	67	3 45	+ 27.0	105.3698	— 162	+ 263	105.3799	105.3746	2.022736	1918.99	— 27	— 0.18	2.3; 2
	176	3 56	27.5	3440	— 156	+ 398	3692		0.007220				
Juli 11/12.	182	4 46	+ 21.0	105.3968	— 166	+ 400	105.4202	105.4164	2.022908	1919.31	+ 5	+ 0.14	3 2.3
	92	4 55	+ 23.0	3955	— 162	+ 332	4125		0.007120				
Aug. 12/13.	106	7 47	+ 26.5	105.7890	— 162	+ 350	105.8078	105.8030	2.024498	1919.18	— 8	— 0.17	3 3
	16	7 57	+ 27.5	7754	— 159	+ 387	7982		0.005500				
Aug. 15/16.	17	7 23	+ 27.0	105.8243	— 156	+ 409	105.8496	105.8455	2.024672	1918.91	— 35	+ 0.14	3 3
	107	7 34	27.0	8167	— 156	+ 403	8414		0.005265				

Tag	Richtung	Stern-zeit	Inst. Tp.	Gem. Dist.	Inst. Corr.	Refr.+ Paral.	Red. Durchm.	Mittel	Lg. d. Drchm. Log. d. Rad. Vect.	Durchm. in d. Entfg. 1	Abw. v. Mittel ($B-M$)	$p-a$	Bil. R.S.
1892		h m											
Aug. 23/24.	18	7 30	+ 28.5	105.9987	— 132	+ 451	106.0306	106.0184	2.025381	1918.91	— 0.″35	+ 0.″44	3.
	108	7 41	30.0	9714	— 133	+ 480	0061		0.004555				
Aug. 28/29.	111	8 8	+ 23.0	106.1222	— 131	+ 521	106.1612	106.1536	2.025935	1919.11	— 15	— 0.28	2.3.
	21	8 18	23.5	1147	— 138	+ 451	1460		0.004048				
1893													
März 26/27.	64	23 14	+ 11.8	107.2808	— 104	+ 300	107.3004	107.3158	2.030664	1919.27	+ 1	+ 0.55	3.
	154	23 24	12.8	2710	— 102	+ 703	3311		9.999355				
April 9/10.	64	22 56	+ 18.0	106.8550	— 106	+ 275	106.8719	106.8857	2.028920	1919.34	+ 8	+ 0.49	3.
	154	23 11	19.2	8386	— 105	+ 714	8995		0.001115				
April 23/24.	154	23 43	+ 20.5	106.4572	— 199	+ 632	106.5005	106.4808	2.027271	1919.30	+ 4	+ 0.70	2.
	64	23 57	22.5	4534	— 186	+ 264	4612		0.002755				
Aug. 3/4.	103	6 12	+ 25.0	105.6302	— 63	+ 423	105.6662	105.6630	2.023923	1919.55	+ 29	— 0.12	2 3.
	13	6 25	27.0	6265	— 61	+ 393	6597		0.006160				
1894													
März 23/24.	64	23 5	+ 17.0	107.3970	— 167	+ 292	107.4095	107.4120	2.031053	1919.14	— 12	+ 0.09	3
	154	23 15	19.0	3598	— 162	+ 709	4145		9.998936				
März 29/30.	64	23 25	+ 21.0	107.2074	— 164	+ 280	107.2190	107.2214	2.030281	1919.09	— 17	+ 0.09	3.2.
	154	23 34	21.0	1771	— 166	+ 633	2238		9.999698				
April 24/25.	65	23 25	+ 22.0	106.4794	— 192	+ 268	106.4870	106.4797	2.027267	1919.59	+ 33	— 0.26	3.
	155	23 35	23.0	4264	— 189	+ 649	4724		0.002825				
Mai 15/16.	69	0 50	+ 29.0	105.9528	— 230	+ 271	105.9569	105.9560	2.025126	1919.57	+ 31	— 0.03	2.3.
	159	1 4	29.0	9284	— 230	+ 490	9550		0.004962				
Juni 22/23.	84	2 21	+ 21.0	105.3998	— 75	+ 411	105.4344	105.4433	2.023019	1919.66	+ 40	+ 0.52	2.
	174	2 30	22.0	4060	— 62	+ 524	4522		0.007090				

25 JUL 1905


Das Mittel der zugehörigen Relativ-Zahlen
beträgt für die Schur'schen Beobachtungen
in dem hier dargestellten Intervall : 60
für die Ambronn'schen Beobacht. : 58
Es ist also im Mittel bei gleichen Verhältnissen
beobachtet worden
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1 11 21 31
10 20 30
9 19
1 11 21 31
10 20 30
10 20 30
9 19 29
9 19 29
8 18 28
7 17 27
7 17 27
6 16 26
6 16 26
5 15 25
1894 Dezemb.
1895 Januar
Februar
März
April
Mai
Juni
Juli
August
September
October
November
Dezember
1896 Januar
● Beobachtungstage Schur's
⊙ Beobachtungstage Ambronn's


1890
1891
1892
1893
1894
1895
1896
1897
1898
1899
1900
1901
1902
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
Kurve der jährlichen Relativzahlen der Sonnen-Tätigkeit.
+0".10
0".00
− 2".00
Jährliche Abweichungen vom Mittel nach der Beob.-Reihe v. Schur
+ 0".20
0".00
− 0".20
Jährliche Abweichungen vom Mittel nach der Beob.-Reihe v. Ambronn
0".10
0".00
− 0".10
Jährliche Abweichungen v. Mittel nach dem Mittel aus d. Schur'schen u. Ambronn'schen Beob.-Reihe.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

PHILOLOG.-HIST. KL. NEUE FOLGE.

I. Bd. No. 1. **Kehr, P.,** *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 3. **Bonwetsch, N.,** *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Bd. No. 4. **Wellhausen, J.,** *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 5. **Hultsch, Fr.,** *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm,** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 7. **Leo, Fr.,** *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 8. *Asadi's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von Paul Horn. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Bd. No. 1. **Wellmann, M.,** *Krateuas.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Bd. No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben von **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 3. **Schulten, Adolf,** *Die Lex Manciana,* eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 4. **Kaibel, Georg,** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΑΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 5. **Bechtel, Fr.,** *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen,* die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer) *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 7. **Schulten, Adolf,** *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Bd. Nr. 8. **Roethe, Gustav,** *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Bd. Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77 S.) 1899. 5 M.

III. Bd. Nr. 2. **Marquardt, J.,** *Eränšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Bd. No. 3. **Achelis, H.,** *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Bd. No. 1. **Tüselmann, Otto,** *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Bd. No. 2. **Schulten, Adolf,** *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1. Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Bd. No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.,** *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Bd. No. 4 **Rahlfs, Alfred,** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Bd. No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Bd. No. 6. **Lüders, Heinrich,** *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Bd. No. 1. **Roethe, Gustav.** *Brentanos ‚Ponce de Leon', eine Saecularstudie.* 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 2. **Wellhausen, J.,** *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.,** *Materialien zur Kenntnis des Apabhramśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm,** *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl.** *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit zwei Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563—1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pietro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* Im Druck.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Band, No. 2 **Frensdorff, F.,** *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 3. **Schulthess, Fr.,** *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjaden-moschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln. Im Druck.

VIII. Bd. No. 4. **Schulten, A.,** *Numantia.* Eine topographisch-historische Untersuchung. Mit 3 Karten. Im Druck.

VIII. Bd. No. 5. **Leo, Fr.,** *Der Saturnische Vers.* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5 M. 50 Pf.

MATH.-PHYSIKAL. KL. NEUE FOLGE.

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897. 5 M.

Nachtrag dazu. 4 (S. 49—65 mit Taf. V—VII.) 1898. 2 M.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. (171 S.) 1898. 10 M.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung relativer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Sehnendistanzen ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn und Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Plänen der Sternwarte nebst Verzeichniss der grossen Instrumente. 4. (26 S.) 1898. 2 M.

I. Bd. No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte Göttingen verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900. 6 M.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.,** *Theorie der automatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1904. 8 M.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba Typus.* 4. (153 S.) 1902. 15 M.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1902. 6 M.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Theories of Heat.* 4. (108 S.) 1903. 6 M.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E.,** *Neuseeländische Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (79 S.) 1904. 10 M.

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.,** *Ueber die Unterste Kreide Helgolands und ihre Ammoniten.* Mit 4 Tafeln. 4. (63 S.) 1904. 4 M.

III. Bd. No. 3. **Schur** und **Ambronn,** *Die Messungen des Sonnendurchmessers an den Repsoldschen 6 zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* Im Druck.

III. Bd. No. 4. **Brendel, M.,** *Mondtheorie* Im Druck.

III. Bd. No. 5. **Linke, F.,** *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten.* Mit 4 Taf. 4. (30 S.) 1904. 6 M.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. Im Druck.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegelteleoscope. Mit 9 Fig. Im Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

ABHANDLUNGEN
DER KONIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 4.

Theorie des Mondes.

Von

Martin Brendel.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 4.

Theorie des Mondes.

Von

Martin Brendel.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

Inhaltsverzeichniss

Seite

Einleitung.

1. Vorbemerkungen 5
2. Besonderheiten der Mondbewegung 7
3. Praktische Störungsrechnung und reine Analysis 8

I. Kapitel. Die Differentialgleichungen der Mondbewegung.

1. Bezeichnungen 10
2. Reduktion auf den Schwerpunkt von Erde und Mond 11
3. Einführung von Polarkoordinaten 12
4. Einführung der Gyldén'schen Koordinaten 13

II. Kapitel. Entwicklung der Störungsfunktion.

1. Entwicklung nach Vielfachen des Winkels H 17
2. Entwicklung nach Potenzen der Gyldén'schen Koordinaten 19
3. Weitere Transformation 21
4. Formeln zur Berechnung der Entwicklungskoeffizienten 24
5. Numerische Berechnung der Koeffizienten 33

III. Kapitel. Einführung der periodischen Lösung nullten Grades.

1. Die Gyldén'schen Koordinaten in der periodischen Lösung 35
2. Formale Beseitigung der Entwicklung der Störungsfunktion nach Potenzen der störenden Masse 36
3. Allgemeines über die Koeffizienten in der periodischen Lösung und über ihre Bestimmung 37
4.—7. Transformationsformeln zur Beseitigung der Entwicklung nach der störenden Masse . 40

IV. Kapitel. Berechnung der periodischen Lösung nullten Grades.

1. Formeln für die Koeffizienten p, q, p', q', t in den Bestimmungsgleichungen 48
2. Aufstellung der Bestimmungsgleichungen für die Funktionen R_0 und S_0 (Störungen des Radiusvektors und der Flächengeschwindigkeit) 49
3. Formeln für die Koeffizienten d, d', d'' etc. 50
4. Formeln für die Koeffizienten r und s 51
5. Die Bestimmungsgleichungen für W_0 (Störungen der Länge in der Bahn) 52
6. Genäherte numerische Berechnung der Koeffizienten a, b, c 52
7. Scharfe numerische Berechnung der Koeffizienten a, b, c 54

Seite

V. Kapitel. Die Glieder ersten Grades.

1. Differentialgleichung für S_1 59
2.—4. Entwicklung der in der Gleichung für S_1 auftretenden periodischen Faktoren . . . 59
5. Differentialgleichung für ϱ_1 61
6.—9. Entwicklung der in der Gleichung für ϱ_1 auftretenden periodischen Faktoren . . . 61
10. Transformirte Differentialgleichungen für S_1 und R_1 62
11. Integralansatz für S_1, R_1, K_1 62
12.—14. Entwicklung der rechten Seiten der Differentialgleichungen für S_1 und R_1 64
15. Die Bestimmungsgleichungen für die a (Funktion S_1) 70
16. Die Bestimmungsgleichungen für die b (Funktion R_1) 73
17. Differentialgleichung für W_1 76
18. Entwicklung der in der Gleichung für W_1 auftretenden periodischen Faktoren . . 77
19. Die Bestimmungsgleichungen für die c (Funktion W_1) 78
20. Die Funktion (ϱ) 80
21. Numerische Werte der Entwicklungs-Koeffizienten $p, q, p', q', t, t', l, r, s$ und der Divisoren 81
22. Auflösung der Bestimmungsgleichungen 83
23. Numerische Werte der Glieder in η 84
24. Numerische Werte der Glieder in η' und für (ϱ) 84

Anhang (Tafeln).

Tafel 1. Formeln für die Koeffizienten $p_{n\cdot 0}, q_{n\cdot 0}$ 86
„ 2. „ „ „ „ $q'_{n\cdot 0}$ 87
„ 3. „ „ „ „ $p'_{n\cdot 0}$ 87
„ 4. „ „ „ „ $t_{n\cdot 0}$ 88
„ 5. „ „ „ „ $r_{n\cdot i}$ 88
„ 6. „ „ „ „ $s_{n\cdot i}$ 88
„ 7. „ „ „ „ $p_{n\cdot 1\cdot 0}, q_{n\cdot 1\cdot 0}, p_{n\cdot 0\cdot 1}, q_{n\cdot 0\cdot 1}, p^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}, q^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}, p^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}, q^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}$ 89
„ 8. „ „ „ „ $q'_{n\cdot 1\cdot 0}, q'_{n\cdot 0\cdot 1}, q'^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}, q'^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}$ 93
„ 9. „ „ „ „ $p'_{n\cdot 1\cdot 0}, p'_{n\cdot 0\cdot 1}, p'^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}, p'^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}$ 94
„ 10. „ „ „ „ $t_{n\cdot 1\cdot 0}, t_{n\cdot 0\cdot 1}, t^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}, t^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}$ 96
„ 11. „ „ „ „ $t'_{n\cdot 0\cdot 0}$ 97
„ 12. „ „ „ „ $l_{n\cdot 0\cdot 0}$ 97

Theorie des Mondes.

Von

Martin Brendel.

Vorgelegt von F. Klein in der Sitzung am 27. Juli 1904.

Einleitung.

1. Wenn die Vorteile der Gyldén'schen Störungstheorie bisher in der praktischen Störungsrechnung noch nicht so zur Geltung gekommen sind, wie man wohl hätte erwarten sollen, so liegt dies daran, dass die numerische Anwendung bisher nur in beschränktem Maasse stattgefunden hat, und immer nur in solchen Fällen kleiner Planeten, die infolge der Natur ihrer Bahnen besondere Schwierigkeiten bieten; gewiss üben solche schwierigeren Probleme einen grösseren Reiz aus, als die schematische Bearbeitung irgend eines störungstheoretischen Einzelfalls; indessen hat dieser Umstand doch zur Folge, dass Jeder, der nicht selbst ein solches Problem behandelt, dazu geführt wird, die Bedeutung der Gyldén'schen Prinzipien zu unterschätzen, besonders da über die Anwendbarkeit der Gyldén'schen Methoden recht unklare Vorstellungen verbreitet sein dürften.

Wenn ich hier von der Gyldén'schen Störungstheorie spreche, so meine ich diejenigen von Gyldén aufgestellten Prinzipien, die wirklich auch bei der praktischen Störungsrechnung schnell zum Ziele führen, und die ich in der Theorie der kleinen Planeten habe hervortreten lassen; sie sind zum grossen Teil von Gyldén selbst nicht in so ausgesprochener Form aufgestellt worden, da Gyldén seine Hauptarbeiten der Lösung der Frage nach der Stabilität und der Untersuchung der sogenannten absoluten Bahnen gewidmet hat; man findet sie aber teils implizit in seinen Publikationen, teils wurden sie durch mündliche Besprechungen angeregt. Wie ich schon früher oft ausgesprochen habe, erfordert das Problem der drei Körper eine ganz verschiedene Behandlung, je nachdem man die Bewegung eines Planeten während eines beschränkten Zeitraums von einem oder wenigen Jahrhunderten darstellen will, oder ob man untersuchen will, ob seine Bahn während eines wesentlich längeren oder unbeschränkten Zeitraums nur solchen Umwälzungen unterworfen ist, welche unterhalb einer be-

stimmten Grenze bleiben, so dass die Stabilität des Systems gewährleistet ist. Man übersieht sofort, dass gewisse sekulare Wirkungen sich angeben lassen, welche z. B. während eines beschränkten Zeitraums die Bahn nur in ganz geringem Maasse modifiziren, im Laufe der Zeiten aber den Planeten beliebig weit von der Sonne entfernen können.

Die Probleme der praktischen Störungsrechnung sind gegenwärtig überhaupt andere, als die der Analysis, welche sich mit dem Charakter der Lösungen der Differentialgleichungen des Problems beschäftigt. Wenn uns z. B. wirklich ein Himmelskörper ein Beispiel für eine rein periodische, in beliebigen Zeiten nahezu kreisförmig bleibende Bahn bieten würde für den Fall, dass die Newton'sche Gravitation die einzig wirkende Kraft ist, so lassen sich genug Einflüsse nennen, deren Vorhandensein neben der Newton'schen Anziehung sehr wahrscheinlich ist, und die ganz gewiss nach beliebig langer Zeit den Planeten beliebig weit von der Sonne entfernen (oder auch ihn ihr beliebig nähern) würden. —

Die praktischen Schwierigkeiten, welche sich auch bei Anwendung der Gyldén'schen Prinzipien einstellen, und unter denen alle bisher aufgestellten Störungsmethoden leiden, liegen in den Excentricitäten der Bahnen und bei den dem störenden Körper nahe kommenden Planeten auch im Werte des Verhältnisses der beiden grossen Axen, da die Entwicklungen nach den Potenzen dieser Grössen nicht hinreichend stark fallen. Man darf nicht denken, dass diese Schwierigkeit ganz vermieden wird durch die von Hansen (und schon von Gauss bei der Pallas) angewandte Entwicklung der Störungsfunktion, bei der solche Potenzreihen zum Teil fortfallen. So lange man überhaupt nach Anomalien oder Längen entwickelt, erhält man Reihen, die auch im Falle ihrer Konvergenz mit Potenzreihen nach den genannten Grössen zu vergleichen sind, so dass diese viel zu wünschen übrig lässt.

Die Gyldén'sche Störungstheorie bietet aber andere Vorteile, die bei der Mondbewegung noch mehr hervortreten als bei den kleinen Planeten. Denn die schwache Seite unserer Mondtheorien ist eben die Entwicklung nach den Potenzen der Grösse m, welche das Verhältnis der Umlaufszeiten darstellt, oder nach analogen Grössen.

In einer im Sommersemester 1902 gehaltenen Vorlesung habe ich die Grundprinzipien der Gyldén'schen Störungstheorie in ihrer Anwendung auf den Mond vorgetragen und die vorbereitenden Entwicklungen zu einer solchen Anwendung gemacht, wobei ich von den Herren von Brunn und Haskins wesentlich unterstützt worden bin. Diese Entwicklungen und die darauf basirenden Rechnungen sollen im Folgenden gegeben werden; hierbei möchte ich auch noch erwähnen, dass ebenfalls Herr Happel vor einigen Jahren einige der hierher gehörenden Entwicklungen ausgeführt hat, welche aber im folgenden keine Verwendung gefunden haben wegen der veränderten Form des Ganzen. Bei der Ausführung der numerischen Rechnungen und der Lösung der Bestimmungsgleichungen bin ich von Herrn A. Wilkens in weitestem Maasse unterstützt worden.

2. Zuvörderst wollen wir uns die Besonderheiten klarmachen, die das Problem der Mondbewegung gegenüber dem von der Planetenbewegung zeigt; wenn sich auch hierüber nicht viel neues sagen lässt, so wird doch namentlich dem mit der Mondtheorie weniger vertrauten Leser ein solcher Ueberblick willkommen sein: man kann nicht etwa den Mond wie einen kleinen Planeten behandeln, dessen Umlaufszeit zu der des störenden Körpers sich angenähert wie Null zu Eins verhält, oder besser gesagt, für den das Verhältniss $\frac{\textit{Umlaufszeit des gestörten Körpers}}{\textit{Umlaufszeit des störenden Körpers}}$ eine kleine Grösse ist, obwohl die Eigenheiten, die dies Verhältnis mit sich bringt, natürlich auch hier auftreten müssen. In der Mondtheorie spielt der störende Körper überhaupt eine andere Rolle als in der Planetentheorie; denn die Masse der Sonne als störender Körper gegenüber der Erde als Zentralkörper ist so gross, dass trotz ihrer 400 mal grösseren Entfernung ihre Anziehung auf den Mond bedeutend die der Erde überwiegt; es hat dies ja die bekannte Tatsache zur Folge, dass die Bahn des Mondes stets konkav zur Sonne ist. Wir wollen einmal das Verhältniss der Anziehung von Zentral- und störendem Körper im Falle des Mondes mit dem im Falle eines kleinen Planeten vergleichen, und hierzu den Jupiter nächsten Planeten Thule heranziehen. Die grösste Entfernung Thules von der Sonne kann nach den Elementen betragen 4,613 und die kleinste Entfernung Jupiters von der Sonne ist 4,963; also die grösste Annäherung Thules an Jupiter beträgt ungefähr 0,350; unter Annahme des Massenverhältnisses $\frac{\textit{Jupiter}}{\textit{Sonne}} = \frac{1}{1050}$ erhalten wir also den Maximalwert des Anziehungsverhältnisses von störendem und Zentralkörper = 0,166. Die Jupiteranziehung kann also bis auf $\frac{1}{6}$ der Sonnenanziehung anwachsen, wodurch schon recht erhebliche Schwierigkeiten für die Berechnung der Bewegung Thules entstehen.

Beim Monde liegen die Verhältnisse ganz anders; das Massenverhältniss von störendem und Zentralkörper ist hier etwa 360 000 und der störende Körper ist 400 mal so weit entfernt als der Zentralkörper; das Verhältniss der Anziehungen wird hier $\frac{9}{4}$; d. h. die Sonne wirkt mit mehr als der doppelten Kraft auf den Mond als die Erde. Infolgedessen sieht man auch in der Tat nicht die gesammte Anziehung, die die Sonne auf den Mond ausübt, als störende Kraft an, sondern nur die Differenz der Sonnenanziehung auf Erde und Mond. — Man erhält bei der Planetenbewegung die ungestörte Bewegung als Grenzfall, wenn man die Masse des störenden Körpers verschwinden lässt; dagegen erhält man beim Monde die ungestörte Bewegung, wenn man die Anziehung der Sonne auf Erde und Mond die gleiche werden, also nur die Differenz beider verschwinden lässt oder, mit anderen Worten, indem man die Sonne auf den Schwerpunkt von Erde und Mond wirken lässt.

Hierzu kommt noch eine Besonderheit des Mondproblems, nämlich die, dass die Masse des gestörten Körpers nicht sehr klein ist gegen die des Zentralkörpers, sondern etwa $\frac{1}{80}$ desselben beträgt; der Zentralkörper wird also selbst

auch zum gestörten, denn alle Störungen der Mondbewegung spiegeln sich, auf $\frac{1}{80}$ verkleinert, in der Erdbewegung wieder. Die Bewegung des störenden Körpers (der Sonne) um den Zentralkörper (die Erde) ist darum von vornherein unbekannt, da sie die Störungen des Mondes enthält. Man trägt gewöhnlich diesem Umstand Rechnung, indem man die Koordinaten der Sonne auf den Schwerpunkt von Erde und Mond bezieht; indem man aber die Mondkoordinaten auf den Erdmittelpunkt bezieht, muss man in der Entwicklung der Störungsfunktion gewisse Faktoren zur Reduktion der beiden Koordinatensysteme auf einander einführen; erst Herr Harzer hat die allgemeine Form dieser Faktoren gegeben. Es hat mir zweckmässiger geschienen, das ganze Problem der Mondbewegung auf diesen Schwerpunkt zu beziehen; dadurch vereinfachen sich die Entwicklungen in hohem Maasse und hat man einmal die Mondkoordinaten mit Bezug auf ihn, so braucht man nur den Radiusvektor mit $\frac{81}{80}$ zu multipliziren um die Reduktion auf den Erdmittelpunkt auszuführen.

3. Wenn ich oben gesagt habe, dass die Probleme der praktischen Störungsrechnung andere sind, als die der reinen Analysis, so soll das nicht heissen, dass alle Beziehungen zwischen beiden abzubrechen seien; vielmehr ist es einleuchtend, dass die erstere sich nur dann gedeihlich entwickeln und Resultate von wirklichem Werte zeitigen kann, wenn sie sich auf die Erfolge stützt, die die Analysis errungen hat. Da diese Erfolge aber bis jetzt noch recht spärlich sind, so ist der Störungstheoretiker gezwungen, sich auf Gebieten zu bewegen, auf denen die Analysis noch keine festen Stützpunkte geschaffen hat. Es scheint mir daher ausser Zweifel, dass hier, wie in vielen anderen Fragen, die Analysis nicht der Praxis vorangehen kann, sondern gerade das Umgekehrte stattzufinden hat. Ueberhaupt müssen ja die naturwissenschaftlichen Begriffe und Erscheinungen, welche mit Hilfe der Analysis untersucht werden sollen, erst rein empirisch durch Anschauung gewonnnen werden; die Beobachtung und das Experiment muss vorangehen und die Probleme erst schaffen, an denen die Analysis ihre Kräfte erproben soll; dies gilt selbst in vielen Zweigen der reinen Mathematik.

Ich möchte nun dem Beobachtungsexperiment das numerische an die Seite stellen; mit dem Drei-Körper-Problem können wir nicht physisch experimentiren; wenn wir es könnten, so wäre die Arbeit der Analysis wesentlich erleichtert; sie würde durch die Anschauung manchen Wegweiser erhalten. Hier bleibt also nur das numerische Experiment, und dieses hat seit alten Zeiten auch die Mechanik des Himmels beherrscht. Heutzutage ist hierin eine Wendung eingetreten; während Gyldén die Methoden der Himmelsmechanik zu einer bisher unerreichten Vollkommenheit ausgebildet und die grossen Schwierigkeiten, welche in gewissen Fällen eintreten, mit grösstem Geschick überwunden hat, hat Herr Poincaré in streng analytischem Sinn das Terrain untersucht und Resultate zu Tage gefördert, die wir im strengen Sinn der Mathematik unser eigen nennen können. Es bleibt aber insofern noch viel zu tun übrig, als es gilt, die Brücke zwischen den Untersuchungen dieser beiden grossen Gelehrten zu schlagen, und

das von Herrn Poincaré geschaffene feste Terrain so zu erweitern, dass die Gyldén'sche Störungstheorie darauf fest begründet werden kann. So bedeutend diese Wendung also an sich ist, so ist die Auffassung, dass nun das Experiment überhaupt aufhöre, jedenfalls verfrüht.

Gyldén hat zu verschiedenen Malen geäussert, dass man darauf hinstreben müsste, eine Anschauung zu gewinnen von den Bewegungen im Drei-Körper-Problem, um so die analytischen Hilfsmittel zu seiner Lösung zu entdecken, und solche Anschauung gewinnt man eben durch das Experiment, zunächst durch das physische und wo dieses nicht möglich ist, durch das numerische. Das glänzendste Beispiel einer solchen Entwicklung bieten uns die Arbeiten von Gauss, der in seinen Aufzeichnungen beim Auffinden eines wichtigen Resultats mehrfach angibt, dass er es „per inductionem" gefunden habe. Auch müssen hier die Untersuchungen des Herrn Darwin „on periodic orbits" erwähnt werden.

Wenn ich nun den Plan fasste, an die Entwicklung einer Mondtheorie heranzugehen mit Benutzung der Resultate der Gyldén'schen Störungstheorie, so konnte ich vorläufig nicht ganz auf das verzichten, was ich oben als numerisches Experiment bezeichnet habe, und namentlich muss ich den Inhalt der vorliegenden Arbeit im wesentlichen als ein solches bezeichnen, und zwar deswegen, weil ich zunächst nicht angeben kann, innerhalb welcher Grenze die numerischen Resultate zuverlässig sein müssen oder mit anderen Worten, weil ich keine obere Grenze für die Restglieder der angewandten Reihen angeben kann. Wohl habe ich diesem Punkte einige Aufmerksamkeit geschenkt; ich möchte aber vermeiden, in dieser Arbeit einige noch unvollständige Resultate anzuführen. Wenn ich von Restgliedern spreche, so darf nicht vergessen werden, dass ich eine Lösung des Problems für einen beschränkten, wenn auch ausserordentlich langen, Zeitraum suche, wobei also die Restglieder Funktionen der Zeit sind, auf welche die Rechnung ausgedehnt werden soll.

Die Methoden, welche in der vorliegenden Arbeit enthalten sind, dürften kaum über diejenigen hinausgehen, die bereits die Herren G. W. Hill und E. Brown angewandt haben, und die numerische Ausführung des Herrn Brown ist dem Abschluss ganz erheblich näher geführt, als die meinige, die erst vor kurzem begonnen ist. Die vorliegende Arbeit wird indessen nicht als überflüssig bezeichnet werden können, weil schon die benutzten Koordinaten andere sind und dadurch eine gewisse Kontrolle geschaffen wird, und weil ihre Fortsetzung, über die ich später Mitteilung zu machen hoffe, wesentliche Erweiterungen bringen soll.

I. Kapitel.

Die Differentialgleichungen der Mondbewegung.

1. Es mögen bedeuten:

x, y, z, r die Koordinaten des Mondes, bezogen auf den Erdmittelpunkt als Anfangspunkt und auf drei Axen von unveränderlicher Richtung,

x', y', z', r' die Koordinaten der Sonne, bezogen auf dasselbe System,

Δ die Entfernung des Mondes von der Sonne,

$\mathfrak{m}_0$ die Masse der Erde,

$\mathfrak{m}'$ die Masse der Sonne,

$\mathfrak{m}$ die Masse des Mondes;

die letztern sollen sich in absoluten Einheiten verstehen, so dass als Masseneinheit diejenige Masse gedacht ist, die einer ihr gleichen Masse in der Entfernung Eins die Beschleunigung Eins erteilt. Die Dimension der Masse ist also (Länge)$^3 \times$ (Zeit)$^{-2}$; wählte man als Einheit Centimeter und Sekunde, so erhielte man sie durch die eigentlichen Gauss'schen Einheiten ausgedrückt. Es liegt auf der Hand, dass wir die Erdbahnhalbaxe als Längeneinheit und den mittleren Tag als Zeiteinheit annehmen; erstere, da die Massen der Himmelskörper sich zunächst nur durch diese Einheit messen lassen und die Relation zwischen Centimeter und Erdbahnhalbaxe (also die Sonnenparallaxe) zu ungenau bekannt ist; letztere, um nicht zu unhandlich grosse Zahlen zu erhalten. Ich erwähne dies, obwohl es selbstverständlich ist, weil die Beziehung der Massen der Himmelskörper zu dem, was die Physiker als Masseneinheit definiren, nicht immer richtig aufgefasst worden ist, und um zu zeigen, dass das Mitführen des häufig mit f bezeichneten Proportionalitätsfaktors in den Gleichungen der Himmelsmechanik vollkommen überflüssig ist. Der Astronom hat mit dem Gramm als Masseneinheit garnichts zu tun. Die numerischen Werte der Massen der drei Himmelskörper, welche wir nach Newcomb unsern Rechnungen zu Grunde legen wollen, setze ich hierunter; wobei die Zahlen in Klammern Logarithmen sind*):

*) Der zuerst angegebne Wert der Sonnenmasse ist gleich dem Quadrat der Gauss'schen Konstante k, die wohl häufig auch als Gravitationskonstante bezeichnet wird; eine Bezeichnung, auf die die Astronomen zu verzichten sich wohl gewöhnen müssen, da die Physiker mit „Gravitationskonstante" jetzt etwas ganz anderes bezeichnen: nämlich den reciproken Wert der Masse eines Gramms, ausgedrückt in Gauss'schen Einheiten; die Zweckmässigkeit dieser letzteren Bezeichnungsweise scheint mir sehr zweifelhaft, da sie nur einen Faktor darstellt, der die Beziehung zwischen dem Gramm und den Gauss'schen Einheiten für Raum und Zeit angibt.

	in astronomischen Einheiten (Erdbahnhalbaxe, mittlerer Tag)	in Gauss'schen Einheiten, Centimeter, Sekunde (genähert)	in Einheiten der Erdmasse
Sonnenmasse	[6.4711629—10]	[26.122]	333434
Erdmasse	[0.9481529—10]	[20.599]	1
Mondmasse	[9.03726—20]	[18.688]	$\frac{1}{81{,}45}$

2. Die Differentialgleichungen der Mondkoordinaten sind hiernach die folgenden:

$$1)\qquad \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{\mathfrak{m}_0+\mathfrak{m}}{r^3}x &= -\frac{\mathfrak{m}'}{r'^3}x'-\frac{\mathfrak{m}'}{\Delta^3}(x-x') \\ \frac{d^2y}{dt^2}+\frac{\mathfrak{m}_0+\mathfrak{m}}{r^3}y &= -\frac{\mathfrak{m}'}{r'^3}y'-\frac{\mathfrak{m}'}{\Delta^3}(y-y') \\ \frac{d^2z}{dt^2}+\frac{\mathfrak{m}_0+\mathfrak{m}}{r^3}z &= -\frac{\mathfrak{m}'}{r'^3}z'-\frac{\mathfrak{m}'}{\Delta^3}(z-z'). \end{aligned}$$

Wir wollen diese Gleichungen auf den Schwerpunkt des Systems Erde-Mond transformiren, da in vorstehender Form, wie schon bemerkt, die Mondstörungen in den Koordinaten x', y', z', r' implicit vorhanden sind. Eine teilweise Transformation auf diesen Schwerpunkt, bei welcher die Sonnenkoordinaten auf diesen, die Mondkoordinaten dagegen auf den Erdmittelpunkt bezogen werden, ist früher häufig angewandt und von Herrn Harzer in genereller Weise entwickelt worden; wir wollen alle Koordinaten auf den ersteren beziehen.

Bezeichnen wir das Massenverhältniss von Erde und Mond

$$\frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{m}_0}=m,$$

wo also $m=\frac{1}{81{,}45}$, und nennen wir ξ, η, ζ, r_1, ξ', η', ζ' die Koordinaten von Mond und Sonne in Bezug auf den genannten Schwerpunkt, so ist nach dem Schwerpunktsgesetz:

$$2)\qquad \begin{aligned} x &= (1+m)\xi & x' &= \xi'+m\xi \\ y &= (1+m)\eta & y' &= \eta'+m\eta \\ z &= (1+m)\zeta & z' &= \zeta'+m\zeta, \\ r &= (1+m)r_1 \end{aligned}$$

und also:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}+\frac{\mathfrak{m}_0+\mathfrak{m}}{(1+m)^3}\frac{\xi}{r_1^3}=-\frac{\mathfrak{m}'}{1+m}\frac{\xi'+m\xi}{r'^3}+\frac{\mathfrak{m}'}{1+m}\frac{\xi'-\xi}{\Delta^3}$$

und analog für η und ξ, wo

$$3) \qquad \begin{aligned} \Delta^2 &= (\xi' - \xi)^2 + (\eta' - \eta)^2 + (\zeta' - \zeta)^2 \\ r'^2 &= (\xi' + m\xi)^2 + (\eta' + m\eta)^2 + (\zeta' + m\xi)^2. \end{aligned}$$

Bezeichnet man

$$4) \qquad \begin{aligned} M &= \frac{\mathfrak{m}_0 + \mathfrak{m}}{(1+m)^3}, \quad m' = \frac{\mathfrak{m}'}{M} \\ \Omega &= \frac{m'}{1+m}\left(\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{mr'}\right), \end{aligned}$$

so wird

$$5) \qquad \begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{M\xi}{r_1^3} &= M\frac{\partial\Omega}{\partial\xi} \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} + \frac{M\eta}{r_1^3} &= M\frac{\partial\Omega}{\partial\eta} \\ \frac{d^2\zeta}{dt^2} + \frac{M\zeta}{r_1^3} &= M\frac{\partial\Omega}{\partial\zeta}, \end{aligned}$$

wo bei der partiellen Differentiation von Ω die Ausdrücke 3) zu benutzen sind. Die letzten Gleichungen haben ganz dieselbe Form, die ich in der Theorie der kleinen Planeten*) benutzt habe und können nun genau wie dort weiter behandelt werden.

3. Die Gleichungen 5) transformiren wir demnach, wie in kl. Pl. I. Seite 23—26, und auf ein Koordinatensystem mit dem gleichen Anfangspunkt, also mit den Axen $\xi_1\eta_1\zeta_1$ von veränderlichen Richtungen, die so bestimmt werden, dass die $\xi_1\eta_1$-Ebene beständig mit der oskulirenden Bahnebene sowohl des Mondes als der Erde um ihren gemeinsamen Schwerpunkt zusammenfällt. Wir setzen also (kl. Pl. I. Seite 23) allgemein

$$\begin{aligned} \xi &= \alpha\,\xi_1 + \beta\,\eta_1 + \gamma\,\zeta_1 & \xi_1 &= \alpha\xi + \alpha_1\eta + \alpha_2\zeta \\ \eta &= \alpha_1\xi_1 + \beta_1\eta_1 + \gamma_1\zeta_1 & \eta_1 &= \beta\xi + \beta_1\eta + \beta_2\zeta \\ \zeta &= \alpha_2\xi_1 + \beta_2\eta_1 + \gamma_2\zeta_1 & \zeta_1 &= \gamma\xi + \gamma_1\eta + \gamma_2\zeta \end{aligned}$$

und lassen die Mondkoordinaten die Bedingungen:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \gamma\xi + \gamma_1\eta + \gamma_2\zeta = 0 \\ \frac{d\zeta_1}{dt} &= \gamma\frac{d\xi}{dt} + \gamma_1\frac{d\eta}{dt} + \gamma_2\frac{d\zeta}{dt} = 0 \end{aligned}$$

erfüllen. Auch die Lage der ξ_1-Axe in der $\xi_1\eta_1$-Ebene definiren wir (kl. Pl. I. Seite 24) durch die Relation

*) Abhandlungen der K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Math.-phys. Klasse, Neue Folge 1. 2. — Diese Abhandlung werde ich im Folgenden stets unter der Abkürzung „kl. Pl. I“ citiren.

$$\beta\frac{d\alpha}{dt}+\beta_1\frac{d\alpha_1}{dt}+\beta_2\frac{d\alpha_2}{dt}=0 \quad \text{oder} \quad \alpha\frac{d\beta}{dt}+\alpha_1\frac{d\beta_1}{dt}+\alpha_2\frac{d\alpha_2}{dt}=0,$$

wonach wir für die Bewegung in der oskulirenden Bahnebene die folgenden Gleichungen erhalten:

6)
$$\frac{d^2\xi_1}{dt^2}+\frac{M\xi_1}{r_1^3}=M\frac{\partial\Omega}{\partial\xi_1}$$
$$\frac{d^2\eta_1}{dt^2}+\frac{M\eta_1}{r_1^3}=M\frac{\partial\Omega}{\partial\eta_1}.$$

Führen wir Polarkoordinaten ein durch die Relationen

7)
$$\xi_1=r_1\cos v \qquad \eta_1=r_1\sin v,$$

wo v der Winkel zwischen dem Radiusvektor und der positiven ξ_1-Axe, also die wahre Länge des Mondes in seiner oskulirenden Bahnebene, ist, so wird (kl. Pl. I. Seite 26—27)

8)
$$\frac{d}{dt}\left(r_1^2\frac{dv}{dt}\right)=M\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$
$$r_1\frac{d^2r_1}{dt^2}-r_1^2\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\frac{M}{r_1}=Mr_1\frac{\partial\Omega}{\partial r_1},$$

wobei in dem Differentialquotienten $\frac{\partial\Omega}{\partial v}$ die Länge v soweit als variabel anzusehen ist, als sie durch die Koordinaten in der oskulirenden Bahnebene eingeführt wird, also nicht, soweit sie in den Grössen auftritt, welche die Lage dieser Bahnebene gegen eine feste Fundamentalebene definiren (vgl. kl. Pl. I. S. 27).

4. Wir wollen weiter die Gyldén'schen Koordinaten S, ϱ und W in unsere Differentialgleichungen 8) als abhängige Veränderliche und die Länge v als unabhängige Veränderliche einführen. Diese Gyldén'schen Koordinaten S und ϱ definire ich (kl. Pl. I. S. 16 u. 28), wie folgt:

9)
$$r_1=\frac{a_1(1-\eta^2)}{1+\varrho} \qquad r_1^2\frac{dv}{dt}=\frac{\sqrt{Ma_1(1-\eta^2)}}{1+S}.$$

Indem a_1 eine Konstante bedeutet, die schlechthin als Halbaxe der Mondbahn um den Schwerpunkt des Systems Erde + Mond (aber ohne geometrische Interpretation) bezeichnet werden kann, sehen wir, dass ϱ die Schwankungen des Radiusvektor und S die der Flächengeschwindigkeit um ihre gegenwärtigen Mittelwerte charakterisirt; die erstere Grösse ist also von der Ordnung der Excentricität der Mondbahn, die letztere von der Ordnung der Störungen. Die Funktion η, welche nur Veränderungen sekularer Art unterworfen und ebenfalls von der Ordnung der Excentricität ist, werden wir gleich ebenso definiren, wie in kl. Pl.; übrigens ist ihr Wert von der Excentricität der oskulirenden Ellipse nicht sehr verschieden.

Die Einführung der Variabeln ϱ, S und v in die Gleichungen 8) verwandelt diese in die folgenden (kl. Pl. I. S. 28—29):

$$-\frac{1}{1+S}\frac{dS}{dv} = (1+S)^2 Q + \tfrac{1}{2}\frac{1}{1-\eta^2}\frac{d\eta^2}{dv}$$

$$10)\qquad \frac{d^2\varrho}{dv^2}+\varrho = -\left\{\frac{2}{1-\eta^2}\frac{d\eta^2}{dv}+(1+S)^2 Q\right\}\frac{d\varrho}{dv}+2S+S^2-(1+S)^2 P$$
$$-\left\{\frac{1}{1-\eta^2}\frac{d^2\eta^2}{dv^2}+\frac{2}{(1-\eta^2)^2}\left(\frac{d\eta^2}{dv}\right)^2+\frac{(1+S)^2}{1-\eta^2}Q\frac{d\eta^2}{dv}\right\}(1+\varrho),$$

wo

$$11)\qquad Q = \frac{r_1^2}{a_1(1-\eta^2)}\frac{\partial\Omega}{\partial v}, \qquad P = r_1^2\frac{\partial\Omega}{\partial r_1}.$$

Ueber die Funktion ϱ seien folgende Bemerkungen gemacht, welche in kl. Pl I. Seite 18—21 näher begründet sind. Wir setzen

$$12)\qquad \varrho = (\varrho) + R,$$

wo R denjenigen Teil der Funktion ϱ bezeichnet, der mit der störenden Masse verschwindet, während (ϱ) den sogenannten elementaren Teil bildet, welcher von der Ordnung der Excentricität ist und mit verschwindender störender Masse in das Glied der elliptischen Bewegung $e\cos(v-\pi)$ übergeht. (ϱ) enthält im Grossen und Ganzen die sogenannten sekularen Störungen der Excentricität und der Länge des Perihels, welche in den klassischen Theorien auftreten. Wir setzen auch

$$13)\qquad (\varrho) = \eta\cos \mathrm{v}, \qquad \mathrm{v} = v - \Pi,$$

wo η und Π mit einer gewissen Annäherung die Excentricität und die Perihellänge mit ihren sekularen Aenderungen darstellen, sich also mit der Zeit (oder richtiger mit v) nur langsam ändern. Wir werden η und Π in der Form erhalten

$$14)\qquad \eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \Pi = \varkappa \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \omega + \varkappa_1 \alpha \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \omega_1$$
$$\omega = \varsigma v + \Gamma, \quad \omega_1 = \varsigma_1 v + \Gamma_1,$$

wo $\varkappa$, $\varkappa_1$, α, ς, ς_1, Γ, Γ_1 Konstanten und zwar $\varkappa$ und Γ die beiden Integrationskonstanten der Differentialgleichung 10) für ϱ sind. ς_1 hängt von der Sekularbewegung des Perihels der Erdbahn ab, $\varkappa_1$ von ihrer Excentricität und Γ_1 von ihrer Perihellänge, während α das Verhältniss der Halbaxen der Bahnen von Mond und Sonne, also eine sehr kleine Grösse ist. Das Glied in $\varkappa_1$ ist also ein „parallaktisches“. Sieht man die Bahn der Erde (oder vielmehr die Bahn des Schwerpunkts von Erde und Mond) um die Sonne als feste Ellipse an, so verschwindet ς_1; sieht man sie als Kreisbahn an, so verschwindet auch $\varkappa_1$.

ς ist die Apsidenbewegung des Mondes in der Gyldén'schen Definition. Man hat auch

15) $$(\varrho) = \varkappa \cos(v - \omega) + \varkappa_1 \alpha \cos(v - \omega_1).$$

Zu den Gleichungen 10) müssen wir noch die zweite der Gleichungen 9) hinzufügen, um die Relation zwischen v und der Zeit zu erhalten; setzt man für r_1 seinen Wert und bezeichnet man

16) $$n = \frac{\sqrt{M}}{a_1^{\frac{3}{2}}}, \quad \text{also auch} \quad n = \frac{\sqrt{\mathfrak{m}_0 + \mathfrak{m}}}{a^{\frac{3}{2}}},$$

wenn $a = a_1(1 + m)$ die Halbaxe der Mondbahn um den Erdmittelpunkt bedeutet, so schreibt sich die erwähnte Gleichung nach Einführung von v als unabhängiger Veränderlicher:

17) $$n \frac{dt}{dv} = \frac{(1 - \eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1 + \varrho)^2} (1 + S),$$

welche also ausser den Gleichungen 10) noch zu integriren ist. Wir benutzen sie indessen nicht in der vorstehenden Form, sondern stellen die Störungen der Länge, wie folgt, dar. Sei

18) $$L = nt + A,$$

wo n die Bewegungskonstante (oder mittlere Bewegung) und A den Wert von L zur Zeit $t = 0$ bezeichnet; n und A sind reine Konstanten; wir können L die (ungestörte) mittlere Länge nennen; dann setzen wir

19) $$v = L - \sum B_n \sin n\mathrm{v} - W,$$

wo $\sum B_n \sin n\mathrm{v}$ die Mittelpunktsgleichung und zwar bereits mit Berücksichtigung der sogenannten sekularen Störungen ist, indem die B_n hier Funktionen von η, wie sie in der elliptischen Bewegung von e sind; v kann mit der wahren Anomalie verglichen werden. Es ist (kl. Pl. I. S. 31)

$$B_1 = -2\eta \qquad B_4 = \tfrac{5}{3\,2}\eta^4 + \cdots$$
$$B_2 = \tfrac{3}{4}\eta^2 + \tfrac{1}{8}\eta^4 + \cdots \qquad B_5 = -\tfrac{3}{4\,0}\eta^5 - \cdots$$
$$B_3 = -\tfrac{1}{3}\eta^3 - \tfrac{1}{8}\eta^5 - \cdots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Die Funktion W bedeutet also die eigentlichen Störungen der Länge und bestimmt sich aus der Differentialgleichung (kl. Pl. I. S. 32—33):

20) $$\frac{dW}{dv} = \frac{(1 - \eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1 + \eta \cos \mathrm{v})^2} \left\{ \frac{1 + S}{\left(1 + \frac{R}{1 + \eta \cos \mathrm{v}}\right)^2} - 1 \right\} - \frac{d\Xi}{dv},$$

wo

$$21) \qquad \frac{d\Xi}{dv} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D(B_n \sin n\mathrm{v})}{Dv};$$

das Zeichen D bedeutet hier, dass die Differentiation nur in Bezug auf η und Π auszuführen ist, also das explicite v im Argument $\mathrm{v} = v - \Pi$ als konstant anzusehen ist. Ξ ist also eine kleine Grösse, wenn auch hier beträchtlich grösser als im Falle der kleinen Planeten.

Um eine Relation zu haben, welche es ermöglicht, die Länge v aus der Zeit t zu berechnen, nachdem die Funktionen η, Π und W bekannt sind, dienen die Gleichungen (kl. Pl. I. S. 30 u. 34):

$$22) \qquad \begin{aligned} M &= L - \Pi - W \\ \varepsilon - \eta \sin \varepsilon &= M \\ \operatorname{tg} \frac{\mathrm{v}}{2} &= \sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}} \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} \\ v &= \mathrm{v} + \Pi, \end{aligned}$$

in denen M als die mittlere und ε als die excentrische Anomalie bezeichnet werden können.

II. Kapitel.

Entwicklung der Störungsfunktion.

1. Wir haben nun die Störungsfunktion Ω zu entwickeln und die Ausdrücke ihrer partiellen Ableitungen Q und P herzuleiten, welche in den Gleichungen 10) vorkommen. Wir benutzen dazu eine der Gyldén'schen analoge Methode unter enger Anlehnung an kl. Pl., wobei allerdings einige Modifikationen nötig werden wegen der veränderten Form der Störungsfunktion. Diese hat die Form:

4) $$\Omega = \frac{m'}{1+m}\left(\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{mr'}\right),$$

wo Δ und r' in rechtwinkligen Koordinaten durch die Gleichungen 3) gegeben sind. Bezeichnen wir den Winkel zwischen dem Radiusvektor des Mondes r_1 und dem der Sonne r_1', beide vom Schwerpunkt des Systems Erde + Mond gerechnet, mit H, so ist $\xi\xi' + \eta\eta' + \zeta\zeta' = r_1 r_1' \cos H$, und es wird

23) $$\begin{aligned} \Delta^2 &= r_1'^2 + r_1^2 - 2r_1' r_1 \cos H \\ r'^2 &= r_1'^2 + m^2 r_1^2 + 2mr_1' r_1 \cos H. \end{aligned}$$

Die Lage der oskulirenden Bahnebene zur festen Fundamentalebene, als welche man die Ekliptik zu irgend einer Zeit wählen wird, definiren wir ebenso wie in kl. Pl. Kapitel III. Da in der vorliegenden Abhandlung auf die Breitenstörungen des Mondes nicht eingegangen werden soll, so genügt es, mit Hinweis auf den Anfang des IV. Kapitel der kl. Pl. zu erinnern, dass der Winkel H sich wie folgt ausdrücken lässt:

$$\begin{aligned} \cos H &= \cos H_1 + h \\ H_1 &= v - v' + \mathrm{H} - \mathrm{H}', \end{aligned}$$

wo h, H, H' das Quadrat der Neigung enthalten und v' die wahre Länge der Sonne bedeutet. Die Breite der Sonne, also auch H', ist hier stets eine sehr kleine Grösse; dagegen wird H ein nicht ganz unbeträchtliches sekulares Glied (vgl. kl. Pl. S. 42) enthalten wegen der schnellen Bewegung der Knoten der Mondbahn. Mit Vernachlässigung des Quadrats der Neigung hätte man $H = v - v'$.

Wir setzen nun in ähnlicher Weise wie kl. Pl. S. 47:

24)
$$\begin{aligned}(\Delta)^2 &= r_1'^2 + r_1^2 - 2r_1' r_1 \cos H_1\\ (r')^2 &= r_1'^2 + m^2 r_1^2 + 2mr_1' r_1 \cos H_1\\ (\Omega) &= \frac{m'}{1+m}\left\{\frac{1}{(\Delta)} + \frac{1}{m(r')}\right\}\end{aligned}$$

und entwickeln nach Cosinus der Vielfachen von H_1:

25)
$$\begin{aligned}\frac{a_1}{(\Delta)} &= M_0 + 2M_1 \cos H_1 + 2M_2 \cos 2H_1 + \cdots\\ \frac{a_1}{m(r')} &= N_0 + 2N_1 \cos H_1 + 2N_2 \cos 2H_1 + \cdots\\ a_1(\Omega) &= R_0 + 2R_1 \cos H_1 + 2R_2 \cos 2H_1 + \cdots\end{aligned}$$

Wir haben dann:

$$M_n = \frac{1}{\pi}\frac{a_1}{r_1'}\int_0^\pi \frac{\cos n\psi\, d\psi}{\sqrt{1+\left(\frac{r_1}{r_1'}\right)^2 - 2\frac{r_1}{r_1'}\cos\psi}}$$

$$N_n = \frac{1}{\pi}\frac{a_1}{mr_1'}\int_0^\pi \frac{\cos n\psi\, d\psi}{\sqrt{1+\left(\frac{mr_1}{r_1'}\right)^2 + 2\frac{mr_1}{r_1'}\cos\psi}}$$

$$= \frac{(-1)^n}{\pi}\frac{a_1}{mr_1'}\int_0^\pi \frac{\cos n\psi\, d\psi}{\sqrt{1+\left(\frac{mr_1}{r_1'}\right)^2 - 2\frac{mr_1}{r_1'}\cos\psi}}$$

$$R_n = \frac{m'}{1+m}(M_n + N_n);$$

setzt man:

$$k = \frac{r_1}{r_1'}, \quad k_1 = mk,$$

so wird nach der kl. Pl. S. 48—49 angegebenen Transformation

$$M_n = \frac{2}{\pi}\frac{a_1}{r_1'}k^n\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}$$

$$N_n = (-1)^n\frac{2}{\pi}\frac{a_1}{mr_1'}k_1^n\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1-k_1^2\sin^2\varphi}}.$$

Für den störenden Körper haben wir

$$r_1' = \frac{a'(1-\eta'^2)}{1+\varrho'},$$

und wenn wir bezeichnen

$$k = \alpha\sqrt{1-\lambda}, \quad \alpha = \frac{a_1}{a'},$$

so ist

$$\lambda = 1 - \left(\frac{a'}{r_1'}\right)^2 \left(\frac{r_1}{a_1}\right)^2.$$

Hiermit ergibt sich

$$M_n = \frac{2}{\pi}\frac{a'}{r_1'}\alpha^{n+1}(1-\lambda)^{\frac{n}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1-\alpha^2(1-\lambda)\sin^2\varphi}}$$

$$N_n = (-1)^n \frac{2}{\pi}\frac{a'}{r_1'} m^{n-1}\alpha^{n+1}(1-\lambda)^{\frac{n}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi'}{\sqrt{1-m^2\alpha^2(1-\lambda)\sin^2\varphi}}$$

oder, wenn wir nach Potenzen von λ entwickeln, und

$$\beta_n^{(s)} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{(1-\alpha^2\sin^2\varphi)^{\frac{s}{2}}}, \qquad \beta_n'^{(s)} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{(1-m^2\alpha^2\sin^2\varphi)^{\frac{s}{2}}}$$

26)

$$C_{n\cdot 0} = \alpha^{n+1}\beta_n^{(1)} \qquad C'_{n\cdot 0} = m^{n-1}\alpha^{n+1}\beta_n'^{(1)}$$

$$C_{n\cdot 1} = \tfrac{1}{2}\alpha^{n+3}\beta_{n+1}^{(3)} \qquad C'_{n\cdot 1} = \tfrac{1}{2}m^{n+1}\alpha^{n+3}\beta_{n+1}'^{(3)}$$

$$C_{n\cdot 2} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\alpha^{n+5}\beta_{n+2}^{(5)} \qquad C'_{n\cdot 2} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}m^{n+3}\alpha^{n+5}\beta_{n+2}'^{(5)}$$

etc. etc.

$$\gamma_{n\cdot\sigma} = \frac{m'}{1+m}(C_{n\cdot\sigma} + (-1)^n C'_{n\cdot\sigma})$$

bezeichnen:

$$R_n = \frac{a'}{r_1'}(1-\lambda)^{\frac{n}{2}}\{\gamma_{n\cdot 0} - \gamma_{n\cdot 1}\lambda + \gamma_{n\cdot 2}\lambda^2 - + \cdots\},$$

d. h. wir erhalten eine ganz analoge Entwicklung wie für die Funktion (Ω) kl. Pl. S. 50.

2. Führen wir für λ seinen Wert

$$\lambda = 1 - \left(\frac{1-\eta^2}{1+\varrho}\right)^2 \left(\frac{1+\varrho'}{1-\eta'^2}\right)^2$$

ein und entwickeln wir nach Potenzen der Grössen ϱ, ϱ', η^2, η'^2, so wird

27)
$$a_1(\Omega) = 2\sum{}' \Omega_{(n.s.s')\nu.\nu'} \varrho^s \varrho'^{s'} \eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'} \cos nH_1$$

ganz analog der Gleichung 121) kl. Pl. Es gelten also für die Koefizienten $\Omega_{(n.s.s')\nu.\nu'}$ die kl. Pl. unter 122) gegebenen Ausdrücke, von denen ich hier nur die ersten hinschreibe:

$$28)\qquad \begin{aligned} \Omega_{n\cdot 0\cdot 0} &= \gamma_{n\cdot 0} \\ \Omega_{n\cdot 1\cdot 0} &= -n\gamma_{n\cdot 0} - 2\gamma_{n\cdot 1} \\ \Omega_{n\cdot 0\cdot 1} &= (n+1)\gamma_{n\cdot 0} + 2\gamma_{n\cdot 1} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Es ist nur zu bemerken, dass diese Gleichungen so gelten, wie sie hier stehen, auf der rechten Seite also nicht der Faktor $\frac{m'}{1+m}$ zuzufügen ist, da dieser bereits im Ausdruck 26) für $\gamma_{n\cdot\sigma}$ aufgenommen ist.

Für unsere Mondtheorie werden indessen einige höhere Ω-Koeffizienten erforderlich, die in kl. Pl. nicht gegeben sind; man kann diese entweder durch successive Entwicklung (kl. Pl. S. 51) herleiten oder aus den generellen Entwicklungen Gyldéns[1]) entnehmen; ich setze sie hierher:

$$\begin{aligned} \Omega_{n\cdot 4\cdot 0} &= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3.4}\gamma_{n\cdot 0} + \frac{2n^3+15n^2+37n+30}{6}\gamma_{n\cdot 1} \\ &\quad + (2n^2+14n+25)\gamma_{n\cdot 2} + (8n+36)\gamma_{n\cdot 3} + 16\gamma_{n\cdot 4}, \\ \Omega_{n\cdot 3\cdot 1} &= -\frac{n(n+1)^2(n+2)}{1.2.3}\gamma_{n\cdot 0} - \frac{4n^3+24n^2+50n+36}{3}\gamma_{n\cdot 1} \\ &\quad - (8n^2+48n+76)\gamma_{n\cdot 2} - (32n+128)\gamma_{n\cdot 3} - 64\gamma_{n\cdot 4}, \\ \Omega_{n\cdot 5\cdot 0} &= -\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{1.2.3.4.5}\gamma_{n\cdot 0} - \frac{n^4+12n^3+53n^2+102n+72}{12}\gamma_{n\cdot 1} \\ &\quad - \frac{2n^3+24n^2+97n+132}{3}\gamma_{n\cdot 2} - 2(2n^2+20n+51)\gamma_{n\cdot 3} - 16(n+6)\gamma_{n\cdot 4} - 32\gamma_{n\cdot 5}, \\ \Omega_{n\cdot 4\cdot 1} &= \frac{n(n+1)^2(n+2)(n+3)}{1.2.3.4}\gamma_{n\cdot 0} + \frac{5n^4+48n^3+175n^2+288n+180}{12}\gamma_{n\cdot 1} \\ &\quad + \frac{10n^3+102n^2+359n+435}{3}\gamma_{n\cdot 2} + 2(10n^2+88n+201)\gamma_{n\cdot 3} \\ &\quad + 16(5n+27)\gamma_{n\cdot 4} + 160\gamma_{n\cdot 5}. \end{aligned} \qquad 29)$$

Die Ableitung der Ausdrücke für die Funktionen P und Q brauche ich hier auch nicht ausführlich zu geben. Wir haben (nach kl. Pl. S. 56—57), wenn wir das Quadrat der Neigung fortlassen:

$$30)\qquad \begin{aligned} Q &= -2\sum n\, Q_{(n.s.s')\nu.\nu'}\varrho^{s}\varrho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\sin nH_1 \\ P &= 2\sum{}' P_{(n.s.s')\nu.\nu'}\varrho^{s}\varrho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos nH_1, \end{aligned}$$

1) Traité analytique des Orbites absolues des huit Planètes principales, T. I. p. 362—371.

wo für $v = v' = 0$

31)
$$Q_{n\cdot s\cdot s'} = \Omega_{n\cdot s\cdot s'} - 2\Omega_{n\cdot s-1\cdot s'} + 3\Omega_{n\cdot s-2\cdot s'} - + \cdots$$
$$P_{n\cdot s\cdot s'} = -(s+1)\,\Omega_{n\cdot s+1\cdot s'}.$$

3. Die Ausdrücke 30) sind nun noch weiter zu transformiren, indem ϱ', η' und H_1 durch die Variable v auszudrücken sind. Auch dies geschieht genau nach dem Kap. V kl. Pl., worauf sich die Entwicklungen kl. Pl. Seite 70 und 78 für Q und P ergeben. Diese Entwicklungen a. a. O. gehen bis zu den zweiten Potenzen der Grössen η und η', und reichen also für die Zwecke der vorliegenden Abhandlung zunächst aus; indessen sind sie mit Bezug auf die Grössen R und K nicht so weit ausgeführt, wie es für die Theorie des Mondes nötig ist; es ist nicht schwer, sie für diesen Zweck zu vervollständigen. Zunächst wollen wir uns aber klar machen, wie das in kl. Pl. Seite 61 und 69 über die Grössen γ, μ, μ_1, K und V Gesagte sich für den Mond modifizirt.

Wir haben nach Relation 16)

$$n = \frac{\sqrt{M}}{a_1^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{\mathrm{m}_0 + \mathrm{m}}}{a^{\frac{3}{2}}}$$

und für den störenden Körper

$$n' = \frac{\sqrt{\mathrm{m}' + \mathrm{m}_0 + \mathrm{m}}}{a'^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{\mathrm{m}' + M}}{a'^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{M(m'+1)}}{a'^{\frac{3}{2}}}$$

oder auch

32)
$$n' = \frac{k\sqrt{1+\frac{1}{m'}}}{a'^{\frac{3}{2}}},$$

wo k die Gauss'sche Konstante ist; ferner bezeichnen wir das Verhältniss dieser Bewegungskonstanten

33)
$$\delta = \frac{n'}{n}$$

entsprechend einem charakteristischen Planeten, für den dieses Verhältniss eine kleine Grösse ist. δ ist in unserem Fall etwa $\frac{1}{13}$.

Nach den Ausführungen in kl. Pl. Seite 60—61 erhalten wir

34)
$$v' = \delta v + B + G + \delta W - W'$$
$$B = A' - \mu A, \qquad G = \delta \sum B_n \sin n\mathrm{v} - \sum B'_n \sin n\mathrm{v}'$$

und für das Argument $H_1 = v - v' + \mathrm{H} - \mathrm{H}'$ nach kl. Pl. S. 63

35)
$$H_1 = w_1 - G$$
$$w_1 = (1-\delta)v - B - U$$
$$U = \delta W - W' - \mathrm{H} + \mathrm{H}'.$$

Da wir hier vorerst beabsichtigen, die Bahn des störenden Körpers als Ellipse anzusehen, so ist für unser Problem

$$\varrho' = \eta' \cos(v' - \Pi')$$

wo η' und Π' konstant sind und Excentricität und Länge des Perigäums der Sonne bedeuten, also einfach

$$36) \qquad \eta' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \Pi' = \varkappa' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \Gamma_1, \quad \eta' = \varkappa', \quad \Pi' = \Gamma_1$$

zu setzen ist. Ebenso verschwinden W' und H'.

Im übrigen zeigt sich, dass der sekulare Teil der Funktion W, von dem in kl. Pl. Seite 61 gehandelt ist, beim Monde zum Verschwinden gebracht werden kann, und dass die langperiodischen Glieder in W, welche wir als von der Form A bezeichnet haben, und welche ausserdem vom zweiten Grade (in η und η') sind, nicht übermässig gross ausfallen. Wenn man die Bahn der Sonne nicht als reine Ellipse ansieht, so treten unter diesen Gliedern diejenigen auf, welche die Sekularbeschleunigung des Mondes geben und deren Behandlung auch ausserhalb des Rahmens der vorliegenden Abhandlung fällt*). Auch die Glieder der Form C sind nicht sehr beträchtlich, obwohl ersten Grades, und somit kann die Zerlegung der Funktion U in ihre Teile K und V (kl. Pl. Seite 69) hier zunächst unterbleiben. Wir setzen darum

$$W = K$$

und benutzen im Folgenden den Buchstaben K, um damit anzudeuten, dass diese Funktion keine sehr grossen Glieder enthält.

Indessen wird es sich empfehlen, die Funktion H, obwohl sie das Quadrat der Neigung enthält, nicht principiell fortzulassen, sondern ihren sekularen Teil gleich mit zu berücksichtigen, also zu setzen

$$U = \delta K - \text{p.sec. H},$$

womit nun wird

$$37) \qquad \begin{aligned} w_1 &= (1 - \delta_2) v - B - \delta K \\ \delta_2 v &= \delta v + \text{p.sec. H}. \end{aligned}$$

Wir können nun die Ausdrücke für die Funktionen Q und P unmittelbar hinschreiben in der Form, in der wir sie in der Mondtheorie benutzen wollen. Die entsprechenden Ausdrücke in kl. Pl. S. 70 und 78 enthalten nicht mehr das Argument w_1, sondern w, da dort nach Potenzen von K entwickelt wurde; diese Entwicklung wollen wir im Interesse einer grösseren Schärfe rückgängig machen und wieder w_1 einführen; indem wir auch die höheren Potenzen von R berücksichtigen wollen, erhalten wir mit alleiniger Vernachlässigung der Glieder zweiten und höheren Grades in η und η':

*) A. von Brunn, Die Sekularbeschleunigung des Mondes. Inaugural-Dissertation. Göttingen 1905.

$$
\begin{aligned}
Q = & \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\alpha_{n\cdot 0\cdot 0} + \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} R + \alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} R^2 + \cdots\} \sin nw_1 \\
& + \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\alpha_{n\cdot 1\cdot 0} + \alpha^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} R + \alpha^{(2)}_{n\cdot 1\cdot 0} R^2 + \cdots\} \eta \sin (\mathrm{v} + nw_1) \\
& + \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\alpha_{n\cdot 0\cdot 1} + \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} R + \alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 1} R^2 + \cdots\} \gamma' \sin (\mathrm{v}_1 + nw_1).
\end{aligned} \tag{38}
$$

Hierbei haben wir auch eine etwas bequemere Schreibweise eingeführt, indem wir die Summen von $-\infty$ bis $+\infty$ nehmen, wobei ein Index erspart wird. Die Indizirung der α-Koeffizienten ist sonst die gleiche wie die der A-Koeffizienten in kl. Pl. und die Beziehungen zwischen beiden sind die folgenden:

für positive n und für $n = 0$:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_{n\cdot 0,0} = \tfrac{1}{2} A_{n\cdot 0\cdot 0}, && \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} = \tfrac{1}{2} A^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} && \text{u. s. w.} \\
&\alpha_{n\cdot 1\cdot 0} = A^{(+1)}_{n\cdot 1\cdot 0}, && \alpha^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} = A^{+1\cdot 1\cdot 0}_{n\cdot 1\cdot 0} && \text{u. s. w.} \\
&\alpha_{n\cdot 0\cdot 1} = A^{(+1)}_{n\cdot 0\cdot 1}, && \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} = A^{+1\cdot 1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 1} && \text{u. s. w.}
\end{aligned}
$$

für negative n:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_{n\cdot 0\cdot 0} = -\tfrac{1}{2} A_{-n\cdot 0\cdot 0}, && \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} = -\tfrac{1}{2} A^{1\cdot 0}_{-n\cdot 0\cdot 0} && \text{u. s. w.} \\
&\alpha_{n\cdot 1\cdot 0} = -A^{(-1)}_{-n\cdot 1\cdot 0}, && \alpha^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} = -A^{-1\cdot 1\cdot 0}_{-n\cdot 1\cdot 0} && \text{u. s. w.} \\
&\alpha_{n\cdot 0\cdot 1} = -A^{(-1)}_{-n\cdot 0\cdot 1}, && \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} = -A^{-1\cdot 1\cdot 0}_{-n\cdot 0\cdot 1} && \text{u. s. w.}
\end{aligned}
$$

Die Formeln für die α-Koefficienten seien hier, vollständiger als in kl. Pl., wiederholt:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_{n\cdot 0\cdot 0} = -nQ_{n\cdot 0\cdot 0} && \alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} = -nQ_{n\cdot 2\cdot 0} && \alpha^{(4)}_{n\cdot 0\cdot 0} = -nQ_{n\cdot 4\cdot 0} \\
&\alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} = -nQ_{n\cdot 1\cdot 0} && \alpha^{(3)}_{n\cdot 0\cdot 0} = -nQ_{n\cdot 3\cdot 0} && \alpha^{(s)}_{n\cdot 0\cdot 0} = -nQ_{n\cdot s\cdot 0}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\alpha_{n\cdot 1\cdot 0} = -n\{Q_{n\cdot 1\cdot 0} + 2n\delta Q_{n\cdot 0\cdot 0}\} && \alpha_{n\cdot 0\cdot 1} = -(n+1)\{Q_{n+1\cdot 0\cdot 1} - 2(n+1) Q_{n+1\cdot 0\cdot 0}\} \\
&\alpha^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} = -n\{2Q_{n\cdot 2\cdot 0} + 2n\delta Q_{n\cdot 1\cdot 0}\} && \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} = -(n+1)\{Q_{n+1\cdot 1\cdot 1} - 2(n+1) Q_{n+1\cdot 1\cdot 0}\} \\
&\alpha^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} = -n\{3Q_{n\cdot 3\cdot 0} + 2n\delta Q_{n\cdot 2\cdot 0}\} && \alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 1} = -(n+1)\{Q_{n+1\cdot 2\cdot 1} - 2(n+1) Q_{n+1\cdot 2\cdot 0}\} \\
&\alpha^{(s)}_{n\cdot 1\cdot 0} = -n\{(s+1) Q_{n\cdot s+1\cdot 0} + 2n\delta Q_{n\cdot s\cdot 0}\} && \alpha^{(s)}_{n\cdot 0\cdot 1} = -(n+1)\{Q_{n+1\cdot s\cdot 1} - 2(n+1) Q_{n+1\cdot s\cdot 0}\}.
\end{aligned} \tag{39}
$$

Diese Formeln gelten auch für $n = 0$ und für negative n-Werte, wobei nur die Q-Koefficienten, welche negative Indices erhalten, durch die entsprechenden mit positiven Indices zu ersetzen sind.

Die Funktion P hat die folgende Form:

$$
\begin{aligned}
P = & \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\beta_{n\cdot 0\cdot 0} + \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} R + \beta^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} R^2 + \cdots\} \cos nw_1 \\
& + \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\beta_{n\cdot 1\cdot 0} + \beta^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} R + \beta^{(2)}_{n\cdot 1\cdot 0} R^2 + \cdots\} \eta \cos (\mathrm{v} + nw_1) \\
& + \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\beta_{n\cdot 0\cdot 1} + \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} R + \beta^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 1} R^2 + \cdots\} \eta' \cos (\mathrm{v}_1 + nw_1),
\end{aligned} \tag{40}
$$

wo für positive n:

$$\begin{aligned}
&\beta_{n\cdot 0\cdot 0} = \tfrac{1}{2} B_{n\cdot 0\cdot 0}, && \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} = \tfrac{1}{2} B^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} && \text{u. s. w.}\\
&\beta_{n\cdot 1\cdot 0} = B^{(+1)}_{n\cdot 1\cdot 0}, && \beta^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} = B^{+1\cdot 1\cdot 0}_{n\cdot 1\cdot 0} && \text{u. s. w.}\\
&\beta_{n\cdot 0\cdot 1} = B^{(+1)}_{n\cdot 0\cdot 1}, && \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} = B^{+1\cdot 1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 1} && \text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

für negative n:

$$\begin{aligned}
&\beta_{n\cdot 0\cdot 0} = \tfrac{1}{2} B_{-n\cdot 0\cdot 0}, && \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} = \tfrac{1}{2} B^{1\cdot 0}_{-n\cdot 0\cdot 0} && \text{u. s. w.}\\
&\beta_{n\cdot 1\cdot 0} = B^{(-1)}_{-n\cdot 1\cdot 0}, && \beta^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} = B^{-1\cdot 1\cdot 0}_{-n\cdot 1\cdot 0} && \text{u. s. w.}\\
&\beta_{n\cdot 0\cdot 1} = B^{(-1)}_{-n\cdot 0\cdot 1}, && \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} = B^{-1\cdot 1\cdot 0}_{-n\cdot 0\cdot 1} && \text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

für $n = 0$:

$$\begin{aligned}
&\beta_{0\cdot 0\cdot 0} = B_{0\cdot 0\cdot 0}, && \beta^{(1)}_{0\cdot 0\cdot 0} = B^{1\cdot 0}_{0\cdot 0\cdot 0} && \text{u. s. w.}\\
&\beta_{0\cdot 1\cdot 0} = B^{(+1)}_{0\cdot 1\cdot 0}, && \beta^{(1)}_{0\cdot 1\cdot 0} = B^{+1\cdot 1\cdot 0}_{0\cdot 1\cdot 0} && \text{u. s. w.}\\
&\beta_{0\cdot 0\cdot 1} = B^{(+1)}_{0\cdot 0\cdot 1}, && \beta^{(1)}_{0\cdot 0\cdot 1} = B^{+1\cdot 1\cdot 0}_{0\cdot 0\cdot 1} && \text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

und also

$$\begin{aligned}
&\beta_{n\cdot 0\cdot 0} = P_{n\cdot 0\cdot 0} && \beta^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} = P_{n\cdot 2\cdot 0} && \beta^{(4)}_{n\cdot 0\cdot 0} = P_{n\cdot 4\cdot 0}\\
&\beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} = P_{n\cdot 1\cdot 0} && \beta^{(3)}_{n\cdot 0\cdot 0} = P_{n\cdot 3\cdot 0} && \beta^{(s)}_{n\cdot 0\cdot 0} = P_{n\cdot s\cdot 0}
\end{aligned}$$

41)

$$\begin{aligned}
&\beta_{n\cdot 1\cdot 0} = P_{n\cdot 1\cdot 0} + 2n\delta\, P_{n\cdot 0\cdot 0} && \beta_{n\cdot 0\cdot 1} = P_{n+1\cdot 0\cdot 1} - 2(n+1) P_{n+1\cdot 0\cdot 0}\\
&\beta^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} = 2P_{n\cdot 2\cdot 0} + 2n\delta\, P_{n\cdot 1\cdot 0} && \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} = P_{n+1\cdot 1\cdot 1} - 2(n+1) P_{n+1\cdot 1\cdot 0}\\
&\beta^{(2)}_{n\cdot 1\cdot 0} = 3P_{n\cdot 3\cdot 0} + 2n\delta\, P_{n\cdot 2\cdot 0} && \beta^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 1} = P_{n+1\cdot 2\cdot 1} - 2(n+1) P_{n+1\cdot 2\cdot 0}\\
&\beta^{(s)}_{n\cdot 1\cdot 0} = (s+1) P_{n\cdot s+1\cdot 0} + 2n\delta\, P_{n\cdot s\cdot 0} && \beta^{(s)}_{n\cdot 0\cdot 1} = P_{n+1\cdot s\cdot 1} - 2(n+1) P_{n+1\cdot s\cdot 0}
\end{aligned}$$

Für diese Formeln gelten dieselben Bemerkungen, wie für 39).

4. Da α eine sehr kleine Grösse ist, so berechnet man die Integrale $\beta^{(s)}_n$ und $\beta^{\prime(s)}_n$ am bequemsten durch Entwicklung nach Potenzen von α resp. $m\alpha$; man erhält:

$$\beta^{(s)}_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n}\varphi \left\{1 + \frac{s}{2}\alpha^2 \sin^2\varphi + \frac{s(s+2)}{2.4}\alpha^4 \sin^4\varphi + \cdots\right\} d\varphi$$

also, wegen:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m}\varphi\, d\varphi = \frac{1.3.5\ldots(2m-1)}{2.4.6\ldots 2m}:$$

$$\beta^{(s)}_n = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots 2n} \left\{1 + \frac{s}{2}\frac{2n+1}{2n+2}\alpha^2 + \frac{s(s+2)}{2.4}\frac{(2n+1)(2n+3)}{(2n+2)(2n+4)}\alpha^4 + \cdots\right\}$$

und ebenso

$$\beta^{\prime(s)}_n = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots 2n} \left\{1 + \frac{s}{2}\frac{2n+1}{2n+2} m^2\alpha^2 + \cdots\right\}$$

und hiermit

$$\gamma_{n,0} = \frac{m'}{1+m}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots 2n}\left\{(1\pm m^{n-1})\alpha^{n+1} + \tfrac{1}{2}\frac{2n+1}{2n+2}(1\pm m^{n+1})\alpha^{n+3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{(2n+1)(2n+3)}{(2n+2)(2n+4)}(1\pm m^{n+3})\alpha^{n+5}+\cdots\right\}$$

42)

$$\gamma_{n,1} = \frac{m'}{1+m}\frac{1.3.5\ldots(2n+1)}{2.4.6\ldots(2n+2)}\left\{(1\pm m^{n+1})\alpha^{n+3} + \tfrac{3}{2}\frac{2n+3}{2n+4}(1\pm m^{n+3})\alpha^{n+5}+\cdots\right\}$$

$$\gamma_{n,2} = \frac{m'}{1+m}\frac{1.3.5\ldots(2n+3)}{2.4.6\ldots(2n+4)}\left\{(1\pm m^{n+3})\alpha^{n+5}+\cdots\right\},$$

wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem n gerade oder ungerade ist. Bezeichnet man

43) $$m'\alpha^3 = \mu^2$$

wo μ äusserst nahe gleich δ ist, sowie

$$\frac{1\pm m^{n+1}}{1+m}\alpha^n = \alpha_n \qquad \begin{pmatrix} + \text{ für } n \text{ gerade} \\ - \text{ „ } n \text{ ungerade}\end{pmatrix}$$

so wird

$$\gamma_{1,0} = \mu^2\left(\frac{3}{16}\alpha_1 + \frac{15}{128}\alpha_3+\cdots\right)$$

$$\gamma_{2,0} = \mu^2\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{32}\alpha_2+\cdots\right)$$

$$\gamma_{3,0} = \mu^2\left(\frac{5}{16}\alpha_1 + \frac{35}{256}\alpha_3+\cdots\right)$$

$$\gamma_{4,0} = \mu^2\left(\frac{35}{128}\alpha_2+\cdots\right)$$

$$\gamma_{5,0} = \mu^2\left(\frac{63}{256}\alpha_3+\cdots\right)$$

44)

$$\gamma_{0,1} = \mu^2\left(\frac{1}{4} + \frac{9}{32}\alpha_2+\cdots\right)$$

$$\gamma_{1,1} = \mu^2\left(\frac{3}{16}\alpha_1 + \frac{15}{64}\alpha_3+\cdots\right)$$

$$\gamma_{2,1} = \mu^2\left(\frac{5}{32}\alpha_2+\cdots\right)$$

$$\gamma_{3,1} = \mu^2\left(\frac{35}{256}\alpha_3+\cdots\right)$$

$$\gamma_{0,2} = \mu^2\left(\frac{9}{64}\alpha_2+\cdots\right)$$

$$\gamma_{1,2} = \mu^2\left(\frac{15}{128}\alpha_3+\cdots\right).$$

In diesen γ-Koeffizienten sind also nur die Glieder von der Grössenordnung $\mu^2\alpha^4$ vernachlässigt worden; da etwa $\mu = \frac{1}{13}$ und $\alpha = \frac{1}{394}$, so ist die Genauigkeit schon eine grössere, als jemals erforderlich sein wird.

Man kann nun unter Annahme eines bestimmten Wertes für α und m', oder zweckmässiger für μ und m, zuerst die γ-Koeffizienten und hiernach successive die Ω-, Q-, P-, α-, β-Koeffizienten rechnen. Indessen ist es bequemer, und namentlich für eine etwaige Kontrolle der Resultate wünschenswert, die letzteren direkt durch α auszudrücken. Man findet nach 29) und 44):

n	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 1\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 2\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 3\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 4\cdot 0}$
0		$-\frac{1}{2}-\frac{9}{16}\alpha_2$	$\frac{3}{4}+\frac{45}{32}\alpha_2$	$-1-\frac{45}{16}\alpha_2$	$\frac{5}{4}+\frac{315}{64}\alpha_2$
1	$\frac{3}{16}\alpha_1+\frac{15}{128}\alpha_3$	$-\frac{9}{16}\alpha_1-\frac{75}{128}\alpha_3$	$\frac{9}{8}\alpha_1+\frac{225}{128}\alpha_3$	$-\frac{15}{8}\alpha_1-\frac{525}{128}\alpha_3$	$\frac{45}{16}\alpha_1+\frac{525}{64}\alpha_3$
2	$\frac{3}{8}+\frac{5}{32}\alpha_2$	$-\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\alpha_2$	$\frac{9}{8}+\frac{25}{16}\alpha_2$	$-\frac{3}{2}-\frac{25}{8}\alpha_2$	$\frac{15}{8}+\frac{175}{32}\alpha_2$
3	$\frac{5}{16}\alpha_1+\frac{35}{256}\alpha_3$	$-\frac{15}{16}\alpha_1-\frac{175}{256}\alpha_3$	$\frac{15}{8}\alpha_1+\frac{525}{256}\alpha_3$	$-\frac{25}{8}\alpha_1-\frac{1225}{256}\alpha_3$	$\frac{75}{16}\alpha_1+\frac{1225}{128}\alpha_3$
4	$\frac{35}{128}\alpha_2$	$-\frac{35}{32}\alpha_2$	$\frac{175}{64}\alpha_2$	$-\frac{175}{32}\alpha_2$	
5	$\frac{63}{256}\alpha_3$	$-\frac{315}{256}\alpha_3$	$\frac{945}{256}\alpha_3$		

n	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 5\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 0\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 2\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 3\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2}\Omega_{n\cdot 4\cdot 1}$
0	$-\frac{3}{2}$		$\frac{9}{4}+\frac{225}{32}\alpha_2$	$-3-\frac{225}{16}\alpha_2$	$\frac{15}{4}$
1		$\frac{3}{4}\alpha_1+\frac{45}{64}\alpha_3$	$\frac{9}{2}\alpha_1+\frac{675}{64}\alpha_3$	$-\frac{15}{2}\alpha_1-\frac{1575}{64}\alpha_3$	
2	$-\frac{9}{4}$	$\frac{9}{8}+\frac{25}{32}\alpha_2$	$\frac{27}{8}+\frac{125}{16}\alpha_2$	$-\frac{9}{2}-\frac{125}{8}\alpha_2$	$\frac{45}{8}$
3		$\frac{5}{4}\alpha_1+\frac{105}{128}\alpha_3$	$\frac{15}{2}\alpha_1+\frac{1575}{128}\alpha_3$	$-\frac{25}{2}\alpha_1-\frac{3675}{128}\alpha_3$	
4		$\frac{175}{128}\alpha_2$	$\frac{875}{64}\alpha_2$		
5		$\frac{189}{128}\alpha_3$			

$$\Omega_{n\cdot 1\cdot 1} = -2\Omega_{n\cdot 2\cdot 0}.$$

Ferner nach 31):

n	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 1\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 2\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 3\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 4\cdot 0}$
1	$-\frac{15}{16}\alpha_1-\frac{105}{128}\alpha_3$	$\frac{45}{16}\alpha_1+\frac{105}{32}\alpha_3$	$-\frac{105}{16}\alpha-\frac{315}{32}\alpha_3$	
2	$-\frac{3}{2}-\frac{15}{16}\alpha_2$	$\frac{15}{4}+\frac{105}{32}\alpha_2$	$-\frac{15}{2}-\frac{35}{4}\alpha_2$	$\frac{105}{8}+\frac{315}{16}\alpha_2$
3	$-\frac{25}{16}\alpha_1-\frac{245}{256}\alpha_3$	$\frac{75}{16}\alpha_1+\frac{245}{64}\alpha_3$	$-\frac{175}{16}\alpha_1-\frac{735}{64}\alpha_3$	
4	$-\frac{105}{64}\alpha_2$	$\frac{735}{128}\alpha_2$		
5	$-\frac{441}{256}\alpha_3$			

$$Q_{n\cdot 0\cdot 0} = \Omega_{n\cdot 0\cdot 0}.$$

n	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 0\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 1\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 2\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2} Q_{n\cdot 3\cdot 1}$
1	$\frac{3}{4}\alpha_1+\frac{45}{64}\alpha_3$	$-\frac{15}{4}\alpha_1-\frac{315}{64}\alpha_3$	$\frac{45}{4}\alpha_1+\frac{315}{16}\alpha_3$	
2	$\frac{9}{8}+\frac{25}{32}\alpha_2$	$-\frac{9}{2}-\frac{75}{16}\alpha_2$	$\frac{45}{4}+\frac{525}{32}\alpha_2$	$-\frac{45}{2}-\frac{175}{4}\alpha_2$
3	$\frac{5}{4}\alpha_1+\frac{105}{128}\alpha_3$	$-\frac{25}{4}\alpha_1-\frac{735}{128}\alpha_3$	$\frac{75}{4}\alpha_1+\frac{735}{32}\alpha_3$	
4	$\frac{175}{128}\alpha_2$	$-\frac{525}{64}\alpha_2$		
5	$\frac{189}{128}\alpha_3$			

n	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 1\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 2\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 3\cdot 0}$	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 4\cdot 0}$
0	$\frac{1}{2}+\frac{9}{16}\alpha_2$	$-\frac{3}{2}-\frac{45}{16}\alpha_2$	$3+\frac{135}{16}\alpha_2$	$-5-\frac{315}{16}\alpha_2$	$\frac{15}{2}$
1	$\frac{9}{16}\alpha_1+\frac{75}{128}\alpha_3$	$-\frac{9}{4}\alpha_1-\frac{225}{64}\alpha_3$	$\frac{45}{8}\alpha_1+\frac{1575}{128}\alpha_3$	$-\frac{45}{4}\alpha_1-\frac{525}{16}\alpha_3$	
2	$\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\alpha_2$	$-\frac{9}{4}-\frac{25}{8}\alpha_2$	$\frac{9}{2}+\frac{75}{8}\alpha_2$	$-\frac{15}{2}-\frac{175}{8}\alpha_2$	$\frac{45}{4}$
3	$\frac{15}{16}\alpha_1+\frac{175}{256}\alpha_3$	$-\frac{15}{4}\alpha_1-\frac{525}{128}\alpha_3$	$\frac{75}{8}\alpha_1+\frac{3675}{256}\alpha_3$	$-\frac{75}{4}\alpha_1-\frac{1225}{32}\alpha_3$	
4	$\frac{35}{32}\alpha_2$	$-\frac{175}{32}\alpha_2$	$\frac{525}{32}\alpha_2$		
5	$\frac{315}{256}\alpha_3$	$-\frac{945}{128}\alpha_3$			

n	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 0\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 1\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 2\cdot 1}$	$\frac{1}{\mu^2} P_{n\cdot 3\cdot 1}$
0	$\frac{3}{2}+\frac{45}{16}\alpha_2$	$-\frac{9}{2}-\frac{225}{16}\alpha_2$	$9+\frac{675}{16}\alpha_2$	-15
1	$\frac{9}{4}\alpha_1+\frac{225}{64}\alpha_3$	$-9\alpha_1-\frac{675}{32}\alpha_3$	$\frac{45}{2}\alpha_1+\frac{4725}{64}\alpha_3$	
2	$\frac{9}{4}+\frac{25}{8}\alpha_2$	$-\frac{27}{4}-\frac{125}{8}\alpha_2$	$\frac{27}{2}+\frac{375}{8}\alpha_2$	$-\frac{45}{2}$
3	$\frac{15}{4}\alpha_1+\frac{525}{128}\alpha_3$	$-15\alpha_1-\frac{1575}{64}\alpha_3$	$\frac{75}{2}\alpha_1+\frac{11025}{128}\alpha_3$	
4	$\frac{175}{32}\alpha_2$	$-\frac{875}{32}\alpha_2$		
5	$\frac{945}{128}\alpha_3$			

Bei Ansetzung der Formeln für die α- und β-Koeffizienten wollen wir deren Grössenordnung zur Evidenz bringen, weil dies für unsere späteren Entwicklungen notwendig ist, und zwar führen wir folgende Bezeichnungen ein:

n	$\alpha_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\alpha^{(3)}_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\alpha^{(4)}_{n\cdot 0\cdot 0}$
± 1	$\pm A_{1\cdot 0}\mu^2\alpha$	$\pm A_{1\cdot 1}\mu^2\alpha$	$\pm A_{1\cdot 2}\mu^2\alpha$	$\pm A_{1\cdot 3}\mu^2\alpha$	
± 2	$\pm A_{2\cdot 0}\mu^2$	$\pm A_{2\cdot 1}\mu^2$	$\pm A_{2\cdot 2}\mu^2$	$\pm A_{2\cdot 3}\mu^2$	$\pm A_{2\cdot 4}\mu^2$
± 3	$\pm A_{3\cdot 0}\mu^2\alpha$	$\pm A_{3\cdot 1}\mu^2\alpha$	$\pm A_{3\cdot 2}\mu^2\alpha$	$\pm A_{3\cdot 3}\mu^2\alpha$	
± 4	$\pm A_{4\cdot 0}\mu^2\alpha^2$	$\pm A_{4\cdot 1}\mu^2\alpha^2$	$\pm A_{4\cdot 2}\mu^2\alpha^2$		
± 5	$\pm A_{5\cdot 0}\mu^2\alpha^3$	$\pm A_{5\cdot 1}\mu^2\alpha^3$			

n	$\beta_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\beta^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\beta^{(3)}_{n\cdot 0\cdot 0}$	$\beta^{(4)}_{n\cdot 0\cdot 0}$
0	$B_{0\cdot 0}\mu^2$	$B_{0\cdot 1}\mu^2$	$B_{0\cdot 2}\mu^2$	$B_{0\cdot 3}\mu^2$	$B_{0\cdot 4}\mu^2$
± 1	$B_{1\cdot 0}\mu^2\alpha$	$B_{1\cdot 1}\mu^2\alpha$	$B_{1\cdot 2}\mu^2\alpha$	$B_{1\cdot 3}\mu^2\alpha$	
± 2	$B_{2\cdot 0}\mu^2$	$B_{2\cdot 1}\mu^2$	$B_{2\cdot 2}\mu^2$	$B_{2\cdot 3}\mu^2$	$B_{2\cdot 4}\mu^2$
± 3	$B_{3\cdot 0}\mu^2\alpha$	$B_{3\cdot 1}\mu^2\alpha$	$B_{3\cdot 2}\mu^2\alpha$	$B_{3\cdot 3}\mu^2\alpha$	
± 4	$B_{4\cdot 0}\mu^2\alpha^2$	$B_{4\cdot 1}\mu^2\alpha^2$	$B_{4\cdot 2}\mu^2\alpha^2$		
± 5	$B_{5\cdot 0}\mu^2\alpha^3$	$B_{5\cdot 1}\mu^2\alpha^3$			

In diesen Ausdrücken ist:

$$A_{0,0} = 0 \qquad B_{0,0} = \frac{1}{2} + \frac{9}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{1,0} = -\frac{3}{16}(1-m) - \frac{15}{128}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{1,0} = \frac{9}{16}(1-m) + \frac{75}{128}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{2,0} = -\frac{3}{4} - \frac{5}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{2,0} = \frac{3}{4} + \frac{5}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{3,0} = -\frac{15}{16}(1-m) - \frac{105}{256}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{3,0} = \frac{15}{16}(1-m) + \frac{175}{256}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{4,0} = -\frac{35}{32}\frac{1+m^3}{1+m} \qquad B_{4,0} = \frac{35}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$A_{5,0} = -\frac{315}{256}\frac{1-m^4}{1+m} \qquad B_{5,0} = \frac{315}{256}\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$A_{0,1} = 0 \qquad B_{0,1} = -\frac{3}{2} - \frac{45}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{1,1} = \frac{15}{16}(1-m) + \frac{105}{128}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{1,1} = -\frac{9}{4}(1-m) - \frac{225}{64}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{2,1} = 3 + \frac{15}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{2,1} = -\frac{9}{4} - \frac{25}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{3,1} = \frac{75}{16}(1-m) + \frac{735}{256}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{3,1} = -\frac{15}{4}(1-m) - \frac{525}{128}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{4,1} = \frac{105}{16}\frac{1+m^3}{1+m} \qquad B_{4,1} = -\frac{175}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

45) $$A_{5,1} = \frac{2205}{256}\frac{1-m^4}{1+m} \qquad B_{5,1} = -\frac{945}{128}\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$A_{0,2} = 0 \qquad B_{0,2} = 3 + \frac{135}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{1,2} = -\frac{45}{16}(1-m) - \frac{105}{32}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{1,2} = \frac{45}{8}(1-m) + \frac{1575}{128}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{2,2} = -\frac{15}{2} - \frac{105}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{2,2} = \frac{9}{2} + \frac{75}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{3,2} = -\frac{225}{16}(1-m) - \frac{735}{64}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{3,2} = \frac{75}{8}(1-m) + \frac{3675}{256}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{4,2} = -\frac{735}{32}\frac{1+m^3}{1+m} \qquad B_{4,2} = \frac{525}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$A_{0,3} = 0 \qquad B_{0,3} = -5 - \frac{315}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{1,3} = \frac{105}{16}(1-m) \qquad B_{1,3} = -\frac{45}{4}(1-m)$$

$$A_{2,3} = 15 + \frac{35}{2}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{2,3} = -\frac{15}{2} - \frac{175}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{3,3} = \frac{525}{16}(1-m) \qquad B_{3,3} = -\frac{75}{4}(1-m)$$

$$A_{0,4} = 0 \qquad B_{0,4} = \frac{15}{2}$$

$$A_{2,4} = -\frac{105}{4} \qquad B_{2,4} = \frac{45}{4}$$

Weiter bezeichnen wir:

n	$\beta_{n\cdot 1\cdot 0}$	$\beta^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0}$	$\beta^{(2)}_{n\cdot 1\cdot 0}$	$\beta^{(3)}_{n\cdot 1\cdot 0}$	$\beta_{n\cdot 0\cdot 1}$	$\beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1}$	$\beta^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 1}$	$\beta^{(3)}_{n\cdot 0\cdot 1}$
-6					$B_{-6\cdot 11}\mu^2\alpha^3$			
-5	$B_{-5\cdot 6}\mu^2\alpha^3$				$B_{-5\cdot 11}\mu^2\alpha^2$	$B_{-5\cdot 12}\mu^2\alpha^2$		
-4	$B_{-4\cdot 6}\mu^2\alpha^2$	$B_{-4\cdot 7}\mu^2\alpha^2$			$B_{-4\cdot 11}\mu^2\alpha$	$B_{-4\cdot 12}\mu^2\alpha$	$B_{-4\cdot 13}\mu^2\alpha$	
-3	$B_{-3\cdot 6}\mu^2\alpha$	$B_{-3\cdot 7}\mu^2\alpha$	$B_{-3\cdot 8}\mu^2\alpha$		$B_{-3\cdot 11}\mu^2$	$B_{-3\cdot 12}\mu^2$	$B_{-3\cdot 13}\mu^2$	$B_{-3\cdot 14}\mu^2$
-2	$B_{-2\cdot 6}\mu^2$	$B_{-2\cdot 7}\mu^2$	$B_{-2\cdot 8}\mu^2$	$B_{-2\cdot 9}\mu^2$	$B_{-2\cdot 11}\mu^2\alpha$	$B_{-2\cdot 12}\mu^2\alpha$	$B_{-2\cdot 13}\mu^2\alpha$	
-1	$B_{-1\cdot 6}\mu^2\alpha$	$B_{-1\cdot 7}\mu^2\alpha$	$B_{-1\cdot 8}\mu^2\alpha$		$B_{-1\cdot 11}\mu^2$	$B_{-1\cdot 12}\mu^2$	$B_{-1\cdot 13}\mu^2$	$B_{-1\cdot 14}\mu^2$
0	$B_{0\cdot 6}\mu^2$	$B_{0\cdot 7}\mu^2$	$B_{0\cdot 8}\mu^2$	$B_{0\cdot 9}\mu^2$	$B_{0\cdot 11}\mu^2\alpha$	$B_{0\cdot 12}\mu^2\alpha$	$B_{0\cdot 13}\mu^2\alpha$	
1	$B_{1\cdot 6}\mu^2\alpha$	$B_{1\cdot 7}\mu^2\alpha$	$B_{1\cdot 8}\mu^2\alpha$		$B_{1\cdot 11}\mu^2$	$B_{1\cdot 12}\mu^2$	$B_{1\cdot 13}\mu^2$	$B_{1\cdot 14}\mu^2$
2	$B_{2\cdot 6}\mu^2$	$B_{2\cdot 7}\mu^2$	$B_{2\cdot 8}\mu^2$	$B_{2\cdot 9}\mu^2$	$B_{2\cdot 11}\mu^2\alpha$	$B_{2\cdot 12}\mu^2\alpha$	$B_{2\cdot 13}\mu^2\alpha$	
3	$B_{3\cdot 6}\mu^2\alpha$	$B_{3\cdot 7}\mu^2\alpha$	$B_{3\cdot 8}\mu^2\alpha$		$B_{3\cdot 11}\mu^2\alpha^2$	$B_{3\cdot 12}\mu\ \alpha^2$		
4	$B_{4\cdot 6}\mu^2\alpha^2$	$B_{4\cdot 7}\mu^2\alpha^2$			$B_{4\cdot 11}\mu^2\alpha^3$			
5	$B_{5\cdot 6}\mu^2\alpha^3$							

Für die α-Koeffizienten gelten die analogen Ausdrücke, nur sind die Koeffizienten

$$A_{0\cdot 6},\quad A_{0\cdot 7},\quad A_{0\cdot 8},\quad A_{0\cdot 9};\quad A_{-1\cdot 11},\quad A_{-1\cdot 12},\quad A_{-1\cdot 13},\quad A_{-1\cdot 14}$$

gleich Null.

Für die A- und B-Koeffizienten ergeben sich die folgenden Werte:

$$A_{\pm 5\cdot 6} = \frac{1575}{128}\left(\pm\frac{7}{10}-\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m} \qquad B_{\pm 5\cdot 6} = -\frac{1575}{128}\left(\frac{3}{5}\mp\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$A_{\pm 4\cdot 6} = \frac{35}{4}\left(\pm\frac{3}{4}-\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m} \qquad B_{\pm 4\cdot 6} = -\frac{35}{4}\left(\frac{5}{8}\mp\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$A_{\pm 3\cdot 6} = \frac{45}{8}\left(\pm\frac{5}{6}-\delta\right)(1-m)+\frac{315}{128}\left(\pm\frac{7}{6}-\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{\pm 3\cdot 6} = -\frac{45}{8}\left(\frac{2}{3}\mp\delta\right)(1-m)-\frac{525}{128}(1\mp\delta)\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$A_{\pm 2\cdot 6} = 3(\pm 1-\delta)+\frac{5}{4}\left(\pm\frac{3}{2}-\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{\pm 2\cdot 6} = -3\left(\frac{3}{4}\mp\delta\right)-\frac{5}{2}\left(\frac{5}{4}\mp\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{\pm 1\cdot 6} = \frac{3}{8}\left(\pm\frac{5}{2}-\delta\right)(1-m)+\frac{15}{64}\left(\pm\frac{7}{2}-\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{\pm 1\cdot 6} = -\frac{9}{8}(2\mp\delta)(1-m)-\frac{75}{64}(3\mp\delta)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{0\cdot 6} = 0 \qquad B_{0\cdot 6} = -\frac{3}{2}-\frac{45}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$= -\frac{105}{2}\left(\pm\frac{7}{8}-\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$= -\frac{225}{8}(\pm 1-\delta)(1-m)-\frac{2205}{128}\left(\pm\frac{4}{3}-\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$= -12\left(\pm\frac{5}{4}-\delta\right)-\frac{15}{2}\left(\pm\frac{7}{4}-\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$= -\frac{15}{8}(\pm 3-\delta)(1-m)-\frac{105}{64}(\pm 4-\delta)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$= 0$$

$$= \frac{675}{8}\left(\pm\frac{7}{6}-\delta\right)(1-m)+\frac{2205}{32}\left(\pm\frac{3}{2}-\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$= 30\left(\pm\frac{3}{2}-\delta\right)+\frac{105}{4}(\pm 2-\delta)\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$= \frac{45}{8}\left(\pm\frac{7}{2}-\delta\right)(1-m)+\frac{105}{16}\left(\pm\frac{9}{2}-\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$= 0$$

$$= -60\left(\pm\frac{7}{4}-\delta\right)$$

$$= 0$$

$$= \frac{315}{16}\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$= \frac{455}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$= \frac{75}{8}(1-m)+\frac{315}{64}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$= \frac{21}{4}+\frac{45}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$= \frac{9}{8}(1-m)+\frac{15}{16}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$= 0$$

$$= -\frac{3}{8}(1-m)-\frac{15}{32}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$= \frac{3}{4}-\frac{5}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$= \frac{15}{8}(1-m)$$

$$= \frac{105}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$= \frac{315}{64}\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$B_{\pm 4\cdot 7} = \frac{175}{4}\left(\frac{3}{4}\mp\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$B_{\pm 3\cdot 7} = \frac{45}{2}\left(\frac{5}{6}\mp\delta\right)(1-m)+\frac{1575}{64}\left(\frac{7}{6}\mp\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{\pm 2\cdot 7} = 9(1\mp\delta)+\frac{25}{2}\left(\frac{3}{2}\mp\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{\pm 1\cdot 7} = \frac{9}{2}\left(\frac{5}{2}\mp\delta\right)(1-m)+\frac{225}{32}\left(\frac{7}{2}\mp\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{0\cdot 7} = 6+\frac{135}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{\pm 3\cdot 8} = -\frac{225}{4}(1\mp\delta)(1-m)-\frac{11025}{128}\left(\frac{4}{3}\mp\delta\right)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{\pm 2\cdot 8} = -18\left(\frac{5}{4}\mp\delta\right)-\frac{75}{2}\left(\frac{7}{4}\mp\delta\right)\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{\pm 1\cdot 8} = -\frac{45}{4}(3\mp\delta)(1-m)-\frac{1575}{64}(4\mp\delta)\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{0\cdot 8} = -15-\frac{945}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{\pm 2\cdot 9} = 30\left(\frac{3}{2}\mp\delta\right)$$

$$B_{0\cdot 9} = 30$$

$$B_{-6\cdot 11} = \frac{315}{16}\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$B_{-5\cdot 11} = \frac{455}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$B_{-4\cdot 11} = \frac{75}{8}(1-m)+\frac{525}{64}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{-3\cdot 11} = \frac{21}{4}+\frac{45}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{-2\cdot 11} = \frac{27}{8}(1-m)+\frac{75}{16}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{-1\cdot 11} = \frac{3}{2}+\frac{45}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{0\cdot 11} = \frac{9}{8}(1-m)+\frac{75}{32}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{1\cdot 11} = -\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$B_{2\cdot 11} = -\frac{15}{8}(1-m)$$

$$B_{3\cdot 11} = -\frac{105}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$B_{4\cdot 11} = -\frac{315}{64}\frac{1-m^4}{1+m}$$

$$A_{-5\cdot12} = -\frac{1365}{16}\frac{1+m^3}{1+m} \qquad B_{-5\cdot12} = -\frac{2275}{32}\frac{1+m^3}{1+m}$$

$$A_{-4\cdot12} = -\frac{375}{8}(1-m) - \frac{2205}{64}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{-4\cdot12} = -\frac{75}{2}(1-m) - \frac{1575}{32}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{-3\cdot12} = -21 - \frac{135}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{-3\cdot12} = -\frac{63}{4} - \frac{225}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{-2\cdot12} = -\frac{45}{8}(1-m) - \frac{105}{16}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{-2\cdot12} = -\frac{27}{2}(1-m) - \frac{225}{8}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{-1\cdot12} = 0 \qquad B_{-1\cdot12} = -\frac{9}{2} - \frac{225}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{0\cdot12} = \frac{15}{8}(1-m) + \frac{105}{32}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{0\cdot12} = -\frac{9}{2}(1-m) - \frac{225}{16}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{1\cdot12} = -3 + \frac{15}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{1\cdot12} = \frac{9}{4} - \frac{25}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{2\cdot12} = -\frac{75}{8}(1-m) \qquad B_{2\cdot12} = \frac{15}{2}(1-m)$$

$$A_{3\cdot12} = -\frac{315}{16}\frac{1+m^3}{1+m} \qquad B_{3\cdot12} = \frac{525}{32}\frac{1+m^4}{1+m}$$

$$A_{-4\cdot13} = \frac{1125}{8}(1-m) + \frac{2205}{16}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{-4\cdot13} = \frac{375}{4}(1-m) + \frac{11025}{64}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{-3\cdot13} = \frac{105}{2} + \frac{945}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{-3\cdot13} = \frac{63}{2} + \frac{675}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{-2\cdot13} = \frac{135}{8}(1-m) + \frac{105}{4}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{-2\cdot13} = \frac{135}{4}(1-m) + \frac{1575}{16}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{-1\cdot13} = 0 \qquad B_{-1\cdot13} = 9 + \frac{675}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{0\cdot13} = -\frac{45}{8}(1-m) - \frac{105}{8}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{0\cdot13} = \frac{45}{4}(1-m) + \frac{1575}{32}\frac{1-m^4}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{1\cdot13} = \frac{15}{2} - \frac{105}{16}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2 \qquad B_{1\cdot13} = -\frac{9}{2} + \frac{75}{8}\frac{1+m^3}{1+m}\alpha^2$$

$$A_{2\cdot13} = \frac{225}{8}(1-m) \qquad B_{2\cdot13} = -\frac{75}{4}(1-m)$$

$$A_{-3\cdot14} = -105 \qquad B_{-3\cdot14} = -\frac{105}{2}$$

$$A_{-1\cdot14} = 0 \qquad B_{-1\cdot14} = -15$$

$$A_{1\cdot14} = -15 \qquad B_{1\cdot14} = \frac{15}{2}$$

In den Koeffizienten $A_{2\cdot 11}$, $B_{2\cdot 11}$, $A_{2\cdot 12}$, $B_{2\cdot 12}$, $A_{2\cdot 13}$, $B_{2\cdot 13}$ fällt das mit α^3 multiplizirte Glied fort. Man wird bemerken, dass es zwischen den vorstehenden Koeffizienten eine Reihe genähert geltender Relationen gibt, welche zur Kontrolle dienen können, z. B.:

$$\begin{aligned}
A_{-2\cdot s} &= -3A_{0\cdot s} & B_{-2\cdot s} &= 3B_{0\cdot s} \\
A_{-3\cdot s} &= 7A_{1\cdot s} & B_{-3\cdot s} &= -7B_{1\cdot s} \\
A_{-4\cdot s} &= 5A_{2\cdot s} & B_{-4\cdot s} &= -5B_{2\cdot s} \qquad (s = 12, 13, 14) \\
A_{-5\cdot s} &= \frac{13}{3}A_{3\cdot s} & B_{-5\cdot s} &= -\frac{13}{3}B_{3\cdot s} \\
A_{-6\cdot s} &= 4A_{4\cdot s} & B_{-6\cdot s} &= -4B_{4\cdot s}.
\end{aligned}$$

5. Wir wollen nun die numerischen Werte der vorstehenden Koeffizienten geben; bei der Rechnung sind für die Massen die Werte von Herrn Newcomb angewandt worden, nämlich

$$\frac{\text{Sonne}}{\text{Erde} + \text{Mond}} = \frac{\mathfrak{m}'}{\mathfrak{m}_0 + \mathfrak{m}} = 329390$$
$$\frac{\text{Mond}}{\text{Erde}} = \frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{m}_0} = m = \frac{1}{81{,}45}.$$

Für die Grösse μ habe ich einen etwas abgerundeten Näherungswert für das Verhältnis der mittleren Bewegungen von Sonne und Mond genommen, nämlich

$$\log \mu = 8{,}8739100 - 10.$$

Hiermit ergaben sich die folgenden Werte unserer Konstanten:

$$\begin{aligned}
\log m &= 8{,}08911 - 10 \\
\log (1+m) &= 0{,}0052996 \\
\log m' &= 5{,}5336092 \\
\log \alpha &= 7{,}4047369 - 10 \\
\log \delta &= 8{,}8739106 - 10
\end{aligned}$$

bei deren Berechnung die Formeln

$$m' = \frac{\mathfrak{m}'}{\mathfrak{m}_0 + \mathfrak{m}}(1+m)^3, \quad \alpha = \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{m'}}, \quad \delta = \frac{n'}{n} = \mu\sqrt{1 + \frac{\mathfrak{m}_0 + \mathfrak{m}}{\mathfrak{m}'}}$$

angewandt wurden. Hiernach ergibt sich:

n	$\log A_{n,0}$	$\log A_{n,1}$	$\log A_{n,2}$	$\log A_{n,3}$	$\log A_{n,4}$
0	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
1	$9{,}26763_n$	9,96660	$0{,}44372_n$	0,81170	
2	$9{,}8750624_n$	0,4771230	$0{,}8750637_n$	1,17609	1,41913
3	$9{,}96660_n$	0,66557	$1{,}14269_n$	1,51067	
4	$0{,}03362_n$	0,81177	$1{,}35584_n$		
5	$0{,}08477_n$	0,92988			

n	$\log B_{n,0}$	$\log B_{n,1}$	$\log B_{n,2}$	$\log B_{n,3}$	$\log B_{n,4}$
0	9,6989731	$0{,}1760965_n$	0,4771291	$0{,}69898_n$	0,87506
1	9,74475	$0{,}34681_n$	0,74476	$1{,}04579_n$	
2	9,8750636	$0{,}3521864_n$	0,6532183	$0{,}87507_n$	1,05115
3	9,96660	$0{,}56866_n$	0,96660	$1{,}26764_n$	
4	0,03362	$0{,}73259_n$	1,20971		
5	0,08477	$0{,}86293_n$			

n	$\log A_{n,6}$	$\log A_{n,7}$	$\log A_{n,8}$	$\log A_{n,9}$	$\log B_{n,6}$	$\log B_{n,7}$	$\log B_{n,8}$	$\log B_{n,9}$
−5	$0{,}97396_n$				$0{,}91394_n$			
−4	$0{,}85306_n$	1,69249			$0{,}78168_n$	1,55203		
−3	$0{,}70290_n$	1,47505	$2{,}01478_n$		$0{,}61484_n$	1,30496	$1{,}77609_n$	
−2	$0{,}5084512_n$	1,2013344	$1{,}67434_n$	2,03937	$0{,}3934745_n$	0,9855763	$1{,}37743_n$	1,67435
−1	$9{,}97940_n$	0,75545	$1{,}29800_n$		$0{,}36276_n$	1,05859	$1{,}53361_n$	
0	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$0{,}1760965_n$	0,7781591	$1{,}17610_n$	1,47712
1	9,95341	$0{,}73378_n$	1,27944		$0{,}33026_n$	1,03260	$1{,}51194_n$	
2	0,4433580	$1{,}1492048_n$	1,63099	$2{,}00221_n$	$0{,}3065568_n$	0,9204833	$1{,}32539_n$	1,63099
3	0,62473	$1{,}40995_n$	1,95901		$0{,}51697_n$	1,22679	$1{,}71099_n$	
4	0,76614	$1{,}61806_n$			$0{,}67723_n$	1,46511		
5	0,88079				$0{,}80509_n$			

n	$\log A_{n,11}$	$\log A_{n,12}$	$\log A_{n,13}$	$\log A_{n,14}$	$\log B_{n,11}$	$\log B_{n,12}$	$\log B_{n,13}$	$\log B_{n,14}$
−6	1,28889				1,28889			
−5	1,14756	$1{,}92571_n$			1,14756	$1{,}84653_n$		
−4	0,96660	$1{,}66557_n$	2,14269		0,96660	$1{,}56866_n$	1,96661	
−3	0,7201445	$1{,}3222215_n$	1,72016	$2{,}02119_n$	0,7201622	$1{,}1972855_n$	1,49832	1,72016
−2	0,04578	$0{,}74475_n$	1,22187		0,52290	$1{,}12497_n$	1,52291	
−1	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0,1760965	$0{,}6532212_n$	0,95425	1,17609
0	$9{,}56866_n$	0,26763	$0{,}74476_n$		0,04579	$0{,}64785_n$	1,04579	
1	9,8750601	$0{,}4771196_n$	0,87505	1,17609	9,8750590	0,3521787	0,65320	0,87506
2	0,26763	$0{,}96660_n$	1,44372		0,26763	0,86969	$1{,}26763_n$	
3	0,51074	$1{,}28889_n$			0,51074	1,20971		
4	0,68683				0,68683			

Im vorigen sind nur einige Koeffizienten, welche zu den grössten Gliedern gehören, siebenstellig gegeben; alle übrigen, und namentlich alle zu parallaktischen Gliedern gehörenden, auf fünf Dezimalen, was auch für die schärfste Rechnung ausreicht.

III. Kapitel.

Einführung der periodischen Lösung nullten Grades.

1. Wir kommen nun zum Kernpunkt unserer Methode, nämlich zur Ermittlung der Glieder nullten Grades oder derjenigen periodischen Lösung, welche schon Herr Hill in sehr schöner Weise behandelt hat; allerdings werden wir einen ganz anderen Weg einschlagen, als Herr Hill, da ja auch unsere Differentialgleichungen ganz andere sind. An der Hand dieser Lösung nullten Grades werden wir dann die Ausdrücke für die Funktionen Q und P so transformiren, dass die Entwicklungen nach Potenzen der störenden Masse, resp. der Grösse μ, beseitigt werden. Wir erhalten dann also nur Reihen, welche nach Potenzen der Grössen η und η' (der Exzentrizitäten) fortschreiten; es ist dies ein Gedanke, den ebenfalls schon Herr Hill ausgesprochen hat.

Im § 2 des 6. Kapitels und § 1 des 7. Kapitels der Theorie der kleinen Planeten habe ich die Berechnung der Glieder nullten Grades soweit gegeben, wie es für das Problem der kleinen Planeten vollkommen ausreicht. Für den Mond müssen wir anders verfahren, um diese Lösung mit wünschenswerter Schärfe zu erhalten, da hier die Konvergenz der Reihen nach der störenden Masse, d. h. nach der Grösse μ^2, erheblich schwächer ist als im Falle der Planeten.

Jedenfalls stellen sich die Gyldén'schen Koordinaten in der periodischen Lösung, wie folgt, dar:

$$S_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw$$

47)
$$R_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} b_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw$$

$$K_0 = W_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_{n\cdot 0\cdot 0} \sin nw,$$

wo $a_{n\cdot 0\cdot 0}$, $b_{n\cdot 0\cdot 0}$, $c_{n\cdot 0\cdot 0}$ konstante Koeffizienten sind.

Das Argument w steht zu dem Argument w_1 (vgl. Gleichung 37)) in der Beziehung:

$$w_1 = w - \delta K,$$

also:

48) $$w = (1 - \delta_2) v - B.$$

2. Wenn wir nun bezeichnen:

49) $$\begin{aligned} R &= R_0 + R^{(1)} \\ K &= K_0 + K^{(1)} \\ S &= S_0 + S^{(1)}, \end{aligned}$$

wo also $R^{(1)}$, $K^{(1)}$, $S^{(1)}$ mit η und η' verschwinden, und wenn wir, wie auch schon in den kl. Pl., unter Q_0 und P_0 denjenigen Teil dieser Funktionen verstehen, der von η und η' frei ist, also der periodischen Lösung entspricht, so ist offenbar:

50) $$\begin{aligned} Q_0 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\alpha_{n\cdot 0\cdot 0} + \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0 + \alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0^2 + \cdots\} \sin(nw - n\delta K_0) \\ P_0 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\beta_{n\cdot 0\cdot 0} + \beta^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0 + \beta^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0^2 + \cdots\} \cos(nw - n\delta K_0). \end{aligned}$$

Wir multipliziren diese beiden Ausdrücke mit $(1+S_0)^2$, weil sie in dieser Form in unseren Differentialgleichungen auftreten, und können dann offenbar schreiben, indem wir uns für R_0, S_0, K_0 ihre Ausdrücke 47) eingesetzt denken, und nach Potenzen von K_0 entwickeln:

51) $$\begin{aligned} (1+S_0)^2 Q_0 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} q_{n\cdot 0\cdot 0} \sin nw \\ (1+S_0)^2 P_0 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} p_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw. \end{aligned}$$

Verstehen wir unter R_1, S_1, K_1, Q_1, P_1 den Teil dieser Funktionen, welcher ersten Grades ist, d. h. welcher nur von den ersten Potenzen von η und η' abhängt, so können wir in ganz ähnlicher Weise schreiben:

52) $$\begin{aligned} (1+S_0)^2 Q_1 = &\sum_{-\infty}^{+\infty} q_{n\cdot 1\cdot 0}\, \eta \sin(\mathrm{v} + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} q^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \sin nw \\ &+ \sum_{-\infty}^{+\infty} q_{n\cdot 0\cdot 1}\, \eta' \sin(\mathrm{v}_1 + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} q^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \cos nw \\ (1+S_0)^2 P_1 = &\sum_{-\infty}^{+\infty} p_{n\cdot 1\cdot 0}\, \eta \cos(\mathrm{v} + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} p^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \cos nw \\ &+ \sum_{-\infty}^{+\infty} p_{n\cdot 0\cdot 1}\, \eta' \cos(\mathrm{v}_1 + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} p^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \sin nw. \end{aligned}$$

In den Ausdrücken 51) und 52) sind die Entwicklungen nach Potenzen von μ beseitigt. Die p- und q-Koeffizienten in 51) und 52) hängen nur ab von den α- und β-Koeffizienten der Entwicklungen 38) und 40) und von den $a_{n\cdot 0\cdot 0}$, $b_{n\cdot 0\cdot 0}$, $c_{n\cdot 0\cdot 0}$.

Die letzteren sind zunächst noch unbekannt; unsere nächste Aufgabe wird also sein müssen, die periodische Lösung nullten Grades mit aller wünschenswerten Schärfe zu bestimmen, d. h. die Koeffizienten $a_{n\cdot 0\cdot 0}$, $b_{n\cdot 0\cdot 0}$, $c_{n\cdot 0\cdot 0}$ mit Benutzung der Entwicklungen 51) zu berechnen. Die Schwierigkeit beruht darauf, dass in 51) die $q_{n\cdot 0\cdot 0}$ und $p_{n\cdot 0\cdot 0}$ die zu bestimmenden Koefficienten implizite enthalten; indessen ist diese Schwierigkeit eine rein numerische: es lassen sich die Relationen zur Bestimmung dieser Koeffizienten aufstellen und durch successive (rein numerische) Näherungen lösen. Ist dies einmal ausgeführt, so hat man gewonnenes Spiel für die Berechnung aller mit η und η' multiplizirten Glieder; denn z. B. in 52) lassen sich dann die p- und q-Koeffizienten hiernach direkt berechnen.

3. Es ist also unsere nächste Aufgabe, die Relationen herzustellen, welche die p- und q-Koeffizienten durch die α- und β-Koeffizienten und die $a_{n\cdot 0\cdot 0}$, $b_{n\cdot 0\cdot 0}$, $c_{n\cdot 0\cdot 0}$ ausdrücken. Hierzu orientiren wir uns zunächst über die Grössenordnung dieser letzteren, nachdem wir die der α- und β-Koeffizienten bereits auf Seite 28 zur Evidenz gebracht haben.

Einige Überlegung zeigt, dass in den R_0, K_0, S_0 die Koeffizienten $a_{n\cdot 0\cdot 0}$ etc. nach Potenzen von μ^2 fortschreiten und zwar einerseits für die geraden n-Werte — die hierzu gehörigen Glieder pflegt man als Variation zu bezeichnen —, und andererseits für die ungeraden n-Werte, welche sämmtlich parallaktisch, d. h. mit der kleinen Grösse α multiplizirt sind. Wenn ich die symbolische Bezeichnung $= O(\mu^m \alpha^n)$ benutze, welche „von der Ordnung $\mu^m \alpha^n$“ bedeuten soll, so können wir schreiben:

für n gerade:	rür n ungerade:
$b_{0\cdot 0\cdot 0} = O(\mu^2)$	$b_{1\cdot 0\cdot 0} = O(\mu\alpha)$
$b_{2\cdot 0\cdot 0} = O(\mu^2)$	$b_{3\cdot 0\cdot 0} = O(\mu^2\alpha)$
$b_{4\cdot 0\cdot 0} = O(\mu^4)$	$b_{5\cdot 0\cdot 0} = O(\mu^4\alpha)$
. . . . .	. . . . .
$b_{n\cdot 0\cdot 0} = O(\mu^n)$	$b_{n\cdot 0\cdot 0} = O(\mu^{n-1}\alpha)$,

$b_{1\cdot 0\cdot 0}$ (das gewöhnlich als „parallaktisches“ bezeichnete Glied) ist von der Ordnung $\mu\alpha$, weil es den Divisor δ_2 erhält, der sehr nahe (vgl. Seite 33) gleich μ ist; ursprünglich enthält es den Faktor $\mu^2\alpha$. Die $c_{n\cdot 0\cdot 0}$ sind von derselben Ordnung wie die $b_{n\cdot 0\cdot 0}$; die $a_{n\cdot 0\cdot 0}$ ebenfalls, mit Ausnahme von $a_{1\cdot 0\cdot 0}$, das von der Ordnung $\mu^2\alpha$ ist.

Wir sind nun in der Lage, für diese Koeffizienten die folgenden Ausdrücke anzusetzen, welche ihre Grössenordnung hervortreten lassen.

53)

n	$a_{n\cdot 0\cdot 0}$	$b_{n\cdot 0\cdot 0}$	$c_{n\cdot 0\cdot 0}$
0	$a_0\mu^2$	$b_0\mu^2$	
± 1	$a_1\mu^2\alpha$	$b_1\mu\alpha$	$\pm c_1\mu\alpha$
± 2	$a_2\mu^2$	$b_2\mu^2$	$\pm c_2\mu^2$
± 3	$a_3\mu^2\alpha$	$b_3\mu^3\alpha$	$\pm c_3\mu^2\alpha$
± 4	$a_4\mu^4$	$b_4\mu^4$	$\pm c_4\mu^4$
± 5	$a_5\mu^4\alpha$	$b_5\mu^4\alpha$	$\pm c_5\mu^4\alpha$
± 6	$a_6\mu^6$	$b_6\mu^6$	$\pm c_6\mu^6$
± 7	$a_7\mu^6\alpha$	$b_7\mu^6\alpha$	$\pm c_7\mu^6\alpha$
± 8	$a_8\mu^8$	$b_8\mu^8$	$\pm c_8\mu^8$

Den Koeffizienten c_0 werden wir zum Verschwinden bringen durch passende Wahl von a_0, welches als überzählige Integrationskonstante auftritt.

Die Entwicklung der periodischen Lösung bis zu den Gliedern von der Ordnung μ^8 (resp. $\mu^6\alpha$, $\mu^4\alpha^2$, ...), d. h. mit Vernachlässigung von μ^{10}, $\mu^8\alpha$ etc., dürfte zunächst die nötige Schärfe bieten; denn der Betrag von μ^8 ist ziemlich genau gleich 10^{-9} oder gleich etwa 10^{-6} Bogensekunden; es ist dieselbe Grenze, die Herr Hill eingehalten, allerdings unter Vernachlässigung der parallaktischen Glieder. Übrigens kann man so scharf rechnen, wie man will; doch will ich in der vorliegenden Arbeit die genannte Grenze innehalten. Eine sehr genaue Kenntniss dieser Glieder nullten Grades ist nötig, um die Glieder höheren Grades scharf genug bestimmen zu können, also um bei unserer Methode die p- und q-Koeffizienten der Entwicklungen von P und Q scharf genug zu erhalten. Von den Gliedern ersten Grades erhalten nämlich einige einen Divisor von der Ordnung μ^2 und von denen zweiten Grades einige sogar einen solchen von der Ordnung μ^4; zwar sind diese letzteren noch mit den Quadraten von η und η' multiplizirt, aber dagegen sind auch die A- und B-, resp. die p- und q-Koeffizienten, welche zu den höheren Potenzen von μ^2 gehören, und welche analytisch von der nullten Ordnung, also nahe gleich Eins, sein sollten, zum Teil sehr gross; die grössten, welche ich berechnet habe, haben einen Betrag, der etwa gleich 200 ist, also sich mit μ^{-2} vergleichen lässt.

Ferner möchte ich Wert darauf legen, die Entwicklungen nach Potenzen von μ selbst ganz fallen zu lassen. Ich habe schon im vorigen streng unterschieden zwischen den Grössen μ und δ, obwohl sie sich nur um die Grössenordnung der Erdmasse (bezogen auf die Sonnenmasse), numerisch um 6 Einheiten der siebenten Dezimale, von einander unterscheiden. Die in den älteren Mondtheorien üblichen Entwicklungen nach Potenzen von μ (dort gewöhnlich mit m bezeichnet) sind eigentlich ein Gemisch von Entwicklungen nach Potenzen von μ^2 und δ, die Grösse μ selbst, welche übrigens die Wurzel aus der Sonnenmasse als Faktor enthält, kommt ihrer analytischen Bedeutung nach überhaupt nirgends vor. Wenn wir also vermeiden, diejenigen Funktionen von δ, welche

bei den Entwicklungen auftreten, und zwar meist als Integrationsdivisoren, nach Potenzen dieser Grösse zu entwickeln, so erhalten wir nur Entwicklungen nach Potenzen von μ^2, wozu ausser denen nach der Neigung dann noch die nach Potenzen von η, η', und α hinzutreten. Sicherlich tritt δ selbst auch als Integrationsdivisor auf, aber nur in solchen Gliedern, welche noch den Faktor α oder η enthalten, so dass sich in unsern Entwicklungen noch Potenzen von $\frac{\mu^2\alpha}{\delta}$ und $\frac{\mu^2\eta}{\delta}$ zeigen werden, die als solche der Grössen $\mu\alpha$ resp. $\mu\eta$ angesehen werden können. — Da in der Hill'schen periodischen Lösung die von α abhängigen Glieder fortgelassen sind, so würden wir diese Lösung durchaus nur als Potenzreihen nach μ^2 darstellen. Ich möchte aber dabei hervorhehen, dass Herr Hill in seiner eleganten Methode eigentlich auch nur solche Reihen nach μ^2 hat, dass er aber zur numerischen Berechnung der Koeffizienten $\delta = \mu$ setzt und die Konvergenz der Reihen erheblich durch eine sehr geschickte Transformation verstärkt, indem er Reihen nach $\frac{\mu}{1+\mu}$ einführt; trotz dieses Kunstgriffes scheint hierdurch eine genügend starke Konvergenz der Annäherungen noch nicht gewährleistet zu sein. Doch hätte es keine Schwierigkeiten, weiter zu transformiren, wie den Herren Hill und Brown wohl bewusst gewesen zu sein scheint.

Man ist sonach in der Mondtheorie, ebenso wie in der Theorie der Planeten, gezwungen, Reihen von mehr oder weniger schwacher Konvergenz einzuführen, wenn man die gesuchten Koeffizienten der Störungsglieder explizit als Funktionen der störenden Masse und der anderen Konstanten ausdrücken will. Eine solche Darstellung vermeide ich prinzipiell; es genügt ja auch vollkommen, wenn es gelungen ist, soviel Relationen zwischen den gesuchten Koeffizienten aufzustellen, wie solcher Koeffizienten bestimmt werden sollen; diese Relationen werden zuweilen Potenzreihen nach den Unbekannten selbst sein; wollte man aus diesen durch Umkehrung die Unbekannten explizit darstellen, so kann, selbst wenn die ursprünglichen Reihen sehr stark konvergirten, die Konvergenz der expliziten Reihen beliebig schwach, oder diese sogar divergent sein. Ich ziehe es vor, die implizite Reihe bei den Gliedern abzubrechen, welche klein genug sind, um vernachlässigt zu werden, und die übrig bleibenden algebraischen Relationen als Definition der Unbekannten anzusehen und durch Annäherungen zu lösen; welches die zu wählenden Wurzeln sind, kann niemals einem Zweifel unterliegen. Diese Annäherungen entsprechen sicherlich auch einer Potenzentwicklung, aber keiner solchen nach Potenzen der störenden Masse; sie können stets konvergent gemacht werden, auch wenn die Entwicklung nach der störenden Masse divergiren sollte.

Es scheint mir, als könne man diese Methode auch auf die Relationen anwenden, die Herr Hill für seine a-Koefficienten erhält; diese sind nur vom 2. Grade in den Unbekannten, und liessen sich durch Probiren gewiss ganz gut lösen, da Herr Hill aus den Differentialgleichungen das irrationale Glied mit

Hilfe des Jacobi'schen Integrals eliminirt. Ich habe dies Glied beibehalten und in eine Reihe entwickelt, weil diese Reihe sehr stark konvergirt und es so möglich wird, auch die Glieder höherer Grade durch einfache Weiterentwicklung nach demselben Schema zu erhalten. Dadurch scheint mir viel an Übersichtlichkeit gewonnen zu werden und der Leser wird im Stande sein, die Rechnungen Schritt für Schritt nachzuprüfen.

4. Wir gehen nun über zur Herstellung der Ausdrücke 51) aus 50). Diese Transformation besteht offenbar aus der Reduzirung von Reihen der Form

$$(1+S_0)^2 \sum_{-\infty}^{+\infty} \{\mathfrak{B}_n^{(0)} + \mathfrak{B}_n^{(1)} R_0 + \mathfrak{B}_n^{(2)} R_0^2 + \mathfrak{B}_n^{(3)} R_0^3 + \cdots\} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (x + nw - n\delta K_0),$$

in Reihen der Form

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{p}_n \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (x + nw).$$

Im Argument habe ich hier die Grösse x zugefügt, um die Transformation gleich ganz allgemein zu halten, indem später für x jeder beliebige Wert eingesetzt werden kann; für die periodische Lösung ist x gleich Null zu setzen.

Wir bilden zunächst die Ausdrücke:

54)
$$\begin{aligned} (1+S_0)^2 &= 1 + \sum_{-\infty}^{+\infty} a'_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw & (1+S_0)^2 R_0 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} e_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw \\ (1+S_0)^2 R_0^2 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} e'_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw & (1+S_0)^2 R_0^3 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} e''_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw \end{aligned}$$

und bezeichnen wieder mit Rücksicht auf die Grössenordnung:

n	$a'_{n\cdot 0\cdot 0}$	$e_{n\cdot 0\cdot 0}$	$e'_{n\cdot 0\cdot 0}$	$e''_{n\cdot 0\cdot 0}$
0	$a'_0\mu^2$	$e_0\mu^2$	$e'_0\mu^4$	$e''_0\mu^6$
± 1	$a'_1\mu^2\alpha$	$e_1\mu\alpha$	$e'_1\mu^3\alpha$	$e''_1\mu^5\alpha$
± 2	$a'_2\mu^2$	$e_2\mu^2$	$e'_2\mu^4$	$e''_2\mu^6$
± 3	$a'_3\mu^2\alpha$	$e_3\mu^2\alpha$	$e'_3\mu^3\alpha$	$e''_3\mu^5\alpha$
± 4	$a'_4\mu^4$	$e_4\mu^4$	$e'_4\mu^4$	$e''_4\mu^6$
± 5	$a'_5\mu^4\alpha$	$e_5\mu^4\alpha$	$e'_5\mu^4\alpha$	$e''_5\mu^5\alpha$
± 6	$a'_6\mu^6$	$e_6\mu^6$	$e'_6\mu^6$	$e''_6\mu^6$

Für diese Koeffizienten erhält man durch Ausmultiplikation der Reihen 47), wobei, wie in vorstehender Tabelle, die Grössen von der Ordnung μ^8 vernachlässigt sind, die folgenden Formeln; dabei habe ich in den Formeln für die a' die Glieder der Ordnung μ^8 in [ ] Klammern hinzugefügt, da wir sie weiter unten bei der Integration der Differentialgleichung für R (in den Relationen 79) bis zu dieser Genauigkeitsgrenze brauchen.

$$
\begin{aligned}
a_0' &= 2a_0 + (a_0^2 + 2a_2^2)\mu^2 && + [2a_4^2\mu^6 + 2(a_1^2 + a_3^2)\mu^2\alpha^2]\\
a_1' &= 2a_1 + 2(a_0a_1 + a_1a_2 + a_2a_3)\mu^2 && + [2a_3a_4\mu^4]\\
a_2' &= 2a_2 + 2a_0a_2\mu^2 + 2a_2a_4\mu^4 && + [(a_1^2 + 2a_1a_3)\mu^2\alpha^2]\\
a_3' &= 2a_3 + 2(a_0a_3 + a_1a_2)\mu^2 && + [2(a_1a_4 + a_2a_5)\mu^4]\\
a_4' &= 2a_4 + a_2^2 + 2a_0a_4\mu^2 && + [2a_2a_6\mu^4 + 2a_1a_3\alpha^2]\\
a_5' &= 2a_5 + 2a_2a_3 && + [2(a_1a_4 + a_0a_5)\mu^2]\\
a_6' &= 2a_6 + 2a_2a_4 && + \left[2a_0a_6\mu^2 + a_3^2\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right]\\
[a_7' &= 2a_7 + 2(a_2a_5 + a_3a_4)]\\
[a_8' &= 2a_8 + a_4^2 + 2a_2a_6].
\end{aligned}
\qquad 55)
$$

$$
\begin{aligned}
e_0 &= b_0 + (a_0'b_0 + 2a_2'b_2)\mu^2 + 2a_1'b_1\mu\alpha^2\\
e_1 &= b_1 + (a_0'b_1 + a_2'b_1)\mu^2 + (a_1'b_0 + a_1'b_2 + a_2'b_3 + a_3'b_2)\mu^3\\
e_2 &= b_2 + (a_0'b_2 + a_2'b_0)\mu^2 + (a_1'b_1 + a_3'b_1)\mu\alpha^2 + (a_2'b_4 + a_4'b_2)\mu^4\\
e_3 &= b_3 + a_2'b_1\mu + (a_0'b_3 + a_3'b_0 + a_1'b_2)\mu^2 + a_4'b_1\mu^3\\
e_4 &= b_4 + a_2'b_2 + (a_0'b_4 + a_4'b_0)\mu^2 + a_3'b_1\frac{\alpha^2}{\mu}\\
e_5 &= b_5 + a_2'b_3 + a_3'b_2 + a_4'b_1\mu\\
e_6 &= b_6 + a_2'b_4 + a_4'b_2\\
e_0' &= e_0b_0 + 2e_2b_2 + 2e_1b_1\frac{\alpha^2}{\mu^2}\\
e_1' &= e_0b_1 + e_1b_0 + e_1b_2 + e_2b_1 + (e_2b_3 + e_3b_2)\mu\\
e_2' &= e_0b_2 + e_2b_0 + (e_2b_4 + e_4b_2)\mu^2 + e_1b_1\frac{\alpha^2}{\mu^2} + (e_1b_3 + e_3b_1)\frac{\alpha^2}{\mu}\\
e_3' &= e_1b_2 + e_2b_1 + (e_0b_3 + e_3b_0)\mu + (e_1b_4 + e_4b_1)\mu^2\\
e_4' &= e_2b_2 + (e_0b_4 + e_4b_0)\mu^2 + (e_1b_3 + e_3b_1)\frac{\alpha^2}{\mu}\\
e_5' &= e_2b_3 + e_3b_2 + (e_1b_4 + e_4b_1)\mu\\
e_6' &= e_2b_4 + e_4b_2\\
e_0'' &= e_0'b_0 + 2e_2'b_2\\
e_1'' &= e_0'b_1 + e_1'b_0 + e_1'b_2 + e_2'b_1 + e_3'b_2\\
e_2'' &= e_0'b_2 + e_2'b_0 + e_4'b_2\\
e_3'' &= e_1'b_2 + e_2'b_1 + e_3'b_0 + e_4'b_1\\
e_4'' &= e_2'b_2 + e_4'b_0\\
e_5'' &= e_3'b_2 + e_4'b_1\\
e_6'' &= e_4'b_2.
\end{aligned}
\qquad 56)
$$

Weiter haben wir mit der einzuhaltenden Genauigkeit

$$\sin n\delta K_0 = n\delta K_0$$
$$\cos n\delta K_0 = 1 - \tfrac{1}{2} n^2 \delta^2 K_0^2.$$

Der erstere dieser Ausdrücke findet sich unmittelbar aus 47); der letztere wird:

$$\tfrac{1}{2}\delta^2 K_0^2 = c_2^2\mu^6 + 2c_1c_2\mu^5\alpha\cos w - 2c_1c_2\mu^5\alpha\cos 3w - c_2^2\mu^6\cos 4w.$$

Hiernach bezeichnen wir:

57)
$$(1+S_0)^2 \quad \sin n\delta K_0 = n\sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} c'_{i\cdot 0\cdot 0}\sin iw$$
$$(1+S_0)^2 R_0 \sin n\delta K_0 = n\sum_{i=-\infty}^{i=\infty} c''_{i\cdot 0\cdot 0}\sin iw$$
$$(1+S_0)^2 R_0^2 \sin n\delta K_0 = n\sum_{i=-\infty}^{+\infty} c'''_{i\cdot 0\cdot 0}\sin iw$$
$$(1+S_0)^2 \quad \cos n\delta K_0 = 1 + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} a^{(n)}_{i\cdot 0\cdot 0}\cos iw$$

und setzen mit Rücksicht auf die Grössenordnung:

58)

i	$c'_{i\cdot 0\cdot 0}$	$c''_{i\cdot 0\cdot 0}$	$c'''_{i\cdot 0\cdot 0}$	$a^{(n)}_{i\cdot 0\cdot 0}$
0	0	0	0	$a^{(n)}_0\mu^2$
± 1	$\pm c'_1\mu^2\alpha$	$\pm c''_1\mu^4\alpha$		$a^{(n)}_1\mu^2\alpha$
± 2	$\pm c'_2\mu^3$	$\pm c''_2\mu^5$	$\pm c'''_2\mu^7$	$a^{(n)}_2\mu^2$
± 3	$\pm c'_3\mu^3\alpha$	$\pm c''_3\mu^4\alpha$		$a^{(n)}_3\mu^2\alpha$
± 4	$\pm c'_4\mu^5$	$\pm c''_4\mu^5$	$\pm c'''_4\mu^7$	$a^{(n)}_4\mu^4$
± 5	$\pm c'_5\mu^5\alpha$	$\pm c''_5\mu^5\alpha$		$a^{(n)}_5\mu^4\alpha$
± 6	$\pm c'_6\mu^7$	$\pm c''_6\mu^7$	$\pm c'''_6\mu^7$	$a^{(n)}_6\mu^6$

wo:

59)
$$c'_1 = c_1 + (a'_0c_1 - a'_2c_1)\mu^2 + (a'_1c_2 - a'_3c_2 + a'_2c_3)\mu^3$$
$$c'_2 = c_2 + a'_0c_2\mu^2 + (-a'_4c_2 + a'_2c_4)\mu^4$$
$$c'_3 = c_3 + a'_2c_1\mu + (a'_0c_3 + a'_1c_2)\mu^2$$
$$c'_4 = c_4 + a'_2c_2 + a'_0c_4\mu^2$$
$$c'_5 = c_5 + a'_3c_2 + a'_2c_3$$
$$c'_6 = c_6 + a'_4c_2 + a'_2c_4$$
$$c''_1 = c'_1b_0 + c'_2b_1 - c'_1b_2 + (c'_3b_2 - c'_2b_3)\mu$$
$$c''_2 = c'_2b_0 + (c'_4b_2 - c'_2b_4)\mu^2 + c'_1b_1\frac{\alpha^2}{\mu^2}$$
$$c''_3 = c'_2b_1 + c'_1b_2 + c'_3b_0\mu$$
$$c''_4 = c'_2b_2 + c'_4b_0\mu^2$$
$$c''_5 = c'_3b_2 + c'_2b_3$$
$$c''_6 = c'_4b_2 + c'_2b_4.$$

$$
\begin{aligned}
c_2''' &= c_2'' b_0 + c_4'' b_2 \\
c_4''' &= c_2'' b_2 + c_4'' b_0 \\
c_6''' &= c_4'' b_2 \\
a_0^{(n)} &= a_0' - n^2 c_2^2 \mu^4 \\
a_1^{(n)} &= a_1' - n^2 c_1 c_2 \mu^3 \\
a_2^{(n)} &= a_2' \\
a_3^{(n)} &= a_3' + n^2 c_1 c_2 \mu^3 \\
a_4^{(n)} &= a_4' + n^2 c_2^2 \mu^2 \\
a_5^{(n)} &= a_5' \\
a_6^{(n)} &= a_6',
\end{aligned}
\qquad 60)
$$

$a_2^{(n)}$, $a_5^{(n)}$, $a_6^{(n)}$ sind unabhängig von n innerhalb der gesteckten Genauigkeitsgrenze. Weiter ist mit ausreichender Schärfe:

$$
\begin{aligned}
(1+S_0)^2 R_0 \cos n\,\delta K_0 &= (1+S_0)^2 R_0 \\
(1+S_0)^2 R_0^2 \cos n\,\delta K_0 &= (1+S_0)^2 R_0^2
\end{aligned}
$$

u. s. w.

5. Wir wollen nun die allgemeinen Ausdrücke:

$$
\begin{aligned}
&(1+S_0)^2 \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{B}_n \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (x + nw - n\,\delta K_0) \\
&(1+S_0)^2 R_0 \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{B}_n^{(1)} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (x + nw - n\,\delta K_0) \\
&(1+S_0)^2 R_0^2 \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{B}_n^{(2)} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (x + nw - n\,\delta K_0)
\end{aligned}
\qquad 61)
$$

u. s. w.

in der angegebenen Weise entwickeln. Damit erreichen wir den Vorteil, dass sich aus den abgeleiteten Entwicklungen je nach dem Ausdruck, den man für die Koeffizienten $\mathfrak{B}_n$, $\mathfrak{B}_n^{(1)}$, $\mathfrak{B}_n^{(2)}$ etc. und für das Argument x einsetzt, sofort die Entwicklung aller in P und Q vorkommenden Teile, wie z. B.:

$$
\begin{aligned}
&(1+S_0)^2 \left\{\alpha_{n\cdot 0\cdot 0} + \alpha_{n\cdot 0\cdot 0}^{(1)} R_0 + \cdots\right\} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} n(w - \delta K_0) \\
&(1+S_0)^2 \left\{\alpha_{n\cdot 1\cdot 0} + \alpha_{n\cdot 1\cdot 0}^{(1)} R_0 + \cdots\right\} \eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\mathrm{v} + nw - n\,\delta K_0) \\
&(1+S_0)^2 \left\{\alpha_{n\cdot 0\cdot 0}^{(1)} + 2\alpha_{n\cdot 0\cdot 0}^{(2)} R_0 + \cdots\right\} R^{(1)} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} n(w - \delta K_0)
\end{aligned}
$$

u. s. w.

ergeben. In den Ausdrücken 61) zerlegen wir:

$$
\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (x + nw - n\,\delta K_0) = \pm \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} n\,\delta K_0 \cos(x + nw) + \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} n\,\delta K_0 \sin(x + nw).
$$

Hiernach erhält man:

$$(1+S_0)^2\mathfrak{B}_n \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(x+nw-n\delta K_0) = (1+a_0^{(n)}\mu^2)\mathfrak{B}_n \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(x+nw)$$

$$+\mathfrak{B}_n\begin{Bmatrix}
(a_1^{(n)}-nc_1')\mu^2\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+1)w]+(a_1^{(n)}+nc_1')\mu^2\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-1)w]\\
+(a_2^{(n)}-nc_2'\mu)\mu^2 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+2)w]+(a_2^{(n)}+nc_2'\mu)\mu^2 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-2)w]\\
+(a_3^{(n)}-nc_3'\mu)\mu^2\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+3)w]+(a_3^{(n)}+nc_3'\mu)\mu^2\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-3)w]\\
+(a_4^{(n)}-nc_4'\mu)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+4)w]+(a_4^{(4)}+nc_4'\mu)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-4)w]\\
+(a_5^{(n)}-nc_5'\mu)\mu^4\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+5)w]+(a_5^{(n)}+nc_5'\mu)\mu^4\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-5)w]\\
+(a_6^{(n)}-nc_6'\mu)\mu^6 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+6)w]+(a_6^{(n)}+nc_6'\mu)\mu^6 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-6)w]
\end{Bmatrix}$$

$$(1+S_0)^2\mathfrak{B}_n^{(1)}R_0 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(x+nw-n\delta K_0) = e_0\mu^2\mathfrak{B}_n^{(1)} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(x+nw)$$

$$+\mathfrak{B}_n^{(1)}\begin{Bmatrix}
(e_1-nc_1''\mu^3)\mu\ \alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+1)w]+(e_1+nc_1''\mu^3)\mu\ \alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-1)w]\\
+(e_2-nc_2''\mu^3)\mu^2 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+2)w]+(e_2+nc_2''\mu^3)\mu^2 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-2)w]\\
+(e_3-nc_3''\mu^2)\mu^2\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+3)w]+(e_3+nc_3''\mu^2)\mu^2\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-3)w]\\
+(e_4-nc_4''\mu)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+4)w]+(e_4+nc_4''\mu)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-4)w]\\
+(e_5-nc_5''\mu)\mu^4\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+5)w]+(e_5+nc_5''\mu)\mu^4\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-5)w]\\
+(e_6-nc_6''\mu)\mu^6 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+6)w]+(e_6+nc_6''\mu)\mu^6 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-6)w]
\end{Bmatrix}$$

$$(1+S_0)^2\mathfrak{B}_n^{(2)}R_0^2 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(x+nw-n\delta K_0) = e_0'\mu^4\mathfrak{B}_n^{(2)} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(x+nw)$$

$$+\mathfrak{B}_n^{(2)}\begin{Bmatrix}
e_1'\mu^3\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+1)w]+ e_1'\mu^3\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-1)w]\\
+(e_2'-nc_2'''\mu^3)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+2)w]+(e_2'+nc_2'''\mu^3)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-2)w]\\
+ e_3'\mu^3\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+3)w]+ e_3'\mu^3\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-3)w]\\
+(e_4'-nc_4'''\mu^3)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+4)w]+(e_4'+nc_4'''\mu^3)\mu^4 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-4)w]\\
+ e_5'\mu^4\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+5)w]+ e_5'\mu^4\alpha \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-5)w]\\
+(e_6'-nc_6'''\mu)\mu^6 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n+6)w]+(e_6'+nc_6'''\mu)\mu^6 \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}[x+(n-6)w]
\end{Bmatrix}$$

$$(1+S_0)^2\,\mathfrak{B}_n^{(3)}R_0^3\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw-n\delta K_0) = e_0''\mu^6\mathfrak{B}_n^{(3)}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw)$$

$$+\mathfrak{B}_n^{(3)}\left\{\begin{array}{l} e_1''\mu^5\alpha\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n+1)w]+e_1''\mu^5\alpha\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n-1)w]\\ +e_2''\mu^6\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n+2)w]+e_2''\mu^6\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n-2)w]\\ +e_3''\mu^5\alpha\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n+3)w]+e_3''\mu^5\alpha\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n-3)w]\\ +e_4''\mu^6\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n+4)w]+e_4''\mu^6\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n-4)w]\\ +e_5''\mu^5\alpha\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n+5)w]+e_5''\mu^5\alpha\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n-5)w]\\ +e_6''\mu^6\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n+6)w]+e_6''\mu^6\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[x+(n-6)w]\end{array}\right\}$$

6. Will man also allgemein eine Summe von der Form:

62) $$(1+S_0)^2\sum_{-\infty}^{+\infty}(\mathfrak{B}_n+\mathfrak{B}_n^{(1)}R_0+\mathfrak{B}_n^{(2)}R_0^2+\cdots)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw-n\delta K_0)$$

in die Form

63) $$\sum_{-\infty}^{+\infty}\mathfrak{p}_n\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw)$$

überführen, so ist zu setzen:

64)
$$\begin{aligned}\mathfrak{p}_n = {} & f_{n\cdot0}\mathfrak{B}_n && +g_{n\cdot0}\mu^2\mathfrak{B}_n^{(1)}\\ & +\mu^2\alpha(f_{n\cdot1}\mathfrak{B}_{n-1}+f'_{n\cdot1}\mathfrak{B}_{n+1}) && +\mu\ \alpha(g_{n\cdot1}\mathfrak{B}_{n-1}^{(1)}+g'_{n\cdot1}\mathfrak{B}_{n+1}^{(1)})\\ & +\mu^2\ (f_{n\cdot2}\mathfrak{B}_{n-2}+f'_{n\cdot2}\mathfrak{B}_{n+2}) && +\mu^2\ (g_{n\cdot2}\mathfrak{B}_{n-2}^{(1)}+g'_{n\cdot2}\mathfrak{B}_{n+2}^{(1)})\\ & +\mu^2\alpha(f_{n\cdot3}\mathfrak{B}_{n-3}+f'_{n\cdot3}\mathfrak{B}_{n+3}) && +\mu^2\alpha(g_{n\cdot3}\mathfrak{B}_{n-3}^{(1)}+g'_{n\cdot3}\mathfrak{B}_{n+3}^{(1)})\\ & +\mu^4\ (f_{n\cdot4}\mathfrak{B}_{n-4}+f'_{n\cdot4}\mathfrak{B}_{n+4}) && +\mu^4\ (g_{n\cdot4}\mathfrak{B}_{n-4}^{(1)}+g'_{n\cdot}\mathfrak{B}_{n+4}^{(1)})\\ & +\mu^4\alpha(f_{n\cdot5}\mathfrak{B}_{n-5}+f'_{n\cdot5}\mathfrak{B}_{n+5}) && +\mu^4\alpha(g_{n\cdot5}\mathfrak{B}_{n-5}^{(1)}+g'_{n\cdot5}\mathfrak{B}_{n+5}^{(1)})\\ & +\mu^6\ (f_{n\cdot6}\mathfrak{B}_{n-6}+f'_{n\cdot6}\mathfrak{B}_{n+6}) && +\mu^6\ (g_{n\cdot6}\mathfrak{B}_{n-6}^{(1)}+g'_{n\cdot6}\mathfrak{B}_{n+6}^{(1)})\\ & +h_{n\cdot0}\mu^4\mathfrak{B}_n^{(2)} && +k_0\mu^6\mathfrak{B}_n^{(3)}\\ & +\mu^3\alpha(h_{n\cdot1}\mathfrak{B}_{n-1}^{(2)}+h'_{n\cdot1}\mathfrak{B}_{n+1}^{(2)}) && +\mu^5\alpha(k_1\mathfrak{B}_{n-1}^{(3)}+k'_1\mathfrak{B}_{n+1}^{(3)})\\ & +\mu^4\ (h_{n\cdot2}\mathfrak{B}_{n-2}^{(2)}+h'_{n\cdot2}\mathfrak{B}_{n+2}^{(2)}) && +\mu^6\ (k_2\mathfrak{B}_{n-2}^{(3)}+k'_2\mathfrak{B}_{n+2}^{(3)})\\ & +\mu^3\alpha(h_{n\cdot3}\mathfrak{B}_{n-3}^{(2)}+h'_{n\cdot3}\mathfrak{B}_{n+3}^{(2)}) && +\mu^5\alpha(k_3\mathfrak{B}_{n-3}^{(3)}+k'_3\mathfrak{B}_{n+3}^{(3)})\\ & +\mu^4\ (h_{n\cdot4}\mathfrak{B}_{n-4}^{(2)}+h'_{n\cdot4}\mathfrak{B}_{n+4}^{(2)}) && +\mu^6\ (k_4\mathfrak{B}_{n-4}^{(3)}+k'_4\mathfrak{B}_{n+4}^{(3)})\\ & +\mu^4\alpha(h_{n\cdot5}\mathfrak{B}_{n-5}^{(2)}+h'_{n\cdot5}\mathfrak{B}_{n+5}^{(2)}) && +\mu^5\alpha(k_5\mathfrak{B}_{n-5}^{(3)}+k'_5\mathfrak{B}_{n+5}^{(3)})\\ & +\mu^6\ (h_{n\cdot6}\mathfrak{B}_{n-6}^{(2)}+h'_{n\cdot6}\mathfrak{B}_{n+6}^{(2)}) && +\mu^6\ (k_6\mathfrak{B}_{n-6}^{(3)}+k'_6\mathfrak{B}_{n+6}^{(3)}),\end{aligned}$$

wo bezeichnet ist:

$$
\begin{array}{llll}
f_{n\cdot 0} = 1 + a_0^{(0)}\mu^2 & & g_{n\cdot 0} = e_0 & \\
f_{n\cdot 1} = a_1^{(n-1)} - (n-1)c_1' & f'_{n\cdot 1} = a_1^{(n+1)} + (n+1)c_1' & g_{n\cdot 1} = e_1 - (n-1)c_1''\mu^3 & g'_{n\cdot 1} = e_1 + (n+1)c_1''\mu \\
f_{n\cdot 2} = a_2' - (n-2)c_2'\mu & f'_{n\cdot 2} = a_2' + (n+2)c_2'\mu & g_{n\cdot 2} = e_2 - (n-2)c_2''\mu^3 & g'_{n\cdot 2} = e_2 + (n+2)c_2''\mu \\
f_{n\cdot 3} = a_3^{(n-3)} - (n-3)c_3'\mu & f'_{n\cdot 3} = a_3^{(n+3)} + (n+3)c_3'\mu & g_{n\cdot 3} = e_3 - (n-3)c_3''\mu^2 & g'_{n\cdot 3} = e_3 + (n+3)c_3''\mu \\
f_{n\cdot 4} = a_4^{(n-4)} - (n-4)c_4'\mu & f'_{n\cdot 4} = a_4^{(n+4)} + (n+4)c_4'\mu & g_{n\cdot 4} = e_4 - (n-4)c_4''\mu & g'_{n\cdot 4} = e_4 + (n+4)c_4''\mu \\
f_{n\cdot 5} = a_5' - (n-5)c_5'\mu & f'_{n\cdot 5} = a_5' + (n+5)c_5'\mu & g_{n\cdot 5} = e_5 - (n-5)c_5''\mu & g'_{n\cdot 5} = e_5 + (n+5)c_5''\mu \\
f_{n\cdot 6} = a_6' - (n-6)c_6'\mu & f'_{n\cdot 6} = a_6' + (n+6)c_6'\mu & g_{n\cdot 6} = e_6 - (n-6)c_6''\mu & g'_{n\cdot 6} = e_6 + (n+6)c_6''\mu
\end{array}
$$

65)

$$
\begin{array}{lll}
h_{n\cdot 0} = e_0' & & k_0 = k_0' = e_0'' \\
h_{n\cdot 1} = e_1' & h'_{n\cdot 1} = e_1' & k_1 = k_1' = e_1'' \\
h_{n\cdot 2} = e_2' - (n-2)c_2'''\mu^3 & h'_{n\cdot 2} = e_2' + (n+2)c_2'''\mu^3 & k_2 = k_2' = e_2'' \\
h_{n\cdot 3} = e_3' & h'_{n\cdot 3} = e_3' & k_3 = k_3' = e_3'' \\
h_{n\cdot 4} = e_4' - (n-4)c_4'''\mu^3 & h'_{n\cdot 4} = e_4' + (n+4)c_4'''\mu^3 & k_4 = k_4' = e_4'' \\
h_{n\cdot 5} = e_5' & h'_{n\cdot 5} = e_5' & k_5 = k_5' = e_5'' \\
h_{n\cdot 6} = e_6' - (n-6)c_6'''\mu & h'_{n\cdot 6} = e_6' + (n+6)c_6'''\mu & k_6 = k_6' = e_6''.
\end{array}
$$

Die Koeffizienten $g_{n\cdot 0}$, $h_{n\cdot 0}$, $h_{n\cdot 1}$, $h_{n\cdot 3}$, $h_{n\cdot 5}$, $h'_{n\cdot 1}$, $h'_{n\cdot 3}$, $h'_{n\cdot 5}$ und die k und k' sind innerhalb der gesteckten Genauigkeitsgrenze unabhängig von dem Werte von n, und es ist:

$$
\begin{array}{lll}
f_{-n\cdot 0} = f_{n\cdot 0}; & f_{-n\cdot 1} = f'_{n\cdot 1}, & f_{-n\cdot 2} = f'_{n\cdot 2} \quad \text{u. s. w.} \\
g_{-n\cdot 0} = g_{n\cdot 0}; & g_{-n\cdot 1} = g'_{n\cdot 1}, & g_{-n\cdot 2} = g'_{n\cdot 2} \quad \text{u. s. w.} \\
h_{-n\cdot 0} = h_{n\cdot 0}; & h_{-n\cdot 1} = h'_{n\cdot 1}, & h_{-n\cdot 2} = h'_{n\cdot 2} \quad \text{u. s. w.}
\end{array}
$$

Nach den vorstehenden Entwicklungen können die Ausdrücke $(1+S_0)^2 Q$ und $(1+S_0)^2 P$ unmittelbar transformirt werden und zwar bis zu beliebig hohen Potenzen von η und η' und der Neigung; da die an die Stelle der $\mathfrak{B}_n$ etc. tretenden Koeffizienten mindestens von der Ordnung μ^2 sind, so sind dabei nur die Glieder von der Ordnung μ^{10} vernachlässigt.

7. Es wird aber wünschenswert sein, zur Integration der Gleichung für S auch den Ausdruck $(1+S_0)^3 Q$ herzuleiten; es geschieht dies offenbar durch Multiplikation von Summen der Form $\sum_{-\infty}^{+\infty} q_n \sin(x+nw)$ mit $1+S_0$. Sei hierzu allgemein:

$$
66) \qquad (1+S_0)\sum_{-\infty}^{+\infty} q_n \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw) = \sum_{-\infty}^{+\infty} q'_n \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw),
$$

so findet man ohne weiteres

$$
\begin{aligned}
67)\qquad \mathfrak{q}'_n = {} & (1+a_0\mu^2)\mathfrak{q}_n + a_1\mu^2\alpha(\mathfrak{q}_{n-1}+\mathfrak{q}_{n+1}) && + a_4\mu^4\ (\mathfrak{q}_{n-4}+\mathfrak{q}_{n+4})\\
& + a_2\mu^2\ (\mathfrak{q}_{n-2}+\mathfrak{q}_{n+2}) && + a_5\mu^4\alpha(\mathfrak{q}_{n-5}+\mathfrak{q}_{n+5})\\
& + a_3\mu^2\alpha(\mathfrak{q}_{n+3}+\mathfrak{q}_{n-3}) && + a_6\mu^6\ (\mathfrak{q}_{n-6}+\mathfrak{q}_{n+6}).
\end{aligned}
$$

Ferner wird in der Differentialgleichung für ϱ noch der Ausdruck $(1+S_0)^2 Q\frac{dR_0}{dv}$ und später analoge gebraucht, wozu die Multiplikation mit $\frac{dR_0}{dv}$ auszuführen ist. Man hat

$$
68)\qquad \frac{dR_0}{dv} = -2(1-\delta_2)\left\{\begin{array}{l} b_1\mu\ \alpha\sin w + 2b_2\mu^2\ \sin 2w + 3b_3\mu^2\alpha\sin 3w \\ + 4b_4\mu^4\ \sin 4w + 5b_5\mu^4\alpha\sin 5w + 6b_6\mu^6\ \sin 6w \end{array}\right\}.
$$

Wenn man also setzt:

$$
69)\qquad \frac{dR_0}{dv}\sum_{-\infty}^{+\infty}\mathfrak{q}_n\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(x+nw) = \sum_{-\infty}^{+\infty}\mathfrak{p}'_n\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw).
$$

so ist:

$$
70)\qquad \pm\mathfrak{p}'_n = (1-\delta_2)\left\{\begin{array}{l} b_1\mu\ \alpha(\mathfrak{q}_{n-1}-\mathfrak{q}_{n+1}) + 2b_2\mu^2\ (\mathfrak{q}_{n-2}-\mathfrak{q}_{n+2}) + 3b_3\mu^2\alpha(\mathfrak{q}_{n-3}-\mathfrak{q}_{n+3}) \\ + 4b_4\mu^4\ (\mathfrak{q}_{n-4}-\mathfrak{q}_{n+4}) + 5b_5\mu^4\alpha(\mathfrak{q}_{n-5}-\mathfrak{q}_{n+5}) + 6b_6\mu^6\ (\mathfrak{q}_{n-6}-\mathfrak{q}_{n+6}) \end{array}\right\}.
$$

Wir wollen hier auch gleich noch die Formeln für die Division durch $1+S_0$ geben, da die Ausdrücke $(1+S_0)Q$ und $(1+S_0)P$ später gebraucht werden. Hier setzen wir:

$$
71)\qquad \frac{1}{1+S_0}\sum_{-\infty}^{+\infty}\mathfrak{p}_n\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw) = \sum_{-\infty}^{+\infty}\mathfrak{p}''_n\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(x+nw)
$$

und

$$
\begin{aligned}
72)\qquad \frac{1}{1+S_0} = 1-S_0+S_0^2-+\cdots = {} & 1+a''_0\mu^2+2a''_1\mu^2\alpha\cos w\ +2a''_2\mu^2\ \cos 2w+2a''_3\mu^2\alpha\cos 3w\\
& +2a''_4\mu^4\ \cos 4w+2a''_5\mu^4\alpha\cos 5w+2a''_6\mu^6\ \cos 6w.
\end{aligned}
$$

Für die a''-Koeffizienten findet man:

$$
\begin{aligned}
a''_0 &= a'_0 - 3a_0 - a_0(a_0^2+6a_2^2)\mu^4\\
a''_1 &= a'_1 - 3a_1\\
a''_2 &= a'_2 - 3a_2 - 3a_2(a_0^2+a_2^2)\mu^4\\
73)\qquad a''_3 &= a'_3 - 3a_3\\
a''_4 &= a'_4 - 3a_4 - 3a_0a_2^2\mu^2\\
a''_5 &= a'_5 - 3a_5\\
a''_6 &= a'_6 - 3a_6 - a_2^3
\end{aligned}
$$

und sodann:

$$
\begin{aligned}
74)\qquad \mathfrak{p}''_n = {} & (1+a''_0\mu^2)\mathfrak{p}_n + a''_1\mu^2\alpha(\mathfrak{p}_{n-1}+\mathfrak{p}_{n+1}) && + a''_4\mu^4\ (\mathfrak{p}_{n-4}+\mathfrak{p}_{n+4})\\
& + a''_2\mu^2\ (\mathfrak{p}_{n-2}+\mathfrak{p}_{n+2}) && + a''_5\mu^4\alpha(\mathfrak{p}_{n-5}+\mathfrak{p}_{n+5})\\
& + a''_3\mu^2\alpha(\mathfrak{p}_{n-3}+\mathfrak{p}_{n+3}) && + a''_6\mu^6\ (\mathfrak{p}_{n-6}+\mathfrak{p}_{n+6}).
\end{aligned}
$$

IV. Kapitel.

Berechnung der periodischen Lösung nullten Grades.

1. Die Differentialgleichungen für die Funktionen S und R, soweit sie nullten Grades sind, erhält man, indem man in den Gleichungen 10) $\eta = 0$ setzt und für Q und P die Ausdrücke 51) nimmt. Die Gleichungen lauten dann:

$$75) \qquad \begin{aligned} -\frac{dS_0}{dv} &= (1+S_0)^3 Q_0 \\ \frac{d^2 R_0}{dv^2} + R_0 &= -(1+S_0)^2 Q_0 \frac{dR_0}{dv} + 2S_0 + S_0^2 - (1+S_0)^2 P_0, \end{aligned}$$

und wir lösen sie nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten, die wir allerdings speziell bei den Gliedern nullten Grades nur in impliziter Form ausführen wollen, wie schon Seite 39 bemerkt ist. Zunächst haben wir die Koeffizienten $q_{n\cdot 0\cdot 0}$ und $p_{n\cdot 0\cdot 0}$ der Ausdrücke 51) für P und Q abzuleiten nach den Vorschriften 62) bis 64), welche Entwicklung ich als Transformation 1 bezeichnen will. Man findet auf diese Weise die Formeln, die im Anhange in Tafel 1 gegeben sind; dabei habe ich wieder Bezeichnungen eingeführt, durch welche die Grössenordnung aller Glieder sofort ersichtlich wird, z. B. $q_{1\cdot 0\cdot 0} = q_{1\cdot 0}\mu^2\alpha$, $q_{2\cdot 0\cdot 0} = q_{2\cdot 0}\mu^2$ etc., wo $q_{1\cdot 0}, q_{2\cdot 0}$ etc. von der Grössenordnung der Einheit sind. Die Formeln für die $q_{n\cdot 0}$ sind nicht ausdrücklich hingeschrieben (mit Ausnahme von $q_{0\cdot 0}$, welches verschwindet), da sie den $p_{n\cdot 0}$ vollkommen analog sind; von dem Doppelzeichen $\pm$ gilt das obere für die p, das untere für die q; bei letzteren sind ausserdem statt der B die entsprechenden A zu setzen; $A_{0\cdot 0}, A_{0\cdot 1}, A_{0\cdot 2}, A_{0\cdot 3}$ sind gleich Null. Die rechten Seiten dieser Formeln schreiten in den von α unabhängigen Gliedern nach Potenzen von μ^2 fort, in den parallaktischen Gliedern aber nur nach solchen von μ. Vernachlässigt sind die Glieder der Ordnung $\mu^{10}, \mu^7\alpha, \mu^5\alpha^2, \mu^3\alpha^3$. In den Koeffizienten $p_{1\cdot 0\cdot 0}$ und $q_{1\cdot 0\cdot 0}$ sind jedoch die Glieder der Ordnung $\mu^7\alpha$ berücksichtigt, da diese bei der Integration (welche das sogenannte parallaktische Störungsglied gibt) durch δ_2 dividirt werden.

Es sind nun die weiteren Ausdrücke zu entwickeln, die in 75) auftreten und die wir, wie folgt, bezeichnen:

76)
$$(1+S_0)^3 Q_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} q'_{n\cdot 0\cdot 0} \sin nw$$
$$(1+S_0)^2 Q_0 \frac{dR_0}{dv} = \sum_{-\infty}^{+\infty} p'_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw.$$

Ihre Ableitung will ich Transformation 2 und 3 nennen.

Die Formeln für $q'_{n\cdot 0\cdot 0}$ und $p'_{n\cdot 0\cdot 0}$ ergeben sich aus den Transformationen 66) bis 70), sie sind in Tafel 2 und 3 des Anhangs aufgenommen, und bis zu der gleichen Genauigkeitsgrenze berechnet, wie $q_{n\cdot 0\cdot 0}$ und $p_{n\cdot 0\cdot 0}$.

Der Einfachheit wegen setzen wir nun weiter:

77)
$$T = P + Q \frac{dR_0}{dv},$$

also für den nullten Grad

$$T_0 = P_0 + Q_0 \frac{dR_0}{dv}$$

und

78)
$$(1+S_0)^2 T_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} t_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw.$$

Es ist dann (Transformation 4)

$$t_{n\cdot 0\cdot 0} = p_{n\cdot 0\cdot 0} + p'_{n\cdot 0\cdot 0},$$

und zur Berechnung dieser Koeffizienten gelten die Formeln in Tafel 4.

2. Unsere Gleichungen 75) lauten jetzt folgendermassen:

79)
$$-\frac{dS_0}{dv} = \sum_{-\infty}^{+\infty} q'_{n\cdot 0\cdot 0} \sin nw$$
$$\frac{d^2 R_0}{dv^2} + R_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} (a'_{n\cdot 0\cdot 0} - t_{n\cdot 0\cdot 0}) \cos nw.$$

Zur Bildung der linken Seiten dieser Gleichungen haben wir die Ausdrücke 47) und 48); aus dem letzteren folgt:

$$\frac{d\cos nw}{dv} = -n(1-\delta_2)\sin nw$$
$$\frac{d^2 \cos nw}{dv^2} + \cos nw = [1 - n^2(1-\delta_2)^2]\cos nw.$$

Wir erhalten also folgende Bestimmungsgleichungen für die gesuchten Koeffizienten $a_{n\cdot 0\cdot 0}$ und $b_{n\cdot 0\cdot 0}$:

80)
$$\begin{aligned} (1-\delta_2)a_1 &= q'_1 & 4(1-\delta_2)a_4 &= q'_4 \\ 2(1-\delta_2)a_2 &= q'_2 & 5(1-\delta_2)a_5 &= q'_5 \\ 3(1-\delta_2)a_3 &= q'_3 & 6(1-\delta_2)a_6 &= q'_6 \end{aligned}$$

81)
$$\begin{aligned} b_0 &= a'_0 - t_{0\cdot 0} \\ \frac{2\delta_2 - \delta_2^2}{\mu} b_1 &= a'_1 - t_{1\cdot 0} & [1-16(1-\delta_2)^2]b_4 &= a'_4 - t_{4\cdot 0} \\ [1-4(1-\delta_2)^2]b_2 &= a'_2 - t_{2\cdot 0} & [1-25(1-\delta_2)^2]b_5 &= a'_5 - t_{5\cdot 0} \\ [1-9(1-\delta_2)^2]b_3 &= a'_3 - t_{3\cdot 0} & [1-36(1-\delta_2)^2]b_6 &= a'_6 - t_{6\cdot 0}. \end{aligned}$$

a_0 ist als überzählige Integrationskonstante beliebig zu wählen; da wir aber das konstante Glied c_0 in $\frac{dW_0}{dv}$ zum Verschwinden bringen wollen, so ist es dieser Bedingung gemäss zu bestimmen.

3. Ehe wir an die Lösung der vorstehenden Gleichungen herangehen können, müssen wir in entsprechender Weise die Funktion $W_0 = K_0$ herstellen, d. h. die Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten $c_{n\cdot 0\cdot 0}$ in 47) ableiten. Unsere Gleichung lautet hier nach 20):

$$82) \qquad \frac{dW_0}{dv} = \frac{1+S_0}{(1+R_0)^2} - 1,$$

und wenn wir ihre rechte Seite mit Vernachlässigung nur der Glieder von den Ordnungen μ^{10}, $\mu^7\alpha$ etc. bilden wollen, um W_0 selbst mit der gleichen Schärfe zu erhalten, so genügt der Genauigkeitsgrad nicht, mit dem wir oben z. B. die Ausdrücke 56) aufgestellt haben. Wir wollen hier gleich allgemein $\frac{1}{(1+R_0)^i}$ bis zu der vorgenannten Genauigkeitsgrenze entwickeln, obwohl wir hier diese Entwicklung nur für $i = 2$ brauchen. Bezeichnet man:

$$83) \qquad \begin{aligned} R_0^2 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} d_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw \\ R_0^3 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} d'_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw \\ R_0^4 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} d''_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw \end{aligned}$$

und, um wieder die Grössenordnung hervortreten zu lassen:

n	$d_{n\cdot 0\cdot 0}$	$d'_{n\cdot 0\cdot 0}$	$d''_{n\cdot 0\cdot 0}$
0	$d_0\mu^4$	$d'_0\mu^6$	$d''_0\mu^8$
± 1	$d_1\mu^3\alpha$	$d'_1\mu^5\alpha$	
± 2	$d_2\mu^4$	$d'_2\mu^6$	$d''_2\mu^8$
± 3	$d_3\mu^3\alpha$	$d'_3\mu^5\alpha$	
± 4	$d_4\mu^4$	$d'_4\mu^6$	$d''_4\mu^8$
± 5	$d_5\mu^4\alpha$	$d'_5\mu^5\alpha$	
± 6	$d_6\mu^6$	$d'_6\mu^6$	$d''_6\mu^8$
± 7	$d_7\mu^6\alpha$	$d'_7\mu^6\alpha$	
± 8	$d_8\mu^8$	$d'_8\mu^8$	$d''_8\mu^8$

so ergeben sich durch Ausmultiplikation die Formeln:

$$
\begin{aligned}
d &= b_0^2 + 2b_2^2 + 2b_1^2\frac{\alpha^2}{\mu^2} + 2b_4^2\mu^4 + 2b_3^2\alpha^2\\
d_1 &= 2b_0b_1 + 2b_1b_2 + 2b_2b_3\mu + 2b_3b_4\mu^3\\
d_2 &= 2b_0b_2 + 2b_2b_4\mu^2 + b_1^2\frac{\alpha^2}{\mu^2} + 2b_1b_3\frac{\alpha^2}{\mu}\\
d_3 &= 2b_1b_2 + 2b_0b_3\mu + 2b_1b_4\mu^2 + 2b_2b_5\mu^3\\
d_4 &= b_2^2 + 2b_0b_4\mu^2 + 2b_1b_3\frac{\alpha^2}{\mu} + 2b_2b_6\mu^4\\
d_5 &= 2b_2b_3 + 2b_1b_4\mu + 2b_0b_5\mu^2\\
d_6 &= 2b_2b_4 + 2b_0b_6\mu^2 + b_3^2\frac{\alpha^2}{\mu^2}\\
d_7 &= 2b_2b_5 + 2b_3b_4\\
d_8 &= 2b_2b_6 + b_4^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
d_0' &= d_0b_0 + 2d_2b_2 + 2d_4b_4\mu^2 + 2d_1b_1\frac{\alpha^2}{\mu^2}\\
d_1' &= d_0b_1 + d_1b_0 + d_1b_2 + d_2b_1 + d_3b_2 + (d_2b_3 + d_4b_3)\mu\\
d_2' &= d_0b_2 + d_2b_0 + d_4b_2 + d_2b_4\mu^2 + (d_1b_1 + d_3b_1)\frac{\alpha^2}{\mu^2}\\
d_3' &= d_1b_2 + d_2b_1 + d_3b_0 + d_4b_1 + (d_0b_3 + d_5b_2)\mu\\
d_4' &= d_2b_2 + d_4b_0 + (d_0b_4 + d_6b_2)\mu^2 + d_3b_1\frac{\alpha^2}{\mu^2}\\
d_5' &= d_3b_2 + d_4b_1 + (d_2b_3 + d_5b_0)\mu\\
d_6' &= d_4b_2 + (d_2b_4 + d_6b_0)\mu^2\\
d_7' &= d_4b_3 + d_5b_2\\
d_8' &= d_4b_4 + d_6b_2\\
d_0'' &= d_0'b_0 + 2d_2'b_2\\
d_2'' &= d_0'b_2 + d_2'b_0 + d_4'b_2\\
d_4'' &= d_2'b_2 + d_4'b_0 + d_6'b_2\\
d_6'' &= d_4'b_2 + d_6'b_0\\
d_8'' &= d_6'b_2.
\end{aligned}
\tag{84}
$$

4. Sei nun

$$
\frac{1}{(1+R_0)^i} = 1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} r_{n,i,0}\cos nw, \tag{85}
$$

so erhält man, indem man nach Potenzen von R_0 entwickelt und die vorstehenden Werte einsetzt, für die $r_{n,i,0}$ die in Tafel 5 gegebenen Relationen, und speziell für den vorliegenden Zweck ($i = 2$):

$$
\begin{aligned}
r_{0\cdot 2} &= -2b_0 + 3d_0\mu^2 - 4d_0'\mu^4 + 5d_0''\mu^6 \\
r_{1\cdot 2} &= -2b_1 + 3d_1\mu^2 - 4d_1'\mu^4 \\
r_{2\cdot 2} &= -2b_2 + 3d_2\mu^2 - 4d_2'\mu^4 + 5d_2''\mu^6 \\
r_{3\cdot 2} &= -2b_3 + 3d_3\mu - 4d_3'\mu^3 \\
r_{4\cdot 2} &= -2b_4 + 3d_4 - 4d_4'\mu^2 + 5d_4''\mu^4 \\
&\text{etc.}
\end{aligned}
\tag{86}
$$

Wir haben nun $\frac{1+S_0}{(1+R_0)^2}$ zu bilden, wobei wir setzen:

$$\frac{1+S_0}{(1+R_0)^2} = 1 + \sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot 2\cdot 0} \cos nw$$

oder gleich allgemein:

$$\frac{1+S_0}{(1+R_0)^i} = 1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot i\cdot 0} \cos nw, \tag{87}$$

womit wir für die $s_{n\cdot i\cdot 0}$ die in Tafel 6 gegebenen Relationen erhalten.

5. Es ist also

$$\frac{dW_0}{dv} = \sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot 2\cdot 0} \cos nw$$

und, da

$$W_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_{n\cdot 0\cdot 0} \sin nw, \quad \frac{d \sin nw}{dv} = n(1-\delta_2) \cos nw,$$

so erhalten wir für die Koeffizienten der Funktion $W_0 = K_0$ folgende Bestimmungsgleichungen:

$$
\begin{aligned}
c_0 &= s_{0\cdot 2} = 0 \\
(1-\delta_2)c_1 &= s_{1\cdot 2} \qquad 4(1-\delta_2)c_4 = s_{4\cdot 2} \\
2(1-\delta_2)c_2 &= s_{2\cdot 2} \qquad 5(1-\delta_2)c_5 = s_{5\cdot 2} \\
3(1-\delta_2)c_3 &= s_{3\cdot 2} \qquad 6(1-\delta_2)c_6 = s_{6\cdot 2} \\
&\text{etc.}
\end{aligned}
\tag{88}
$$

6. Es handelt sich nun um die Auflösung der Gleichungen 80), 81) und 88), welche durch Annäherungen geschehen muss, da die rechten Seiten dieser Gleichungen die Unbekannten a_n, b_n, c_n implicite enthalten. Über die Methode zur Lösung dieser Gleichungen habe ich S. 39 gesprochen.

Wir stellen uns die Aufgabe, den Komplex der Gleichungen 80), 81), 88), 56), 86), 84), der Formeln in Tafel 1 bis 6, und der Relationen 65), 59), 55) zu lösen, indem wir die numerischen Werte der a_n, b_n, c_n suchen, welche sie innerhalb der durch das numerische Rechnen überhaupt gesteckten Grenze befriedigen. Die Vorzüge dieses Verfahrens liegen auf der Hand; man könnte aber meinen, dass seine Ausführung sich gar zu komplizirt gestalte; jedoch führt die Näherungsrechnung sehr schnell zum Ziel, wenn man etwa in der ersten Nähe-

rung die Grössen von der Ordnung μ^6 und $\mu^3\alpha$ vernachlässigt. Dann werden die Gleichungen, die in dieser ersten Näherung zu lösen sind, die folgenden:

Die Gleichungen 80) werden mit Rücksicht auf Tafel 2:

$$\begin{aligned} (1-\delta_2)a_1 &= q_{1\cdot0} & 3(1-\delta_2)a_3 &= q_{3\cdot0} \\ 2(1-\delta_2)a_2 &= (1+a_0\mu^2)q_{2\cdot0} & 4(1-\delta_2)a_4 &= q_{4\cdot0}+a_2q_{2\cdot0}, \end{aligned}$$

wo nach Tafel 1 und den Relationen 65), wenn man in die letzteren statt der e_n, e'_n, c'_n etc. die Grössen a_n, b_n, c_n einsetzt:

$$\begin{aligned} q_{1\cdot0} &= A_{1\cdot0}+b_1A_{2\cdot1}\mu \\ q_{2\cdot0} &= (1+2a_0\mu^2)A_{2\cdot0}+b_0A_{2\cdot1}\mu^2 \\ q_{3\cdot0} &= A_{3\cdot0}+b_1A_{2\cdot1}\mu \\ q_{4\cdot0} &= 2a_2A_{2\cdot0}+b_2A_{2\cdot1}-2c_2A_{2\cdot0}\mu. \end{aligned}$$

Die Gleichungen 81) werden mit Rücksicht auf 56) und Tafel 4:

$$\begin{aligned} b_0 &= 2a_0+(a_0^2+2a_2^2)\mu^2-p_{0\cdot0}-p'_{0\cdot0}\mu^2 \\ (2-\delta_2)b_1 &= 2a_1-p_{1\cdot0}-p'_{1\cdot0}\mu \\ [1-\ 4(1-\delta_2)^2]b_2 &= 2a_2+2a_0a_2\mu^2-p_{2\cdot0} \\ [1-\ 9(1-\delta_2)^2]b_3 &= 2a_3-p_{3\cdot0}-p'_{3\cdot0}\mu \\ [1-16(1-\delta_2)^2]b_4 &= 2a_4+a_2^2-p_{4\cdot0}-p'_{4\cdot0}, \end{aligned}$$

wo nach Tafel 1 und 3:

$$\begin{aligned} p_{0\cdot0} &= (1+2a_0\mu^2)B_{0\cdot0}+4a_2B_{2\cdot0}\mu^2+b_0B_{0\cdot1}\mu^2+2b_2B_{2\cdot1}\mu^2+4c_2B_{2\cdot0}\mu^3 \\ p_{1\cdot0} &= B_{1\cdot0}+b_1(B_{0\cdot1}+B_{2\cdot1})\mu \\ p_{2\cdot0} &= (1+2a_0\mu^2)B_{2\cdot0}+2a_2B_{0\cdot0}\mu^2+b_0B_{2\cdot1}\mu^2+b_2B_{0\cdot1}\mu^2 \\ p_{3\cdot0} &= B_{3\cdot0}+b_1B_{2\cdot1}\mu \\ p_{4\cdot0} &= 2a_2B_{2\cdot0}+b_2B_{2\cdot1}-2c_2B_{2\cdot0}\mu \\ p'_{0\cdot0} &= -4(1-\delta_2)b_2q_{2\cdot0} = -4(1-\delta_2)b_2A_{2\cdot0} \\ p'_{1\cdot0} &= -(1-\delta_2)b_1q_{2\cdot0} = -(1-\delta_2)b_1A_{2\cdot0} \\ p'_{2\cdot0} &= (1-\delta_2)b_1q_{2\cdot0} = (1-\delta_2)b_1A_{2\cdot0} \\ p'_{4\cdot0} &= 2(1-\delta_2)b_2q_{2\cdot0} = 2(1-\delta_2)b_2A_{2\cdot0}. \end{aligned}$$

In den Bestimmungsgleichungen für a_1 und b_1 habe ich hier nur $\mu^2\alpha$, in denen für a_3 und b_3 noch $\mu^3\alpha$ berücksichtigt.

Indem man im Vorstehenden die Werte der p- und q-Koeffizienten in die Gleichungen für die a_n und b_n einsetzt, erhält man:

$$\begin{aligned} &89a) \quad (1-\delta_2)a_1-A_{2\cdot1}b_1\mu = A_{1\cdot0} \\ &\quad b) \quad 2(1-\delta_2)a_2 = A_{2\cdot0}+(3a_0A_{2\cdot0}+b_0A_{2\cdot1})\mu^2 \\ &\quad c) \quad 3(1-\delta_2)a_3 = A_{3\cdot0}+b_1A_{2\cdot1}\mu \\ &\quad d) \quad 4(1-\delta_2)a_4 = 3a_2A_{2\cdot0}+b_2A_{2\cdot1}-2c_2A_{2\cdot0}\mu. \end{aligned}$$

$$90a)\quad [2-\delta_2+(B_{0\cdot1}+B_{2\cdot1}-(1-\delta_2)A_{2\cdot0})\mu]b_1-2a_1 = -B_{1\cdot0}$$

$$b)\quad [1-4(1-\delta_2)^2+B_{0\cdot1}\mu^2]b_2-2(1-B_{0\cdot0}\mu^2)a_2 = -B_{2\cdot0}$$
$$+(2a_0a_2-2a_0B_{2\cdot0}-b_0B_{2\cdot1})\mu^2$$

$$c)\quad [1-9(1-\delta_2)^2]b_3-2a_3 = -B_{3\cdot0}-[(1-\delta_2)A_{2\cdot0}+B_{2\cdot1}]b_1\mu$$

$$d)\quad [1-16(1-\delta_2)^2]b_4-2a_4 = a_2^2-2a_2B_{2\cdot0}-[2(1-\delta_2)A_{2\cdot0}+B_{2\cdot1}]b_2+2c_2B_{2\cdot0}\mu$$

$$e)\quad (1+B_{0\cdot1}\mu^2)b_0-2(1-B_{0\cdot0}\mu^2)a_0 = -B_{0\cdot0}$$
$$+[a_0^2+2a_2^2-4a_2B_{2\cdot0}+(4(1-\delta_2)A_{2\cdot0}-2B_{2\cdot1})b_2]\mu^2-4c_2B_{2\cdot0}\mu^3.$$

Hierzu treten die Gleichungen 88), welche mit Rücksicht auf 86), 84) und Tafel 6 sich, wie folgt, schreiben:

$$91a)\quad (1-\delta_2)c_1 = -2b_1+a_1\mu$$

$$b)\quad 2(1-\delta_2)c_2 = a_2-2(1+a_0\mu^2)b_2+(6b_0b_2-2b_0a_2)\mu^2$$

$$c)\quad 3(1-\delta_2)c_3 = a_3-2b_3+(6b_1b_2-2a_2b_1)\mu$$

$$d)\quad 4(1-\delta_2)c_4 = a_4-2b_4+3b_2^2-2a_2b_2$$

$$e)\quad a_0-2b_0 = (2a_0b_0-3b_0^2-6b_2^2+4a_2b_2)\mu^2.$$

Diese 14 Gleichungen liefern uns die erste Annäherung für die Koeffizienten a_0 bis a_4, b_0 bis b_4, c_1 bis c_4; auch sie werden am besten durch successive Näherung gelöst, indem man zuerst aus 90e) und 91e) genähert hat:

$$b_0-2a_0 = -B_{0\cdot0}$$
$$a_0-2b_0 = 0,$$

also

$$a_0 = \tfrac{2}{3}B_{0\cdot0}, \qquad b_0 = \tfrac{1}{3}B_{0\,0};$$

mit diesen Näherungswerten geht man dann in die Gleichungen 89b), 90b), 91b) ein und erhält genäherte Werte für a_2, b_2, c_2. Hierauf geben die vollständigen Gleichungen 90e) und 91e) genauere Werte für a_0 und b_0; dies Verfahren setzt man fort, bis a_0, a_2, b_0, b_2, c_2 bekannt sind; die übrigen Koeffizienten ergeben sich dann ohne Weiteres.

Mit Hilfe unserer numerischen Werte, Seite 34, fand sich:

$\log a_0 = 9{,}51721$	$\log b_0 = 9{,}24124$	
$-a_1 = 9{,}593_n$	$-b_1 = 9{,}897_n$	$\log c_1 = 0{,}224$
$-a_2 = 9{,}60850_n$	$-b_2 = 9{,}80758$	$-c_2 = 9{,}96009_n$
$-a_3 = 9{,}599_n$	$-b_3 = 9{,}451$	$-c_3 = 9{,}649_n$
$-a_4 = 9{,}869$	$-b_4 = 9{,}548_n$	$-c_4 = 9{,}937.$

7. Die Rechnung ist dann in der Weise fortzusetzen, dass man mit den vorstehenden Werten nach 55) und 56) a_0' bis a_4', e_0 bis e_4, e_0' bis e_4', e_0'' bis e_4''

und aus 59) und 60) c'_1 bis c'_4, c''_1 bis c''_4, c''_2 und c'''_4 etc. berechnet. Sodann findet man aus 65) $f_{n\cdot 0}$ bis $f_{n\cdot 4}$, $f'_{n\cdot 1}$ bis $f'_{n\cdot 4}$ und die entsprechenden g, h, k; hieraus nach Tafel 1—4 $q_{1\cdot 0}$ bis $q_{4\cdot 0}$, $p_{0\cdot 0}$ bis $p_{4\cdot 0}$ und die entsprechenden q', p', t. Alsdann ergeben sich aus 80) wieder schärfere Werte für a_1 bis a_4 und aus 81) für b_1 bis b_4, bei welch letzteren aber die a'_n mit den letztgefundenen möglichst scharfen Werten von a_1 bis a_4 und nach den vollständigen Formeln 55) mit Einschluss der in [ ] Klammern stehenden Glieder zu rechnen sind.

Ferner rechnet man jetzt d_0, d'_0, d''_0; sodann $r_{0\cdot 0}$ und $s_{0\cdot 0}$, wobei aber in den letzten beiden Grössen für a_0 und b_0, soweit sie nicht mit μ^2 multiplizirt sind, nicht ihr obiger Näherungswert einzusetzen, sondern diese als unbekannte Grössen stehen zu lassen sind, so dass die Gleichung $s_0 = 0$ in eine Gleichung zwischen a_0 und b_0 übergeht; diese letztere kombinirt man mit der Gleichung 81): $b_0 = a'_0 - t_{0\cdot 0}$, indem man auch hier a_0, welches in a'_0 vorkommt, als unbekannt beibehält; diese beiden letztgenannten Gleichungen zwischen a_0 und b_0 löst man dann auf. Nun ergibt sich auch c_1 bis c_4.

Mit den so in der eben geschilderten zweiten Näherung gefundenen Werten der a, b, c wiederholt man die Rechnung in genau derselben Weise, bis alles stimmt, worauf man dann auch $a_5, a_6, b_5, b_6, c_5, c_6$ auf leicht ersichtlichem Wege erhält. Die kleineren Kunstgriffe, die sich beim Rechnen zur möglichst ökonomischen Ausführung von selbst darbieten, können hier natürlich nicht im Einzelnen aufgeführt werden.

Als definitive Werte fand ich die folgenden:

$\log a_0 = 9{,}5173502$	$\log b_0 = 9{,}2413557$	$c_0 = 0$
$- a_1 = 9{,}58715_n$	$- b_1 = 9{,}88604_n$	$\log c_1 = 0{,}20669$
$- a_2 = 9{,}6085490_n$	$- b_2 = 9{,}8076822$	$- c_2 = 9{,}9602336_n$
$- a_3 = 9{,}58699_n$	$- b_3 = 9{,}43633$	$- c_3 = 9{,}63342_n$
$- a_4 = 9{,}86905$	$- b_4 = 9{,}54658_n$	$- c_4 = 9{,}93640$
$- a_5 = 0{,}128$	$- b_5 = 9{,}662_n$	$- c_5 = 9{,}997$
$- a_6 = 0{,}161_n$	$- b_6 = 9{,}605$	$- c_6 = 0{,}062_n$.

Ihrer Wichtigkeit wegen gebe ich auch die folgenden Grössen an:

$\log a'_0 = 9{,}8199940$	
$- a'_1 = 9{,}88701_n$	$\log a'_4 = 0{,}21669$
$- a'_2 = 9{,}9103880_n$	$- a'_5 = 0{,}477$
$- a'_3 = 9{,}88786_n$	$- a'_6 = 0{,}545_n$;

$\log e_0 = 9{,}22819$	$\log e'_0 = 9{,}934$	$\log e''_0 = 9{,}63$
$- e_1 = 9{,}88599_n$	$- e'_1 = 0{,}09_n$	$- e''_1 = 0{,}39_n$
$- e_2 = 9{,}80877$	$- e'_2 = 9{,}337$	$- e''_2 = 9{,}93$
$- e_3 = 9{,}501$	$- e'_3 = 9{,}99_n$	$- e''_3 = 0{,}16_n$
$- e_4 = 9{,}942_n$	$- e'_4 = 9{,}616$	$- e''_4 = 9{,}33$
$- e_5 = 0{,}10_n$	$- e'_5 = 9{,}65$	$- e''_5 = 9{,}98_n$
$- e_6 = 0{,}24$	$- e'_6 = 9{,}90_n$	$- e''_6 = 9{,}42;$
$\log c'_1 = 0{,}210$	$\log c''_1 = 8{,}790_n$	$\log c'''_2 = 9{,}61_n$
$- c'_2 = 9{,}96182_n$	$- c''_2 = 9{,}196_n$	$- c'''_4 = 9{,}31_n$
$- c'_3 = 9{,}721_n$	$- c''_3 = 0{,}24$	$- c'''_6 = 9{,}58_n.$
$- c'_4 = 0{,}207$	$- c''_4 = 9{,}769_n$	
$- c'_5 = 0{,}31$	$- c''_5 = 9{,}77_n$	
$- c'_6 = 0{,}53_n$	$- c''_n = 0{,}13$	

n	$\log a_0^{(n)}$	$\log a_1^{(n)}$	$\log a_3^{(n)}$	$\log a_4^{(n)}$	
0	9,81999	$9{,}887_n$	$9{,}888_n$	0,217	
± 1	9,81997	$9{,}887_n$	$9{,}889_n$	0,217	$\log a_2^{(n)} = 9{,}91039_n$
± 2	9,81992	$9{,}886_n$	$9{,}890_n$	0,219	$- a_5^{(n)} = 0{,}477$
± 3	9,81984	$9{,}884_n$	$9{,}891_n$	0,222	$- a_6^{(n)} = 0{,}545_n$
± 4	9,81972	$9{,}882_n$	$9{,}894_n$	0,227	
± 5	9,81956	$9{,}879_n$	$9{,}897_n$	0,232	
± 6	9,81937	$9{,}875_n$	$9{,}900_n$	0,238	

Endlich gebe ich die Koeffizienten f, g, h, k, welche zur Berechnung der p und q nicht nur hier, sondern auch für die Glieder höherer Grade gebraucht werden.

n	$\log f_{n\cdot 0}$	$\log f_{n\cdot 1}$	$\log f_{n\cdot 2}$	$\log f_{n\cdot 3}$	$\log f_{n\cdot 4}$
0	0,0016025	9,931	$9{,}97797_n$	$0{,}953_n$	0,336
1	0,0016024	$9{,}887_n$	$9{,}94547_n$	$9{,}932_n$	0,307
2	0,0016022	$0{,}379_n$	$9{,}91035_n$	$9{,}910_n$	0,278
3	0,0016019	$0{,}604_n$	$9{,}87213_n$	$9{,}888_n$	0,248
4	0,0016015	$0{,}751_n$	$9{,}83022_n$	$9{,}866_n$	0,217
5	0,0016009	$0{,}861_n$	$9{,}78384_n$	$9{,}843_n$	0,185
6	0,0016002	$0{,}948_n$	$9{,}73189_n$	$9{,}820_n$	0,151
7					0,115

n	$\log f'_{n\cdot 1}$	$\log f'_{n\cdot 2}$
0	9,931	$9{,}97797_n$
1	0,394	$0{,}00820_n$
2	0,613	$0{,}03647_n$

n	$\log f_{n\cdot 5}$
3	0,52
5	0,48

n	$\log f_{n\cdot 6}$
4	$0{,}60_n$
6	$0{,}54_n$

n	$\log f'_{n\cdot 3}$
0	$9{,}953_n$
1	$9{,}973_n$

n	$\log g_{n\cdot 1}$	$\log g_{n\cdot 2}$	$\log g_{n\cdot 3}$	$\log g_{n\cdot 4}$
0	$9{,}88598_n$	9,80868	9,539	$0{,}022_n$
1	$9{,}88597_n$	9,80873	9,527	$0{,}003_n$
2	$9{,}88596_n$	9,80877	9,514	$9{,}983_n$
3	$9{,}88594_n$	9,80881	9,501	$9{,}963_n$
4	$9{,}88593_n$	9,80886	9,488	$9{,}942_n$
5	$9{,}88593_n$	9,80890	9,474	$9{,}919_n$
6		9,80895	9,459	$9{,}896_n$
7				$9{,}871_n$

$\log g_{n\cdot 0} = 9{,}22819$

n	$\log g'_{n\cdot 3}$
0	9,539
1	9,551

n	$\log g'_{n\cdot 1}$	$\log g'_{n\cdot 2}$
0	$9{,}88598_n$	9,80868
1	$9{,}88600_n$	9,80864
2	$9{,}88601_n$	9,80859
3	$9{,}88604_n$	

n	$\log g_{n\cdot 5}$
3	$0{,}13_n$
5	$0{,}10_n$

n	$\log g_{n\cdot 6}$
4	0,29
6	0,24

n	$\log h_{n\cdot 2}$	$\log h_{n\cdot 4}$
0	9,336	9,615
1	9,337	9,615
2	9,337	9,615
3	9,337	9,615
4	9,338	9,616
5	9,338	9,616
6	9,338	9,616
7		9,616

n	$\log h'_{n\cdot 2}$
0	9,336
1	9,336

n	$\log h_{n\cdot 6}$
4	$9{,}93_n$
6	$9{,}90_n$

$\log h_{n\cdot 0} = 9{,}934$
$-h_{n\cdot 1} = 0{,}09_n$
$-h_{n\cdot 3} = 9{,}99_n$
$-h_{n\cdot 5} = 9{,}65$
$-h'_{n\cdot 1} = 0{,}09_n$
$-h'_{n\cdot 3} = 9{,}99_n$

$\log k_0 = 9{,}63$
$-k_1 = 0{,}39_n \qquad \log k_4 = 9{,}33$
$-k_2 = 9{,}93 \qquad -k_5 = 9{,}98_n$
$-k_3 = 0{,}16_n \qquad -k_6 = 9{,}42.$

Für negative n erinnern wir an die Formeln:

$$f_{-n\cdot 0} = f_{n\cdot 0}; \quad f_{-n\cdot 1} = f'_{n\cdot 1}; \quad f_{-n\cdot 2} = f'_{n\cdot 2} \text{ u. s. w.}$$
$$g_{-n\cdot 0} = g_{n\cdot 0}; \quad g_{-n\cdot 1} = g'_{n\cdot 1}; \quad g_{-n\cdot 2} = g'_{n\cdot 2} \text{ u. s. w.}$$
$$h_{-n\cdot 0} = h_{n\cdot 0}; \quad h_{-n\cdot 1} = h'_{n\cdot 1}; \quad h_{-n\cdot 2} = h'_{n\cdot 2} \text{ u. s. w.}$$

Für p, q, t ergaben sich folgende Werte:

n	$\log q_{n\cdot 0}$	$\log p_{n\cdot 0}$	$\log q'_{n\cdot 0}$	$\log p'_{n\cdot 0}$	$\log t_{n\cdot 0}$
0	$-\infty$	9,6779609	$-\infty$	0,25102	9,6869591
1	$9{,}55454_n$	9,86764	$9{,}55338_n$	$9{,}56255_n$	9,85124
2	$9{,}8750071_n$	9,8711522	$9{,}8758139_n$	$0{,}58777_n$	9,8710814
3	$0{,}03051_n$	0,00880	$0{,}03035_n$	9,70575	0,02467
4	0,38532	$0{,}28581_n$	0,43734	$9{,}94995_n$	$0{,}45060_n$
5	0,739	$0{,}644_n$	0,793	$0{,}295_n$	$0{,}804_n$
6	$0{,}812_n$	0,665	$0{,}906_n$	0,587	0,929

$$q_{-n\cdot 0} = -q_{n\cdot 0} \qquad p_{-n\cdot 0} = p_{n\cdot 0} \qquad t_{-n\cdot 0} = t_{n\cdot 0}$$
$$q'_{-n\cdot 0} = -q'_{n\cdot 0} \qquad p'_{-n\cdot 0} = p'_{n\cdot 0}.$$

Endlich geben wir die folgenden Koeffizienten:

$\log d_0 = 9{,}93280$	$\log d'_0 = 9{,}63856$	$\log d''_0 = 0{,}068$
$-d_1 = 0{,}08990_n$	$-d'_1 = 0{,}38904_n$	
$-d_2 = 9{,}34639$	$-d'_2 = 9{,}93185$	$-d''_2 = 9{,}748$
$-d_3 = 9{,}99037_n$	$-d'_3 = 0{,}14974_n$	
$-d_4 = 9{,}61462$	$-d'_4 = 9{,}326$	$-d''_4 = 9{,}881$
$-d_5 = 9{,}591$	$-d'_5 = 9{,}971_n$	
$-d_6 = 9{,}654_n$	$-d'_6 = 9{,}422$	$-d''_6 = 9{,}255$

und die folgenden:

n	$\log r_{n\cdot 2}$	$\log s_{n\cdot 2}$
0	$9{,}5241633_n$	$-\infty$
1	0,18129	0,17292
2	$0{,}1074864_n$	$0{,}2274985_n$
3	$9{,}88272_n$	$0{,}07678_n$
4	0,28660	0,50469
5	0,374	0,662
6	$0{,}507_n$	$0{,}806_n$

Die Berechnung der Glieder nullten Grades ist hiermit abgeschlossen, und ich gebe nur noch die für die weitere Rechnung wichtigen Koeffizienten:

$\log a''_0 = 9{,}5141191_n$	$\log a''_4 = 9{,}75812_n$
$-a''_1 = 9{,}58947$	$-a''_5 = 0{,}012_n$
$-a''_2 = 9{,}6069376$	$-a''_6 = 9{,}959.$
$-a''_3 = 9{,}58732$	

V. Kapitel.

Die Glieder ersten Grades.

1. Ehe wir zur Integration der Differentialgleichungen für S_1 und R_1 übergehen, müssen wir eine Reihe von Ausdrücken entwickeln, die sich aus Q_1, P_1, S_0 und $\frac{dR_0}{dv}$ zusammensetzen. Die Herstellung dieser Ausdrücke erfolgt rein schematisch nach den Seite 40—46 gegebenen Regeln; die dazu nötigen Transformationen führen bei dem Genauigkeitsgrade, den wir anstreben, zu etwas umfangreichen Formeln, die ich nicht in den Text einfügen will, sondern wie beim nullten Grade, im Anhange zusammenstelle.

Die Differentialgleichung für S_1 lautet:

92) $$-\frac{dS_1}{dv} = [(1+S)^3 Q]_1,$$

die wir durch Teilung nach der Grössenordnung schreiben:

93) $$-\frac{dS_1}{dv} = (1+S_0)^3 Q_1 + 3(1+S_0)^2 Q_0 S_1.$$

Nach Gleichung 52) haben wir:

94)
$$\begin{aligned}(1+S_0)^2 Q_1 = &\sum_{-\infty}^{+\infty} q_{n\cdot 1\cdot 0}\,\eta \,\sin(\mathrm{v} + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} q^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \sin nw \\ &+ \sum_{-\infty}^{+\infty} q_{n\cdot 0\cdot 1}\,\eta' \sin(\mathrm{v}_1 + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} q^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \cos nw,\end{aligned}$$

und diesen Ausdruck haben wir zunächst herzustellen; wir verbinden damit gleich die Herleitung der analogen Grösse

95)
$$\begin{aligned}(1+S_0)^2 P_1 = &\sum_{-\infty}^{+\infty} p_{n\cdot 1\cdot 0}\,\eta \,\cos(\mathrm{v} + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} p^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \cos nw \\ &+ \sum_{-\infty}^{+\infty} p_{n\cdot 0\cdot 1}\,\eta' \cos(\mathrm{v}_1 + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} p^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \sin nw.\end{aligned}$$

Wir wollen die Herleitung der vorstehenden Grössen als Transformation 5 bezeichnen und die dazu gehörigen Formeln in der Tafel 7 zusammenfassen.

2. Transformation 5. Ableitung der vorstehenden Ausdrücke aus den Gleichungen 38) und 40).

Wenn wir aus 38) und 40) die Glieder ersten Grades herausnehmen, so erhalten wir offenbar, wenn wir bedenken, dass $w_1 = w - \delta K_0 - \delta K_1$, und nach Potenzen von K_1 entwickeln:

$$
\begin{aligned}
Q_1 = &\sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{\alpha_{n\cdot 1\cdot 0} + \alpha^{(1)}_{n\cdot 1\cdot 0} R_0 + \alpha^{(2)}_{n\cdot 1\cdot 0} R_0^2 + \cdots\right\} \eta \sin(\mathrm{v} + nw - n\delta K_0) \\
&+ \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{\alpha_{n\cdot 0\cdot 1} + \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 1} R_0 + \alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 1} R_0^2 + \cdots\right\} \eta' \sin(\mathrm{v}_1 + nw - n\delta K_0) \\
&+ \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{\alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} + 2\alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0 + 3\alpha^{(3)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0^2 + \cdots\right\} R_1 \sin(nw - n\delta K_0) \\
&\mp \sum_{-\infty}^{+\infty} n\delta \left\{\alpha_{n\cdot 0\cdot 0} + \alpha^{(1)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0 + \alpha^{(2)}_{n\cdot 0\cdot 0} R_0^2 + \cdots\right\} K_1 \cos(nw - n\delta K_0),
\end{aligned}
\tag{96}
$$

und ganz analog für P_1; hier treten nur immer die β an Stelle der α, die Sinus an Stelle der Cosinus und umgekehrt, und von den $\mp$-Vorzeichen der letzten Summe gilt das obere für Q_1 und das untere für P_1.

Es sind die Koeffizienten $q_{n\cdot 1\cdot 0}$, $p_{n\cdot 1\cdot 0}$, $q_{n\cdot 0\cdot 1}$ u. s. w. der Ausdrücke 94) und 95) durch die α und β resp. die A und B (s. S. 28) auszudrücken, und dies geschieht ohne Weiteres nach den allgemeinen Vorschriften 62) bis 64). Die so entstehenden Formeln befinden sich in Tafel 7; in den Koeffizienten $q_{0\cdot 1\cdot 0}$, $p_{0\cdot 1\cdot 0}$, $q_{-1\cdot 1\cdot 0}$, $p_{-1\cdot 1\cdot 0}$, $q_{0\cdot 0\cdot 1}$, $p_{0\cdot 0\cdot 1}$, $q_{-1\cdot 0\cdot 1}$, $p_{-1\cdot 0\cdot 1}$ sind wegen der später auftretenden kleinen Divisoren nur die Grössenordnungen μ^{10}, $\mu^8\alpha$, $\mu^6\alpha^2$ etc., in $q_{-2\cdot 1\cdot 0}$, $p_{-2\cdot 1\cdot 0}$, $q_{-2\cdot 0\cdot 1}$, $p_{-2\cdot 0\cdot 1}$ sowie in allen $q^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}$, $p^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}$, $q^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}$, $p^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}$ die Grössenordnungen μ^{10}, $\mu^7\alpha$, $\mu^5\alpha^2$ etc., in allen übrigen die Grössenordnungen μ^8, $\mu^6\alpha$ etc. vernachlässigt worden.

Die Formeln sind so aufgestellt, dass die Grössenordnung eines jeden Koeffizienten deutlich hervortritt und aus demselben Grunde sind die Koeffizienten $q_{n\cdot 1}$, $p_{n\cdot 1}$, $q_{n\cdot 2}$, $p_{n\cdot 2}$ etc. eingeführt, deren Bedeutung aus Tafel 7 sich unmittelbar ergibt; sie sind sämmtlich von der Ordnung der Einheit (nullter Ordnung in Bezug auf μ und α), aber zuweilen numerisch erheblich grösser.

Von den q-Koeffizienten sind nur $q_{0\cdot 1}$ und $q_{-1\cdot 2}$ angegeben, weil alle übrigen aus den Ausdrücken für die p sich ergeben, wenn man statt der B die A setzt; wo doppelte Vorzeichen angegeben sind, beziehen sich die oberen auf die p, die unteren auf die q.

3. Transformation 6. Wir haben nun $(1+S_0)^s Q_1$ zu bilden, und setzen:

$$
\begin{aligned}
(1+S_0)^s Q_1 = &\sum_{-\infty}^{+\infty} q'_{n\cdot 1\cdot 0} \eta \sin(\mathrm{v} + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} q'^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \sin nw \\
&+ \sum_{-\infty}^{+\infty} q'_{n\cdot 0\cdot 1} \eta' \sin(\mathrm{v}_1 + nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} q'^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \cos nw.
\end{aligned}
\tag{97}
$$

Zur Berechnung der Koeffizienten $q'_{n\cdot 1\cdot 0}$ u. s. w. aus $q_{n\cdot 1\cdot 0}$ u. s. w. erhalten wir nach 66) und 67) die in Tafel 8 gegebenen Formeln; die q'-Koeffizienten sind mit derselben Genauigkeit angegeben wie die entsprechenden q, und auch hier sind die Faktoren $q'_{n\cdot 1}$, $q'_{n\cdot 2}$ etc. eingeführt, wodurch die Grössenordnung der $q'_{n\cdot 1\cdot 0}$ etc. deutlich hervortritt.

4. Der Ausdruck $(1+S_0)^3 Q_0$, welcher in der Gleichung für S_1 vorkommt und selbst mit S_1 multiplizirt ist, ist schon aus Transformation 1, Seite 48, her bekannt.

5. Wir kommen nun zu den Transformationen, die wir für die Differentialgleichung für ϱ_1 brauchen. Wir wollen dort nach 77) bezeichnen:

$$T = P + Q\frac{dR_0}{dv},$$

womit die genannte Gleichung die Form annimmt:

$$98)\quad \frac{d^2\varrho_1}{dv^2} + \varrho_1 = 2S_1 - (1+S_0)^3 Q_0 \frac{d\varrho_1}{dv} - (1+S_0)^2 T_1 + 2\{S_0 - (1+S_0)T_0\}S_1.$$

6. Wir haben also die Grösse

$$99)\quad (1+S_0)^3 T_1 = (1+S_0)^3 P_1 + (1+S_0)^3 Q_1 \frac{dR_0}{dv}.$$

zu entwickeln.

Den ersten Teil besitzen wir bereits aus Transformation 5; den zweiten haben wir aus $(1+S_0)^3 Q_1$ abzuleiten; es sei dies unsere Transformation 7:

$$100)\quad \begin{aligned}(1+S_0)^3 Q_1 \frac{dR_0}{dv} &= \sum_{-\infty}^{+\infty} p'_{n\cdot 1\cdot 0}\,\eta\,\cos(\mathrm{v}+nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} p'^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \cos nw \\ &+ \sum_{-\infty}^{+\infty} p'_{n\cdot 0\cdot 1}\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} p'^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \sin nw.\end{aligned}$$

Nach der unter 70) gegebenen Regel finden sich die in Tafel 9 gegebenen Werte der Koeffizienten $p'_{n\cdot 1\cdot 0}$ u. s. w.

7. Transformation 8. Wir bezeichnen nun:

$$101)\quad \begin{aligned}(1+S_0)^3 T_1 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} t_{n\cdot 1\cdot 0}\,\eta\,\cos(\mathrm{v}+nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} t^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \cos nw \\ &+ \sum_{-\infty}^{+\infty} t_{n\cdot 0\cdot 1}\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw) + \sum_{-\infty}^{+\infty} t^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \sin nw.\end{aligned}$$

und erhalten nach dem vorigen:

$$102)\quad \begin{aligned} t_{n\cdot 1\cdot 0} &= p_{n\cdot 1\cdot 0} + p'_{n\cdot 1\cdot 0} & t^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} &= p^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} + p'^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} \\ t_{n\cdot 0\cdot 1} &= p_{n\cdot 0\cdot 1} + p'_{n\cdot 0\cdot 1} & t^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} &= p^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} + p'^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}.\end{aligned}$$

Tafel 10 gibt die Bezeichnungen, die wir für die t-Koeffizienten benutzen wollen und die Formeln zu ihrer speziellen Berechnung.

8. Transformation 9. Jetzt haben wir noch abzuleiten

$$(1+S_0)T_0.$$

Bei den Gliedern nullten Grades haben wir gefunden:

$$(1+S_0)^3 T_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} t_{n\cdot 0\cdot 0} \cos nw.$$

Hier bezeichnen wir

103) $$(1+S_0)\,T_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} t'_{n\cdot 0\cdot 0}\cos nw,$$

und erhalten nach 71) die Relationen der Tafel 11.

9. Transformation 10. Endlich wollen wir noch den Ausdruck

$$S_0-(1+S_0)\,T_0$$

abkürzend bezeichnen:

104) $$S_0-(1+S_0)\,T_0 = \sum_{-\infty}^{+\infty} l_{n\cdot 0\cdot 0}\cos nw,$$

und erhalten zur Berechnung der $l_{n\cdot 0\cdot 0}$ sofort die Formeln der Tafel 12.

Alle die in den vorstehenden Transformationen eingeführten Koeffizienten sind bekannt und lassen sich berechnen, da die periodische Lösung nullten Grades oben streng genug hergestellt ist.

10. Unsere beiden Differentialgleichungen haben wir nun auf die folgende einfache Form gebracht:

105)
$$-\frac{dS_1}{dv} = \sum_{-\infty}^{+\infty} q'_{n\cdot 1\cdot 0}\,\eta\,\sin(\mathrm{v}+nw) + 2\sum_{1}^{\infty} q'^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1 \sin nw + 6\sum_{1}^{\infty} q_{n\cdot 0\cdot 0} S_1 \sin nw$$
$$+\sum_{-\infty}^{+\infty} q'_{n\cdot 0\cdot 1}\,\eta'\sin(\mathrm{v}_1+nw) + 2\sum_{0}^{\infty}{}' q'^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1\cos nw;$$

106)
$$\frac{d^2\varrho_1}{dv^2}+\varrho_1 = 2S_1-\sum_{-\infty}^{+\infty} t_{n\cdot 1\cdot 0}\,\eta\,\cos(\mathrm{v}+nw)-2\sum_{0}^{\infty}{}' t^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0} R_1\cos nw-2\sum_{1}^{\infty} q_{n\cdot 0\cdot 0}\frac{d\varrho_1}{dv}\sin nw$$
$$-\sum_{-\infty}^{+\infty} t_{n\cdot 0\cdot 1}\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw)-2\sum_{1}^{\infty} t^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1\sin nw+4\sum_{0}^{\infty}{}' l_{n\cdot 0\cdot 0} S_1\cos nw.$$

11. Die rechten Seiten dieser Gleichungen enthalten selbst die noch unbekannten Funktionen R_1, S_1, K_1. Durch einige Überlegung lässt sich aber die Form dieser Funktionen, sowie die Grössenordnung ihrer einzelnen Glieder, feststellen, so dass wir die formellen Ansätze schreiben können:

107)
$$\begin{aligned}
S_1 = {} & a_{-8\cdot 1}\mu^7\ \eta\cos(\mathrm{v}-8w) \\
& + a_{-7\cdot 1}\mu^5\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-7w) && + a_{-7\cdot 2}\mu^3\ \eta'\cos(\mathrm{v}_1-7w) \\
& + a_{-6\cdot 1}\mu^5\ \eta\cos(\mathrm{v}-6w) && + a_{-6\cdot 2}\mu^4\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1-6w) \\
& + a_{-5\cdot 1}\mu^3\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-5w) && + a_{-5\cdot 2}\mu^4\ \eta'\cos(\mathrm{v}_1-5w) \\
& + a_{-4\cdot 1}\mu^3\ \eta\cos(\mathrm{v}-4w) && + a_{-4\cdot 2}\mu^3\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1-4w) \\
& + a_{-3\cdot 1}\mu^2\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-3w) && + a_{-3\cdot 2}\mu^3\ \eta'\cos(\mathrm{v}_1-3w) \\
& + a_{-2\cdot 1}\mu^2\ \eta\cos(\mathrm{v}-2w) && + a_{-2\cdot 2}\mu^2\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1-2w) \\
& + a_{-1\cdot 1}\mu\ \alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-w) && + a_{-1\cdot 2}\mu^3\ \eta'\cos(\mathrm{v}_1-w) \\
& + a_{0\cdot 1}\ \mu^3\ \eta\cos\mathrm{v} && + a_{0\cdot 2}\ \mu^2\alpha\,\eta'\cos\mathrm{v}_1 \\
& + a_{1\cdot 1}\ \mu^2\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}+w) && + a_{1\cdot 2}\ \mu^2\ \eta'\cos(\mathrm{v}_1+w) \\
& + a_{2\cdot 1}\ \mu^2\ \eta\cos(\mathrm{v}+2w) && + a_{2\cdot 2}\ \mu^3\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1+2w) \\
& + a_{3\cdot 1}\ \mu^3\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}+3w) && + a_{3\cdot 2}\ \mu^4\ \eta'\cos(\mathrm{v}_1+3w) \\
& + a_{4\cdot 1}\ \mu^4\ \eta\cos(\mathrm{v}+4w) && + a_{4\cdot 2}\ \mu^4\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1+4w) \\
& + a_{5\cdot 1}\ \mu^4\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}+5w) && + a_{5\cdot 2}\ \mu^5\ \eta'\cos(\mathrm{v}_1+5w). \\
& + a_{6\cdot 1}\ \mu^5\ \eta\cos(\mathrm{v}+6w)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
108)\quad R_1^{-} = \; & b_{-8\cdot1}\,\mu^7\;\eta\cos(\mathrm{v}-8w) \\
& + b_{-7\cdot1}\,\mu^5\,\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-7w) && + b_{-7\cdot2}\,\mu^6\;\eta'\cos(\mathrm{v}_1-7w) \\
& + b_{-6\cdot1}\,\mu^5\;\eta\cos(\mathrm{v}-6w) && + b_{-6\cdot2}\,\mu^4\,\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1-6w) \\
& + b_{-5\cdot1}\,\mu^3\,\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-5w) && + b_{-5\cdot2}\,\mu^4\;\eta'\cos(\mathrm{v}_1-5w) \\
& + b_{-4\cdot1}\,\mu^3\;\eta\cos(\mathrm{v}-4w) && + b_{-4\cdot2}\,\mu^2\,\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1-4w) \\
& + b_{-3\cdot1}\,\mu^2\,\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-3w) && + b_{-3\cdot2}\,\mu^2\;\eta'\cos(\mathrm{v}_1-3w) \\
& + b_{-2\cdot1}\,\mu\;\eta\cos(\mathrm{v}-2w) && + b_{-2\cdot2}\,\mu\;\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1-2w) \\
& + b_{-1\cdot1}\,\mu\;\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}-w) && + b_{-1\cdot2}\,\mu^2\;\eta'\cos(\mathrm{v}_1-w) \\
& + b_{1\cdot1}\;\mu^2\,\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}+w) && + b_{1\cdot2}\;\mu^2\;\eta'\cos(\mathrm{v}_1+w) \\
& + b_{2\cdot1}\;\mu^2\;\eta\cos(\mathrm{v}+2w) && + b_{2\cdot2}\;\mu^2\,\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1+2w) \\
& + b_{3\cdot1}\;\mu^2\,\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}+3w) && + b_{3\cdot2}\;\mu^4\;\eta'\cos(\mathrm{v}_1+3w) \\
& + b_{3\cdot1}\;\mu^4\;\eta\cos(\mathrm{v}+4w) && + b_{4\cdot2}\;\mu^4\,\alpha\,\eta'\cos(\mathrm{v}_1+4w) \\
& + b_{5\cdot1}\;\mu^4\,\alpha\,\eta\cos(\mathrm{v}+5w) && + b_{5\cdot2}\;\mu^6\;\eta'\cos(\mathrm{v}_1+5w). \\
& + b_{6\cdot1}\;\mu^6\;\eta\cos(\mathrm{v}+6w)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
109)\quad K_1 = \; & c_{-8\cdot1}\,\mu^7\;\eta\sin(\mathrm{v}-8w) \\
& + c_{-7\cdot1}\,\mu^5\,\alpha\,\eta\sin(\mathrm{v}-7w) && + c_{-7\cdot2}\,\mu^6\;\eta'\sin(\mathrm{v}_1-7w) \\
& + c_{-6\cdot1}\,\mu^5\;\eta\sin(\mathrm{v}-6w) && + c_{-6\cdot2}\,\mu^4\,\alpha\,\eta'\sin(\mathrm{v}_1-6w) \\
& + c_{-5\cdot1}\,\mu^3\,\alpha\,\eta\sin(\mathrm{v}-5w) && + c_{-5\cdot2}\,\mu^4\;\eta'\sin(\mathrm{v}_1-5w) \\
& + c_{-4\cdot1}\,\mu^3\;\eta\sin(\mathrm{v}-4w) && + c_{-4\cdot2}\,\mu^2\,\alpha\,\eta'\sin(\mathrm{v}_1-4w) \\
& + c_{-3\cdot1}\,\mu^2\,\alpha\,\eta\sin(\mathrm{v}-3w) && + c_{-3\cdot2}\,\mu^2\;\eta'\sin(\mathrm{v}_1-3w) \\
& + c_{-2\cdot1}\,\mu\;\eta\sin(\mathrm{v}-2w) && + c_{-2\cdot2}\,\mu\;\alpha\,\eta'\sin(\mathrm{v}_1-2w) \\
& + c_{-1\cdot1}\;\alpha\,\eta\sin(\mathrm{v}-w) && + c_{-1\cdot2}\,\mu\;\eta'\sin(\mathrm{v}_1-w) \\
& + c_{0\cdot1}\;\mu^2\;\eta\sin\mathrm{v} && + c_{0\cdot2}\;\mu^2\,\alpha\,\eta'\sin\mathrm{v}_1 \\
& + c_{1\cdot1}\;\mu\;\alpha\,\eta\sin(\mathrm{v}+w) && + c_{1\cdot2}\;\mu^2\;\eta'\sin(\mathrm{v}_1+w) \\
& + c_{2\cdot1}\;\mu^2\;\eta\sin(\mathrm{v}+2w) && + c_{2\cdot2}\;\mu^2\,\alpha\,\eta'\sin(\mathrm{v}_1+2w) \\
& + c_{3\cdot1}\;\mu^2\,\alpha\,\eta\sin(\mathrm{v}+3w) && + c_{3\cdot2}\;\mu^4\;\eta'\sin(\mathrm{v}_1+3w) \\
& + c_{4\cdot1}\;\mu^4\;\eta\sin(\mathrm{v}+4w) && + c_{4\cdot2}\;\mu^4\,\alpha\,\eta'\sin(\mathrm{v}_1+4w) \\
& + c_{5\cdot1}\;\mu^4\,\alpha\,\eta\sin(\mathrm{v}+5w) && + c_{5\cdot2}\;\mu^6\;\eta'\sin(\mathrm{v}_1+5w). \\
& + c_{6\cdot1}\;\mu^6\;\eta\sin(\mathrm{v}+6w)
\end{aligned}
$$

Die Koeffizienten a, b, c sind hier noch unbekannt; wenn wir aber die vorstehenden Ausdrücke in die Differentialgleichungen einsetzen, so erhalten wir zu ihrer Bestimmung Gleichungen, welche zwar etwas komplizirt, aber sämmtlich

linear sind; ihre numerische Auflösung macht gar keine Schwierigkeit, wenn man näherungsweise vorgeht. Indessen muss noch die weiter unten zu behandelnde Gleichung für K_1 hinzugezogen werden.

12. Allerdings führt das Einsetzen der Werte von R_1, S_1, K_1 in obige Gleichungen auch zu ziemlich umfangreichen Entwicklungen; es wird überflüssig sein, das Resultat aller dieser Substitutionen in extenso hier anzuführen: es genügt, die Anführung einzelner weniger Ausdrücke ausführlich anzugeben, aus denen die übrigen sich ohne Schwierigkeit ablesen lassen. Ich wähle zunächst den Ausdruck $\sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot i\cdot 0} R_1 \cos nw$, welcher weiter unten gebraucht wird, und aus dem die Ausdrücke in Gl. 105)—106) ohne weiteres folgen. Man erhält, wenn man bei den Argumenten $\eta\cos \mathrm{v}$, $\eta'\cos \mathrm{v}_1$, $\eta\cos(\mathrm{v}-w)$, $\eta'\cos(\mathrm{v}_1-w)$ die Glieder der Ordnung μ^{10}, $\mu^8\alpha$, $\mu^6\alpha^2$ etc., bei den Argumenten $\eta\cos(\mathrm{v}-2w)$ und $\eta'\cos(\mathrm{v}_1-2w)$ die der Ordnung μ^{10}, $\mu^7\alpha$, $\mu^5\alpha^2$ etc. und bei den übrigen die der Ordnung μ^8, $\mu^6\alpha$, $\mu^4\alpha^2$ etc. vernachlässigt, folgende Ausdrücke durch Ausmultiplikation:

110) $$\sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot i\cdot 0} R_1 \cos nw =$$

$$\pm\{\ s_{2\cdot i}b_{-6\cdot 1}+s_{4\cdot i}b_{-4\cdot 1}+s_{6\cdot i}b_{-2\cdot 1}\}\mu^7\ \eta\cos(\mathrm{v}-8w)$$

$$\pm\{\ s_{2\cdot i}b_{-5\cdot 1}+s_{3\cdot i}b_{-4\cdot 1}+s_{5\cdot i}b_{-2\cdot 1}\}\mu^5\alpha\eta\cos(\mathrm{v}-7w)$$

$$+\{\pm s_{2\cdot i}b_{-4\cdot 1}\pm s_{4\cdot i}b_{-2\cdot 1}+s_{0\cdot i}b_{-6\cdot 1}\mu^2\}\mu^5\eta\cos(\mathrm{v}-6w)$$

$$+\{\pm s_{3\cdot i}b_{-2\cdot 1}\pm(s_{1\cdot i}b_{-4\cdot 1}+s_{2\cdot i}b_{-3\cdot 1})\mu+(s_{0\cdot i}b_{-5\cdot 1}\pm s_{4\cdot i}b_{-1\cdot 1})\mu^2\}\mu^3\alpha\eta\cos(\mathrm{v}-5w)$$

$$+\{\pm s_{2\cdot i}b_{-2\cdot 1}+s_{0\cdot i}b_{-4\cdot 1}\mu^2+(\pm s_{4\cdot i}b_{0\cdot 1}+s_{2\cdot i}b_{-6\cdot 1})\mu^4\pm(s_{1\cdot i}b_{-3\cdot 1}+s_{3\cdot i}b_{-1\cdot 1})\alpha^2\}\mu^3\eta\cos(\mathrm{v}-4w)$$

$$+\{\pm s_{1\cdot i}b_{-2\cdot 1}\pm s_{2\cdot i}b_{-1\cdot 1}\mu+(s_{0\cdot i}b_{-3\cdot 1}+s_{1\cdot i}b_{-4\cdot 1})\mu^2+(s_{2\cdot i}b_{-5\cdot 1}\pm s_{3\cdot i}b_{0\cdot 1})\mu^3\}\mu^2\alpha\eta\cos(\mathrm{v}-3w)$$

$$+\Big\{\ s_{0\cdot i}b_{-2\cdot 1}+(s_{2\cdot i}b_{-4\cdot 1}\pm s_{2\cdot i}b_{0\cdot 1})\mu^2\pm s_{4\cdot i}b_{2\cdot 1}\mu^3\pm s_{1\cdot i}b_{-1\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu}+s_{1\cdot i}b_{-3\cdot 1}\alpha^2\pm s_{3\cdot i}b_{1\cdot 1}\mu\alpha^2+s_{4\cdot i}b_{-6\cdot 1}\mu^6\Big\}\mu^3\eta\cos(\mathrm{v}-$$

$$+\{\ s_{1\cdot i}b_{-2\cdot 1}+s_{0\cdot i}b_{-1\cdot 1}\mu+(s_{2\cdot i}b_{-3\cdot 1}\pm s_{2\cdot i}b_{1\cdot 1}\pm s_{1\cdot i}b_{0\cdot 1}\pm s_{3\cdot i}b_{2\cdot 1})\mu^2+s_{3\cdot i}b_{-4\cdot 1}\mu^3\pm s_{4\cdot i}b_{3\cdot 1}\mu^4+s_{4\cdot i}b_{-5\cdot 1}\mu^5\}\mu^2\alpha\eta\cos(\mathrm{v}$$

$$+\Big\{\ s_{2\cdot i}b_{-2\cdot 1}\pm s_{2\cdot i}b_{2\cdot 1}\mu+s_{0\cdot i}b_{0\cdot 1}\mu^2+s_{1\cdot i}b_{-1\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu}+s_{4\cdot i}b_{-4\cdot 1}\mu^4\pm s_{1\cdot i}b_{1\cdot 1}\alpha^2\pm s_{4\cdot i}b_{4\cdot 1}\mu^5+(s_{3\cdot i}b_{-3\cdot 1}\pm s_{3\cdot i}b_{3\cdot 1})\mu\alpha^2\Big\}\mu^3\eta$$

$$+\{\pm s_{1\cdot i}b_{2\cdot 1}+s_{2\cdot i}b_{-1\cdot 1}+s_{3\cdot i}b_{-2\cdot 1}+(s_{0\cdot i}b_{1\cdot 1}+s_{1\cdot i}b_{0\cdot 1}\pm s_{2\cdot i}b_{3\cdot 1})\mu\}\mu^3\alpha\eta\cos(\mathrm{v}+w)$$

$$+\Big\{\ s_{0\cdot i}b_{2\cdot 1}+(s_{2\cdot i}b_{0\cdot 1}+s_{4\cdot i}b_{-2\cdot 1})\mu\pm s_{2\cdot i}b_{4\cdot 1}\mu^2+(s_{1\cdot i}b_{1\cdot 1}\pm s_{1\cdot i}b_{3\cdot 1}+s_{3\cdot i}b_{-1\cdot 1})\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4\eta\cos(\mathrm{v}+2w)$$

$$+\{\ s_{1\cdot i}b_{2\cdot 1}+(s_{0\cdot i}b_{3\cdot 1}+s_{2\cdot i}b_{1\cdot 1})\mu+(\pm s_{1\cdot i}b_{4\cdot 1}+s_{3\cdot i}b_{0\cdot 1}+s_{4\cdot i}b_{-1\cdot 1}+s_{5\cdot i}b_{-2\cdot 1})\mu^2\}\mu^3\alpha\eta\cos(\mathrm{v}+3w)$$

$$+\Big\{\ s_{2\cdot i}b_{2\cdot 1}+s_{0\cdot i}b_{4\cdot 1}\mu^2+(s_{4\cdot i}b_{0\cdot 1}+s_{6\cdot i}b_{-2\cdot 1})\mu^3+s_{1\cdot i}b_{3\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4\eta\cos(\mathrm{v}+4w)$$

$$+\{\ s_{2\cdot i}b_{3\cdot 1}+s_{3\cdot i}b_{2\cdot 1}+s_{1\cdot i}b_{4\cdot 1}\mu\}\mu^4\alpha\eta\cos(\mathrm{v}+5w)$$

$$+\{\ s_{2\cdot i}b_{4\cdot 1}+s_{4\cdot i}b_{2\cdot 1}\}\mu^6\eta\cos(\mathrm{v}+6w)$$

$$\pm\{\ s_{2\cdot i}b_{-5\cdot 2}+s_{4\cdot i}b_{-3\cdot 2}\}\mu^6\eta'\cos(\mathrm{v}_1-7w)$$

$$\pm\{\ s_{2\cdot i}b_{-4\cdot 2}+s_{3\cdot i}b_{-3\cdot 2}+(s_{1\cdot i}b_{-5\cdot 2}+s_{4\cdot i}b_{-2\cdot 2})\mu\}\mu^4\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1-6w)$$

$$+\left\{\pm s_{2\cdot i}b_{-3\cdot 2}+(s_{0\cdot i}b_{-5\cdot 2}\pm s_{4\cdot i}b_{-1\cdot 2})\mu^2\pm(s_{1\cdot i}b_{-4\cdot 2}+s_{3\cdot i}b_{-2\cdot 2})\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1-5w)$$

$$+\{\pm s_{1\cdot i}b_{-3\cdot 2}\pm s_{2\cdot i}b_{-2\cdot 2}+(s_{0\cdot i}b_{-4\cdot 2}\pm s_{3\cdot i}b_{-1\cdot 2})\mu+s_{1\cdot i}b_{-5\cdot 2}\mu^2\}\mu^3\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1-4w)$$

$$+\left\{\ s_{0\cdot i}b_{-3\cdot 2}\pm s_{2\cdot i}b_{-1\cdot 2}+(s_{2\cdot i}b_{-5\cdot 2}\pm s_{4\cdot i}b_{1\cdot 2})\mu^2\pm s_{1\cdot i}b_{-2\cdot 2}\frac{\alpha^2}{\mu^2}+s_{1\cdot i}b_{-4\cdot 2}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1-3w)$$

$$+\{\ s_{0\cdot i}b_{-2\cdot 2}+s_{1\cdot i}b_{-3\cdot 2}\pm s_{1\cdot i}b_{-1\cdot 2}+(s_{2\cdot i}b_{-4\cdot 2}\pm s_{2\cdot i}b_{0\cdot 2}\pm s_{3\cdot i}b_{1\cdot 2})\mu+(s_{3\cdot i}b_{-5\cdot 2}\pm s_{4\cdot i}b_{2\cdot 2})\mu^3\}\mu^3\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1-2w)$$

$$+\left\{\ s_{0\cdot i}b_{-1\cdot 2}+s_{2\cdot i}b_{-3\cdot 2}\pm s_{3\cdot i}b_{1\cdot 2}+s_{1\cdot i}b_{-2\cdot 2}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\pm s_{1\cdot i}b_{0\cdot 2}\frac{\alpha^2}{\mu}+(s_{4\cdot i}b_{-5\cdot 2}\pm s_{4\cdot i}b_{3\cdot 2})\mu^4+(s_{3\cdot i}b_{-4\cdot 2}\pm s_{3\cdot i}b_{2\cdot 2})\alpha^2\right\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1-w)$$

$$+\{\ s_{1\cdot i}b_{-1\cdot 2}\pm s_{1\cdot i}b_{1\cdot 2}+s_{2\cdot i}b_{-2\cdot 2}+(s_{0\cdot i}b_{0\cdot 2}\pm s_{2\cdot i}b_{2\cdot 2}+s_{3\cdot i}b_{-3\cdot 2})\mu+(\pm s_{3\cdot i}b_{3\cdot 2}+s_{4\cdot i}b_{-4\cdot 2})\mu^3\}\mu^3\alpha\eta'\cos\mathrm{v}_1$$

$$+\left\{\ s_{0\cdot i}b_{1\cdot 2}+s_{2\cdot i}b_{-1\cdot 2}+(\pm s_{2\cdot i}b_{3\cdot 2}+s_{4\cdot i}b_{-2\cdot 2})\mu^2+(s_{1\cdot i}b_{0\cdot 2}\pm s_{1\cdot i}b_{2\cdot 2}+s_{3\cdot i}b_{-2\cdot 2})\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1+w)$$

$$+\{\ s_{1\cdot i}b_{1\cdot 2}+(s_{0\cdot i}b_{2\cdot 2}+s_{2\cdot i}b_{0\cdot 2}+s_{3\cdot i}b_{-1\cdot 2})\mu+(\pm s_{1\cdot i}b_{3\cdot 2}+s_{4\cdot i}b_{-2\cdot 2})\mu^2\}\mu^3\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1+2w)$$

$$+\left\{\ s_{2\cdot i}b_{1\cdot 2}+(s_{0\cdot i}b_{3\cdot 2}+s_{4\cdot i}b_{-1\cdot 2})\mu^2+s_{1\cdot i}b_{2\cdot 2}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1+3w)$$

$$+\{\ s_{2\cdot i}b_{2\cdot 2}+s_{3\cdot i}b_{1\cdot 2}+s_{1\cdot i}b_{3\cdot 2}\mu\}\mu^4\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1+4w)$$

$$+\{\ s_{2\cdot i}b_{3\cdot 2}+s_{4\cdot i}b_{1\cdot 2}\}\mu^6\eta'\cos(\mathrm{v}_1+5w).$$

Die beiden Koeffizienten $b_{0\cdot 1}$ und $b_{0\cdot 2}$ sind gleich Null; dennoch habe ich sie in die vorstehende Entwicklung mit aufgenommen, wie wenn die Funktion R_1 ausser den oben gegebenen auch noch die beiden Glieder $b_{0\cdot 1}\mu^3\eta\cos\mathrm{v}$ und $b_{0\cdot 2}\mu^2\alpha\eta'\cos\mathrm{v}_1$ enthielte. Dies habe ich gethan, um der Entwicklung grössere Allgemeinheit zu geben, so dass sie auch auf die mit S_1 multiplizirten Summen angewandt werden kann. Sie wird so anwendbar auf alle vier mit R_1 und S_1 multiplizirten Ausdrücke in Gleichung 105) und 106), und zwar

auf $\sum_{-\infty}^{+\infty} t^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}R_1\cos nw$, indem man $b_{0\cdot 1}$ und $b_{0\cdot 2}$ gleich Null macht, alle Glieder mit positivem Vorzeichen nimmt und die $s_{n\cdot i}$ durch die $t_{n\cdot 3}$ ersetzt mit der Ausnahme, dass $t_{1\cdot 3}\mu$ an Stelle von $s_{1\cdot i}$ tritt;

auf $\sum_{-\infty}^{+\infty} q'^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}R_1\sin nw$, indem man ausser $b_{0\cdot 1}$ und $b_{0\cdot 2}$ auch $s_{0\cdot i}$ gleich Null macht, überall das untere Zeichen nimmt und die $s_{n\cdot i}$ durch die $q'_{n\cdot 3}$ ersetzt mit der Ausnahme, dass $q'_{1\cdot 3}\mu$ an Stelle von $s_{1\cdot i}$ tritt; alle cos sind ausserdem durch die sin zu ersetzen;

auf $\sum_{-\infty}^{+\infty} l_{n\cdot 0\cdot 0}\ S_1\cos nw$, indem man sämmtliche b-Koeffizienten durch die entsprechenden a-Koeffizienten ersetzt, mit der Ausnahme, dass $a_{-2\cdot 1}\mu$ statt $b_{-2\cdot 1}$, $a_{-2\cdot 2}\mu$ statt $b_{-2\cdot 2}$ und $a_{-1\cdot 2}\mu$ statt $b_{-1\cdot 2}$ zu nehmen ist, und endlich die $s_{n\cdot i}$ durch die $l_{n\cdot 0}$ ersetzt, wieder mit der Ausnahme, dass $l_{1\cdot 0}\mu$ an Stelle von $s_{1\cdot i}$ tritt; alle Vorzeichen sind positiv zu nehmen;

auf $\sum_{-\infty}^{+\infty} q_{n\cdot 0\cdot 0}\, S_1 \sin nw$, indem man, mit denselben Ausnahmen wie vorstehend, die b-Koeffizienten durch die a-Koeffizienten, und die $s_{n\cdot i}$ durch die $q_{n\cdot 0}$ (aber $s_{1\cdot i}$ durch $q_{1\cdot 0}\mu$) ersetzt, wobei $s_{0\cdot i}$ verschwindet, endlich die unteren Zeichen nimmt; alle cos sind durch die sin zu ersetzen.

13. Die mit K_1 multiplizirten Summen gebe ich besonders an, obwohl wir allenfalls diese in den vorstehenden Ausdruck hätten aufnehmen können; die Darstellung würde aber der andern Vorzeichen wegen zu unübersichtlich werden:

111) $$\sum_{-\infty}^{+\infty} q'^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0} K_1 \cos nw =$$

$$\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-4\cdot 1}+q'_{4\cdot 4}c_{-2\cdot 1}\right\}\mu^5\eta\sin(\mathrm{v}-6w)$$

$$+\left\{ q'_{3\cdot 4}c_{-2\cdot 1}+(q'_{2\cdot 4}c_{-3\cdot 1}+q'_{4\cdot 4}c_{-1\cdot 1})\mu\right\}\mu^4\alpha\eta\sin(\mathrm{v}-5w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-2\cdot 1}+q'_{4\cdot 4}c_{0\cdot 1}\mu^2+q'_{3\cdot 4}c_{-1\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4\eta\sin(\mathrm{v}-4w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-1\cdot 1}+q'_{1\cdot 4}c_{-2\cdot 1}\mu+q'_{3\cdot 4}c_{0\cdot 1}\mu^2\right\}\mu^3\alpha\eta\sin(\mathrm{v}-3w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{0\cdot 1}+(q'_{0\cdot 4}c_{-2\cdot 1}\pm q'_{2\cdot 4}c_{-4\cdot 1})\mu+q'_{4\cdot 4}c_{2\cdot 1}\mu^2+q'_{1\cdot 4}c_{-1\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu^2}+q'_{3\cdot 4}c_{1\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^5\eta\sin(\mathrm{v}-2w)$$

$$+\left\{\pm q'_{1\cdot 4}c_{-2\cdot 1}+q'_{2\cdot 4}c_{1\cdot 1}+(q'_{0\cdot 4}c_{-1\cdot 1}+q'_{1\cdot 4}c_{0\cdot 1}\pm q'_{2\cdot 4}c_{-3\cdot 1}+q'_{3\cdot 4}c_{2\cdot 1})\mu\pm q'_{3\cdot 4}c_{-4\cdot 1}\mu^2+q'_{4\cdot 4}c_{3\cdot 1}\mu^3\right\}\mu^4\alpha\eta\sin(\mathrm{v}-w)$$

$$+\left\{\pm q'_{2\cdot 4}c_{-2\cdot 1}+q'_{2\cdot 4}c_{2\cdot 1}\mu+q'_{0\cdot 4}c_{0\cdot 1}\mu^3\pm q'_{1\cdot 4}c_{-1\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu}\pm q'_{4\cdot 4}c_{-4\cdot 1}\mu^4+q'_{1\cdot 4}c_{1\cdot 1}\alpha^2+q'_{4\cdot 4}c_{4\cdot 1}\mu^5\right.$$
$$\left.+(q'_{3\cdot 4}c_{3\cdot 1}\pm q'_{3\cdot 4}c_{-3\cdot 1})\mu\alpha^2\right\}\mu^4\eta\sin\mathrm{v}$$

$$+\left\{\pm q'_{2\cdot 4}c_{-1\cdot 1}\pm q'_{3\cdot 4}c_{-2\cdot 1}\mu+(\pm q'_{1\cdot 4}c_{0\cdot 1}+q'_{1\cdot 4}c_{2\cdot 1}+q'_{2\cdot 4}c_{3\cdot 1})\mu^2\right\}\mu^3\alpha\eta\sin(\mathrm{v}+w)$$

$$+\left\{\pm q'_{2\cdot 4}c_{0\cdot 1}\pm q'_{4\cdot 4}c_{-2\cdot 1}\mu+(q'_{0\cdot 4}c_{2\cdot 1}+q'_{2\cdot 4}c_{4\cdot 1})\mu^2\pm q'_{3\cdot 4}c_{-1\cdot 1}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^5\eta\sin(\mathrm{v}+2w)$$

$$\pm\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{1\cdot 1}+(q'_{1\cdot 4}c_{2\cdot 1}+q'_{3\cdot 4}c_{0\cdot 1}+q'_{4\cdot 4}c_{-1\cdot 1})\mu\right\}\mu^4\alpha\eta\sin(\mathrm{v}+3w)$$

$$\pm\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{2\cdot 1}+q'_{4\cdot 4}c_{0\cdot 1}\mu^2\right\}\mu^5\eta\sin(\mathrm{v}+4w)$$

$$\pm\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{3\cdot 1}+q'_{3\cdot 4}c_{2\cdot 1}\right\}\mu^5\alpha\eta\sin(\mathrm{v}+5w)$$

$$\pm\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{4\cdot 1}+q'_{4\cdot 4}c_{2\cdot 1}\right\}\mu^7\eta\sin(\mathrm{v}+6w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-5\cdot 2}+q'_{4\cdot 4}c_{-3\cdot 2}\right\}\mu^7\eta'\sin(\mathrm{v}_1-7w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-4\cdot 2}+q'_{3\cdot 4}c_{-3\cdot 2}\right\}\mu^5\alpha\eta'\sin(\mathrm{v}_1-6w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-3\cdot 2}+q'_{4\cdot 4}c_{-1\cdot 2}\mu\right\}\mu^5\eta'\sin(\mathrm{v}_1-5w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-2\cdot 2}+q'_{3\cdot 4}c_{-1\cdot 2}+q'_{1\cdot 4}c_{-3\cdot 2}\mu\right\}\mu^4\alpha\eta'\sin(\mathrm{v}_1-4w)$$

$$+\left\{ q'_{2\cdot 4}c_{-1\cdot 2}+(q'_{0\cdot 4}c_{-3\cdot 2}\pm q'_{2\cdot 4}c_{-5\cdot 2}+q'_{4\cdot 4}c_{1\cdot 2})\mu^3\right\}\mu^4\eta'\sin(\mathrm{v}_1-3w)$$

$$+\left\{ q'_{1\cdot 4}c_{-1\cdot 2}+(\pm q'_{1\cdot 4}c_{-3\cdot 2}+q'_{2\cdot 4}c_{0\cdot 2}\pm q'_{2\cdot 4}c_{-4\cdot 2}+q'_{3\cdot 4}c_{1\cdot 2})\mu+q'_{0\cdot 4}c_{-2\cdot 2}\mu^2+(\pm q'_{3\cdot 4}c_{-5\cdot 2}+q'_{4\cdot 4}c_{2\cdot 2})\mu^3\right\}\mu^4\alpha\eta'\sin(\mathrm{v}_1-$$

$$+\Big\{\; q'_{2\cdot4}c_{1\cdot2}\pm q'_{2\cdot4}c_{-3\cdot2}+q'_{0\cdot4}c_{-1\cdot2}\mu\pm q'_{1\cdot4}c_{-2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu}+(q'_{4\cdot4}c_{3\cdot2}\pm q'_{4\cdot4}c_{-5\cdot2})\mu^4$$
$$+(q'_{1\cdot4}c_{0\cdot2}+q'_{3\cdot4}c_{2\cdot2}\pm q'_{3\cdot4}c_{-4\cdot2})\alpha^2\Big\}\mu^5\eta'\sin(\mathrm{v}_1-w)$$
$$+\big\{\pm q'_{1\cdot4}c_{-1\cdot2}\pm q'_{2\cdot4}c_{-2\cdot2}+(q'_{1\cdot4}c_{1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{2\cdot2}\pm q'_{3\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu+(q'_{0\cdot4}c_{0\cdot2}+q'_{3\cdot4}c_{3\cdot2}\pm q'_{4\cdot4}c_{-4\cdot2})\mu^3\big\}\mu^4\alpha\eta'\sin\mathrm{v}_1$$
$$+\big\{\pm q'_{2\cdot4}c_{-1\cdot2}+(q'_{0\cdot4}c_{1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{3\cdot2}\pm q'_{4\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu^3\big\}\mu^4\eta'\sin(\mathrm{v}_1+w)$$
$$\pm\big\{\; q'_{3\cdot4}c_{-1\cdot2}+(q'_{1\cdot4}c_{1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{0\cdot2})\mu\big\}\mu^4\alpha\eta'\sin(\mathrm{v}_1+2w)$$
$$\pm\big\{\; q'_{2\cdot4}c_{1\cdot2}+q'_{4\cdot4}c_{-1\cdot2}\mu\big\}\mu^5\eta'\sin(\mathrm{v}_1+3w)$$
$$\pm\big\{\; q'_{2\cdot4}c_{2\cdot2}+q'_{3\cdot4}c_{1\cdot2}\big\}\mu^5\alpha\eta'\sin(\mathrm{v}_1+4w)$$
$$\pm\big\{\; q'_{2\cdot4}c_{3\cdot2}+q'_{4\cdot4}c_{1\cdot2}\big\}\mu^7\eta'\sin(\mathrm{v}_1+5w).$$

Der vorstehende Ausdruck ist anzuwenden

auf $\sum_{-\infty}^{+\infty} q'^{0\cdot1}_{n\cdot0\cdot0}K_1\cos nw$, direkt, indem alle Glieder mit positivem Vorzeichen genommen werden;

auf $\sum_{-\infty}^{+\infty} t^{0\cdot1}_{n\cdot0\cdot0}K_1\sin nw$, indem an Stelle der q'-Koeffizienten die entsprechenden t-Koeffizienten gesetzt werden, wobei indessen $t_{0\cdot4}=0$ ist, indem ferner statt der sin die cos, und bei den mit doppeltem Vorzeichen versehenen Gliedern die negativen Zeichen genommen werden.

14. Es bleibt nun endlich die mit $\frac{d\varrho_1}{dv}$ multiplizirte Summe zu entwickeln; hierzu haben wir zunächst die Ausdrücke $\frac{d\eta\cos(\mathrm{v}+nw)}{dv}$ und $\frac{d\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw)}{dv}$ zu bilden, um dann $\frac{d\varrho_1}{dv}$ hinschreiben zu können.

Da nach Seite 14 und 36 (vgl. kl. Pl. Seite 20)

$$\mathrm{v}+nw = (1-\varsigma)v-\Pi_0+n(1-\delta_2)v-nB$$

war, so können wir offenbar schreiben

$$\frac{d\eta\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(\mathrm{v}+nw)}{dv} = \mp[1-\varsigma+n(1-\delta_2)]\eta\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(\mathrm{v}+nw)$$
$$+\frac{d\eta\cos\Pi_0}{dv}\cdot\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}[(1-\varsigma)v+nw]\pm\frac{d\eta\sin\Pi_0}{dv}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}[(1-\varsigma)v+nw]$$

und, da

$$\eta\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Pi_0 = \varkappa\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Gamma+\varkappa_1\alpha\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(\Gamma_1-\varsigma v),$$

so wird:

112)
$$\frac{d\eta\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Pi_0}{dv} = \pm\varsigma\varkappa_1\alpha\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(\Gamma_1-\varsigma v)$$

und hiermit

$$113) \qquad \frac{d\eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(\mathrm{v}+nw)}{dv} = \mp D_n \eta \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(\mathrm{v}+nw) \mp \varsigma \varkappa_1 \alpha \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(\mathrm{v}_1+nw),$$

wo wir

$$114) \qquad D_n = 1-\varsigma+n(1-\delta_2)$$

der Kürze halber bezeichnen.

Ferner haben wir einfach, da wir η' und Π' als Konstanten ansehen wollen:

$$115) \qquad \frac{d\eta' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(\mathrm{v}_1+nw)}{dv} = \mp D_n' \eta' \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(\mathrm{v}_1+nw),$$

wo

$$116) \qquad D_n' = 1+n(1-\delta_2)$$

bezeichnet ist.

Da nun

$$\varrho_1 = \eta \cos \mathrm{v} + R_1$$

ist, so erhalten wir folgenden Ausdruck, wenn wir alle Glieder der Ordnung μ^8 fortlassen und dabei ς als von der Ordnung μ^2 ansehen, sowie

$$117) \qquad \mathfrak{c} = \frac{\varkappa_1}{\eta'}$$

bezeichnen:

$$\begin{aligned}
118) \quad -\frac{d\varrho_1}{dv} = {} & D_{-8} b_{-8,1} \mu^7 \quad \eta \sin(\mathrm{v}-8w) \\
& + D_{-7} b_{-7,1} \mu^5 \alpha \eta \sin(\mathrm{v}-7w) \quad + D_{-7}' b_{\ \ 1,2} \mu^6 \quad \eta' \sin(\mathrm{v}_1-7w) \\
& + D_{-6} b_{-6,1} \mu^5 \quad \eta \sin(\mathrm{v}-6w) \quad + D_{-6}' b_{-6,2} \mu^4 \alpha \eta' \sin(\mathrm{v}_1-6w) \\
& + D_{-5} b_{-5,1} \mu^3 \alpha \eta \sin(\mathrm{v}-5w) \quad + D_{-5}' b_{-5,2} \mu^4 \quad \eta' \sin(\mathrm{v}_1-5w) \\
& + D_{-4} b_{-4,1} \mu^3 \quad \eta \sin(\mathrm{v}-4w) \quad + (D_{-4}' b_{-4,2} + b_{-4,1} \mathfrak{c} \varsigma \mu) \mu^2 \alpha \eta' \sin(\mathrm{v}_1-4w) \\
& + D_{-3} b_{-3,1} \mu^2 \alpha \eta \sin(\mathrm{v}-3w) \quad + D_{-3}' b_{-3,2} \mu^2 \eta' \sin(\mathrm{v}_1-3w) \\
& + D_{-2} b_{-2,1} \mu \quad \eta \sin(\mathrm{v}-2w) \quad + (D_{-2}' b_{-2,2} + b_{-2,1} \mathfrak{c} \varsigma) \mu \alpha \eta' \sin(\mathrm{v}_1-2w) \\
& + \frac{\delta_2-\varsigma}{\mu} b_{-1,1} \mu^2 \alpha \eta \sin(\mathrm{v}-w) \quad + \left(\frac{\delta_2}{\mu} b_{-1,2} + b_{-1,1} \mathfrak{c} \varsigma \frac{\alpha^2}{\mu^2}\right) \mu^3 \eta' \sin(\mathrm{v}_1-w) \\
& + (1-\varsigma) \quad \eta \sin \mathrm{v} \quad + \mathfrak{c} \varsigma \alpha \quad \eta' \sin \mathrm{v}_1 \\
& + D_1 b_{1,1} \mu^2 \alpha \eta \sin(\mathrm{v}+w) \quad + D_1' b_{1,2} \mu^3 \eta' \sin(\mathrm{v}_1+w) \\
& + D_2 b_{2,1} \mu^2 \quad \eta \sin(\mathrm{v}+2w) \quad + (D_2' b_{2,2} + b_{2,1} \mathfrak{c} \varsigma) \mu^2 \alpha \eta' \sin(\mathrm{v}_1+2w) \\
& + D_3 b_{3,1} \mu^2 \alpha \eta \sin(\mathrm{v}+3w) \quad + D_3' b_{3,2} \mu^4 \quad \eta' \sin(\mathrm{v}_1+3w) \\
& + D_4 b_{4,1} \mu^4 \quad \eta \sin(\mathrm{v}+4w) \quad + D_4' b_{4,2} \mu^4 \alpha \eta' \sin(\mathrm{v}_1+4w) \\
& + D_5 b_{5,1} \mu^4 \alpha \eta \sin(\mathrm{v}+5w) \quad + D_5' b_{5,2} \mu^6 \quad \eta' \sin(\mathrm{v}_1+5w). \\
& + D_6 b_{6,1} \mu^6 \quad \eta \sin(\mathrm{v}+6w)
\end{aligned}$$

Durch Ausmultiplikation mit diesem Ausdruck erhalten wir endlich die Entwicklung:

$$
\begin{aligned}
119)\quad & \sum_{-\infty}^{+\infty} q_{n\cdot 0\cdot 0}\frac{d\varrho_1}{dv}\sin nw = \\
& -\left\{q_{2\cdot 0}D_{-6}b_{-6\cdot 1}+q_{4\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}+q_{6\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\right\}\mu^7\eta\cos(\mathrm{v}-8w)\\
& -\left\{q_{2\cdot 0}D_{-5}b_{-5\cdot 1}+q_{3\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}+q_{5\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\right\}\mu^5\alpha\eta\cos(\mathrm{v}-7w)\\
& -\left\{q_{2\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}+q_{4\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}+q_{6\cdot 0}(1-\varsigma)\mu\right\}\mu^5\eta\cos(\mathrm{v}-6w)\\
& -\left\{q_{3\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}+(q_{2\cdot 0}D_{-3}b_{-3\cdot 1}+q_{5\cdot 0}(1-\varsigma))\mu+q_{1\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}\mu^2\right\}\mu^3\alpha\eta\cos(\mathrm{v}-5w)\\
& -\left\{q_{2\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}+q_{4\cdot 0}(1-\varsigma)\mu-q_{2\cdot 0}D_{-6}b_{-6\cdot 1}\mu^4\right\}\mu^3\eta\cos(\mathrm{v}-4w)\\
& -\Big\{q_{3\cdot 0}(1-\varsigma)+q_{1\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\mu+q_{2\cdot 0}\frac{D_{-1}}{\mu}b_{-1\cdot 1}\mu^2\\
& \qquad -(q_{1\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}+q_{2\cdot 0}D_{-5}b_{-5\cdot 1})\mu^3\Big\}\mu^2\alpha\eta\cos(\mathrm{v}-3w)\\
& -\Big\{q_{2\cdot 0}(1-\varsigma)-q_{2\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}\mu^3+q_{4\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1}\mu^4\\
& \qquad +\left(q_{1\cdot 0}\frac{D_{-1}}{\mu}b_{-1\cdot 1}-q_{1\cdot 0}D_{-3}b_{-3\cdot 1}+q_{3\cdot 0}D_1b_{1\cdot 1}\right)\mu^2\alpha^2\Big\}\mu^2\eta\cos(\mathrm{v}-2w)\\
& -\left\{q_{1\cdot 0}(1-\varsigma)-q_{1\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\mu+(q_{2\cdot 0}D_1b_{1\cdot 1}-q_{2\cdot 0}D_{-3}b_{-3\cdot 1}+q_{3\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1})\mu^2\right.\\
& \qquad \left.-q_{3\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}\mu^3+q_{4\cdot 0}D_3b_{3\cdot 1}\mu^4-q_{4\cdot 0}D_{-5}b_{-5\cdot 1}\mu^5\right\}\mu^2\alpha\eta\cos(\mathrm{v}-w)\\
& +\Big\{q_{2\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}-q_{2\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1}\mu+q_{4\cdot 0}D_{-4}b_{-4\cdot 1}\mu^4-q_{4\cdot 0}D_4b_{4\cdot 1}\mu^5\\
& \qquad +\left(q_{1\cdot 0}\frac{D_{-1}}{\mu}b_{-1\cdot 1}-q_{1\cdot 0}D_1b_{1\cdot 1}+q_{3\cdot 0}D_{-3}b_{-3\cdot 1}-q_{3\cdot 0}D_3b_{3\cdot 1}\right)\mu\alpha^2\Big\}\mu^3\eta\cos\mathrm{v}\\
& +\Big\{q_{1\cdot 0}(1-\varsigma)+q_{3\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\mu\\
& \qquad -\left(q_{1\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1}-q_{2\cdot 0}\frac{D_{-1}}{\mu}b_{-1\cdot 1}+q_{2\cdot 0}D_3b_{3\cdot 1}\right)\mu^2\Big\}\mu^2\alpha\eta\cos(\mathrm{v}+w)\\
& +\left\{q_{2\cdot 0}(1-\varsigma)+q_{4\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\mu^3-q_{2\cdot 0}D_4b_{4\cdot 1}\mu^4\right\}\mu^2\eta\cos(\mathrm{v}+2w)\\
& +\left\{q_{3\cdot 0}(1-\varsigma)+(q_{1\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1}+q_{2\cdot 0}D_1b_{1\cdot 1})\mu^2+q_{5\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\mu^3\right\}\mu^3\alpha\eta\cos(\mathrm{v}+3w)\\
& +\left\{q_{4\cdot 0}(1-\varsigma)+q_{2\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1}+q_{6\cdot 0}D_{-2}b_{-2\cdot 1}\mu^3\right\}\mu^4\eta\cos(\mathrm{v}+4w)\\
& +\left\{q_{5\cdot 0}(1-\varsigma)+q_{2\cdot 0}D_3b_{3\cdot 1}+q_{3\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1}\right\}\mu^4\alpha\eta\cos(\mathrm{v}+5w)\\
& +\left\{q_{6\cdot 0}(1-\varsigma)+q_{2\cdot 0}D_4b_{4\cdot 1}+q_{4\cdot 0}D_2b_{2\cdot 1}\right\}\mu^6\eta\cos(\mathrm{v}+6w)\\
& -\left\{q_{2\cdot 0}D'_{-5}b_{-5\cdot 2}+q_{4\cdot 0}D'_{-3}b_{-3\cdot 2}\right\}\mu^6\eta'\cos(\mathrm{v}_1-7w)\\
& -\left\{q_{2\cdot 0}D'_{-4}b_{-4\cdot 2}+q_{3\cdot 0}D'_{-3}b_{-3\cdot 2}+q_{4\cdot 0}D'_{-2}b_{-2\cdot 2}\mu\right\}\mu^4\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1-6w)\\
& -\left\{q_{2\cdot 0}D'_{-3}b_{-3\cdot 2}+q_{4\cdot 0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot 2}\mu^3+q_{3\cdot 0}D'_{-2}b_{-2\cdot 2}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1-5w)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\Big\{\quad q_{2\cdot0}D'_{-2}b_{-2\cdot2}+q_{1\cdot0}D'_{-3}b_{-3\cdot2}\mu+q_{3\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}\mu^2+q_{2\cdot0}b_{-2\cdot1}\varsigma\mathfrak{c}\Big\}\mu^3\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1-4w)\\
&+\Big\{-q_{2\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}+(q_{2\cdot0}D'_{-5}b_{-5\cdot2}-q_{4\cdot0}D'_1b_{1\cdot2})\mu-q_{1\cdot0}D'_{-2}b_{-2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\Big\}\mu^5\eta'\cos(\mathrm{v}_1-3w)\\
&+\Big\{\quad q_{1\cdot0}D'_{-3}b_{-3\cdot2}+q_{2\cdot0}D'_{-4}b_{-4\cdot2}-q_{3\cdot0}D'_1b_{1\cdot2}-q_{2\cdot0}\frac{\varsigma}{\mu^2}\mathfrak{c}-q_{1\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}\mu\\
&\qquad\qquad+(q_{3\cdot0}D'_{-5}b_{-5\cdot2}-q_{4\cdot0}D'_2b_{2\cdot2})\mu^2\Big\}\mu^4\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1-2w)\\
&+\Big\{\quad q_{2\cdot0}D'_{-3}b_{-3\cdot2}-q_{2\cdot0}D'_1b_{1\cdot2}+q_{1\cdot0}D'_{-2}b_{-2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu}+(q_{4\cdot0}D'_{-5}b_{-5\cdot2}-q_{4\cdot0}D'_3b_{3\cdot2})\mu^4\\
&\quad+(q_{3\cdot0}D'_{-4}b_{-4\cdot2}-q_{3\cdot0}D'_2b_{2\cdot2})\alpha^2-q_{1\cdot0}\mathfrak{c}\varsigma\frac{\alpha^2}{\mu^2}+q_{1\cdot0}b_{-2\cdot1}\mathfrak{c}\varsigma\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1-w)\\
&+\Big\{\quad q_{2\cdot0}D'_{-2}b_{-2\cdot2}-(q_{1\cdot0}D'_1b_{1\cdot2}+q_{2\cdot0}D'_2b_{2\cdot2}-q_{3\cdot0}D'_{-3}b_{-3\cdot2})\mu+q_{1\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}\mu^2\\
&\qquad+q_{2\cdot0}b_{-2\cdot1}\mathfrak{c}\varsigma-(q_{3\cdot0}D'_3b_{3\cdot2}-q_{4\cdot0}D'_{-4}b_{-4\cdot2})\mu^3-q_{2\cdot0}b_{2\cdot1}\mathfrak{c}\varsigma\mu\Big\}\mu^3\alpha\eta'\cos\mathrm{v}_1\\
&+\Big\{\quad q_{2\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}+(-q_{2\cdot0}D'_3b_{3\cdot2}+q_{4\cdot0}D'_{-3}b_{-3\cdot2})\mu+q_{3\cdot0}D'_{-2}b_{-2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\Big\}\mu^5\eta'\cos(\mathrm{v}_1+w)\\
&+\Big\{\quad q_{1\cdot0}D'_1b_{1\cdot2}+q_{2\cdot0}\mathfrak{c}\frac{\varsigma}{\mu^2}+\Big(q_{3\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}+q_{4\cdot0}D'_{-2}b_{-2\cdot2}\Big)\mu\Big\}\mu^4\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1+2w)\\
&+\Big\{\quad q_{2\cdot0}D'_1b_{1\cdot2}+q_{4\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}\mu^3\Big\}\mu^4\eta'\cos(\mathrm{v}_1+3w)\\
&+\Big\{\quad q_{2\cdot0}D'_2b_{2\cdot2}+q_{3\cdot0}D'_1b_{1\cdot2}\Big\}\mu^4\alpha\eta'\cos(\mathrm{v}_1+4w)\\
&+\Big\{\quad q_{2\cdot0}D'_2b_{3\cdot2}+q_{4\cdot0}D'_1b_{1\cdot2}\Big\}\mu^6\eta'\cos(\mathrm{v}_1+5w).
\end{aligned}
$$

15. Wir sind nun in der Lage, die Bestimmungsgleichungen für die a- und b-Koeffizienten aufzuschreiben, von deren Lösung wir dann weiter unten handeln wollen. Vorher müssen allerdings noch die linken Seiten der obigen Differentialgleichungen, d. h. die Grössen $\frac{dS_1}{dv}$ und $\frac{d^2\varrho_1}{dv^2}+\varrho_1$ gebildet werden. Die Bildung von $\frac{dS_1}{dv}$ kann sofort erfolgen, da wir auf Seite 68) abgeleitet haben:

$$
\begin{aligned}
\frac{d\eta\cos(\mathrm{v}+nw)}{dv} &= -D_n\eta\,\sin(\mathrm{v}+nw)-\varsigma\alpha\varkappa_1\sin(\mathrm{v}_1+nw)\\
\frac{d\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw)}{dv} &= -D'_n\eta'\sin(\mathrm{v}_1+nw).
\end{aligned}
$$

Indem man in derselben Weise, wie Seite 67, nochmals differenzirt, erhält man

$$120)\quad \frac{d^2\eta\cos(\mathrm{v}+nw)}{dv^2} = -D_n^2\eta\cos(\mathrm{v}+nw)-(D_n+D_n')\varsigma\alpha\varkappa_1\cos(\mathrm{v}_1+nw)$$
$$= -D_n^2\eta\cos(\mathrm{v}+nw)-(2D_n'-\varsigma)\varsigma\alpha\varkappa_1\cos(\mathrm{v}_1+nw)$$

und hiernach

$$\frac{d^2\eta\cos(\mathrm{v}+nw)}{dv^2}+\eta\cos(\mathrm{v}+nw) = (1-D_n^2)\eta\cos(\mathrm{v}+nw)$$
$$121)\qquad -(2D_n'-\varsigma)\varsigma\alpha\varkappa_1\cos(\mathrm{v}_1+nw)$$
$$\frac{d^2\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw)}{dv^2}+\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw) = (1-D_n'^2)\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw).$$

Wenn man jetzt die im vorigen gefundenen Ausdrücke in die Differentialgleichungen einsetzt und nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten die Faktoren der einzelnen Argumente $\eta\cos(\mathrm{v}+nw)$ und $\eta'\cos(\mathrm{v}_1+nw)$ einander gleichsetzt, so erhält man folgende Bestimmungsgleichungen für die unbekannten Koeffizienten:

Aus der Gleichung für S_1:

$$D_{-8}a_{-8,1}\mu^7 = -\{3q_{2,0}a_{-6,1}+3q_{4,0}a_{-4,1}+q'_{2,3}b_{-6,1}+q'_{4,3}b_{-4,1}+q'_{6,3}b_{-2,1}\}\mu^7$$
$$D_{-7}a_{-7,1}\mu^5\alpha = -\{3q_{2,0}a_{-5,1}+3q_{3,0}a_{-4,1}+q'_{2,3}b_{-5,1}+q'_{3,3}b_{-4,1}+q'_{5,3}b_{-2,1}\}\mu^5\alpha$$
$$D_{-6}a_{-6,1}\mu^5 = \{-3q_{2,0}a_{-4,1}-q'_{2,3}b_{-4,1}-q'_{4,3}b_{-2,1}+(q'_{-6,1}-3q_{4,0}a_{-2,1}+q'_{2,4}c_{-4,1}+q'_{4,4}c_{-2,1})\mu\}\mu^5$$
$$D_{-5}a_{-5,1}\mu^3\alpha = \{-q'_{3,3}b_{-2,1}+(q'_{-5,1}-3q_{2,0}a_{-3,1}-3q_{3,0}a_{-2,1}-q'_{2,3}b_{-3,1}+q'_{3,4}c_{-2,1})\mu$$
$$+(-3q_{1,0}a_{-4,1}-3q_{4,0}a_{-1,1}-q'_{1,3}b_{-4,1}-q'_{4,3}b_{-1,1}+q'_{2,4}c_{-3,1}+q'_{4,4}c_{-1,1})\mu^2\}\mu^3\alpha$$
$$D_{-4}a_{-4,1}\mu^3 = \{-q'_{2,3}b_{-2,1}+(q'_{-4,1}-3q_{2,0}a_{-2,1}+q'_{2,4}c_{-2,1})\mu$$
$$+(3q_{2,0}a_{-6,1}-3q_{4,0}a_{0,1}+q'_{2,3}b_{-6,1}+q'_{4,4}c_{0,1})\mu^4$$
$$-(3q_{3,0}a_{-1,1}+q'_{3,3}b_{-1,1}-q'_{3,4}c_{-1,1})\alpha^2\}\mu^3$$
$$D_{-3}a_{-3,1}\mu^2\alpha = \{q'_{-3,1}-(3q_{2,0}a_{-1,1}+q'_{1,3}b_{-2,1}+q'_{2,3}b_{-1,1}-q'_{2,4}c_{-1,1})\mu-(3q_{1,0}a_{-2,1}-q'_{1,4}c_{-2,1})\mu^2$$
$$+(3q_{1,0}a_{-4,1}+3q_{2,0}a_{-5,1}-3q_{3,0}a_{0,1}+q'_{1,3}b_{-4,1}+q'_{2,3}b_{-5,1}+q'_{3,4}c_{0,1})\mu^3\}\mu^2\alpha$$
$$122)\quad D_{-2}a_{-2,1}\mu = \{q'_{-2,1}+(3q_{2,0}a_{-4,1}-3q_{2,0}a_{0,1}+q'_{2,3}b_{-4,1}+q'_{2,4}c_{0,1})\mu^3$$
$$-(3q_{4,0}a_{2,1}+q'_{4,3}b_{2,1}-q'_{0,4}c_{-2,1}-q'_{2,4}c_{-4,1})\mu^4+q'_{4,4}c_{2,1}\mu^5$$
$$-(3q_{1,0}a_{-1,1}+q'_{1,3}b_{-1,1}-q'_{1,4}c_{-1,1})\mu\alpha^2$$
$$+(3q_{1,0}a_{-3,1}-3q_{3,0}a_{1,1}+q'_{1,3}b_{-3,1}-q'_{3,3}b_{1,1}+q'_{3,4}c_{1,1})\mu^2\alpha^2\}\mu$$
$$\frac{\delta_2-\varsigma}{\mu}a_{-1,1}\alpha = \{q'_{-1,1}+q'_{1,3}b_{-2,1}\mu+(q'_{2,3}b_{-3,1}-q'_{2,3}b_{1,1}-q'_{3,3}b_{2,1}+q'_{1,4}c_{-2,1}$$
$$+q'_{2,4}c_{1,1}+3q_{1,0}a_{-2,1}+3q_{2,0}a_{-3,1}-3q_{2,0}a_{1,1}-3q_{3,0}a_{2,1})\mu^2$$
$$+(q'_{3,3}b_{-4,1}+q'_{0,4}c_{-1,1}+q'_{2,4}c_{-3,1}+q'_{1,4}c_{0,1}+q'_{3,4}c_{2,1}-3q_{1,0}a_{0,1}+3q_{3,0}a_{-4,1})\mu^3$$
$$+(-q'_{4,3}b_{3,1}+q'_{3,4}c_{-4,1}-3q_{4,0}a_{3,1})\mu^4+(q'_{4,3}b_{-5,1}+q'_{4,4}c_{3,1}+3q_{4,0}a_{-5,1})\mu^5\}\alpha$$
$$(1-\varsigma)a_{0,1}\mu^2 = \{q'_{2,3}b_{-2,1}+(q'_{0,1}-q'_{2,3}b_{2,1}+q'_{2,4}c_{-2,1}+3q_{2,0}a_{-2,1}-3q_{2,0}a_{2,1})\mu$$
$$+q'_{2,4}c_{2,1}\mu^2+(q'_{4,3}b_{-4,1}+3q_{4,0}a_{-4,1}+q'_{0,4}c_{0,1})\mu^4+(q'_{1,3}b_{-1,1}+q'_{1,4}c_{-1,1}+3q_{1,0}a_{-1,1})\alpha^2$$
$$+(-q'_{1,3}b_{1,1}+q'_{3,3}b_{-3,1}-q'_{3,3}b_{3,1}+q'_{1,4}c_{1,1}-3q_{1,0}a_{1,1}+3q_{2,0}a_{-3,1}-3q_{3,0}a_{3,1})\mu\alpha^2$$
$$+(-q'_{4,3}b_{4,1}+q'_{4,4}c_{-4,1}-3q_{4,0}a_{4,1})\mu^5+q'_{4,4}c_{4,1}\mu^6+(q'_{3,4}c_{3,1}+q'_{3,4}c_{-3,1})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$D_1\ a_{1\cdot1}\ \mu\ \alpha = \{q'_{1\cdot1} + (q'_{2\cdot3}b_{-1\cdot1} + q'_{3\cdot3}b_{-2\cdot1} + q'_{2\cdot4}c_{-1\cdot1} + 3q_{2\cdot0}a_{-1\cdot1})\mu$$
$$+ (-q'_{1\cdot3}b_{2\cdot1} - q'_{2\cdot3}b_{3\cdot1} + q'_{3\cdot4}c_{-2\cdot1} - 3q_{1\cdot0}a_{2\cdot1} - 3q_{2\cdot0}a_{3\cdot1} + 3q_{3\cdot0}a_{-2\cdot1})\mu^2$$
$$+ (q'_{1\cdot4}c_{2\cdot1} + q'_{2\cdot4}c_{3\cdot1} + 3q_{1\cdot0}a_{0\cdot1} + q'_{1\cdot4}c_{0\cdot1})\mu^3\}\mu\alpha$$

$$D_2\ a_{2\cdot1}\ \mu^2 = \{q'_{2\cdot1} + (q'_{4\cdot3}b_{-2\cdot1} + 3q_{2\cdot0}a_{0\cdot1} + q'_{2\cdot4}c_{0\cdot1})\mu^3$$
$$+ (-q'_{2\cdot3}b_{4\cdot1} + q'_{4\cdot4}c_{-2\cdot1} - 3q_{2\cdot0}a_{4\cdot1} + 3q_{4\cdot0}a_{-2\cdot1})\mu^4$$
122) $$+ (q'_{0\cdot4}c_{2\cdot1} + q'_{2\cdot4}c_{4\cdot1})\mu^5 + (q'_{3\cdot3}b_{-1\cdot1} + q'_{3\cdot4}c_{-1\cdot1} + 3q_{3\cdot0}a_{-1\cdot1})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$D_3\ a_{3\cdot1}\ \mu^2\alpha = \{q'_{3\cdot1} + (q'_{1\cdot3}b_{2\cdot1} + q'_{2\cdot3}b_{1\cdot1} + q'_{2\cdot4}c_{1\cdot1} + 3q_{1\cdot0}a_{2\cdot1} + 3q_{2\cdot0}a_{1\cdot1})\mu^2$$
$$+ (q'_{4\cdot3}b_{-1\cdot1} + q'_{5\cdot3}b_{-2\cdot1} + q'_{1\cdot4}c_{2\cdot1} + q'_{4\cdot4}c_{-1\cdot1} + 3q_{3\cdot0}a_{0\cdot1} + 3q_{4\cdot0}a_{-1\cdot1} + q'_{3\cdot4}c_{0\cdot1})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$D_4\ a_{4\cdot1}\ \mu^4 = \{q'_{4\cdot1} + q'_{2\cdot3}b_{2\cdot1} + 3q_{2\cdot0}a_{2\cdot1} + q'_{2\cdot4}c_{2\cdot1}\mu + (q'_{6\cdot3}b_{-2\cdot1} + 3q_{4\cdot0}a_{0\cdot1} + q'_{4\cdot4}c_{0\cdot1})\mu^3\}\mu^4$$

$$D_5\ a_{5\cdot1}\ \mu^4\alpha = \{q'_{5\cdot1} + q'_{2\cdot3}b_{3\cdot1} + q'_{3\cdot3}b_{2\cdot1} + 3q_{2\cdot0}a_{3\cdot1} + 3q_{3\cdot0}a_{2\cdot1} + (q'_{2\cdot4}c_{3\cdot1} + q'_{3\cdot4}c_{2\cdot1})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$D_6\ a_{6\cdot1}\ \mu^6 = \{q'_{6\cdot1} + q'_{2\cdot3}b_{4\cdot1} + q'_{4\cdot3}b_{2\cdot1} + 3q_{2\cdot0}a_{4\cdot1} + 3q_{4\cdot0}a_{2\cdot1} + (q'_{2\cdot4}c_{4\cdot1} + q'_{4\cdot4}c_{2\cdot1})\mu\}\mu^6$$

$$D'_{-7}\ a_{-7\cdot2}\mu^6 = \{q'_{-7\cdot2} - q'_{2\cdot3}b_{-5\cdot2} - q'_{4\cdot3}b_{-3\cdot2} - 3q_{2\cdot0}a_{-5\cdot2} - 3q_{4\cdot0}a_{-3\cdot2} + (q'_{2\cdot4}c_{-5\cdot2} + q'_{4\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu\}\mu^6$$

$$D'_{-6}\ a_{-6\cdot2}\mu^4\alpha = \{q'_{-6\cdot2} - q'_{2\cdot3}b_{-4\cdot2} - q'_{3\cdot3}b_{-3\cdot2} - 3q_{2\cdot0}a_{-4\cdot2} - 3q_{3\cdot0}a_{-3\cdot2}$$
$$+ (-q'_{4\cdot3}b_{-2\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{-4\cdot2} + q'_{3\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$D'_{-5}\ a_{-5\cdot2}\mu^4 = \left\{q'_{-5\cdot2} - q'_{2\cdot3}b_{-3\cdot2} - 3q_{2\cdot0}a_{-3\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{-3\cdot2}\mu + (-q'_{4\cdot3}b_{-1\cdot2} + q'_{4\cdot4}c_{-1\cdot2})\mu^2\right.$$
$$\left. - 3q_{4\cdot0}a_{-1\cdot2}\mu^3 - q'_{3\cdot3}b_{-2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$D'_{-4}\ a_{-4\cdot2} + \mu\,\mathfrak{Sc}\,a_{-4\cdot1}\mu^2\alpha = \{q'_{-4\cdot2} - q'_{2\cdot3}b_{-2\cdot2}\mu + (-q'_{1\cdot3}b_{-3\cdot2} - q'_{3\cdot3}b_{-1\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{-2\cdot2} + q'_{3\cdot4}c_{-1\cdot2}$$
$$- 3q_{2\cdot0}a_{-2\cdot2} - 3q_{1\cdot0}a_{-3\cdot2})\mu^2 + (q'_{1\cdot4}c_{-3\cdot2} - 3q_{3\cdot0}a_{-1\cdot2})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$D'_{-3}\ a_{-3\cdot2}\mu^2 = \{q'_{-3\cdot2} + (-q'_{2\cdot3}b_{-1\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{-1\cdot2})\mu^2 - 3q_{2\cdot0}a_{-1\cdot2}\mu^3$$
$$+ (q'_{2\cdot3}b_{-5\cdot2} - q'_{4\cdot3}b_{1\cdot2} + 3q_{2\cdot0}a_{-5\cdot2} - 3q_{4\cdot0}a_{1\cdot2})\mu^4$$
$$+ (q'_{0\cdot4}c_{-3\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{-5\cdot2} + q'_{4\cdot4}c_{1\cdot2})\mu^5 - q'_{1\cdot3}b_{-2\cdot2}\mu\alpha^2\}\mu^2$$

123) $$\{D'_{-2}\ a_{-2\cdot2} + \mathfrak{Sc}\,a_{-2\cdot1}\}\mu\alpha = \{q'_{-2\cdot2} + (q'_{1\cdot3}b_{-3\cdot2} - q'_{1\cdot3}b_{-1\cdot2} + q'_{2\cdot3}b_{-4\cdot2} - q'_{3\cdot3}b_{1\cdot2}$$
$$+ q'_{1\cdot4}c_{-1\cdot2} + 3q_{1\cdot0}a_{-3\cdot2} + 3q_{2\cdot0}a_{-4\cdot2} - 3q_{2\cdot0}a_{0\cdot2} - 3q_{3\cdot0}a_{1\cdot2})\mu^2$$
$$+ (q'_{1\cdot4}c_{-3\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{0\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{-4\cdot2} + q'_{3\cdot4}c_{1\cdot2} - 3q_{1\cdot0}a_{-1\cdot2})\mu^3$$
$$+ (q'_{3\cdot3}b_{-5\cdot2} - q'_{4\cdot3}b_{2\cdot2} + q'_{0\cdot4}c_{-2\cdot2} + 3q_{3\cdot0}a_{-5\cdot2} - 3q_{4\cdot0}a_{2\cdot2})\mu^4\}\mu\alpha$$

$$\left\{\frac{\delta_2}{\mu}\,a_{-1\cdot2} + \frac{\alpha^2}{\mu^3}\,\mathfrak{Sc}\,a_{-1\cdot1}\right\}\mu = \left\{q'_{-1\cdot2} + q'_{2\cdot3}b_{-3\cdot2} - q'_{2\cdot3}b_{1\cdot2} + 3q_{2\cdot0}a_{-3\cdot2} - 3q_{2\cdot0}a_{1\cdot2}\right.$$
$$+ (q'_{2\cdot4}c_{1\cdot2} + q'_{2\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu + q'_{0\cdot4}c_{-1\cdot2}\mu^2 + q'_{1\cdot3}b_{-2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu}$$
$$+ (q'_{4\cdot3}b_{-5\cdot2} - q'_{4\cdot3}b_{3\cdot2} + 3q_{4\cdot0}a_{-5\cdot2} - 3q_{4\cdot0}a_{3\cdot2})\mu^4$$
$$+ (q'_{3\cdot3}b_{-4\cdot2} - q'_{3\cdot3}b_{2\cdot2} + q'_{1\cdot4}c_{-2\cdot2} + 3q_{1\cdot0}a_{-2\cdot2}$$
$$- 3q_{1\cdot0}a_{0\cdot2} + 3q_{3\cdot0}a_{-4\cdot2} - 3q_{3\cdot0}a_{2\cdot2})\alpha^2$$
$$\left. + (q'_{4\cdot4}c_{-5\cdot2} + q'_{4\cdot4}c_{3\cdot2})\mu^5 + (q'_{1\cdot4}c_{0\cdot2} + q'_{3\cdot4}c_{-4\cdot2} + q_{3\cdot4}c_{3\cdot2})\mu\alpha^2\right\}\mu$$

$$\begin{aligned}\{a_{0\cdot2}-\mu\varsigma c a_{0\cdot1}\}\mu^2\alpha = \{&q'_{0\cdot2}+q'_{2\cdot3}b_{-2\cdot2}\mu+(q'_{1\cdot3}b_{-1\cdot2}-q'_{1\cdot3}b_{1\cdot2}-q'_{2\cdot3}b_{2\cdot2}+q'_{3\cdot3}b_{-3\cdot2}\\&+q'_{1\cdot4}c_{-1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{-2\cdot2}-3q_{1\cdot0}a_{1\cdot2}-3q_{2\cdot0}a_{-2\cdot2}-3q_{2\cdot0}a_{2\cdot2}+3q_{3\cdot0}a_{-3\cdot2})\mu^2\\&+(q'_{1\cdot4}c_{1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{2\cdot2}+q'_{3\cdot4}c_{-3\cdot2}+3q_{1\cdot0}a_{-1\cdot2})\mu^3\\&+(-q'_{3\cdot3}b_{3\cdot2}+q'_{4\cdot3}b_{-4\cdot2}-3q_{3\cdot0}a_{3\cdot2}+3q_{4\cdot0}a_{-4\cdot2})\mu^4\\&+(q'_{0\cdot4}c_{0\cdot2}+q'_{3\cdot4}c_{3\cdot2}+q'_{4\cdot4}c_{-4\cdot2})\mu^5\}\mu^2\alpha\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D'_1a_{1\cdot2}\mu^2 = \{&q'_{1\cdot2}+(q'_{2\cdot3}b_{-1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{-1\cdot2})\mu^2+3q_{2\cdot0}a_{-1\cdot2}\mu^3\\&+(-3q_{2\cdot0}a_{3\cdot2}+3q_{4\cdot0}a_{-3\cdot2}-q'_{2\cdot3}b_{3\cdot2}+q'_{4\cdot3}b_{-3\cdot2})\mu^4\\&+(q'_{0\cdot4}c_{1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{3\cdot2}+q'_{4\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu^5+q'_{3\cdot3}b_{-2\cdot2}\mu\alpha^2\}\mu^2\end{aligned}$$ 123)

$$\begin{aligned}\{D'_2a_{2\cdot2}+\varsigma c a_{2\cdot1}\}\mu^2\alpha = \{&q'_{2\cdot2}+(q'_{1\cdot3}b_{1\cdot2}+q'_{3\cdot3}b_{-1\cdot2}+q'_{3\cdot4}c_{-1\cdot2}+3q_{1\cdot0}a_{1\cdot2}+3q_{2\cdot0}a_{0\cdot2})\mu^2\\&+(q'_{4\cdot3}b_{-2\cdot2}+q'_{1\cdot4}c_{1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{0\cdot2}+3q_{3\cdot0}a_{-1\cdot2})\mu^3\}\mu^2\alpha\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D'_3a_{3\cdot2}\mu^4 = \{&q'_{3\cdot2}+q'_{2\cdot3}b_{1\cdot2}+3q_{2\cdot0}a_{1\cdot2}+q'_{2\cdot4}c_{1\cdot2}\mu\\&+(q'_{4\cdot3}b_{-1\cdot2}+q'_{4\cdot4}c_{-1\cdot2})\mu^2+3q_{4\cdot0}a_{-1\cdot2}\mu^3\}\mu^4\end{aligned}$$

$$D'_4a_{4\cdot2}\mu^4\alpha = \{q'_{4\cdot2}+q'_{2\cdot3}b_{2\cdot2}+q'_{3\cdot3}b_{1\cdot2}+3q_{2\cdot0}a_{2\cdot2}+3q_{3\cdot0}a_{1\cdot2}+(q'_{2\cdot4}c_{2\cdot2}+q'_{3\cdot4}c_{1\cdot2})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$D'_5a_{5\cdot2}\mu^6 = \{q'_{5\cdot2}+q'_{2\cdot3}b_{3\cdot2}+q'_{4\cdot3}b_{1\cdot2}+3q_{2\cdot0}a_{3\cdot2}+3q_{4\cdot0}a_{1\cdot2}+(q'_{2\cdot4}c_{3\cdot2}+q'_{4\cdot4}c_{1\cdot2})\mu\}\mu^6.$$

16. Aus der Gleichung für ϱ_1;

$$\begin{aligned}(1-D^2_{-8})b_{-8\cdot1}\mu^7 = \{&2a_{-8\cdot1}+(q_{2\cdot0}D_{-6}-t_{2\cdot3})b_{-6\cdot1}+(q_{4\cdot0}D_{-4}-t_{4\cdot3})b_{-4\cdot1}\\&+(q_{6\cdot0}D_{-2}-t_{6\cdot3})b_{-2\cdot1}+2l_{2\cdot0}a_{-6\cdot1}+2l_{4\cdot0}a_{-4\cdot1}\}\mu^7\end{aligned}$$ 124)

$$\begin{aligned}(1-D^2_{-7})b_{-7\cdot1}\mu^5\alpha = \{&2a_{-7\cdot1}+(q_{2\cdot0}D_{-5}-t_{2\cdot3})b_{-5\cdot1}+(q_{3\cdot0}D_{-4}-t_{3\cdot3})b_{-4\cdot1}\\&+(q_{5\cdot0}D_{-2}-t_{5\cdot3})b_{-2\cdot1}+2l_{2\cdot0}a_{-5\cdot1}+2l_{3\cdot0}a_{-4\cdot1}\}\mu^5\alpha\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1-D^2_{-6})b_{-6\cdot1}\mu^5 = \{&2a_{-6\cdot1}+(q_{2\cdot0}D_{-4}-t_{2\cdot3})b_{-4\cdot1}+(q_{4\cdot0}D_{-2}-t_{4\cdot3})b_{-2\cdot1}+2l_{2\cdot0}a_{-4\cdot1}\\&+((1-\varsigma)q_{6\cdot0}-t_{-6\cdot1}+t_{2\cdot4}c_{-4\cdot1}-t_{4\cdot4}c_{-2\cdot1}+2l_{4\cdot0}a_{-2\cdot1})\mu\\&+(-t_{0\cdot3}b_{-6\cdot1}+2l_{0\cdot0}a_{-6\cdot1})\mu^2\}\mu^5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1-D^2_{-5})b_{-5\cdot1}\mu^3\alpha = \{&2a_{-5\cdot1}+(q_{3\cdot0}D_{-2}-t_{3\cdot3})b_{-2\cdot1}\\&+((q_{2\cdot0}D_{-3}-t_{2\cdot3})b_{-3\cdot1}+(1-\varsigma)q_{5\cdot0}-t_{-5\cdot1}-t_{3\cdot4}c_{-2\cdot1}+2l_{2\cdot0}a_{-3\cdot1}\\&+2l_{3\cdot0}a_{-2\cdot1})\mu+((q_{1\cdot0}D_{-4}-t_{1\cdot3})b_{-4\cdot1}-t_{0\cdot3}b_{-5\cdot1}-t_{4\cdot3}b_{-1\cdot1}\\&-t_{2\cdot4}c_{-3\cdot1}-t_{4\cdot4}c_{-1\cdot1}+2l_{0\cdot0}a_{-5\cdot1}+2l_{1\cdot0}a_{-4\cdot1}+2l_{4\cdot0}a_{-1\cdot1})\mu^2\}\mu^3\alpha\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1-D^2_{-4})b_{-4\cdot1}\mu^3 = \{&2a_{-4\cdot1}+(q_{2\cdot0}D_{-2}-t_{2\cdot3})b_{-2\cdot1}+((1-\varsigma)q_{4\cdot0}-t_{-4\cdot1}-t_{2\cdot4}c_{-2\cdot1}+2l_{2\cdot0}a_{-2\cdot1})\mu\\&+(-t_{0\cdot3}b_{-4\cdot1}+2l_{0\cdot0}a_{-4\cdot1})\mu^2\\&+(-(q_{2\cdot0}D_{-6}+t_{2\cdot3})b_{-6\cdot1}-t_{4\cdot4}c_{0\cdot1}+2l_{2\cdot0}a_{-6\cdot1}+2l_{4\cdot0}a_{0\cdot1})\mu^4\\&+(-t_{3\cdot3}b_{-1\cdot1}-t_{3\cdot4}c_{-1\cdot1}+2l_{3\cdot0}a_{-1\cdot1})\alpha^2\}\mu^3\end{aligned}$$

$$(1-D_{-3}^2)\,b_{-3,1}\mu^2\alpha = \{2a_{-3,1}+(1-\varsigma)q_{3,0}-t_{-3,1}$$
$$+((q_{1,0}D_{-2}-t_{1,3})b_{-2,1}-t_{2,3}b_{-1,1}-t_{2,4}c_{-1,1}+2l_{2,0}a_{-1,1})\mu$$
$$+\left(q_{2,0}\frac{\delta_2^{\cdot}-\varsigma}{\mu}b_{-1,1}-t_{0,3}b_{-3,1}-t_{1,4}c_{-2,1}+2l_{0,0}a_{-3,1}+2l_{1,0}a_{-2,1}\right)\mu^2$$
$$+(-(q_{1,0}D_{-4}+t_{1,3})b_{-4,1}-(q_{2,0}D_{-5}+t_{2,3})b_{-5,1}$$
$$-t_{3,4}c_{0,1}+2l_{1,0}a_{-4,1}+2l_{2,0}a_{-5,1}+2l_{3,0}a_{0,1})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$\frac{2(2\delta_2-\varsigma)-(2\delta_2-\varsigma)^2}{\mu}b_{-2,1}\mu = \Big\{2a_{-2,1}+(1-\varsigma)q_{2,0}-t_{-2,1}-t_{0,3}b_{-2,1}\mu+2l_{0,0}a_{-2,1}\mu^2$$
$$+(-(q_{2,0}D_{-4}+t_{2,3})b_{-4,1}-t_{2,4}c_{0,1}+2l_{2,0}a_{-4,1}+2l_{2,0}a_{0,1})\mu^3$$
$$+((q_{4,0}D_2-t_{4,3})b_{2,1}+t_{2,4}c_{-1,1}+2l_{4,0}a_{2,1})\mu^4-t_{4,4}c_{2,1}\mu^5$$
$$+(-t_{1,3}b_{-1,1}-t_{1,4}c_{-1,1}+2l_{1,0}a_{-1,1})\mu\alpha^2$$
$$+\Big(-(q_{1,0}D_{-3}+t_{1,3})b_{-3,1}+q_{1,0}\frac{\delta_2-\varsigma}{\mu}b_{-1,1}$$
$$+(q_{3,0}D_1-t_{3,3})b_{1,1}-t_{3,4}c_{1,1}+2l_{1,0}a_{-3,1}+2l_{3,0}a_{1,1}\Big)\mu^2\alpha^2\Big\}\mu$$

$$[1-(\delta_2-\varsigma)^2]\,b_{-1,1}\alpha = \{2a_{-1,1}+((1-\varsigma)q_{1,0}-t_{-1,1})\mu+(-(q_{1,0}D_{-2}+t_{1,3})b_{-2,1}$$
$$-t_{0,3}b_{-1,1}+2l_{0,0}a_{-1,1})\mu^2+(-(q_{2,0}D_{-3}+t_{2,3})b_{-3,1}$$
$$+(q_{2,0}D_1-t_{2,3})b_{1,1}+(q_{3,0}D_2-t_{3,3})b_{2,1}+t_{1,4}c_{-2,1}-t_{2,4}c_{1,1}$$
$$+2l_{1,0}a_{-2,1}+2l_{2,0}a_{-3,1}+2l_{2,0}a_{1,1}+2l_{3,0}a_{2,1})\mu^3$$
124) $$+(-(q_{3,0}D_{-4}+t_{3,3})b_{-4,1}-t_{1,4}c_{0,1}+t_{2,4}c_{-3,1}-t_{3,4}c_{2,1}+2l_{1,0}a_{0,1}$$
$$+2l_{3,0}a_{-4,1})\mu^4+((q_{4,0}D_3-t_{4,3})b_{3,1}+t_{3,4}c_{-4,1}+2l_{4,0}a_{3,1})\mu^5$$
$$+(-(q_{4,0}D_{-5}+t_{4,3})b_{-5,1}-t_{4,4}c_{3,1}+2l_{4,0}a_{-5,1})\mu^6\}\alpha$$

$$(1-D_1^2)\,b_{1,1}\mu\alpha = \Big\{2a_{1,1}-(1-\varsigma)q_{1,0}-t_{1,1}+(-(q_{3,0}D_{-2}+t_{3,3})b_{-2,1}-t_{2,3}b_{-1,1}$$
$$+t_{2,4}c_{-1,1}+2l_{2,0}a_{-1,1})\mu+\Big((q_{1,0}D_2-t_{1,3})b_{2,1}-\frac{\delta_2-\varsigma}{\mu}q_{2,0}b_{-1,1}$$
$$+(q_{2,0}D_3-t_{2,3})b_{3,1}-t_{0,3}b_{1,1}+t_{3,4}c_{-2,1}+2l_{0,0}a_{1,1}+2l_{1,0}a_{2,1}$$
$$+2l_{2,0}a_{3,1}+2l_{3,0}a_{-2,1}\Big)\mu^2+(t_{1,4}c_{0,1}-t_{1,4}c_{2,1}-t_{2,4}c_{3,1}+2l_{1,0}a_{0,1})\mu^3\Big\}\mu\alpha$$

$$(1-D_2^2)\,b_{2,1}\mu^2 = \{2a_{2,1}-(1-\varsigma)q_{2,0}-t_{2,1}+(-t_{0,3}b_{2,1}+2l_{0,0}a_{2,1})\mu^2$$
$$+(-(q_{4,0}D_{-2}+t_{4,3})b_{-2,1}+t_{2,4}c_{0,1}+2l_{2,0}a_{0,1})\mu^3$$
$$+((q_{2,0}D_4-t_{2,3})b_{4,1}+t_{4,4}c_{-2,1}+2l_{2,0}a_{4,1}+2l_{4,0}a_{-2,1})\mu^4$$
$$-t_{2,4}c_{4,1}\mu^5+(-t_{3,3}b_{-1,1}+t_{3,4}c_{-1,1}+2l_{3,0}a_{-1,1})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$(1-D_3^2)\,b_{3,1}\mu^2\alpha = \{2a_{3,1}-(1-\varsigma)q_{3,0}-t_{3,1}+(-(q_{1,0}D_2+t_{1,3})b_{2,1}-(q_{2,0}D_1+t_{2,3})b_{1,1}$$
$$-t_{0,3}b_{3,1}+t_{2,4}c_{1,1}+2l_{0,0}a_{3,1}+2l_{1,0}a_{2,1}+2l_{2,0}a_{1,1})\mu^2$$
$$+(-(q_{5,0}D_{-2}+t_{5,3})b_{-2,1}-t_{4,3}b_{-1,1}+t_{1,4}c_{2,1}+t_{3,4}c_{0,1}$$
$$+t_{4,4}c_{-1,1}+2l_{3,0}a_{0,1}+2l_{4,0}a_{-1,1})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$(1-D_4^2)b_{4\cdot1}\mu^4 = \{2a_{4\cdot1}-(1-\varsigma)q_{4\cdot0}-t_{4\cdot1}-(q_{2\cdot0}D_2+t_{2\cdot3})b_{2\cdot1}+2l_{2\cdot0}a_{2\cdot1}+t_{2\cdot4}c_{2\cdot1}\mu$$
$$+(-t_{0\cdot3}b_{4\cdot1}+2l_{0\cdot0}a_{4\cdot1})\mu^2+(-(q_{6\cdot0}D_{-2}+t_{6\cdot3})b_{-2\cdot1}$$
$$+t_{4\cdot4}c_{0\cdot1}+2l_{4\cdot0}a_{0\cdot1})\mu^3\}\mu^4$$

$$(1-D_5^2)b_{5\cdot1}\mu^4\alpha = \{2a_{5\cdot1}-(1-\varsigma)q_{5\cdot0}-t_{5\cdot1}-(q_{2\cdot0}D_3+t_{2\cdot3})b_{3\cdot1}-(q_{3\cdot0}D_2+t_{3\cdot3})b_{2\cdot1}$$
$$+2l_{2\cdot0}a_{3\cdot1}+2l_{3\cdot0}a_{2\cdot1}+(t_{2\cdot4}c_{3\cdot1}+t_{3\cdot4}c_{2\cdot1})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$(1-D_6^2)b_{6\cdot1}\mu^6 = \{2a_{6\cdot1}-(1-\varsigma)q_{6\cdot0}-t_{6\cdot1}-(q_{2\cdot0}D_4+t_{2\cdot3})b_{4\cdot1}-(q_{4\cdot0}D_2+t_{4\cdot3})b_{2\cdot1}$$
$$+2l_{2\cdot0}a_{4\cdot1}+2l_{4\cdot0}a_{2\cdot1}+(t_{2\cdot4}c_{4\cdot1}+t_{4\cdot4}c_{2\cdot1})\mu\}\mu^6$$

125) $$(1-D'^2_{-7})b_{-7\cdot2}\mu^6 = \{2a_{-7\cdot2}-t_{-7\cdot2}+(q_{2\cdot0}D'_{-5}-t_{2\cdot3})b_{-5\cdot2}+(q_{4\cdot0}D'_{-3}-t_{4\cdot3})b_{-3\cdot2}$$
$$+2l_{2\cdot0}a_{-5\cdot2}+2l_{4\cdot0}a_{-3\cdot2}-(t_{2\cdot4}c_{-5\cdot2}+t_{4\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu\}\mu^6$$

$$(1-D'^2_{-6})b_{-6\cdot2}\mu^4\alpha = \{2a_{-6\cdot2}-t_{-6\cdot2}+(q_{2\cdot0}D'_{-4}-t_{2\cdot3})b_{-4\cdot2}+(q_{4\cdot0}D'_{-3}-t_{3\cdot3})b_{-3\cdot2}+2l_{2\cdot0}a_{-4\cdot2}$$
$$+2l_{3\cdot0}a_{-3\cdot2}+((q_{4\cdot0}D'_{-2}-t_{4\cdot3})b_{-2\cdot2}-t_{2\cdot4}c_{-4\cdot2}-t_{3\cdot4}c_{-3\cdot2})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$(1-D'^2_{-5})b_{-5\cdot2}\mu^4 = \Big\{2a_{-5\cdot2}-t_{-5\cdot2}+(q_{2\cdot0}D'_{-3}-t_{2\cdot3})b_{-3\cdot2}+2l_{2\cdot0}a_{-3\cdot2}-t_{2\cdot4}c_{-3\cdot2}\mu$$
$$+(-t_{0\cdot3}b_{-5\cdot2}-t_{4\cdot3}b_{-1\cdot2}-t_{4\cdot4}c_{-1\cdot2}+2l_{0\cdot0}a_{-5\cdot2})\mu^2$$
$$+\Big(q_{4\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}+2l_{4\cdot0}a_{-1\cdot2}\Big)\mu^3+(q_{3\cdot0}D'_{-2}-t_{3\cdot3})b_{-2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4$$

$$[(1-D'^2_{-4})b_{-4\cdot2}-(2D'_{-4}-\varsigma)\mathfrak{c}b_{-4\cdot1}\mu\varsigma]\mu^2\alpha = \Big\{2a_{-4\cdot2}-t_{-4\cdot2}+(q_{2\cdot0}D'_{-2}-t_{2\cdot3})b_{-2\cdot2}\mu$$
$$+((q_{1\cdot0}D'_{-3}-t_{1\cdot3})b_{-3\cdot2}-t_{0\cdot3}b_{-4\cdot2}-t_{3\cdot3}b_{-1\cdot2}-t_{2\cdot4}c_{-2\cdot2}$$
$$-t_{3\cdot4}c_{-1\cdot2}+2l_{0\cdot0}a_{-4\cdot2}+2l_{1\cdot0}a_{-3\cdot2}+2l_{2\cdot0}a_{-2\cdot2})\mu^2$$
$$+\Big(q_{3\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}-t_{1\cdot4}c_{-3\cdot2}+2l_{3\cdot0}a_{-1\cdot2}\Big)\mu^3+q_{2\cdot0}\mathfrak{c}b_{-2\cdot1}\mu\varsigma\Big\}\mu^2\alpha$$

$$(1-D'^2_{-3})b_{-3\cdot2}\mu^2 = \Big\{2a_{-3\cdot2}-t_{-3\cdot2}+(-t_{0\cdot3}b_{-3\cdot2}-t_{2\cdot3}b_{-1\cdot2}-t_{2\cdot4}c_{-1\cdot2}+2l_{0\cdot0}a_{-3\cdot2})\mu^2$$
$$+\Big(q_{2\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}+2l_{2\cdot0}a_{-1\cdot2}\Big)\mu^3+(-(q_{2\cdot0}D'_{-5}+t_{2\cdot3})b_{-5\cdot2}$$
$$+(q_{4\cdot0}D'_1-t_{4\cdot3})b_{1\cdot2}+2l_{2\cdot0}a_{-5\cdot2}+2l_{4\cdot0}a_{1\cdot2})\mu^4$$
$$+(t_{2\cdot4}c_{-5\cdot2}-t_{4\cdot4}c_{1\cdot2})\mu^5+(q_{1\cdot0}D'_{-2}-t_{1\cdot3})b_{-2\cdot2}\mu\alpha^2\Big\}\mu^2$$

$$\Big[\frac{4\delta_2(1-\delta_2)}{\mu}b_{-2\cdot2}-(2D'_{-2}-\varsigma)\mathfrak{c}b_{-2\cdot1}\frac{\varsigma}{\mu}\Big]\mu\alpha = \Big\{2a_{-2\cdot2}-t_{-2\cdot2}-t_{0\cdot3}b_{-2\cdot2}\mu$$
$$+(-(q_{1\cdot0}D'_{-3}+t_{1\cdot3})b_{-3\cdot2}-(q_{2\cdot0}D'_{-4}+t_{2\cdot3})b_{-4\cdot2}+(q_{3\cdot0}D'_1-t_{3\cdot3})b_{1\cdot2}$$
$$-t_{1\cdot3}b_{-1\cdot2}-t_{1\cdot4}c_{-1\cdot2}+2l_{0\cdot0}a_{-2\cdot2}+2l_{1\cdot0}a_{-3\cdot2}$$
$$+2l_{2\cdot0}a_{-4\cdot2}+2l_{2\cdot0}a_{0\cdot2}+2l_{3\cdot0}a_{1\cdot2})\mu^2$$
$$+q_{2\cdot0}\mathfrak{c}\varsigma+\Big(q_{1\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}+t_{1\cdot4}c_{-3\cdot2}+t_{2\cdot4}c_{-4\cdot2}-t_{2\cdot4}c_{0\cdot2}-t_{3\cdot4}c_{1\cdot2}+2l_{1\cdot0}a_{-1\cdot2}\Big)\mu^3$$
$$+(-(q_{3\cdot0}D'_{-5}+t_{3\cdot3})b_{-5\cdot2}+(q_{4\cdot0}D'_2-t_{4\cdot3})b_{2\cdot2}+2l_{3\cdot0}a_{-5\cdot2}+2l_{4\cdot0}a_{2\cdot2})\mu^4\Big\}\mu\alpha$$

$$\left[(1-D_{-1}'^2)b_{-1,2}-(2\delta_2-\varsigma)\mathfrak{c}\,b_{-1,1}\frac{\varsigma\alpha^2}{\mu}\right]\mu = \{-t_{-1,2}+2a_{-1,2}\mu$$
$$+(-(q_{2,0}D_{-3}'+t_{2,3})b_{-3,2}+(q_{2,0}D_1'-t_{2,3})b_{1,2}-t_{0,3}b_{-1,2}+2l_{2,0}a_{-3,2}+2l_{2,0}a_{1,2})\mu^2$$
$$+(t_{2,4}c_{-3,2}-t_{2,4}c_{1,2}+2l_{0,0}a_{-1,2})\mu^3-(q_{1,0}D_{-2}'+t_{1,3})b_{-2,2}\mu\alpha^2$$
$$+(-(q_{4,0}D_{-5}'+t_{4,3})b_{-5,2}+(q_{4,0}D_3'-t_{4,3})b_{3,2}+2l_{4,0}a_{-5,2}+2l_{4,0}a_{3,2})\mu^6$$
$$+q_{1,0}\mathfrak{c}\varsigma\alpha^2+(-(q_{3,0}D_{-4}'+t_{3,3})b_{-4,2}+(q_{3,0}D_2'-t_{3,3})b_{2,2}$$
$$+t_{1,4}c_{-2,2}+2l_{1,0}a_{-2,2}+2l_{1,0}a_{0,2}+2l_{3,0}a_{-4,2}+2l_{3,0}a_{2,2})\mu^2\alpha^2$$
$$+(t_{4,4}c_{-5,2}-t_{4,4}c_{3,2})\mu^7+(-t_{1,4}c_{0,2}+t_{3,4}c_{-1,2}-t_{3,4}c_{2,2})\mu^3\alpha^2$$
$$-q_{1,0}\mathfrak{c}\,b_{-2,1}\varsigma\mu\alpha^2\}\mu$$

$$(1-D_1'^2)b_{1,2}\mu^2 = \Big\{2a_{1,2}-t_{1,2}+(-t_{0,3}b_{1,2}-t_{2,3}b_{-1,2}+t_{2,4}c_{-1,2}+2l_{0,0}a_{1,2})\mu^2$$
$$+\left(-q_{2,0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1,2}+2l_{2,0}a_{-1,2}\right)\mu^3$$
$$+((q_{2,0}D_3'-t_{2,3})b_{3,2}-(q_{4,0}D_{-3}'+t_{4,3})b_{-3,2}+2l_{2,0}a_{3,2}+2l_{4,0}a_{-3,2})\mu^4$$
$$+(-t_{2,4}c_{3,2}+t_{4,4}c_{-3,2})\mu^5-(q_{3,0}D_{-2}'+t_{3,3})b_{-2,2}\mu\alpha^2\Big\}\mu^2$$

$$[(1-D_2'^2)b_{2,2}-(2D_2'-\varsigma)\mathfrak{c}\,b_{2,1}\varsigma]\mu^2\alpha = \Big\{2a_{2,2}-t_{2,2}+(-(q_{1,0}D_1'+t_{1,3})b_{1,2}-t_{0,3}b_{2,2}$$
$$-t_{3,3}b_{-1,2}+t_{3,4}c_{-1,2}+2l_{0,0}a_{2,2}+2l_{1,0}a_{1,2}+2l_{2,0}a_{0,2})\mu^2$$
$$-q_{2,0}\mathfrak{c}\varsigma+\left(-q_{3,0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1,2}-(q_{4,0}D_{-2}'+t_{4,3})b_{-2,2}+t_{2,4}c_{0,2}\right.$$
$$\left.+t_{1,4}c_{1,2}+2l_{3,0}a_{-1,2}\right)\mu^3\Big\}\mu^2\alpha$$

$$(1-D_3'^2)b_{3,2}\mu^4 = \Big\{2a_{3,2}-t_{3,2}-(q_{2,0}D_1'+t_{2,3})b_{1,2}+2l_{2,0}a_{1,2}+t_{2,4}c_{1,2}\mu$$
$$+(-t_{0,3}b_{3,2}-t_{4,3}b_{-1,2}+t_{4,4}c_{-1,2}+2l_{0,0}a_{3,2})\mu^2$$
$$+\left(-q_{4,0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1,2}+2l_{4,0}a_{-1,2}\right)\mu^3\Big\}\mu^4$$

$$(1-D_4'^2)b_{4,2}\mu^4\alpha = \{2a_{4,2}-t_{4,2}-(q_{2,0}D_2'+t_{2,3})b_{2,2}-(q_{3,0}D_1'+t_{3,3})b_{1,2}$$
$$+2l_{2,0}a_{2,2}+2l_{3,0}a_{1,2}+(t_{2,4}c_{2,2}+t_{3,4}c_{1,2})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$(1-D_5'^2)b_{5,2}\mu^6 = \{2a_{5,2}-t_{5,2}-(q_{2,0}D_3'+t_{2,3})b_{3,2}-(q_{4,0}D_1'+t_{4,3})b_{1,2}$$
$$+2l_{2,0}a_{3,2}+2l_{4,0}a_{1,2}+(t_{2,4}c_{3,2}+t_{4,4}c_{1,2})\mu\}\mu^6.$$

17. Wir gehen jetzt über zur Ermittlung der Funktion W, d. h. zur Aufstellung der Bestimmungsgleichungen für die c-Koeffizienten. Die entsprechende Differentialgleichung lautet:

$$\frac{dW}{dv} = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta\cos v)^2}\left\{\frac{1+S}{\left(1+\frac{R}{1+\eta\cos v}\right)^2}-1\right\}-\frac{d\Xi}{dv}.$$

Bedenkt man die Relation

$$\frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2} = 1+\sum_1^\infty n\,B_n\cos n\mathrm{v}$$

und setzt man, wie früher

$$R = R_0 + R^{(1)},$$

so kann man sie, wie folgt, schreiben:

126) $$\frac{dW}{dv} = (1+\sum n\,B_n\cos n\mathrm{v})\left\{\frac{1+S}{(1+R_0)^2}\,\frac{1}{(1+\xi)^2}-1\right\}-\frac{d\Xi}{dv},$$

wo zur Abkürzung

127) $$\xi = \frac{R^{(1)}-R_0\,\eta\cos \mathrm{v}}{(1+R_0)(1+\eta\cos \mathrm{v})}$$

gesetzt und ξ vom ersten Grade ist. Entwickelt man nach Potenzen von ξ, so erhält man für die Glieder ersten Grades:

128) $$\frac{dW_1}{dv} = -2\,\frac{1+S_0}{(1+R_0)^3}\,R_1+\frac{S_1}{(1+R_0)^2}-2\left\{\frac{1+S_0}{(1+R_0)^3}-1\right\}\eta\cos \mathrm{v}-\frac{d\Xi_1}{dv}.$$

18. Wir setzen, entsprechend 85) und 87),

129)
$$\frac{1}{(1+R_0)^2} = 1+\sum_{-\infty}^{+\infty} r_{n\cdot 2\cdot 0}\cos nw$$
$$\frac{1}{(1+R_0)^3} = 1+\sum_{-\infty}^{+\infty} r_{n\cdot 3\cdot 0}\cos nw$$
$$\frac{1+S_0}{(1+R_0)^3} = 1+\sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot 3\cdot 0}\cos nw,$$

wo die Formeln für die Koeffizienten $r_{n\cdot 2\cdot 0}$ etc. bereits oben abgeleitet sind.

Unsere Gleichung lautet hiernach

130)
$$\frac{dW_1}{dv} = S_1-2R_1-2R_1\sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot 3\cdot 0}\cos nw+S_1\sum_{-\infty}^{+\infty} r_{n\cdot 2\cdot 0}\cos nw$$
$$-2\sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot 3\cdot 0}\,\eta\cos(\mathrm{v}+nw)-\frac{d\Xi_1}{dv}.$$

Zur Transformation der beiden mit R_1 und S_1 multiplizierten Summen benutzen wir die Formel 110), und zwar liefert sie uns

$R_1\sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot 3\cdot 0}\cos nw$, indem wir $i=3$ setzen und die oberen Zeichen nehmen,

$S_1\sum_{-\infty}^{+\infty} s_{n\cdot 2\cdot 0}\cos nw$, indem wir $i=2$ setzen, die oberen Zeichen nehmen und die b durch die entsprechenden a ersetzen, mit der Ausnahme, dass $a_{-2\cdot 1}\mu$ statt $b_{-2\cdot 1}$, $a_{-2\cdot 2}\mu$ statt $b_{-2\cdot 2}$ und $a_{-1\cdot 2}\mu$ statt $b_{-1\cdot 2}$ zu nehmen ist.

Bei Entwicklung der vorstehenden Summen sind bei den Argumenten $v - w$ und $v_1 - w$ wegen des auftretenden kleinen Integrationsdivisors δ_2 noch die Grössen von der Ordnung μ^3, $\mu^6\alpha$ etc. zu berücksichtigen. Bei den übrigen kann man sie vernachlässigen, was auch in der Formel 110) bereits geschehen ist.

19. Wir können nun die Bestimmungsgleichungen aufstellen für die c-Koeffizienten, indem wir in die Gleichung 130) die eben gefundenen Ausdrücke einsetzen. Die linke Seite dieser Gleichung $\frac{dW_1}{dv} = \frac{dK_1}{dv}$ bilden wir durch Differentiation des Ausdrucks 109), wobei wir bemerken, dass analog 114) und 115):

131)
$$\frac{d\eta \sin(v + nw)}{dv} = D_n\eta \cos(v + nw) + \varsigma\varkappa_1\alpha\cos(v_1 + nw)$$
$$\frac{d\eta' \sin(v_1 + nw)}{dv} = D'_n\eta' \cos(v_1 + nw).$$

132)
$$D_{-8}c_{-8,1}\mu^7 = \{a_{-8,1} - 2b_{-8,1} - 2s_{2,3}b_{-6,1} - 2s_{4,3}b_{-4,1} - 2s_{6,3}b_{-2,1} + r_{2,2}a_{-6,1} + r_{4,2}a_{-4,1}\}\mu^7$$

$$D_{-7}c_{-7,1}\mu^5\alpha = \{a_{-7,1} - 2b_{-7,1} - 2s_{2,3}b_{-5,1} - 2s_{3,3}b_{-4,1} - 2s_{5,3}b_{-2,1} + r_{2,2}a_{-5,1} + r_{3,2}a_{-4,1}\}\mu^5\alpha$$

$$D_{-6}c_{-6,1}\mu^5 = \{a_{-6,1} - 2b_{-6,1} - 2s_{2,3}b_{-4,1} - 2s_{4,3}b_{-2,1} + r_{2,2}a_{-4,1} + (-2s_{6,3} + r_{4,2}a_{-2,1})\mu + (-2s_{0,3}b_{-6,1} + r_{0,2}a_{-6,1})\mu^2\}\mu^5$$

$$D_{-5}c_{-5,1}\mu^3\alpha = \{a_{-5,1} - 2b_{-5,1} - 2s_{3,3}b_{-2,1} + (-2s_{5,3} - 2s_{1,3}b_{-4,1} - 2s_{2,3}b_{-3,1} + r_{1,2}a_{-4,1} + r_{2,2}a_{-3,1} + r_{3,2}a_{-2,1})\mu + (-2s_{0,3}b_{-5,1} - 2s_{4,3}b_{-1,1} + r_{0,2}a_{-5,1} + r_{4,2}a_{-1,1})\mu^2\}\mu^3\alpha$$

$$D_{-4}c_{-4,1}\mu^3 = \{a_{-4,1} - 2b_{-4,1} - 2s_{2,3}b_{-2,1} + (-2s_{4,3} + r_{2,2}a_{-2,1})\mu + (-2s_{0,3}b_{-4,1} + r_{0,2}a_{-4,1})\mu^2 + (-2s_{2,3}b_{-6,1} + r_{2,2}a_{-6,1} + r_{4,2}a_{0,1})\mu^4 + (-2s_{1,3}b_{-3,1} - 2s_{3,3}b_{-1,1} + r_{1,2}a_{-3,1} + r_{3,2}a_{-1,1})\alpha^2\}\mu^3$$

$$D_{-3}c_{-3,1}\mu^2\alpha = \{a_{-3,1} - 2b_{-3,1} - 2s_{3,3} - 2s_{1,3}b_{-2,1} + (-2s_{2,3}b_{-1,1} + r_{1,2}a_{-2,1} + r_{2,2}a_{-1,1})\mu + (-2s_{0,3}b_{-3,1} - 2s_{1,3}b_{-4,1} + r_{0,2}a_{-3,1} + r_{1,2}a_{-4,1})\mu^2 + (-2s_{2,3}b_{-5,1} + r_{2,2}a_{-5,1} + r_{3,2}a_{0,1})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$D_{-2}c_{-2,1}\mu = \{-2b_{-2,1} + (a_{-2,1} - 2s_{2,3})\mu - 2s_{0,3}b_{-2,1}\mu^2 + r_{0,2}a_{-2,1}\mu^3 + (-2s_{2,3}b_{-4,1} + r_{2,2}a_{-4,1} + r_{2,2}a_{0,1})\mu^4 + (-2s_{4,3}b_{2,1} + r_{4,2}a_{2,1})\mu^5 + (-2s_{1,3}b_{-1,1} + r_{1,2}a_{-1,1})\mu\alpha^2 + (-2s_{1,3}b_{-3,1} + r_{1,2}a_{-3,1})\mu^2\alpha^2\}\mu$$

$$\frac{\delta_2 - \varsigma}{\mu}c_{-1,1}\alpha = \{a_{-1,1} - 2b_{-1,1} - 2s_{1,3} - 2s_{1,3}b_{-2,1}\mu + (-2s_{0,3}b_{-1,1} + r_{0,2}a_{-1,1} + r_{1,2}a_{-2,1})\mu^2 + (-2s_{2,3}b_{-3,1} - 2s_{2,3}b_{1,1} - 2s_{3,3}b_{2,1} + r_{1,2}a_{0,1} + r_{2,2}a_{-3,1} + r_{2,2}a_{1,1} + r_{3,2}a_{2,1})\mu^3 + (-2s_{3,3}b_{-4,1} + r_{3,2}a_{-4,1})\mu^4 + (-2s_{4,3}b_{3,1} + r_{4,2}a_{3,1})\mu^5\}\alpha$$

$$(1 - \varsigma)c_{0,1}\mu^2 = \{-2s_{0,3} - 2\frac{\varsigma}{\mu^2} + (a_{0,1} - 2s_{2,3}b_{-2,1})\mu + (-2s_{2,3}b_{2,1} + r_{2,3}a_{-2,1} + r_{2,2}a_{2,1})\mu^2 + r_{0,2}a_{0,1}\mu^3 + (-2s_{1,3}b_{-1,1} + r_{1,2}a_{-1,1})\alpha^2 + (-2s_{4,3}b_{-4,1} + r_{4,3}a_{-4,1})\mu^5 + (-2s_{1,3}b_{1,1} + r_{1,2}a_{1,1})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$D_1 c_{1\cdot1}\mu\alpha = \{-2s_{1\cdot3}+(a_{1\cdot1}-2b_{1\cdot1})\mu$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{2\cdot1}-2s_{2\cdot3}b_{-1\cdot1}-2s_{3\cdot3}b_{-2\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{2\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{-1\cdot1})\mu^2$$
$$+(-2s_{0\cdot3}b_{1\cdot1}-2s_{2\cdot3}b_{3\cdot1}+r_{0\cdot2}a_{1\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{0\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{3\cdot1}+r_{3\cdot2}a_{-2\cdot1})\mu^3\}\mu\alpha$$

$$D_2 c_{2\cdot1}\mu^2 = \{a_{2\cdot1}-2b_{2\cdot1}-2s_{2\cdot3}+(-2s_{0\cdot3}b_{2\cdot1}+r_{0\cdot2}a_{2\cdot1})\mu^2+(-2s_{4\cdot3}b_{-2\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{0\cdot1})\mu^3$$
$$+(-2s_{2\cdot3}b_{4\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{4\cdot1}+r_{4\cdot2}a_{-2\cdot1})\mu^4$$
132) $$+(-2s_{1\cdot3}b_{1\cdot1}-2s_{1\cdot3}b_{3\cdot1}-2s_{3\cdot3}b_{-1\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{1\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{3\cdot1}+r_{3\cdot2}a_{-1\cdot1})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$D_3 c_{3\cdot1}\mu^2\alpha = \{a_{3\cdot1}-2b_{3\cdot1}-2s_{3\cdot3}+(-2s_{1\cdot3}b_{2\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{2\cdot1})\mu$$
$$+(-2s_{0\cdot3}b_{3\cdot1}-2s_{2\cdot3}b_{1\cdot1}+r_{0\cdot2}a_{3\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{1\cdot1})\mu^2$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{4\cdot1}-2s_{4\cdot3}b_{-1\cdot1}-2s_{5\cdot3}b_{-2\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{4\cdot1}+r_{3\cdot2}a_{0\cdot1}+r_{4\cdot2}a_{-1\cdot1})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$D_4 c_{4\cdot1}\mu^4 = \Big\{a_{4\cdot1}-2b_{4\cdot1}-2s_{4\cdot3}-2s_{2\cdot3}b_{2\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{2\cdot1}+(-2s_{0\cdot3}b_{4\cdot1}+r_{0\cdot2}a_{4\cdot1})\mu^2$$
$$+(-2s_{6\cdot3}b_{-2\cdot1}+r_{4\cdot2}a_{0\cdot1})\mu^3+(-2s_{1\cdot3}b_{3\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{3\cdot1})\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4$$

$$D_5 c_{5\cdot1}\mu^4\alpha = \{a_{5\cdot1}-2b_{5\cdot1}-2s_{5\cdot3}-2s_{2\cdot3}b_{3\cdot1}-2s_{3\cdot3}b_{2\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{3\cdot1}+r_{3\cdot2}a_{2\cdot1}$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{4\cdot1}+r_{1\cdot2}a_{3\cdot1})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$D_6 c_{6\cdot1}\mu^6 = \{a_{6\cdot1}-2b_{6\cdot1}-2s_{6\cdot3}-2s_{2\cdot3}b_{4\cdot1}-2s_{4\cdot3}b_{2\cdot1}+r_{2\cdot2}a_{4\cdot1}+r_{4\cdot2}a_{2\cdot1}\}\mu^6$$

133) $$D'_{-7} c_{-7\cdot2}\mu^6 = \{a_{-7\cdot2}-2b_{-7\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{-5\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{-3\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{-5\cdot2}+r_{4\cdot2}a_{-3\cdot2}\}\mu^6$$

$$D'_{-6} c_{-6\cdot2}\mu^4\alpha = \{a_{-6\cdot2}-2b_{-6\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{-4\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{-3\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{-4\cdot2}+r_{3\cdot2}a_{-3\cdot2}$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{-5\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{-2\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-5\cdot2})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$D'_{-5} c_{-5\cdot2}\mu^4 = \Big\{a_{-5\cdot2}-2b_{-5\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{-3\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{-3\cdot2}$$
$$+(-2s_{0\cdot3}b_{-5\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{-1\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{-5\cdot2})\mu^2+r_{4\cdot2}a_{-1\cdot2}\mu^3$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{-4\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{-2\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-4\cdot2})\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4$$

$$[D'_{-4} c_{-4\cdot2}+\mathfrak{c}c_{-4\cdot1}\mu s]\mu^2\alpha = \{a_{-4\cdot2}-2b_{-4\cdot2}+(-2s_{1\cdot3}b_{-3\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{-2\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-3\cdot2})\mu$$
$$+(-2s_{0\cdot3}b_{-4\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{-1\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{-4\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{-2\cdot2})\mu^2$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{-5\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-5\cdot2}+r_{3\cdot2}a_{-1\cdot2})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$D'_{-3} c_{-3\cdot2}\mu^2 = \{a_{-3\cdot2}-2b_{-3\cdot2}+(-2s_{0\cdot3}b_{-3\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{-1\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{-3\cdot2})\mu^2+r_{2\cdot2}a_{-1\cdot2}\mu^3$$
$$+(-2s_{2\cdot3}b_{-5\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{1\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{-5\cdot2}+r_{4\cdot2}a_{1\cdot2})\mu^4-2s_{1\cdot3}b_{-2\cdot2}\alpha^2$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{-4\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-4\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-2\cdot2})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$[D'_{-2} c_{-2\cdot2}+\mathfrak{c}c_{-2\cdot1}s]\mu\alpha = \{-2b_{-2\cdot2}+a_{-2\cdot2}\mu+(-2s_{0\cdot3}b_{-2\cdot2}-2s_{1\cdot3}b_{-3\cdot2}-2s_{1\cdot3}b_{-1\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-3\cdot2})\mu^2$$
$$+(-2s_{2\cdot3}b_{-4\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{1\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{-2\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-1\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{-4\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{0\cdot2}+r_{3\cdot2}a_{1\cdot2})\mu^3\}\mu\alpha$$

$$\Big[\frac{\delta_2}{\mu}c_{-1\cdot2}+\mathfrak{c}c_{-1\cdot1}\frac{s\alpha^2}{\mu^2}\Big]\mu = \{-2b_{-1\cdot2}+a_{-1\cdot2}\mu$$
$$+(-2s_{0\cdot3}b_{-1\cdot2}-2s_{2\cdot3}(b_{-3\cdot2}+b_{1\cdot2})+r_{2\cdot2}(a_{-3\cdot2}+a_{1\cdot2}))\mu^2$$
$$+r_{0\cdot2}a_{-1\cdot2}\mu^3-2s_{1\cdot3}b_{-2\cdot2}\alpha^2+r_{1\cdot2}(a_{-2\cdot2}+a_{0\cdot2})\mu\alpha^2$$
$$+(-2s_{4\cdot3}(b_{-5\cdot2}+b_{3\cdot2})+r_{4\cdot2}(a_{-5\cdot2}+a_{3\cdot2}))\mu^6$$
$$+(-2s_{3\cdot3}(b_{-4\cdot2}+b_{2\cdot2})+r_{3\cdot2}(a_{-4\cdot2}+a_{2\cdot2}))\mu^2\alpha^2\}\mu$$

$$[c_{0\cdot2}+\mathfrak{c}c_{0\cdot1}\varsigma]\mu^2\alpha = \Big\{a_{0\cdot2}+2\mathfrak{c}\frac{\varsigma}{\mu^2}+(-2s_{1\cdot3}(b_{-1\cdot2}+b_{1\cdot2})-2s_{2\cdot3}b_{-2\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{1\cdot2})\mu$$
$$+(-2s_{2\cdot3}b_{2\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{-3\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{0\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{-1\cdot2}$$
$$+r_{2\cdot2}(a_{-2\cdot2}+a_{2\cdot2})+r_{3\cdot2}a_{-3\cdot2})\mu^2\Big\}\mu^2\alpha$$

$$\Big[D_1'c_{1\cdot2}+\mathfrak{c}c_{1\cdot1}\frac{\varsigma\alpha^2}{\mu}\Big]\mu^2 = \{a_{1\cdot2}-2b_{1\cdot2}+(-2s_{0\cdot3}b_{1\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{-1\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{1\cdot2})\mu^2+r_{2\cdot2}a_{-1\cdot2}\mu^3$$
$$+(-2s_{2\cdot3}b_{3\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{-3\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{3\cdot2}+r_{4\cdot2}a_{-3\cdot2})\mu^4$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{2\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{-2\cdot2}+r_{1\cdot2}(a_{0\cdot2}+a_{2\cdot2}))\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$[D_2'c_{2\cdot2}+\mathfrak{c}c_{2\cdot1}\varsigma]\mu^2\alpha = \{a_{2\cdot2}-2b_{2\cdot2}+(-2s_{1\cdot3}b_{1\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{1\cdot2})\mu$$
$$+(-2s_{0\cdot3}b_{2\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{-1\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{2\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{0\cdot2})\mu^2$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{3\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{-2\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{3\cdot2}+r_{3\cdot2}a_{-1\cdot2})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$D_3'c_{3\cdot2}\mu^4 = \Big\{a_{3\cdot2}-2b_{3\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{1\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{1\cdot2}+(-2s_{0\cdot3}b_{3\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{-1\cdot2}+r_{0\cdot2}a_{3\cdot2})\mu^2$$
$$+r_{4\cdot2}a_{-1\cdot2}\mu^3+(-2s_{1\cdot3}b_{2\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{2\cdot2})\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4$$

$$D_4'c_{4\cdot2}\mu^4\alpha = \{a_{4\cdot2}-2b_{4\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{2\cdot2}-2s_{3\cdot3}b_{1\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{2\cdot2}+r_{3\cdot2}a_{1\cdot2}$$
$$+(-2s_{1\cdot3}b_{3\cdot2}+r_{1\cdot2}a_{3\cdot2})\mu\}\mu^4\alpha$$

$$D_5'c_{5\cdot2}\mu^6 = \{a_{5\cdot2}-2b_{5\cdot2}-2s_{2\cdot3}b_{3\cdot2}-2s_{4\cdot3}b_{1\cdot2}+r_{2\cdot2}a_{3\cdot2}+r_{4\cdot2}a_{1\cdot2}\}\mu^6.$$

20. Zur Bestimmung der Funktion (ϱ), welche die Apsidenbewegung ς enthält, erhalten wir die Gleichung

$$135)\qquad \frac{d^2(\varrho)}{dv^2}+(\varrho) = \beta\mu^2\eta\cos v+\beta'\mu^2\alpha\eta'\cos v_1,$$

wo die Koeffizienten β und β' folgende Zusammensetzung haben:

$$136)\quad \beta = -t_{0\cdot1}+(2a_{0\cdot1}-(q_{2\cdot0}D_{-2}+t_{2\cdot3})b_{-2\cdot1})\mu+((q_{2\cdot0}D_2-t_{2\cdot3})b_{2\cdot1}+t_{2\cdot4}c_{-2\cdot1}+2r_{2\cdot0}(a_{-2\cdot1}+a_{2\cdot1}))\mu^2$$
$$+(-t_{2\cdot4}c_{2\cdot1}+2r_{0\cdot0}a_{0\cdot1})\mu^3+(-(q_{4\cdot0}D_{-4}+t_{4\cdot3})b_{-4\cdot1}+2r_{4\cdot0}a_{-4\cdot1})\mu^5$$
$$+(-t_{1\cdot3}b_{-1\cdot1}+t_{1\cdot4}c_{-1\cdot1}+2r_{1\cdot0}a_{-1\cdot1})\mu\alpha^2+((q_{4\cdot0}D_4-t_{4\cdot3})b_{4\cdot1}+t_{4\cdot4}c_{-4\cdot1}+2r_{4\cdot0}a_{4\cdot1})\mu^6$$
$$+\Big(-q_{1\cdot0}\frac{\delta_2-\varsigma}{\mu}b_{-1\cdot1}+(q_{1\cdot0}D_1-t_{1\cdot3})b_{1\cdot1}-(q_{3\cdot0}D_{-3}+t_{3\cdot3})b_{-3\cdot1}$$
$$+(q_{3\cdot0}D_3-t_{3\cdot3})b_{3\cdot1}-t_{1\cdot4}c_{1\cdot1}-2r_{1\cdot0}a_{1\cdot1}+2r_{3\cdot0}(a_{-3\cdot1}+a_{3\cdot1})\Big)\mu^3\alpha^2$$
$$-t_{4\cdot4}c_{4\cdot1}\mu^7+t_{3\cdot4}(c_{-3\cdot1}-c_{3\cdot1})\mu^3\alpha^2$$

$$137)\quad \beta' = 2a_{0\cdot2}-t_{0\cdot2}-(q_{2\cdot0}D_{-2}'+t_{2\cdot3})b_{-2\cdot2}\mu$$
$$+((q_{1\cdot0}D_1'-t_{1\cdot3})b_{1\cdot2}+(q_{2\cdot0}D_2'-t_{2\cdot3})b_{2\cdot2}-(q_{3\cdot0}D_{-3}'+t_{3\cdot3})b_{-3\cdot2}-t_{1\cdot3}b_{-1\cdot2}+t_{1\cdot4}c_{-1\cdot2}$$
$$+t_{2\cdot4}c_{-2\cdot2}+2r_{0\cdot0}a_{0\cdot2}+2r_{1\cdot0}a_{1\cdot2}+2r_{2\cdot0}(a_{-2\cdot2}+a_{2\cdot2})+2r_{3\cdot0}a_{-3\cdot2})\mu^2$$
$$+\Big(-q_{1\cdot0}\frac{\delta_2}{\mu}b_{-1\cdot2}-t_{1\cdot4}c_{1\cdot2}-t_{2\cdot4}c_{2\cdot2}+t_{3\cdot4}c_{-3\cdot2}+2r_{1\cdot0}a_{-1\cdot2}\Big)\mu^3+\mathfrak{c}q_{2\cdot0}b_{-2\cdot1}\mu\varsigma$$
$$+((q_{3\cdot0}D_3'-t_{3\cdot3})b_{3\cdot2}-(q_{4\cdot0}D_{-4}'+t_{4\cdot3})b_{-4\cdot2}+2r_{3\cdot0}a_{3\cdot2}+2r_{4\cdot0}a_{-4\cdot2})\mu^4+\mathfrak{c}q_{2\cdot0}b_{2\cdot1}\mu^2\varsigma$$
$$+(-t_{3\cdot4}c_{3\cdot2}+t_{4\cdot4}c_{-4\cdot2})\mu^5.$$

Da nun $(\varrho) = \eta \cos \mathrm{v}$ ist, so wird

138)
$$\frac{d^2(\varrho)}{dv^2} + (\varrho) = (1 - D_0^2)\eta \cos \mathrm{v} - (2D_0' - \varsigma)\varsigma\alpha\varkappa_1 \cos \mathrm{v}_1$$
$$= (2\varsigma - \varsigma^2)\eta \cos \mathrm{v} - (2\varsigma - \varsigma^2)\alpha\varkappa_1 \cos \mathrm{v}_1,$$

also

139)
$$(2\varsigma - \varsigma^2)\eta = \beta\mu^2\eta \quad \text{und} \quad (2\varsigma - \varsigma^2)\varkappa_1 = -\beta'\mu^2\eta'$$

wonach sich ς aus der Gleichung

140)
$$2\varsigma - \varsigma^2 = \beta\mu^2$$

und $\varkappa_1$ aus der Gleichung

141)
$$\mathfrak{c} = \frac{\varkappa_1}{\eta'} = -\frac{\beta'\mu^2}{2\varsigma - \varsigma^2} = -\frac{\beta'}{\beta}$$

bestimmt.

21. Nachdem nun sämmtliche Gleichungen (122, 123, 124, 125, 132, 133, 136, 137) zur Bestimmung der Koeffizienten a, b, c und der Grössen ς und $\varkappa_1$ aufgestellt sind, will ich erst die numerischen Werte aller in ihnen vorkommenden bekannten Koeffizienten anführen, ehe ich über die Lösung der Bestimmungsgleichungen spreche:

n	$\log q_{n-1}$	$\log p_{n-1}$	$\log q'_{n-1}$	$\log p'_{n-1}$	$\log t_{n-1}$
−6	1,563$_n$	1,321$_n$	1,643$_n$	1,276$_n$	1,600$_n$
−5	1,515	1,340	1,560	1,001	1,504
−4	1,09185	0,89157	1,13627	0,58295	1,06515
−3	0,76561$_n$	0,65611$_n$	0,76558$_n$	9,22073$_n$	0,65730$_n$
−2	0,5080489$_n$	0,3887004$_n$	0,5088625$_n$	1,21648	0,3886089$_n$
−1	0,26260$_n$	0,48233$_n$	0,26097$_n$	0,17002	0,46621$_n$
0	0,19789	0.1497847$_n$	0,24612	0,85270$_n$	0,1618756$_n$
+1	0,22984	0,44597$_n$	0,22909	0,07370	0,43196$_n$
+2	0,4428561	0,3006403$_n$	0,4436620	1,28017	0,3005105$_n$
+3	0,69102	0,56064$_n$	0,69094	0,27080$_n$	0,57700$_n$
+4	1,03751$_n$	0,82115	1,08091$_n$	0,51776	0,99646
+5	1,453$_n$	1,262	1,497$_n$	0,930	1,428
+6	1,514	1,259$_n$	1,593	1,219$_n$	1,541$_n$

n	$\log q_{n\cdot 2}$	$\log p_{n\cdot 2}$	$\log q'_{n\cdot 2}$	$\log p'_{n\cdot 2}$	$\log t_{n\cdot 2}$
−7	1,645	1,499	1,739	1,425	1,765
−6	$1,683_n$	$1,593_n$	$1,735_n$	$1,231_n$	$1,750_n$
−5	$1,22096_n$	$1,12134_n$	$1,27404_n$	$0,79511_n$	$1,28920_n$
−4	1,01035	0,99580	1,01046	0,55734	1,00748
−3	0,7202166	0,7187290	0,7210570	0,81591	0,7187461
−2	0,33982	0,64122	0,33364	$0,46644_n$	0,61893
−1	$1,33020_n$	0,1543863	$1,37779_n$	0,72809	0,1633978
0	$9,54501_n$	0,05937	$9,57218_n$	9,96765	0,08491
+1	9,8761036	$9,8882223_n$	9,8771476	$1,46671_n$	$9,8887372_n$
+2	0,30473	$0,30291_n$	0,30534	$9,76048_n$	$0,31213_n$
+3	$0,39391_n$	0,31312	$0,44509_n$	9,95100	0,46978
+4	$0,966_n$	0,881	$1,015_n$	0,491	1,029
+5	0,828	$0,688_n$	0,919	$0,594_n$	$0,944_n$

n	$\log q_{n\cdot 3}$	$\log p_{n\cdot 3}$	$\log q'_{n\cdot 3}$	$\log p'_{n\cdot 3}$	$\log t_{n\cdot 3}$
0	$-\infty$	$0,14978_n$	$-\infty$	$0,85260_n$	$0,16187_n$
1	0,24633	$0,46475_n$	0,24502	0,12581	$0,44963_n$
2	0,47667	$0,34690_n$	0,47748	1,24946	$0,34678_n$
3	0,72997	$0,61136_n$	0,72997	$0,30190_n$	$0,62706_n$
4	$1,06551_n$	0,85799	$1,10944_n$	0,55133	1,03222
5	$1,482_n$	1,295	$1,528_n$	0,967	1,462
6	1,537	$1,285_n$	1,618	$1,248_n$	$1,568_n$

n	$\log q_{n\cdot 4}$	$\log p_{n\cdot 4}$	$\log q'_{n\cdot 4}$	$\log p'_{n\cdot 4}$	$\log t_{n\cdot 4}$
0	$1,02295_n$	$-\infty$	$1,07119_n$	$-\infty$	$-\infty$
1	9,65182	9,90569	9,63948	$9,98318_n$	9,86510
2	0,17630	0,17644	0,17717	0,93872	0,17652
3	0,48780	0,47537	0,48827	0,01995	0,48657
4	$0,68626_n$	$0,59073_n$	$0,73830_n$	$0,25115_n$	$0,75435_n$
5	$1,163_n$	$1,075_n$	$1,215_n$	$0,703_n$	$1,229_n$
6	1,115	0,972	1,208	0,888	1,233

n	$\log t'_{n\cdot 0}$	$\log l_{n\cdot 0}$	$\log r_{n\cdot 3}$	$\log s_{n\cdot 3}$
0	9,6891642	$9,2033604_n$	$9,6940294_n$	$9,1970497_n$
1	9.85546	$0,04274_n$	0,35546	0,34993
2	9,8709022	$0,0602721_n$	$0,2831803_n$	$0,3669808_n$
3	0,02557	$0,16047_n$	$0,09774_n$	$0,23151_n$
4	$0,40105_n$	0,51290	0,54593	0,70231
5	$0,753_n$	0,845	0,645	0,853
6	0,840	$0,922_n$	$0,816_n$	$1,035_n$

n	$\log D_n$	$\log D'_n$	$\log(1-D_n^2)$	$\log(1-D_n'^2)$
−8	$0{,}807_n$	—	$1{,}603_n$	—
−7	$0{,}739_n$	$0{,}738_n$	$1{,}464_n$	$1{,}462_n$
−6	$0{,}6589_n$	$0{,}658_n$	$1{,}2965_n$	$1{,}295_n$
−5	$0{,}5604_n$	$0{,}55943_n$	$1{,}0867_n$	$1{,}08450_n$
−4	$0{,}432849_n$	$0{,}43149_n$	$0{,}802092_n$	$0{,}79895_n$
−3	$0{,}25140_n$	$0{,}249345_n$	$0{,}33902_n$	$0{,}33299_n$
−2	$9{,}9339168_n$	$9{,}9296217_n$	*)	*)
−1	*)	*)	9,9980839	9,9975632
0	9,9963137	0,0000000	—	—
+1	0,282565	0,284476	$0{,}427148_n$	$0{,}432390_n$
+2	0,4536157	0,45490	$0{,}8498277_n$	$0{,}85277_n$
+3	0,57602	0,57699	$1{,}12028_n$	$1{,}12239_n$
+4	0,67139	0,672	$1{,}32259_n$	$1{,}324_n$
+5	0,750	0,750	$1{,}485_n$	$1{,}486_n$
+6	0,816	—	$1{,}621_n$	—

*) $D_{-1} = \delta_2 - \varsigma$

$$D'_{-1} = \delta_2$$

$$D_0 = 1 - \varsigma$$

$$D'_0 = 1$$

$$1 - D_{-2}^2 = 2(2\delta_2 - \varsigma) - (2\delta_2 - \varsigma)^2$$

$$1 - D_{-2}'^2 = 4\delta_2(1 - \delta_2)$$

$$\log \frac{D_{-1}}{\mu} = 9{,}9479279$$

$$- \frac{D'_{-1}}{\mu} = 0{,}0000006$$

$$- \frac{1 - D_{-2}^2}{\mu} = 0{,}5450184$$

$$- \frac{1 - D_{-2}'^2}{\mu} = 0{,}5682955$$

22. Die Auflösung der Bestimmungsgleichungen wird man nicht direkt, sondern durch Annäherungen vornehmen. Allerdings bilden die Gleichungen für die $a_{n\cdot 1}$, $b_{n\cdot 1}$, $c_{n\cdot 1}$ ein lineares System; da sie aber 45 Unbekannte enthalten, so führt die indirekte Methode viel leichter zum Ziel: man kann zunächst $a_{-2\cdot 1}$ berechnen mit Fortlassung der Glieder von der Ordnung μ^4, nämlich

$$a_{-2\cdot 1} = \frac{q'_{-2\cdot 1}}{D_{-2}},$$

sodann mit derselben Genauigkeit $b_{-2\cdot1}$ und $c_{-2\cdot1}$; dann $a_{-4\cdot1}, b_{-4\cdot1}, c_{-4\cdot1}$ bis zur Ordnung μ^7 exklusive; dann $a_{-1\cdot1}, b_{-1\cdot1}, c_{-1\cdot1}$ bis $\mu^3\alpha$ exklusive, $a_{-3\cdot1}, b_{-3\cdot1}, c_{-3\cdot1}$ bis $\mu^4\alpha$, sodann $a_{-5\,1}, b_{-5\cdot1}, c_{-5\cdot1}$ vollständig u. s. w.

Andererseits kann man $a_{2\cdot1}, b_{2\cdot1}, c_{2\cdot1}$ bis zur Ordnung μ^5 exklusive, $a_{3\cdot1}, b_{3\cdot1}, c_{3\cdot1}$, $a_{1\cdot1}, b_{1\cdot1}, c_{1\cdot1}$ bis $\mu^4\alpha$, $a_{0\cdot1}, c_{0\cdot1}$ fast vollständig berechnen. Die Rechnung ist so lange fortzusetzen, bis die Werte sich nicht mehr ändern.

In den Gleichungen kommt, teils direkt, teils in den Divisoren D_n, die Grösse ς vor; für sie wäre in Wirklichkeit der Wert einzusetzen, den man nach Berücksichtigung aller Glieder höherer Grade erhielte, da wir es vermeiden wollen, die Divisoren nach Potenzen der Exzentrizitäten zu entwickeln. Infolgedessen tun wir am besten, den bereits anderweitig bekannten Betrag (etwas abgerundet) für die Apsidenbewegung zu setzen, nämlich

$$\log \varsigma = 7{,}92696 - 10.$$

Mit diesem Werte sind auch bereits die Werte der Divisoren D_n und D'_n auf der vorigen Seite gerechnet.

23. Die numerische Lösung der Gleichungen 122), 124), 132) ergab:

$\log a_{-8\cdot1} = 1{,}44$	$\log b_{-8\cdot1} = 0{,}79_n$	$\log c_{-8\cdot1} = 1{,}34_n$
$-a_{-7\cdot1} = 1{,}32_n$	$-b_{-7\cdot1} = 0{,}74$	$-c_{-7\cdot1} = 1{,}19$
$-a_{-6\cdot1} = 0{,}899_n$	$-b_{-6\cdot1} = 0{,}444$	$-c_{-6\cdot1} = 0{,}916$
$-a_{-5\cdot1} = 0{,}351$	$-b_{-5\cdot1} = 0{,}015_n$	$-c_{-5\cdot1} = 0{,}491_n$
$-a_{-4\cdot1} = 0{,}33404$	$-b_{-4\cdot1} = 0{,}20224_n$	$-c_{-4\cdot1} = 0{,}79320_n$
$-a_{-3\cdot1} = 0{,}5102$	$-b_{-3\cdot1} = 0{,}6738_n$	$-c_{-3\cdot1} = 0{,}2880_n$
$-a_{-2\cdot1} = 0{,}5748763$	$-b_{-2\cdot1} = 0{,}4324929$	$-c_{-2\cdot1} = 0{,}7456136$
$-a_{-1\cdot1} = 0{,}235285_n$	$-b_{-1\cdot1} = 0{,}512603_n$	$-c_{-1\cdot1} = 9{,}810879_n$
$-a_{0\cdot1} = 0{,}937497$	$-b_{0\cdot1} = -\infty$	$-c_{0\cdot1} = 0{,}071071_n$
$-a_{1\cdot1} = 0{,}08478$	$-b_{1\cdot1} = 0{,}33658_n$	$-c_{1\cdot1} = 0{,}32546_n$
$-a_{2\cdot1} = 9{,}986277$	$-b_{2\cdot1} = 9{,}817902_n$	$-c_{2\cdot1} = 0{,}3865762$
$-a_{3\cdot1} = 0{,}1043$	$-b_{3\cdot1} = 9{,}7396_n$	$-c_{3\cdot1} = 0{,}2042$
$-a_{4\cdot1} = 0{,}5288_n$	$-b_{4\cdot1} = 0{,}0545$	$-c_{4\cdot1} = 0{,}6296_n$
$-a_{5\cdot1} = 0{,}87_n$	$-b_{5\cdot1} = 0{,}29$	$-c_{5\cdot1} = 0{,}78_n$
$-a_{6\cdot1} = 0{,}99$	$-b_{6\cdot1} = 0{,}34_n$	$-c_{6\cdot1} = 0{,}92.$

24. In ähnlicher Weise werden die Gleichungen für $a_{n\cdot2}, b_{n\cdot2}, c_{n\cdot2}$ gelöst; sie enthalten aber noch die Grösse $\mathfrak{c} = \frac{\varkappa_1}{\eta'}$, so dass die Gleichungen 136), 137) gleichzeitig heranzuziehen sind. Auch die Grösse ς findet sich hierbei, soweit sie nicht von den Gliedern höherer Grade abhängt. Ich habe schon bemerkt, dass die ganze

Rechnung mit dem wahren Werte von ς ausgeführt werden sollte, wie er sich mit Berücksichtigung der Glieder höherer Grade ergibt; zur letzten Ausfeilung der Rechnung wäre es daher ratsam, die Rechnung für mehrere Werte von ς auszuführen, so dass man nach Abschluss des Ganzen die wahren Werte aller Koeffizienten interpoliren kann.

Es ergaben sich die folgenden Resultate:

$\log a_{-7\cdot 2} = 1{,}52_n$	$\log b_{-7\cdot 2} = 0{,}97$	$\log c_{-7\cdot 2} = 1{,}44$
$-a_{-6\cdot 2} = 1{,}38$	$-b_{-6\cdot 2} = 0{,}93_n$	$-c_{-6\cdot 2} = 1{,}27_n$
$-a_{-5\cdot 2} = 1{,}0477$	$-b_{-5\cdot 2} = 0{,}7372_n$	$-c_{-5\cdot 2} = 1{,}1408_n$
$-a_{-4\cdot 2} = 0{,}6018_n$	$-b_{-4\cdot 2} = 0{,}4700$	$-c_{-4\cdot 2} = 0{,}6798$
$-a_{-3\cdot 2} = 0{,}475032_n$	$-b_{-3\cdot 2} = 0{,}715993$	$-c_{-3\cdot 2} = 0{,}877830$
$-a_{-2\cdot 2} = 0{,}43816_n$	$-b_{-2\cdot 2} = 0{,}44655_n$	$-c_{-2\cdot 2} = 0{,}78779_n$
$-a_{-1\cdot 2} = 0{,}2642084$	$-b_{-1\cdot 2} = 0{,}0556463_n$	$-c_{-1\cdot 2} = 0{,}4061650$
$-a_{0\cdot 2} = 9{,}89573_n$	$-b_{0\cdot 2} = -\infty$	$-c_{0\cdot 2} = 0{,}30309$
$-a_{1\cdot 2} = 9{,}591265$	$-b_{1\cdot 2} = 9{,}758632_n$	$-c_{1\cdot 2} = 9{,}892606$
$-a_{2\cdot 2} = 9{,}8543$	$-b_{2\cdot 2} = 9{,}6876_n$	$-c_{2\cdot 2} = 9{,}8229$
$-a_{3\cdot 2} = 0{,}1464_n$	$-b_{3\cdot 2} = 9{,}8156$	$-c_{3\cdot 2} = 0{,}1872_n$
$-a_{4\cdot 2} = 0{,}57_n$	$-b_{4\cdot 2} = 0{,}10$	$-c_{4\cdot 2} = 0{,}40_n$
$-a_{5\cdot 2} = 0{,}61$	$-b_{5\cdot 2} = 0{,}05_n$	$-c_{5\cdot 2} = 0{,}50$

$$\log \beta = 0{,}4842695 \qquad \log \varsigma = 7{,}92922$$
$$-\beta' = 0{,}48291_n \qquad -\mathfrak{c} = 9{,}99864.$$

Ich beschliesse hiermit die vorliegende Arbeit, obwohl ein grosser Teil der Glieder zweiten Grades schon berechnet ist; es wird sich aber empfehlen, für die weitere Rechnung die Entwicklungen noch etwas anders zu gestalten, um auch für die Glieder höherer Grade alle wünschenswerte Schärfe zu erreichen. Ich hoffe hierüber ein andermal zu berichten.

Göttingen, im Juli 1904.

Anhang.

Tafel 1 (s. Seite 48).

$$q_{0\cdot0} = 0$$

$$p_{0\cdot0\cdot0} = p_{0\cdot0}\mu^2 = \{f_{0\cdot0}B_{0\cdot0} + (2f_{0\cdot2}B_{2\cdot0} + g_{0\cdot0}B_{0\cdot1} + 2g_{0\cdot2}B_{2\cdot1})\mu^2 + (h_{0\cdot0}B_{0\cdot2} + 2h_{0\cdot2}B_{2\cdot2})\mu^4 + 2g_{0\cdot1}B_{1\cdot1}\mu\alpha^2 + (k_0B_{0\cdot3} + 2k_2'B_{2\cdot3})\mu^6 + (2f_{0\cdot1}B_{1\cdot0} + 2f_{0\cdot3}B_{3\cdot0} + 2g_{0\cdot3}B_{3\cdot1})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{1\cdot0\cdot0} = p_{1\cdot0}\mu^2\alpha = \{f_{1\cdot0}B_{1\cdot0} + (g_{1\cdot1}B_{0\cdot1} + g_{1\cdot1}'B_{2\cdot1})\mu + (f_{1\cdot1}B_{0\cdot0} + f_{1\cdot1}'B_{2\cdot0} \pm f_{1\cdot2}B_{1\cdot0} + f_{1\cdot2}'B_{3\cdot0} \pm f_{1\cdot3}B_{2\cdot0} + g_{1\cdot0}B_{1\cdot1} \pm g_{1\cdot2}B_{1\cdot1} + g_{1\cdot2}'B_{3\cdot1} \pm g_{1\cdot3}B_{2\cdot1})\mu^2 + (h_{1\cdot1}B_{0\cdot2} + h_{1\cdot1}'B_{2\cdot2} \pm h_{1\cdot3}B_{2\cdot2})\mu^3 + (\pm f_{1\cdot4}B_{3\cdot0} \pm g_{1\cdot4}B_{3\cdot1} + h_{1\cdot0}B_{1\cdot2} \pm h_{1\cdot2}B_{1\cdot2} + h_{1\cdot2}'B_{3\cdot2} \pm h_{1\cdot4}B_{3\cdot2})\mu^4 + (k_1B_{0\cdot3} + k_1'B_{2\cdot3} \pm k_3B_{2\cdot3})\mu^5\}\mu^2\alpha$$

$$p_{2\cdot0\cdot0} = p_{2\cdot0}\mu^2 = \{f_{2\cdot0}B_{2\cdot0} + (f_{2\cdot2}B_{0\cdot0} + g_{2\cdot0}B_{2\cdot1} + g_{2\cdot2}B_{0\cdot1})\mu^2 + (\pm f_{2\cdot4}B_{2\cdot0} \pm g_{2\cdot4}B_{2\cdot1} + h_{2\cdot0}B_{2\cdot2} + h_{2\cdot2}B_{0\cdot2} \pm h_{2\cdot4}B_{2\cdot2})\mu^4 + (g_{2\cdot1}B_{1\cdot1} + g_{2\cdot1}'B_{3\cdot1})\mu\alpha^2 + (k_0B_{2\cdot3} + k_2B_{0\cdot3} \pm k_4B_{2\cdot3})\mu^6 + (f_{2\cdot1}B_{1\cdot0} \pm f_{2\cdot3}B_{1\cdot0} + f_{2\cdot1}'B_{3\cdot0} + f_{2\cdot2}'B_{4\cdot0} \pm g_{2\cdot3}B_{1\cdot1} + g_{2\cdot2}'B_{4\cdot1})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{3\cdot0\cdot0} = p_{3\cdot0}\mu^2\alpha = \{f_{3\cdot0}B_{3\cdot0} + g_{3\cdot1}B_{2\cdot1}\mu + (f_{3\cdot1}B_{2\cdot0} + f_{3\cdot2}B_{1\cdot0} + f_{3\cdot3}B_{0\cdot0} + g_{3\cdot0}B_{3\cdot1} + g_{3\cdot2}B_{1\cdot1} + g_{3\cdot3}B_{0\cdot1})\mu^2 + (h_{3\cdot1}B_{2\cdot2} + h_{3\cdot3}B_{0\cdot2})\mu^3 + (\pm f_{3\cdot4}B_{1\cdot0} \pm f_{3\cdot5}B_{2\cdot0} \pm g_{3\cdot4}B_{1\cdot1} \pm g_{3\cdot5}B_{2\cdot1} + h_{3\cdot0}B_{3\cdot2} + h_{3\cdot2}B_{1\cdot2} \pm h_{3\cdot4}B_{1\cdot2} \pm h_{3\cdot5}B_{2\cdot2})\mu^4\}\mu^2\alpha$$

$$p_{4\cdot0\cdot0} = p_{4\cdot0}\mu^4 = \{f_{4\cdot2}B_{2\cdot0} + g_{4\cdot2}B_{2\cdot1} + (f_{4\cdot4}B_{0\cdot0} + g_{4\cdot4}B_{0\cdot1} + h_{4\cdot2}B_{2\cdot2} + h_{4\cdot4}B_{0\cdot2})\mu^2 + f_{4\cdot0}B_{4\cdot0}\frac{\alpha^2}{\mu^2} + g_{4\cdot1}B_{3\cdot1}\frac{\alpha^2}{\mu} + (\pm f_{4\cdot6}B_{2\cdot0} \pm g_{4\cdot6}B_{2\cdot1} \pm h_{4\cdot6}B_{2\cdot2} + k_2B_{2\cdot3} + k_4B_{0\cdot3} \pm k_6B_{2\cdot3})\mu^4 + (f_{4\cdot1}B_{3\cdot0} + f_{4\cdot3}B_{1\cdot0} + g_{4\cdot0}B_{4\cdot1} + g_{4\cdot3}B_{1\cdot1})\alpha^2\}\mu^4$$

$$p_{5\cdot0\cdot0} = p_{5\cdot0}\mu^4\alpha = \left\{f_{5\cdot2}B_{3\cdot0} + f_{5\cdot3}B_{2\cdot0} + g_{5\cdot2}B_{3\cdot1} + g_{5\cdot3}B_{2\cdot1} + h_{5\cdot3}B_{2\cdot2}\mu + (f_{5\cdot4}B_{1\cdot0} + f_{5\cdot5}B_{0\cdot0} + g_{5\cdot4}B_{1\cdot1} + g_{5\cdot5}B_{0\cdot1} + h_{5\cdot2}B_{3\cdot2} + h_{5\cdot4}B_{1\cdot2} + h_{5\cdot5}B_{0\cdot2})\mu^2 + f_{5\cdot0}B_{5\cdot0}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^4\alpha$$

$$p_{6\cdot0\cdot0} = p_{6\cdot0}\mu^6 = \Big\{f_{6\cdot4}B_{2\cdot0} + g_{6\cdot4}B_{2\cdot1} + h_{6\cdot4}B_{2\cdot2} + (f_{6\cdot6}B_{0\cdot0} + g_{6\cdot6}B_{0\cdot1} + h_{6\cdot6}B_{0\cdot2} + k_4 B_{2\cdot3} + k_6 B_{0\cdot3})\mu^2 + (f_{6\cdot2}B_{4\cdot0} + f_{6\cdot3}B_{3\cdot0} + g_{6\cdot2}B_{4\cdot1} + g_{6\cdot3}B_{3\cdot1})\frac{\alpha^2}{\mu^2}\Big\}\mu^6$$

$$q_{-n\cdot0\cdot0} = -q_{n\cdot0\cdot0}, \qquad p_{-n\cdot0\cdot0} = p_{n\cdot0\cdot0}.$$

Tafel 2 (s. Seite 49).

$$q'_{0\cdot0} = 0$$

$$q'_{1\cdot0\cdot0} = q'_{1\cdot0}\mu^2\alpha = \{(1+a_0\mu^2)q_{1\cdot0} + (a_1 q_{2\cdot0} - a_2 q_{1\cdot0} + a_2 q_{3\cdot0} - a_3 q_{2\cdot0})\mu^2 + (a_3 q_{4\cdot0} - a_4 q_{3\cdot0})\mu^4\}\mu^2\alpha$$

$$q'_{2\cdot0\cdot0} = q'_{2\cdot0}\mu^2 = \{(1+a_0\mu^2)q_{2\cdot0} + (a_2 q_{4\cdot0} - a_4 q_{2\cdot0})\mu^4 + (a_1 q_{1\cdot0} + a_1 q_{3\cdot0} - a_3 q_{1\cdot0})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$q'_{3\cdot0\cdot0} = q'_{3\cdot0}\mu^2\alpha = \{(1+a_0\mu^2)q_{3\cdot0} + (a_1 q_{2\cdot0} + a_2 q_{1\cdot0})\mu^2 + (a_1 q_{4\cdot0} + a_2 q_{5\cdot0} - a_4 q_{1\cdot0} - a_5 q_{2\cdot0})\mu^4\}\mu^2\alpha$$

$$q'_{4\cdot0\cdot0} = q'_{4\cdot0}\mu^4 = \{(1+a_0\mu^2)q_{4\cdot0} + a_2 q_{2\cdot0} + (a_2 q_{6\cdot0} - a_6 q_{2\cdot0})\mu^4 + (a_1 q_{3\cdot0} + a_3 q_{1\cdot0})\alpha^2\}\mu^4$$

$$q'_{5\cdot0\cdot0} = q'_{5\cdot0}\mu^4\alpha = \{(1+a_0\mu^2)q_{5\cdot0} + a_2 q_{3\cdot0} + a_3 q_{2\cdot0} + (a_1 q_{4\cdot0} + a_3 q_{1\cdot0})\mu^2\}\mu^4\alpha$$

$$q'_{6\cdot0\cdot0} = q'_{6\cdot0}\mu^6 = \Big\{(1+a_0\mu^2)q_{6\cdot0} + a_2 q_{4\cdot0} + a_4 q_{2\cdot0} + a_3 q_{3\cdot0}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\Big\}\mu^6$$

$$q'_{-n\cdot0\cdot0} = -q'_{n\cdot0\cdot0}.$$

Tafel 3 (s. Seite 49).

$$p'_{0\cdot0\cdot0} = p'_{0\cdot0}\mu^2 = -2(1-\delta_2)\Big\{2b_2 q_{2\cdot0} + b_1 q_{1\cdot0}\frac{\alpha^2}{\mu} + 4b_4 q_{4\cdot0}\mu^4 + 3b_3 q_{3\cdot0}\alpha^2\Big\}\mu^2$$

$$p'_{1\cdot0\cdot0} = p'_{1\cdot0}\mu^2\alpha = -(1-\delta_2)\{b_1 q_{2\cdot0} + (2b_2 q_{1\cdot0} + 2b_2 q_{3\cdot0} + 3b_3 q_{2\cdot0})\mu + (3b_3 q_{4\cdot0} + 4b_4 q_{3\cdot0})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$p'_{2\cdot0\cdot0} = p'_{2\cdot0}\mu^2 = -(1-\delta_2)\Big\{2b_2 q_{4\cdot0} + 4b_4 q_{2\cdot0} + (-b_1 q_{1\cdot0} + b_1 q_{3\cdot0})\frac{\alpha^2}{\mu^3} + 3b_3 q_{1\cdot0}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\Big\}\mu^2$$

$$p'_{3\cdot0\cdot0} = p'_{3\cdot0}\mu^2\alpha = (1-\delta_2)\{b_1 q_{2\cdot0} + 2b_2 q_{1\cdot0}\mu - b_1 q_{4\cdot0}\mu^2 - (2b_2 q_{5\cdot0} + 4b_4 q_{1\cdot0} + 5b_5 q_{2\cdot0})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$p'_{4\cdot0\cdot0} = p'_{4\cdot0}\mu^4 = (1-\delta_2)\Big\{2b_2 q_{2\cdot0} + b_1 q_{3\cdot0}\frac{\alpha^2}{\mu} - (2b_2 q_{6\cdot0} + 6b_6 q_{2\cdot0})\mu^4 + 3b_3 q_{1\cdot0}\alpha^2\Big\}\mu^4$$

$$p'_{5\cdot0\cdot0} = p'_{5\cdot0}\mu^4\alpha = (1-\delta_2)\{2b_2 q_{3\cdot0} + 3b_3 q_{2\cdot0} + b_1 q_{4\cdot0}\mu + 4b_4 q_{1\cdot0}\mu^2\}\mu^4\alpha$$

$$p'_{5\cdot0\cdot0} = p'_{6\cdot0}\mu^6 = (1-\delta_2)\Big\{2b_2 q_{4\cdot0} + 4b_4 q_{2\cdot0} + 3b_3 q_{3\cdot0}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\Big\}\mu^6$$

$$p'_{-n\cdot0\cdot0} = p'_{n\cdot0\cdot0}.$$

Tafel 4 (s. Seite 49).

$$t_{0\cdot0\cdot0} = t_{0\cdot0}\mu^2 = \{p_{0\cdot0}+p'_{0\cdot0}\mu^2\}\mu^2$$

$$t_{1\cdot0\cdot0} = t_{1\cdot0}\mu^2\alpha = \{p_{1\cdot0}+p'_{1\cdot0}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t_{4\cdot0\cdot0} = t_{4\cdot0}\mu^4 = \{p_{4\cdot0}+p'_{4\cdot0}\}\mu^4$$

$$t_{2\cdot0\cdot0} = t_{2\cdot0}\mu^2 = \{p_{2\cdot0}+p'_{2\cdot0}\mu^4\}\mu^2 \qquad t_{5\cdot0\cdot0} = t_{5\cdot0}\mu^4\alpha = \{p_{5\cdot0}+p'_{5\cdot0}\}\mu^4\alpha$$

$$t_{3\cdot0\cdot0} = t_{3\cdot0}\mu^2\alpha = \{p_{3\cdot0}+p'_{3\cdot0}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t_{6\cdot0\cdot0} = t_{6\cdot0}\mu^6 = \{p_{6\cdot0}+p'_{6\cdot0}\}\mu^6$$

$$t_{-n\cdot0\cdot0} = t_{n\cdot0\cdot0}.$$

Tafel 5 (s. Seite 51).

$$r_{0\cdot i\cdot0} = r_{0\cdot i}\mu^2 = \left\{-ib_0+\frac{i(i+1)}{2}d_0\mu^2-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_0\mu^4+\frac{i(i+1)(i+2)(i+3)}{24}d''_0\mu^6\right\}\mu^2$$

$$r_{1\cdot i\cdot0} = r_{1\cdot i}\mu\alpha = \left\{-ib_1+\frac{i(i+1)}{2}d_1\mu^2-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_1\mu^4\right\}\mu\alpha$$

$$r_{2\cdot i\cdot0} = r_{2\cdot i}\mu^2 = \left\{-ib_2+\frac{i(i+1)}{2}d_2\mu^2-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_2\mu^4+\frac{i(i+1)(i+2)(i+3)}{24}d''_2\mu^6\right\}\mu^2$$

$$r_{3\cdot i\cdot0} = r_{3\cdot i}\mu^2\alpha = \left\{-ib_3+\frac{i(i+1)}{2}d_3\mu-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_3\mu^3\right\}\mu^2\alpha$$

$$r_{4\cdot i\cdot0} = r_{4\cdot i}\mu^4 = \left\{-ib_4+\frac{i(i+1)}{2}d_4-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_4\mu^2+\frac{i(i+1)(i+2)(i+3)}{24}d''_4\mu^4\right\}\mu^4$$

$$r_{5\cdot i\cdot0} = r_{5\cdot i}\mu^4\alpha = \left\{-ib_5+\frac{i(i+1)}{2}d_5-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_5\mu\right\}\mu^4\alpha$$

$$r_{6\cdot i\cdot0} = r_{6\cdot i}\mu^6 = \left\{-ib_6+\frac{i(i+1)}{2}d_6-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_6+\frac{i(i+1)(i+2)(i+3)}{24}d''_6\mu^2\right\}\mu^6$$

$$r_{7\cdot i\cdot0} = r_{7\cdot i}\mu^6\alpha = \left\{-ib_7+\frac{i(i+1)}{2}d_7-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_7\right\}\mu^6\alpha$$

$$r_{8\cdot i\cdot0} = r_{8\cdot i}\mu^8 = \left\{-ib_8+\frac{i(i+1)}{2}d_8-\frac{i(i+1)(i+2)}{6}d'_8+\frac{i(i+1)(i+2)(i+3)}{24}d''_8\right\}\mu^8.$$

Tafel 6 (s. Seite 52).

$$s_{0\cdot i\cdot0} = s_{0\cdot i}\mu^2 = \{a_0+(1+a_0\mu^2)r_{0\cdot i}+2a_2r_{2\cdot i}\mu^2+2a_1r_{1\cdot i}\mu\alpha^2+2a_4r_{4\cdot i}\mu^6+2a_3r_{3\cdot i}\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$s_{1\cdot i\cdot0} = s_{1\cdot i}\mu\alpha = \{(1+a_0\mu^2)r_{1\cdot i}+a_1\mu+a_2r_{1\cdot i}\mu^2+(a_1r_{0\cdot i}+a_1r_{2\cdot i}+a_2r_{3\cdot i}+a_3r_{2\cdot i})\mu^3+(a_3r_{4\cdot i}+a_4r_{3\cdot i})\mu^5\}\mu\alpha$$

$$s_{2\cdot i\cdot0} = s_{2\cdot i}\mu^2 = \{a_2+(1+a_0\mu^2)r_{2\cdot i}+a_2r_{0\cdot i}\mu^2+(a_2r_{4\cdot i}+a_4r_{2\cdot i})\mu^4+(a_1r_{1\cdot i}+a_3r_{1\cdot i})\mu\alpha^2+a_1r_{3\cdot i}\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$s_{3\cdot i\cdot0} = s_{3\cdot i}\mu^2\alpha = \{a_3+(1+a_0\mu^2)r_{3\cdot i}+a_2r_{1\cdot i}\mu+(a_1r_{2\cdot i}+a_3r_{0\cdot i})\mu^2+a_4r_{1\cdot i}\mu^3+(a_1r_{4\cdot i}+a_2r_{5\cdot i}+a_5r_{2\cdot i})\mu^4+\mu^2\alpha$$

$$s_{4\cdot i\cdot0} = s_{4\cdot i}\mu^4 = \left\{a_4+(1+a_0\mu^2)r_{4\cdot i}+a_2r_{2\cdot i}+a_4r_{0\cdot i}\mu^2+a_3r_{1\cdot i}\frac{\alpha^2}{\mu}+(a_2r_{6\cdot i}+a_6r_{2\cdot i})\mu^4+a_1r_{3\cdot i}\alpha^2\right\}\mu^4$$

$$s_{5\cdot i\cdot0} = s_{5\cdot i}\mu^4\alpha = \{a_5+(1+a_0\mu^2)r_{5\cdot i}+a_2r_{3\cdot i}+a_3r_{2\cdot i}+a_4r_{1\cdot i}\mu+(a_1r_{1\cdot i}+a_5r_{0\cdot i})\mu^2\}\mu^4\alpha$$

$$s_{6\cdot i\cdot0} = s_{6\cdot i}\mu^6 = \left\{a_6+(1+a_0\mu^2)r_{6\cdot i}+a_2r_{4\cdot i}+a_4r_{2\cdot i}+a_6r_{0\cdot i}\mu^2+a_3r_{3\cdot i}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^6$$

$$s_{7\cdot i\cdot0} = s_{7\cdot i}\mu^6\alpha = \{a_7+r_{7\cdot i}+a_2r_{5\cdot i}+a_3r_{4\cdot i}+a_4r_{3\cdot i}+a_5r_{2\cdot i}\}\mu^6\alpha$$

$$s_{8\cdot i\cdot0} = s_{8\cdot i}\mu^8 = \{a_8+r_{8\cdot i}+a_2r_{6\cdot i}+a_4r_{4\cdot i}+a_6r_{2\cdot i}\}\mu^8.$$

Tafel 7 (s. Seite 60).

$$q_{0\cdot1\cdot0} = q_{0\cdot1}\mu^4 = \Big\{f_{0\cdot2}A_{-2\cdot6}+f'_{0\cdot2}A_{2\cdot6}+g_{0\cdot2}A_{-2\cdot7}+g'_{0\cdot2}A_{2\cdot7}+(h_{0\cdot2}A_{-2\cdot8}+h'_{0\cdot2}A_{2\cdot8})\mu^2$$
$$+(g_{0\cdot1}A_{-1\cdot7}+g'_{0\cdot1}A_{1\cdot7})\frac{\alpha^2}{\mu}+(k_2A_{-2\cdot9}+k'_2A_{2\cdot9})\mu^4$$
$$+(f_{0\cdot1}A_{-1\cdot6}+f'_{0\cdot1}A_{1\cdot6}+f_{0\cdot3}A_{-3\cdot6}+f'_{0\cdot3}A_{3\cdot6}+g_{0\cdot3}A_{-3\cdot7}+g'_{0\cdot3}A_{3\cdot7})\alpha^2$$
$$+(h_{0\cdot1}A_{-1\cdot8}+h'_{0\cdot1}A_{1\cdot8}+h_{0\cdot3}A_{-3\cdot8}+h'_{0\cdot3}A_{3\cdot8})\mu\alpha^2\Big\}\mu^4$$

$$p_{-6\cdot1\cdot0} = p_{-6\cdot1}\mu^6 = \{f_{6\cdot4}B_{-2\cdot6}+g_{6\cdot4}B_{-2\cdot7}+h_{6\cdot4}B_{-2\cdot8}\}\mu^6$$

$$p_{-5\cdot1\cdot0} = p_{-5\cdot1}\mu^4\alpha = \{f_{5\cdot2}B_{-3\cdot6}+f_{5\cdot3}B_{-2\cdot6}+g_{5\cdot2}B_{-3\cdot7}+g_{5\cdot3}B_{-2\cdot7}+h_{5\cdot3}B_{-2\cdot8}\mu\}\mu^4\alpha$$

$$p_{-4\cdot1\cdot0} = p_{-4\cdot1}\mu^4 = \Big\{f_{4\cdot2}B_{-2\cdot6}+g_{4\cdot2}B_{-2\cdot7}+(f_{4\cdot4}B_{0\cdot6}+g_{4\cdot4}B_{0\cdot7}+h_{4\cdot2}B_{-2\cdot8}+h_{4\cdot4}B_{0\cdot8})\mu^2$$
$$+f_{4\cdot0}B_{-4\cdot6}\frac{\alpha^2}{\mu^2}+g_{4\cdot1}B_{-3\cdot7}\frac{\alpha^2}{\mu}\Big\}\mu^4$$

$$p_{-3\cdot1\cdot0} = p_{-3\cdot1}\mu^2\alpha = \{f_{3\cdot0}B_{-3\cdot6}+g_{3\cdot1}B_{-2\cdot7}\mu+(f_{3\cdot1}B_{-2\cdot6}+f_{3\cdot2}B_{-1\cdot6}+f_{3\cdot3}B_{0\cdot6}+g_{3\cdot0}B_{-3\cdot7}$$
$$+g_{3\cdot2}B_{-1\cdot7}+g_{3\cdot3}B_{0\cdot7})\mu^2+(h_{3\cdot1}B_{-2\cdot8}+h_{3\cdot3}B_{0\cdot8})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$p_{-2\cdot1\cdot0} = p_{-2\cdot1}\mu^2 = \{f_{2\cdot0}B_{-2\cdot6}+(f_{2\cdot2}B_{0\cdot6}+g_{2\cdot0}B_{-2\cdot7}+g_{2\cdot2}B_{0\cdot7})\mu^2$$
$$+(f_{2\cdot4}B_{2\cdot6}+g_{2\cdot4}B_{2\cdot7}+h_{2\cdot0}B_{-2\cdot8}+h_{2\cdot2}B_{0\cdot8}+h_{2\cdot4}B_{2\cdot8})\mu^4$$
$$+(g'_{2\cdot1}B_{-3\cdot7}+g_{2\cdot1}B_{-1\cdot7})\mu\alpha^2+(k_0B_{-2\cdot9}+k_2B_{0\cdot9}+k_4B_{2\cdot9})\mu^6$$
$$+(f'_{2\cdot1}B_{-3\cdot6}+f'_{2\cdot2}B_{-1\cdot6}+f_{2\cdot1}B_{-1\cdot6}+f_{2\cdot3}B_{1\cdot6}$$
$$+g'_{2\cdot2}B_{-4\cdot7}+g_{2\cdot3}B_{1\cdot7})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{-1\cdot1\cdot0} = p_{-1\cdot1}\mu^2\alpha = \{f_{1\cdot0}B_{-1\cdot6}+(g'_{1\cdot1}B_{-2\cdot7}+g_{1\cdot1}B_{0\cdot7})\mu+(f'_{1\cdot1}B_{-2\cdot6}+f_{1\cdot1}B_{0\cdot6}+f'_{1\cdot2}B_{-3\cdot6}$$
$$+f_{1\cdot2}B_{1\cdot6}+f_{1\cdot3}B_{2\cdot6}+g_{1\cdot0}B_{-1\cdot7}+g'_{1\cdot2}B_{-3\cdot7}+g_{1\cdot2}B_{1\cdot7}+g_{1\cdot3}B_{2\cdot7})\mu^2$$
$$+(h'_{1\cdot1}B_{-2\cdot8}+h_{1\cdot1}B_{0\cdot8}+h_{1\cdot3}B_{2\cdot8})\mu^3$$
$$+(f_{1\cdot4}B_{3\cdot6}+g_{1\cdot4}B_{3\cdot7}+h_{1\cdot0}B_{-1\cdot8}+h'_{1\cdot2}B_{-3\cdot8}+h_{1\cdot2}B_{1\cdot8}+h_{1\cdot4}B_{3\cdot8})\mu^4$$
$$+(k_1B_{-2\cdot9}+k_1B_{0\cdot9}+k_3B_{2\cdot9})\mu^5\}\mu^2\alpha$$

$$p_{0\cdot1\cdot0} = p_{0\cdot1}\mu^2 = \{f_{0\cdot0}B_{0\cdot6}+(f_{0\cdot2}B_{-2\cdot6}+f'_{0\cdot2}B_{2\cdot6}+g_{0\cdot0}B_{0\cdot7}+g_{0\cdot2}B_{-2\cdot7}+g'_{0\cdot2}B_{2\cdot7})\mu^2$$
$$+(h_{0\cdot0}B_{0\cdot8}+h_{0\cdot2}B_{-2\cdot8}+h'_{0\cdot2}B_{2\cdot8})\mu^4$$
$$+(g_{0\cdot1}B_{-1\cdot7}+g'_{0\cdot1}B_{1\cdot7})\mu\alpha^2+(k_0B_{0\cdot9}+k_2B_{-2\cdot9}+k'_2B_{2\cdot9})\mu^6$$
$$+(f_{0\cdot1}B_{-1\cdot6}+f'_{0\cdot1}B_{1\cdot6}+f_{0\cdot3}B_{-3\cdot6}+f'_{0\cdot3}B_{3\cdot6}+g_{0\cdot3}B_{-3\cdot7}+g'_{0\cdot3}B_{3\cdot7})\mu^2\alpha^2$$
$$+(h_{0\cdot1}B_{-1\cdot8}+h'_{0\cdot1}B_{1\cdot8}+h_{0\cdot3}B_{-3\cdot8}+h'_{0\cdot3}B_{3\cdot8})\mu^3\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{1\cdot1\cdot0} = p_{1\cdot1}\mu^2\alpha = \{f_{1\cdot0}B_{1\cdot6}+(g_{1\cdot1}B_{0\cdot7}+g'_{1\cdot1}B_{2\cdot7})\mu+(f_{1\cdot1}B_{0\cdot6}+f'_{1\cdot1}B_{2\cdot6}+f_{1\cdot2}B_{-1\cdot6}$$
$$+f'_{1\cdot2}B_{3\cdot6}+f_{1\cdot3}B_{-2\cdot6}+g_{1\cdot0}B_{1\cdot7}+g_{1\cdot2}B_{-1\cdot7}+g'_{1\cdot2}B_{3\cdot7}+g_{1\cdot3}B_{-2\cdot7})\mu^2$$
$$+(h_{1\cdot1}B_{0\cdot8}+h'_{1\cdot1}B_{2\cdot8}+h_{1\cdot3}B_{-2\cdot8})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$p_{2\cdot1\cdot0} = p_{2\cdot1}\mu^2 = \{f_{2\cdot0}B_{2\cdot6}+(f_{2\cdot2}B_{0\cdot6}+g_{2\cdot0}B_{2\cdot7}+g_{2\cdot2}B_{0\cdot7})\mu^2+(f_{2\cdot4}B_{-2\cdot6}+g_{2\cdot4}B_{-2\cdot7}$$
$$+h_{2\cdot0}B_{2\cdot8}+h_{2\cdot2}B_{0\cdot8}+h_{2\cdot4}B_{-2\cdot8})\mu^4+(g_{2\cdot1}B_{1\cdot7}+g'_{2\cdot1}B_{3\cdot7})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{3\cdot1\cdot0} = p_{3\cdot1}\mu^2\alpha = \{f_{3\cdot0}B_{3\cdot6} + g_{3\cdot1}B_{2\cdot7}\mu + (f_{3\cdot1}B_{2\cdot6} + f_{3\cdot2}B_{1\cdot6} + f_{3\cdot3}B_{0\cdot6} + g_{3\cdot0}B_{3\cdot7} + g_{3\cdot2}B_{1\cdot7} + g_{3\cdot3}B_{0\cdot7})\mu^2 + (h_{3\cdot1}B_{2\cdot8} + h_{3\cdot3}B_{0\cdot8})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$p_{4\cdot1\cdot0} = p_{4\cdot1}\mu^4 = \left\{f_{4\cdot2}B_{2\cdot6} + g_{4\cdot2}B_{2\cdot7} + (f_{4\cdot4}B_{0\cdot6} + g_{4\cdot4}B_{0\cdot7} + h_{4\cdot2}B_{2\cdot8} + h_{4\cdot4}B_{0\cdot8})\mu^2 + f_{4\cdot0}B_{4\cdot6}\frac{\alpha^2}{\mu^2} + g_{4\cdot1}B_{3\cdot7}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$p_{5\cdot1\cdot0} = p_{5\cdot1}\mu^4\alpha = \{f_{5\cdot2}B_{3\cdot6} + f_{5\cdot3}B_{2\cdot6} + g_{5\cdot2}B_{3\cdot7} + g_{5\cdot3}B_{2\cdot7} + h_{5\cdot3}B_{2\cdot8}\mu\}\mu^4\alpha$$

$$p_{6\cdot1\cdot0} = p_{6\cdot1}\mu^6 = \{f_{6\cdot4}B_{2\cdot6} + g_{6\cdot4}B_{2\cdot7} + h_{6\cdot4}B_{2\cdot8}\}\mu^6$$

$$q_{-1\cdot0\cdot1} = q_{-1\cdot2}\mu^4 = \left\{f'_{1\cdot2}A_{-3\cdot11} + f_{1\cdot2}A_{1\cdot11} + g'_{1\cdot2}A_{-3\cdot12} + g_{1\cdot2}A_{1\cdot12} + (h'_{1\cdot2}A_{-3\cdot13} + h_{1\cdot2}A_{1\cdot13})\mu^2 + (g'_{1\cdot1}A_{-2\cdot12} + g_{1\cdot1}A_{0\cdot12})\frac{\alpha^2}{\mu} + (k_2A_{1\cdot14} + k'_2A_{-3\cdot14})\mu^4 + (f'_{1\cdot1}A_{-2\cdot11} + f_{1\cdot1}A_{0\cdot11} + f'_{1\cdot3}A_{-4\cdot11} + f_{1\cdot3}A_{2\cdot11} + g'_{1\cdot3}A_{-4\cdot12} + g_{1\cdot3}A_{2\cdot12})\alpha^2 + (h'_{1\cdot1}A_{-2\cdot13} + h_{1\cdot1}A_{0\cdot13} + h'_{1\cdot3}A_{-4\cdot13} + h_{1\cdot3}A_{2\cdot13})\mu\alpha^2\right\}\mu^4$$

$$p_{-7\cdot0\cdot1} = p_{-7\cdot2}\mu^6 = \{f_{7\cdot4}B_{-3\cdot11} + g_{7\cdot4}B_{-3\cdot12} + h_{7\cdot4}B_{-3\cdot13}\}\mu^6$$

$$p_{-6\cdot0\cdot1} = p_{-6\cdot2}\mu^4\alpha = \{f_{6\cdot2}B_{-4\cdot11} + f_{6\cdot3}B_{-3\cdot11} + g_{6\cdot2}B_{-4\cdot12} + g_{6\cdot3}B_{-3\cdot12} + h_{6\cdot3}B_{-3\cdot13}\mu\}\mu^4\alpha$$

$$p_{-5\cdot0\cdot1} = p_{-5\cdot2}\mu^4 = \left\{f_{5\cdot2}B_{-3\cdot11} + g_{5\cdot2}B_{-3\cdot12} + (f_{5\cdot4}B_{-1\cdot11} + g_{5\cdot4}B_{-1\cdot12} + h_{5\cdot2}B_{-3\cdot13} + h_{5\cdot4}B_{-1\cdot13})\mu^2 + f_{5\cdot0}B_{-5\cdot11}\frac{\alpha^2}{\mu^2} + g_{5\cdot1}B_{-4\cdot12}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$p_{-4\cdot0\cdot1} = p_{-4\cdot2}\mu^2\alpha = \{f_{4\cdot0}B_{-4\cdot11} + g_{4\cdot1}B_{-3\cdot12}\mu + (f_{4\cdot1}B_{-3\cdot11} + f_{4\cdot2}B_{-2\cdot11} + f_{4\cdot3}B_{-1\cdot11} + g_{4\cdot0}B_{-4\cdot12} + g_{4\cdot2}B_{-2\cdot12} + g_{4\cdot3}B_{-1\cdot12})\mu^2 + (h_{4\cdot1}B_{-3\cdot13} + h_{4\cdot3}B_{-1\cdot13})\mu^2\}\mu^2\alpha$$

$$p_{-3\cdot0\cdot1} = p_{-3\cdot2}\mu^2 = \{f_{3\cdot0}B_{-3\cdot11} + (f_{3\cdot2}B_{-1\cdot11} + g_{3\cdot0}B_{-3\cdot12} + g_{3\cdot2}B_{-1\cdot12})\mu^2 + (f_{3\cdot4}B_{1\cdot11} + g_{3\cdot4}B_{1\cdot12} + h_{3\cdot0}B_{-3\cdot13} + h_{3\cdot2}B_{-1\cdot12} + h_{3\cdot4}B_{1\cdot13})\mu^4 + (g'_{3\cdot1}B_{-4\cdot12} + g_{3\cdot1}B_{-2\cdot12})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{-2\cdot0\cdot1} = p_{-2\cdot2}\mu^2\alpha = \{f_{2\cdot0}B_{-2\cdot11} + (g'_{2\cdot1}B_{-3\cdot12} + g_{2\cdot1}B_{-1\cdot12})\mu + (f'_{2\cdot1}B_{-3\cdot11} + f_{2\cdot1}B_{-1\cdot11} + f'_{2\cdot2}B_{-4\cdot11} + f_{2\cdot2}B_{0\cdot11} + f_{2\cdot3}B_{1\cdot11} + g_{2\cdot0}B_{-2\cdot12} + g'_{2\cdot2}B_{-4\cdot12} + g_{2\cdot2}B_{0\cdot12} + g_{2\cdot3}B_{1\cdot12})\mu^2 + (h'_{2\cdot1}B_{-3\cdot13} + h_{2\cdot1}B_{-1\cdot13} + h_{2\cdot3}B_{1\cdot13})\mu^3 + (f_{2\cdot4}B_{2\cdot11} + g_{2\cdot4}B_{2\cdot12} + h_{2\cdot0}B_{-2\cdot13} + h'_{2\cdot2}B_{-4\cdot13} + h_{2\cdot2}B_{0\cdot13} + h_{2\cdot4}B_{2\cdot13})\mu^4\}\mu^2\alpha$$

$$p_{-1\cdot0\cdot1} = p_{-1\cdot2}\mu^2 = \{f_{1\cdot0}B_{-1\cdot11} + (f'_{1\cdot2}B_{-3\cdot11} + f_{1\cdot2}B_{1\cdot11} + g_{1\cdot0}B_{-1\cdot12} + g'_{1\cdot2}B_{-3\cdot12} + g_{1\cdot2}B_{1\cdot12})\mu^2 + (h_{1\cdot0}B_{-1\cdot13} + h'_{1\cdot2}B_{-3\cdot13} + h_{1\cdot2}B_{1\cdot13})\mu^4 + (g'_{1\cdot1}B_{-2\cdot12} + g_{1\cdot1}B_{0\cdot12})\mu\alpha^2 + (k_0B_{-1\cdot14} + k_2B_{1\cdot14} + k'_2B_{-3\cdot14})\mu^6 + (f'_{1\cdot1}B_{-2\cdot11} + f_{1\cdot1}B_{0\cdot11} + f'_{1\cdot3}B_{-4\cdot11} + f_{1\cdot3}B_{2\cdot11} + g'_{1\cdot3}B_{-4\cdot12} + g_{1\cdot3}B_{2\cdot12})\mu^2\alpha^2 + (h'_{1\cdot1}B_{-2\cdot13} + h_{1\cdot1}B_{0\cdot13} + h'_{1\cdot3}B_{-4\cdot13} + h_{1\cdot3}B_{2\cdot13})\mu^3\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{0\cdot0\cdot1} = p_{0\cdot2}\mu^2\alpha = \{f_{0\cdot0}B_{0\cdot11} + (g_{0\cdot1}B_{-1\cdot12} + g'_{0\cdot1}B_{1\cdot12})\mu + (f_{0\cdot1}B_{-1\cdot11} + f'_{0\cdot1}B_{1\cdot11} + f_{0\cdot2}B_{-2\cdot11} + f'_{0\cdot2}B_{2\cdot11} + f_{0\cdot3}B_{-3\cdot11} + g_{0\cdot0}B_{0\cdot12} + g_{0\cdot2}B_{-2\cdot12} + g'_{0\cdot2}B_{2\cdot12} + g_{0\cdot3}B_{-3\cdot12})\mu^2 + h_{0\cdot1}B_{-1\cdot13} + h'_{0\cdot1}B_{1\cdot13} + h_{0\cdot3}B_{-3\cdot13})\mu^3 + (f_{0\cdot4}B_{-4\cdot11} + g_{0\cdot4}B_{-4\cdot12} + h_{0\cdot0}B_{0\cdot13} + h_{0\cdot2}B_{-2\cdot13} + h'_{0\cdot2}B_{2\cdot13} + h_{0\cdot4}B_{-4\cdot13})\mu^4 + (k_1B_{-1\cdot14} + k'_1B_{1\cdot14} + k_3B_{-3\cdot14})\mu^5\}\mu^2\alpha$$

$$p_{1\cdot0\cdot1} = p_{1\cdot2}\mu^2 = \{f_{1\cdot0}B_{1\cdot11} + (f_{1\cdot2}B_{-1\cdot11} + g_{1\cdot0}B_{1\cdot12} + g_{1\cdot2}B_{-1\cdot12})\mu^2 + (f_{1\cdot4}B_{-3\cdot11} + g_{1\cdot4}B_{-3\cdot12} + h_{1\cdot0}B_{1\cdot13} + h_{1\cdot2}B_{-1\cdot13} + h_{1\cdot4}B_{-3\cdot13})\mu^4 + (g_{1\cdot1}B_{0\cdot12} + g'_{1\cdot1}B_{2\cdot12})\mu\alpha^2\}\mu^2$$

$$p_{2\cdot0\cdot1} = p_{2\cdot2}\mu^2\alpha = \{f_{2\cdot0}B_{2\cdot11} + g_{2\cdot1}B_{1\cdot12}\mu + (f_{2\cdot1}B_{1\cdot11} + f_{2\cdot2}B_{0\cdot11} + f_{2\cdot3}B_{-1\cdot11} + g_{2\cdot0}B_{2\cdot12} + g_{2\cdot2}B_{0\cdot12} + g_{2\cdot3}B_{-1\cdot12})\mu^2 + (h_{2\cdot1}B_{1\cdot13} + h_{2\cdot3}B_{-1\cdot13})\mu^3\}\mu^2\alpha$$

$$p_{3\cdot0\cdot1} = p_{3\cdot2}\mu^4 = \left\{f_{3\cdot2}B_{1\cdot11} + g_{3\cdot2}B_{1\cdot12} + (f_{3\cdot4}B_{-1\cdot11} + g_{3\cdot4}B_{-1\cdot12} + h_{3\cdot2}B_{1\cdot13} + h_{3\cdot4}B_{-1\cdot13})\mu^2 + f_{3\cdot0}B_{3\cdot11}\frac{\alpha^2}{\mu^2} + g_{3\cdot1}B_{2\cdot12}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$p_{4\cdot0\cdot1} = p_{4\cdot2}\mu^4\alpha = \{f_{4\cdot2}B_{2\cdot11} + f_{4\cdot3}B_{1\cdot11} + g_{4\cdot2}B_{2\cdot12} + g_{4\cdot3}B_{1\cdot12} + h_{4\cdot3}B_{1\cdot13}\mu\}\mu^4\alpha$$

$$p_{5\cdot0\cdot1} = p_{5\cdot2}\mu^6 = \{f_{5\cdot4}B_{1\cdot11} + g_{5\cdot4}B_{1\cdot12} + h_{5\cdot4}B_{1\cdot13}\}\mu^6$$

$$q^{1\cdot0}_{0\cdot0\cdot0} = 0$$

$$p^{1\cdot0}_{0\cdot0\cdot0} = p_{0\cdot3}\mu^2 = \{f_{0\cdot0}B_{0\cdot1} + (2f_{0\cdot2}B_{2\cdot1} + 2g_{0\cdot0}B_{0\cdot2} + 4g_{0\cdot2}B_{2\cdot2})\mu^2 + (3h_{0\cdot0}B_{0\cdot3} + 6h_{0\cdot2}B_{2\cdot3})\mu^4 + 4g_{0\cdot1}B_{1\cdot2}\mu\alpha^2 + (4k_0B_{0\cdot4} + 8k_2B_{2\cdot4})\mu^6 + (2f_{0\cdot1}B_{1\cdot1} + 2f_{0\cdot3}B_{3\cdot1} + 4g_{0\cdot3}B_{3\cdot2})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$p^{1\cdot0}_{1\cdot0\cdot0} = p_{1\cdot3}\mu^2\alpha = \{f_{1\cdot0}B_{1\cdot1} + (2g_{1\cdot1}B_{0\cdot2} + 2g'_{1\cdot1}B_{2\cdot2})\mu + (f_{1\cdot1}B_{0\cdot1} + f'_{1\cdot1}B_{2\cdot1} \pm f_{1\cdot2}B_{1\cdot1} + f'_{1\cdot2}B_{3\cdot1} \pm f_{1\cdot3}B_{2\cdot1} + 2g_{1\cdot0}B_{1\cdot2} \pm 2g_{1\cdot2}B_{1\cdot2} + 2g'_{1\cdot2}B_{3\cdot2} \pm 2g_{1\cdot3}B_{2\cdot2})\mu^2 + (3h_{1\cdot1}B_{0\cdot3} + 3h'_{1\cdot1}B_{2\cdot3} \pm 3h_{1\cdot3}B_{2\cdot3})\mu^3 + (\pm f_{1\cdot4}B_{3\cdot1} \pm 2g_{1\cdot4}B_{3\cdot2} + 3h_{1\cdot0}B_{1\cdot3} \pm 3h_{1\cdot2}B_{1\cdot3} + 3h'_{1\cdot2}B_{3\cdot3} \pm 3h_{1\cdot4}B_{3\cdot3})\mu^4\}\mu^2\alpha$$

$$p^{1\cdot0}_{2\cdot0\cdot0} = p_{2\cdot3}\mu^2 = \{f_{2\cdot0}B_{2\cdot1} + (f_{2\cdot2}B_{0\cdot1} + 2g_{2\cdot0}B_{2\cdot2} + 2g_{2\cdot2}B_{0\cdot2})\mu^2 + (\pm f_{2\cdot4}B_{2\cdot1} \pm 2g_{2\cdot4}B_{2\cdot2} + 3h_{2\cdot0}B_{2\cdot3} + 3h_{2\cdot2}B_{0\cdot3} \pm 3h_{2\cdot4}B_{2\cdot3})\mu^4 + (2g_{2\cdot1}B_{1\cdot2} + 2g'_{2\cdot1}B_{3\cdot2})\mu\alpha^2 + (4k_0B_{2\cdot4} + 4k_2B_{0\cdot4} \pm 4k_4B_{2\cdot4})\mu^6 + (f_{2\cdot1}B_{1\cdot1} + f'_{2\cdot1}B_{3\cdot1} + f'_{2\cdot2}B_{4\cdot1} \pm f_{2\cdot3}B_{1\cdot1} + 2g'_{2\cdot2}B_{4\cdot2} \pm 2g_{2\cdot3}B_{1\cdot2})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

$$p^{1\cdot0}_{3\cdot0\cdot0} = p_{3\cdot3}\mu^2\alpha = \{f_{3\cdot0}B_{3\cdot1} + 2g_{3\cdot1}B_{2\cdot2}\mu + (f_{3\cdot1}B_{2\cdot1} + f_{3\cdot2}B_{1\cdot1} + f_{3\cdot3}B_{0\cdot1} + 2g_{3\cdot0}B_{3\cdot2} + 2g_{3\cdot2}B_{1\cdot2} + 2g_{3\cdot3}B_{0\cdot2})\mu^2 + (3h_{3\cdot1}B_{2\cdot3} + 3h_{3\cdot3}B_{0\cdot3})\mu^3 + (\pm f_{3\cdot4}B_{1\cdot1} \pm f_{3\cdot5}B_{2\cdot1} \pm 2g_{3\cdot4}B_{1\cdot2} \pm 2g_{3\cdot5}B_{2\cdot2} + 3h_{3\cdot0}B_{3\cdot3} + 3h_{3\cdot2}B_{1\cdot3} \pm 3h_{3\cdot4}B_{1\cdot3} \pm 3h_{3\cdot5}B_{2\cdot3})\mu^4\}\mu^2\alpha$$

$$q'^{1\cdot0}_{0\cdot0\cdot0} = 0$$

$$q'^{1\cdot0}_{1\cdot0\cdot0} = q'_{1\cdot3}\mu^2\alpha = \{(1+a_0\mu^2)q_{1\cdot3} + (a_1q_{2\cdot3} - a_2q_{1\cdot3} + a_2q_{3\cdot3} - a_3q_{2\cdot3})\mu^2 + (a_3q_{4\cdot3} - a_4q_{3\cdot3})\mu^4\}\mu^2\alpha$$

$$q'^{1\cdot0}_{2\cdot0\cdot0} = q'_{2\cdot3}\mu^2 = \{(1+a_0\mu^2)q_{2\cdot3} + (a_2q_{4\cdot3} - a_4q_{2\cdot3})\mu^4 + (a_1q_{1\cdot3} + a_1q_{3\cdot3} - a_3q_{1\cdot3})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$

u. s. w.:

$$q'^{1\cdot0}_{3\cdot0\cdot0} = q'_{3\cdot3}\mu^2\alpha$$

$$q'^{1\cdot0}_{4\cdot0\cdot0} = q'_{4\cdot3}\mu^4$$

$$q'^{1\cdot0}_{5\cdot0\cdot0} = q'_{5\cdot3}\mu^4\alpha$$

$$q'^{1\cdot0}_{6\cdot0\cdot0} = q'_{6\cdot3}\mu^6$$

Die Formeln für die $q'^{1\cdot0}_{n\cdot0\cdot0}$ sind ganz analog denen für die $q'_{n\cdot0\cdot0}$ (Tafel 2); es tritt nur $q'_{n\cdot3}$ an Stelle von $q'_{n\cdot0}$ und $q_{n\cdot3}$ an Stelle von $q_{n\cdot0}$.

$$q'^{1\cdot0}_{-n\cdot0\cdot0} = -q'^{1\cdot0}_{n\cdot0\cdot0}$$

$$q'^{0\cdot1}_{0\cdot0\cdot0} = q'_{0\cdot4}\mu^5 = \{(1+a_0\mu^2)q_{0\cdot4} + 2a_2q_{2\cdot4} + 2a_4q_{4\cdot4}\mu^4\}\mu^5$$

$$q'^{0\cdot1}_{1\cdot0\cdot0} = q'_{1\cdot4}\mu^3\alpha = \{(1+a_0\mu^2)q_{1\cdot4} + (a_1q_{2\cdot4} + a_2q_{1\cdot4} + a_2q_{3\cdot4} + a_3q_{2\cdot4})\mu^2\}\mu^3\alpha$$

$$q'^{0\cdot1}_{2\cdot0\cdot0} = q'_{2\cdot4}\mu^3 = \{(1+a_0\mu^2)q_{2\cdot4} + (a_2q_{0\cdot4} + a_2q_{4\cdot4} + a_4q_{2\cdot4})\mu^4\}\mu^3$$

$$q'^{0\cdot1}_{3\cdot0\cdot0} = q'_{3\cdot4}\mu^3\alpha = \{(1+a_0\mu^2)q_{3\cdot4} + (a_1q_{2\cdot4} + a_2q_{1\cdot4})\mu^2\}\mu^3\alpha$$

$$q'^{0\cdot1}_{4\cdot0\cdot0} = q'_{4\cdot4}\mu^5 = \{(1+a_0\mu^2)q_{4\cdot4} + a_2q_{2\cdot4} + (a_2q_{6\cdot4} + a_4q_{0\cdot4} + a_6q_{2\cdot4})\mu^4\}\mu^5$$

$$q'^{0\cdot1}_{5\cdot0\cdot0} = q'_{5\cdot4}\mu^5\alpha = \{(1+a_0\mu^2)q_{5\cdot4} + a_2q_{3\cdot4} + a_3q_{2\cdot4} + (a_1q_{4\cdot4} + a_4q_{1\cdot4})\mu^2\}\mu^5\alpha$$

$$q'^{0\cdot1}_{6\cdot0\cdot0} = q'_{6\cdot4}\mu^7 = \left\{(1+a_0\mu^2)q_{6\cdot4} + a_2q_{4\cdot4} + a_4q_{2\cdot4} + a_3q_{3\cdot4}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^7$$

$$q'^{0\cdot1}_{-n\cdot0\cdot0} = q'^{0\cdot1}_{n\cdot0\cdot0}.$$

Tafel 9 (s. Seite 61).

$$p'_{-6\cdot1\cdot0} = p'_{-6\cdot1}\mu^6 = -(1-\delta_2)\{2b_2q_{-4\cdot1} + 4b_4q_{-2\cdot1}\}\mu^6$$

$$p'_{-5\cdot1\cdot0} = p'_{-5\cdot1}\mu^4\alpha = -(1-\delta_2)\{2b_2q_{-3\cdot1} + 3b_3q_{-2\cdot1} + b_1q_{-4\cdot1}\mu\}\mu^4\alpha$$

$$p'_{-4\cdot1\cdot0} = p'_{-4\cdot1}\mu^4 = -(1-\delta_2)\left\{2b_2q_{-2\cdot1} + b_1q_{-3\cdot1}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$p'_{-3\cdot1\cdot0} = p'_{-3\cdot1}\mu^3\alpha = -(1-\delta_2)\{b_1q_{-2\cdot1} + 2b_2q_{-1\cdot1} - b_1q_{-3\cdot1}\mu^2\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{-2\cdot1\cdot0} = p'_{-2\cdot1}\mu^6 = (1-\delta_2)\left\{2b_2(q_{-4\cdot1} - q_{0\cdot1}) - 4b_4q_{2\cdot1} + b_1(q_{-3\cdot1} - q_{-1\cdot1})\frac{\alpha^2}{\mu^3} - 3b_3q_{1\cdot1}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^6$$

$$p'_{-1\cdot1\cdot0} = p'_{-1\cdot1}\mu^3\alpha = (1-\delta_2)\{b_1q_{-2\cdot1} + (2b_2(q_{-3\cdot1} - q_{1\cdot1}) - 3b_3q_{2\cdot1})\mu - b_1q_{0\cdot1}\mu^2 + (3b_3q_{-4\cdot1} - 4b_4q_{3\cdot1})\mu^3\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{0\cdot1\cdot0} = p'_{0\cdot1}\mu^4 = (1-\delta_3)\left\{2b_2(q_{-2\cdot1} - q_{2\cdot1}) + b_1(q_{-1\cdot1} - q_{1\cdot1})\frac{\alpha^2}{\mu} + 4b_4(q_{-4\cdot1} - q_{4\cdot1})\mu^4 + 3b_3(q_{-3\cdot1} - q_{3\cdot1})\alpha^2\right\}\mu^4$$

$$p'_{1\cdot1\cdot0} = p'_{1\cdot1}\mu^3\alpha = (1-\delta_3)\{-b_1q_{2\cdot1} + (2b_2(q_{-1\cdot1} - q_{3\cdot1}) + 3b_3q_{-3\cdot1})\mu + b_1q_{0\cdot1}\mu^2\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{2\cdot1\cdot0} = p'_{2\cdot1}\mu^6 = (1-\delta_2)\left\{2b_2(q_{0\cdot1}-q_{4\cdot1})+4b_4q_{-2\cdot1}+b_1(q_{1\cdot1}-q_{3\cdot1})\frac{\alpha^2}{\mu^3}\right\}\mu^6$$

$$p'_{3\cdot1\cdot0} = p'_{3\cdot1}\mu^3\alpha = (1-\delta_2)\left\{\ b_1q_{2\cdot1}+2b_2q_{1\cdot1}\mu-b_1q_{4\cdot1}\mu^2\right\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{4\cdot1\cdot0} = p'_{4\cdot1}\mu^4 = (1-\delta_2)\left\{2b_2q_{2\cdot1}+b_1q_{3\cdot1}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$p'_{5\cdot1\cdot0} = p'_{5\cdot1}\mu^4\alpha = (1-\delta_2)\left\{2b_2q_{3\cdot1}+3b_3q_{2\cdot1}+b_1q_{4\cdot1}\mu\right\}\mu^4\alpha$$

$$p'_{6\cdot1\cdot0} = p'_{6\cdot1}\mu^6 = (1-\delta_2)\left\{2b_2q_{4\cdot1}+4b_4q_{2\cdot1}\right\}\mu^6$$

$$p'_{-7\cdot0\cdot1} = p'_{-7\cdot2}\mu^6 = -(1-\delta_2)\left\{2b_2q_{-5\cdot2}+4b_4q_{-3\cdot2}\right\}\mu^6$$

$$p'_{-6\cdot0\cdot1} = p'_{-6\cdot2}\mu^4\alpha = -(1-\delta_2)\left\{2b_2q_{-4\cdot2}+3b_3q_{-3\cdot2}+b_1q_{-5\cdot2}\mu\right\}\mu^4\alpha$$

$$p'_{-5\cdot0\cdot1} = p'_{-5\cdot2}\mu^4 = -(1-\delta_2)\left\{2b_2q_{-3\cdot2}+b_1q_{-4\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$p'_{-4\cdot0\cdot1} = p'_{-4\cdot2}\mu^3\alpha = -(1-\delta_2)\left\{\ b_1q_{-3\cdot2}+2b_2q_{-2\cdot2}\mu-b_1q_{-5\cdot2}\mu^2\right\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{-3\cdot0\cdot1} = p'_{-3\cdot2}\mu^6 = (1-\delta_2)\left\{2b_2q_{-5\cdot2}-2b_2q_{-1\cdot2}-4b_4q_{1\cdot2}+b_1(q_{-4\cdot2}-q_{-2\cdot2})\frac{\alpha^2}{\mu^3}\right\}\mu^6$$

$$p'_{-2\cdot0\cdot1} = p'_{-2\cdot2}\mu^3\alpha = (1-\delta_2)\left\{\ b_1q_{-3\cdot2}+(2b_2(q_{-4\cdot2}-q_{0\cdot2})-3b_3q_{1\cdot2})\mu-b_1q_{-1\cdot2}\mu^2 + (3b_3q_{-5\cdot2}-4b_4q_{2\cdot2})\mu^3\right\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{-1\cdot0\cdot1} = p'_{-1\cdot2}\mu^4 = (1-\delta_2)\left\{2b_2(q_{-3\cdot2}-q_{1\cdot2})+b_1(q_{-2\cdot2}-q_{0\cdot2})\frac{\alpha^2}{\mu} + 4b_4(q_{-5\cdot2}-q_{3\cdot2})\mu^4+3b_3(q_{-4\cdot2}-q_{2\cdot2})\alpha^2\right\}\mu^4$$

$$p'_{0\cdot0\cdot1} = p'_{0\cdot2}\mu^3\alpha = (1-\delta_2)\left\{-b_1q_{1\cdot2}+(2b_2(q_{-2\cdot2}-q_{2\cdot2})+3b_3q_{-3\cdot2})\mu+b_1q_{-1\cdot2}\mu^2 + (-3b_3q_{3\cdot2}+4b_4q_{-4\cdot2})\mu^3\right\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{1\cdot0\cdot1} = p'_{1\cdot2}\mu^6 = (1-\delta_2)\left\{2b_2(q_{-1\cdot2}-q_{3\cdot2})+4b_4q_{-3\cdot2}+b_1(q_{0\cdot2}-q_{2\cdot2})\frac{\alpha^2}{\mu^3}\right\}\mu^6$$

$$p'_{2\cdot0\cdot1} = p'_{2\cdot2}\mu^3\alpha = (1-\delta_2)\left\{\ b_1q_{1\cdot2}+2b_2q_{0\cdot2}\mu-b_1q_{3\cdot2}\mu^2\right\}\mu^3\alpha$$

$$p'_{3\cdot0\cdot1} = p'_{3\cdot2}\mu^4 = (1+\delta_2)\left\{2b_2q_{1\cdot2}+b_1q_{2\cdot2}\frac{\alpha^2}{\mu}\right\}\mu^4$$

$$p'_{4\cdot0\cdot1} = p'_{4\cdot2}\mu^4\alpha = (1-\delta_2)\left\{2b_2q_{2\cdot2}+3b_3q_{1\cdot2}+b_1q_{3\cdot2}\mu\right\}\mu^4\alpha$$

$$p'_{5\cdot0\cdot1} = p'_{5\cdot2}\mu^6 = (1-\delta_2)\left\{2b_2q_{3\cdot2}+4b_4q_{1\cdot2}\right\}\mu^6$$

$$p'^{1\cdot0}_{0\cdot0\cdot0} = p'_{0\cdot3}\mu^4 = -2(1-\delta_2)\left\{2b_2q_{2\cdot3}+b_1q_{1\cdot3}\frac{\alpha^2}{\mu}+4b_4q_{4\cdot3}\mu^4+3b\ q_{3\cdot3}\alpha^2\right\}\mu^4$$

$$p'^{1\cdot0}_{1\cdot0\cdot0} = p'_{1\cdot3}\mu^3\alpha = -(1-\delta_2)\left\{\ b_1q_{2\cdot3}+(2b_2(q_{1\cdot3}+q_{3\cdot3})+3b_3q_{2\cdot3})\mu + (3b_3q_{4\cdot3}+4b_4q_{3\cdot3})\mu^3\right\}\mu^3\alpha$$

$$p'^{1\cdot0}_{2\cdot0\cdot0} = p'_{2\cdot3}\mu^6 = -(1-\delta_2)\left\{2b_2q_{4\cdot3}+4b_4q_{2\cdot3}+b_1(-q_{1\cdot3}+q_{3\cdot3})\frac{\alpha^2}{\mu^3}+3b_3q_{1\cdot3}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^6$$

$$p'^{1\cdot0}_{3\cdot0\cdot0} = p'_{3\cdot3}\mu^3\alpha = (1-\delta_2)\{\, b_1 q_{2\cdot3} + 2b_2 q_{1\cdot3}\mu - b_1 q_{4\cdot3}\mu^2 - (2b_2 q_{5\cdot3} + 4b_4 q_{1\cdot3} + 5b_5 q_{2\cdot3})\mu^3\}\mu^3\alpha$$

$$p'^{1\cdot0}_{4\cdot0\cdot0} = p'_{4\cdot3}\mu^4 = (1-\delta_2)\left\{2b_2 q_{2\cdot3} + b_1 q_{3\cdot3}\frac{\alpha^2}{\mu} - (2b_2 q_{6\cdot3} + 6b_6 q_{2\cdot3})\mu^4 + 3b_3 q_{1\cdot3}\alpha^2\right\}\mu^4$$

$$p'^{1\cdot0}_{5\cdot0\cdot0} = p'_{5\cdot3}\mu^4\alpha = (1-\delta_2)\{2b_2 q_{3\cdot3} + 3b_3 q_{2\cdot3} + b_1 q_{4\cdot3}\mu + 4b_4 q_{1\cdot3}\mu^2\}\mu^4\alpha$$

$$p'^{1\cdot0}_{6\cdot0\cdot0} = p'_{6\cdot3}\mu^6 = (1-\delta_2)\left\{2b_2 q_{4\cdot3} + 4b_4 q_{2\cdot3} + 3b_3 q_{3\cdot3}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^6$$

$$p'^{1\cdot0}_{-n\cdot0\cdot0} = p'^{1\cdot0}_{n\cdot0\cdot0}$$

$$p'^{0\cdot1}_{0\cdot0\cdot0} = 0$$

$$p'^{0\cdot1}_{1\cdot0\cdot0} = p'_{1\cdot4}\mu^4\alpha = (1-\delta_2)\{\, b_1 q_{2\cdot4} + (2b_2(-q_{1\cdot4} + q_{3\cdot4}) - 3b_3 q_{2\cdot4})\mu - b_1 q_{0\cdot4}\mu^2\}\mu^4\alpha$$

$$p'^{0\cdot1}_{2\cdot0\cdot0} = p'_{2\cdot4}\mu^7 = -(1-\delta_2)\left\{2b_2(q_{0\cdot4} - q_{4\cdot4}) + 4b_4 q_{2\cdot4} + b_1(q_{1\cdot4} - q_{3\cdot4})\frac{\alpha^2}{\mu^3}\right\}\mu^7$$

$$p'^{0\cdot1}_{3\cdot0\cdot0} = p'_{3\cdot4}\mu^4\alpha = -(1-\delta_2)\{\, b_1 q_{2\cdot4} + 2b_2 q_{1\cdot4}\mu - b_1 q_{4\cdot4}\mu^2\}\mu^4\alpha$$

$$p'^{0\cdot1}_{4\cdot0\cdot0} = p'_{4\cdot4}\mu^5 = -(1-\delta_2)\left\{2b_2 q_{2\cdot4} + b_1 q_{3\cdot4}\frac{\alpha^2}{\mu} + (-2b_2 q_{6\cdot4} + 4b_4 q_{0\cdot4} + 6b_6 q_{2\cdot4})\mu^4\right\}\mu^5$$

$$p'^{0\cdot1}_{5\cdot0\cdot0} = p'_{5\cdot4}\mu^5\alpha = -(1-\delta_2)\{2b_2 q_{3\cdot4} + 3b_3 q_{2\cdot4} + b_1 q_{4\cdot4}\mu\}\mu^5\alpha$$

$$p'^{0\cdot1}_{6\cdot0\cdot0} = p'_{6\cdot4}\mu^7 = -(1-\delta_2)\{2b_2 q_{4\cdot4} + 4b_4 q_{2\cdot4}\}\mu^7$$

$$p'^{0\cdot1}_{-n\cdot0\cdot0} = -p'^{0\cdot1}_{n\cdot0\cdot0}$$

Tafel 10 (s. Seite 61).

$$t_{-6\cdot1\cdot0} = t_{-6\cdot1}\mu^6 = \{p_{-6\cdot1} + p'_{-6\cdot1}\}\mu^6 \qquad t_{-7\cdot0\cdot1} = t_{-7\cdot2}\mu^6 = \{p_{-7\cdot2} + p'_{-7\cdot2}\}\mu^6$$

$$t_{-5\cdot1\cdot0} = t_{-5\cdot1}\mu^4\alpha = \{p_{-5\cdot1} + p'_{-5\cdot1}\}\mu^4\alpha \qquad t_{-6\cdot0\cdot1} = t_{-6\cdot2}\mu^4\alpha = \{p_{-6\cdot2} + p'_{-6\cdot2}\}\mu^4\alpha$$

$$t_{-4\cdot1\cdot0} = t_{-4\cdot1}\mu^4 = \{p_{-4\cdot1} + p'_{-4\cdot1}\}\mu^4 \qquad t_{-5\cdot0\cdot1} = t_{-5\cdot2}\mu^4 = \{p_{-5\cdot2} + p'_{-5\cdot2}\}\mu^4$$

$$t_{-3\cdot1\cdot0} = t_{-3\cdot1}\mu^2\alpha = \{p_{-3\cdot1} + p'_{-3\cdot1}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t_{-4\cdot0\cdot1} = t_{-4\cdot2}\mu^2\alpha = \{p_{-4\cdot2} + p'_{-4\cdot2}\mu\}\mu^2\alpha$$

$$t_{-2\cdot1\cdot0} = t_{-2\cdot1}\mu^2 = \{p_{-2\cdot1} + p'_{-2\cdot1}\mu^4\}\mu^2 \qquad t_{-3\cdot0\cdot1} = t_{-3\cdot2}\mu^2 = \{p_{-3\cdot2} + p'_{-3\cdot2}\mu^4\}\mu^2$$

$$t_{-1\cdot1\cdot0} = t_{-1\cdot1}\mu^2\alpha = \{p_{-1\cdot1} + p'_{-1\cdot1}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t_{-2\cdot0\cdot1} = t_{-2\cdot2}\mu^2\alpha = \{p_{-2\cdot2} + p'_{-2\cdot2}\mu\}\mu^2\alpha$$

$$t_{0\cdot1\cdot0} = t_{0\cdot1}\mu^2 = \{p_{0\cdot1} + p'_{0\cdot1}\mu^2\}\mu^2 \qquad t_{-1\cdot0\cdot1} = t_{-1\cdot2}\mu^2 = \{p_{-1\cdot2} + p'_{-1\cdot2}\mu^2\}\mu^2$$

$$t_{1\cdot1\cdot0} = t_{1\cdot1}\mu^2\alpha = \{p_{1\cdot1} + p'_{1\cdot1}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t_{0\cdot0\cdot1} = t_{0\cdot2}\mu^2\alpha = \{p_{0\cdot2} + p'_{0\cdot2}\mu\}\mu^2\alpha$$

$$t_{2\cdot1\cdot0} = t_{2\cdot1}\mu^2 = \{p_{2\cdot1} + p'_{2\cdot1}\mu^4\}\mu^2 \qquad t_{1\cdot0\cdot1} = t_{1\cdot2}\mu^2 = \{p_{1\cdot2} + p'_{1\cdot2}\mu^4\}\mu^2$$

$$t_{3\cdot1\cdot0} = t_{3\cdot1}\mu^2\alpha = \{p_{3\cdot1} + p'_{3\cdot1}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t_{2\cdot0\cdot1} = t_{2\cdot2}\mu^2\alpha = \{p_{2\cdot2} + p'_{2\cdot2}\mu\}\mu^2\alpha$$

$$t_{4\cdot1\cdot0} = t_{4\cdot1}\mu^4 = \{p_{4\cdot1} + p'_{4\cdot1}\}\mu^4 \qquad t_{3\cdot0\cdot1} = t_{3\cdot2}\mu^4 = \{p_{3\cdot2} + p'_{3\cdot2}\}\mu^4$$

$$t_{5\cdot1\cdot0} = t_{5\cdot1}\mu^4\alpha = \{p_{5\cdot1} + p'_{5\cdot1}\}\mu^4\alpha \qquad t_{4\cdot0\cdot1} = t_{4\cdot2}\mu^4\alpha = \{p_{4\cdot2} + p'_{4\cdot2}\}\mu^4\alpha$$

$$t_{6\cdot1\cdot0} = t_{6\cdot1}\mu^6 = \{p_{6\cdot1} + p'_{6\cdot1}\}\mu^6 \qquad t_{5\cdot0\cdot1} = t_{5\cdot2}\mu^6 = \{p_{5\cdot2} + p'_{5\cdot2}\}\mu^6$$

$$t^{1\cdot 0}_{0\cdot 0\cdot 0} = t_{0\cdot 3}\mu^2 = \{p_{0\cdot 3} + p'_{0\cdot 3}\mu^2\}\mu^2 \qquad t^{0\cdot 1}_{0\cdot 0\cdot 0} = 0$$
$$t^{1\cdot 0}_{1\cdot 0\cdot 0} = t_{1\cdot 3}\mu^2\alpha = \{p_{1\cdot 3} + p'_{1\cdot 3}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t^{0\cdot 1}_{1\cdot 0\cdot 0} = t_{1\cdot 4}\mu^3\alpha = \{p_{1\cdot 4} + p'_{1\cdot 4}\mu\}\mu^3\alpha$$
$$t^{1\cdot 0}_{2\cdot 0\cdot 0} = t_{2\cdot 3}\mu^2 = \{p_{2\cdot 3} + p'_{2\cdot 3}\mu^4\}\mu^2 \qquad t^{0\cdot 1}_{2\cdot 0\cdot 0} = t_{2\cdot 4}\mu^3 = \{p_{2\cdot 4} + p'_{2\cdot 4}\mu^4\}\mu^3$$
$$t^{1\cdot 0}_{3\cdot 0\cdot 0} = t_{3\cdot 3}\mu^2\alpha = \{p_{3\cdot 3} + p'_{3\cdot 3}\mu\}\mu^2\alpha \qquad t^{0\cdot 1}_{3\cdot 0\cdot 0} = t_{3\cdot 4}\mu^3\alpha = \{p_{3\cdot 4} + p'_{3\cdot 4}\mu\}\mu^3\alpha$$
$$t^{1\cdot 0}_{4\cdot 0\cdot 0} = t_{4\cdot 3}\mu^4 = \{p_{4\cdot 3} + p'_{4\cdot 3}\}\mu^4 \qquad t^{0\cdot 1}_{4\cdot 0\cdot 0} = t_{4\cdot 4}\mu^5 = \{p_{4\cdot 4} + p'_{4\cdot 4}\}\mu^5$$
$$t^{1\cdot 0}_{5\cdot 0\cdot 0} = t_{5\cdot 3}\mu^4\alpha = \{p_{5\cdot 3} + p'_{5\cdot 3}\}\mu^4\alpha \qquad t^{0\cdot 1}_{5\cdot 0\cdot 0} = t_{5\cdot 4}\mu^5\alpha = \{p_{5\cdot 4} + p'_{5\cdot 4}\}\mu^5\alpha$$
$$t^{1,0}_{6\cdot 0\cdot 0} = t_{6\cdot 3}\mu^6 = \{p_{6\cdot 3} + p'_{6\cdot 3}\}\mu^6 \qquad t^{0\cdot 1}_{6\cdot 0\cdot 0} = t_{6\cdot 4}\mu^7 = \{p_{6\cdot 4} + p'_{6\cdot 4}\}\mu^7$$

$$t^{1\cdot 0}_{-n\cdot 0\cdot 0} = t^{1\cdot 0}_{n\cdot 0\cdot 0}, \qquad t^{0\cdot 1}_{-n\cdot 0\cdot 0} = -t^{0\cdot 1}_{n\cdot 0\cdot 0}.$$

Tafel 11.

$$t'_{0\cdot 0\cdot 0} = t'_{0\cdot 0}\mu^2 = \{(1+a''_0\mu^2)t_{0\cdot 0} + 2a''_2 t_{2\cdot 0}\mu^2 + 2a''_4 t_{4\cdot 0}\mu^6 + 2(a''_1 t_{1\cdot 0} + a''_3 t_{3\cdot 0})\mu^3\alpha^2\}\mu^2$$
$$t'_{1\cdot 0\cdot 0} = t'_{1\cdot 0}\mu^2\alpha = \{(1+a''_0\mu^2)t_{1\cdot 0} + (a''_1 t_{0\cdot 0} + a''_1 t_{2\cdot 0} + a''_2 t_{1\cdot 0} + a''_2 t_{3\cdot 0} + a''_3 t_{2\cdot 0})\mu^2 + (a''_3 t_{4\cdot 0} + a''_4 t_{3\cdot 0})\mu^4\}\mu^2\alpha$$
$$t'_{2\cdot 0\cdot 0} = t'_{2\cdot 0}\mu^2 = \{(1+a''_0\mu^2)t_{2\cdot 0} + a''_2 t_{0\cdot 0}\mu^2 + (a''_2 t_{4\cdot 0} + a''_4 t_{2\cdot 0})\mu^4 + (a''_1 t_{1\cdot 0} + a''_1 t_{3\cdot 0} + a''_3 t_{1\cdot 0})\mu^2\alpha^2\}\mu^2$$
$$t'_{3\cdot 0\cdot 0} = t'_{3\cdot 0}\mu^2 a = \{(1+a''_0\mu^2)t_{3\cdot 0} + (a''_1 t_{2\cdot 0} + a''_2 t_{1\cdot 0} + a''_3 t_{0\cdot 0})\mu^2 + (a''_1 t_{4\cdot 0} + a''_2 t_{5\cdot 0} + a''_4 t_{1\cdot 0} + a''_5 t_{2\cdot 0})\mu^4\}\mu^2\alpha$$
$$t'_{4\cdot 0\cdot 0} = t'_{4\cdot 0}\mu^4 = \{(1+a''_0\mu^2)t_{4\cdot 0} + a''_2 t_{2\cdot 0} + a''_4 t_{0\cdot 0}\mu^2 + (a''_2 t_{6\cdot 0} + a''_6 t_{2\cdot 0})\mu^4 + (a''_1 t_{3\cdot 0} + a''_3 t_{1\cdot 0})\alpha^2\}\mu^4$$
$$t'_{5\cdot 0\cdot 0} = t'_{5\cdot 0}\mu^4\alpha = \{(1+a''_0\mu^2)t_{5\cdot 0} + a''_2 t_{3\cdot 0} + a''_3 t_{2\cdot 0} + (a''_1 t_{4\cdot 0} + a''_4 t_{1\cdot 0} + a''_5 t_{0\cdot 0})\mu^2\}\mu^4\alpha$$
$$t'_{6\cdot 0\cdot 0} = t'_{6\cdot 0}\mu^6 = \left\{(1+a''_0\mu^2)t_{6\cdot 0} + a''_2 t_{4\cdot 0} + a''_4 t_{2\cdot 0} + a''_6 t_{0\cdot 0}\mu^2 + a''_3 t_{3\cdot 0}\frac{\alpha^2}{\mu^2}\right\}\mu^6$$

$$t'_{-n\cdot 0\cdot 0} = t_{n\cdot 0\cdot 0}.$$

Tafel 12.

$$l_{0\cdot 0\cdot 0} = l_{0\cdot 0}\mu^2$$
$$l_{1\cdot 0\cdot 0} = l_{1\cdot 0}\mu^2\alpha \qquad l_{n\cdot 0\cdot 0} = a_{n\cdot 0\cdot 0} - t'_{n\cdot 0\cdot 0}$$
$$l_{2\cdot 0\cdot 0} = l_{2\cdot 0}\mu^2 \qquad l_{n\cdot 0} = a_n - t'_{n\cdot 0}$$
$$l_{3\cdot 0\cdot 0} = l_{3\cdot 0}\mu^2\alpha$$
$$l_{4\cdot 0\cdot 0} = l_{4\cdot 0}\mu^4$$
$$l_{5\cdot 0\cdot 0} = l_{5\cdot 0}\mu^4\alpha$$
$$l_{6\cdot 0\cdot 0} = l_{6\cdot 0}\mu^6$$

$$l_{-n\cdot 0\cdot 0} = l_{n\cdot 0\cdot 0}.$$

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Kehr, P.,** *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 3. **Bonwetsch, N.,** *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Bd. No. 4. **Wellhausen, J.,** *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 5. **Hultsch, Fr.,** *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I Bd. No. 7. **Leo, Fr.,** *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 8. *Asadî's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von **Paul Horn.** 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Bd. No. 1. **Wellmann, M.,** *Krateuas.* Mit zwei Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Bd. No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben v. **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 3. **Schulten, Adolf,** *Die Lex Manciana,* eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 4. **Kaibel, Georg,** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΔΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 5. **Bechtel, Fr.,** *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen,* die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 7. **Schulten, Adolf,** *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Bd. Nr. 8. **Roethe, Gustav,** *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Bd. Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77 S.) 1899. 5. M.

III. Bd. Nr. 2. **Marquardt, J.,** *Ērānšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch-kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Bd. No. 3. **Achelis, H.,** *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Bd. No. 1. **Tüselmann, Otto,** *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Bd. No. 2. **Schulten, Adolf,** *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1 Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Bd. No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.,** *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Bd. No. 4. **Rahlfs, Alfred,** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Bd. No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Bd. No. 6. **Lüders, Heinrich,** *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Bd. No. 1. **Roethe, Gustav.** *Brentanos ‚Ponce de Leon',* eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 2. **Wellhausen, J.,** *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann.** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.,** *Materialien zur Kenntnis des Apabhramśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze!, Wilhelm,** *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl,** *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit 2 Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

Fortsetzung umstehend,

Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563-1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pedro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 4. 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* 4. (X u. 76 S.) 1904. 8 M.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 2. **Frensdorff, F.,** *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 3. **Schulthess, Fr.,** *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjaden-Moschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln. 4. (138 S.) 1905. 12 M.

VIII. Bd. No. 4. **Schulten, A.,** *Numantia.* Eine topographisch-historische Untersuchung. Mit 3 Karten. 4. (X u. 112 S.) 1905. 10 M.

VIII. Bd. No. 5. **Leo, Fr.,** *Der Saturnische Vers.* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 6. **Schwartz, E.,** *Christliche und jüdische Ostertafeln.* Mit 3 Tafeln. Im Druck.

Mathematisch-physikalische Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897. 5 M.

Nachtrag dazu. 4. (S. 49 — 65 mit Tafeln V—VII.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. (171 S.) 1898. 16 M.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung relativer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Sehnenlängen ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn u. Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Plänen der Sternwarte nebst Verzeichniss der grösseren Instrumente. 4. (26 S.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte in Göttingen verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900. 9 M.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.,** *Theorie der automatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1903. 8 M.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba Typus.* 4. (153 S.) 1902. 15 M.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1902. 6 M.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Theories of Heat.* 4. (68 S.) 1903. 6 M.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E.,** *Neuseeländische Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (79 S.) 1904. 10 M.

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.,** *Ueber die Untere Kreide Helgolands und ihre Ammonitiden.* Mit 4 Tafeln. 4. (63 S.) 1904. 4 M.

III. Bd. No. 3. **Schur u. Ambronn,** *Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsoldschen 6zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* 4. (126 S. u. 2 Taf.) 1905. 12 M.

III. Bd. No. 4. **Brendel, M.,** *Theorie des Mondes.* Im Druck.

III. Bd. No. 5. **Linke, F.,** *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten.* Mit 4 Tafeln 4. (30 S.) 1904. 6 M.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. 4. (31 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegelteleoscope. Mit 9 Fig. 4. (28 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 3. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* III. Ueber die astrophotographischen Objekte. Mit 10 Fig. 1905. Im Druck.

IV. Bd. No. 4. **Verworn, M.,** *Die archaeolithische Cultur in den Hipparionschichten von Aurillac. (Cantal).* 1905. Im Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

-26.

ABHANDLUNGEN
DER KONIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 5.

Luftelektrische Messungen

bei

zwölf Ballonfahrten.

Von

F. Linke.

Mit 4 Tafeln.

Berlin,
Weidmannsche Buchhandlung.
1904.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND III. Nro. 5.

Luftelektrische Messungen

bei

zwölf Ballonfahrten.

Von

F. Linke.

Berlin,
Weidmannsche Buchhandlung.
1904.

Luftelektrische Messungen bei zwölf Ballonfahrten.

Von

F. Linke.

Vorgelegt in der Sitzung vom 23. Juli 1904.

Die Untersuchungen, über welche im Folgenden berichtet werden soll, sind dadurch ermöglicht, dass ich in den Jahren 1900 bis 1903 luftelektrische Messungen bei einigen Ballonfahrten vornehmen konnte, die zum Teil ausdrücklich zu diesem Zwecke ausgeführt wurden, meist aber vornehmlich andern Zwecken dienten.

So bekam ich als Assistent des Herrn Professors R. Börnstein die Erlaubnis, mich an einigen Uebungsfahrten des Königlich-Preussischen Luftschifferbataillons zu beteiligen (Fahrt I bis V). Bei einer dieser Fahrt vertrat mich Herr W. Volkmann.

Zwei weitere Fahrten geschahen im Auftrage des Berliner Vereins für Luftschiffahrt. Sie wurdens eigens zwecks luftelektrischer Messungen unternommen.

Die Fahrten VIII bis X waren Dienstfahrten des Aëronautischen Observatoriums des Königlich Preussischen Meteorologischen Institutes, welches hiermit luftelektrische Messungen im Freiballon in sein Programm aufgenommen hatte. Bei einer dieser Fahrten war zugleich Herr Dr. W. Marten mit denselben Beobachtungen betraut[1]).

Nach diesen 10 Fahrten, die von Berlin aus angetreten wurden, nahm ich noch an zwei Fahrten des Geophysikalischen Institutes in Göttingen teil, die von Göttingen ausgingen und lediglich luftelektrischen Messungen gewidmet waren.

Um die in höhern Schichten gefundenen elektrischen und meteorologischen Zustände der Atmosphäre mit denen an der Erdoberfläche vergleichen zu können,

1) Vergl. R. Assmann u. A. Berson: Ergebnisse der Arbeiten am Aëronautischen Observatorium im Jahre 1902. Berlin 1904.

habe ich die Hilfe einiger Institute und einiger Fachkollegen erbitten müssen, die mir in freundlichster Weise gewährt wurde.

Zunächst gab der Director des Königlichen Preussischen Meteorologischen Institutes die Erlaubnis, die Mitwirkung einiger meteorologischer Beobachter an den überflogenen Stationen einige Male in Anspruch zu nehmen, welche auf telegraphische Bitte den Fahrten ihre Aufmerksamkeit widmeten und die Angaben über Luftdruck, Temperatur u. s. w. lieferten.

Der Vorsteher des Meteorologisch-Magnetischen Observatoriums in Potsdam Herr Professor Dr. A. Sprung, ferner Herr Professor Dr. R. Börnstein in Berlin und Herr Professor Dr. H. Ebert in München liessen luftelektrische und meteorologische Beobachtungen an einigen in Betracht kommenden Tagen anstellen und mir Berichte darüber zusenden.

Die Herren Professor Dr. J. Elster und Professor Dr. H. Geitel in Wolfenbüttel unterstützten mich bei fast allen Fahrten durch Simultan-Beobachtungen und auch sonst durch manchen guten Rat.

Für die vielseitige Hilfe, die mir bei vorliegenden Untersuchungen zu Teil geworden ist, spreche ich allen meinen ergebensten Dank aus.

Erstes Kapitel.

Die Beobachtungsmethoden.

A. Die Messung des Potentialgefälles.

Zur Ausmessung des elektrostatischen Feldes der Atmosphäre bediente ich mich wie die meisten bisherigen Ballonbeobachter der Kollektoren. Das Prinzip der Messung ist folgendes: Ein langer, isolierter und mit den Blättchen eines Elektrometers verbundener Körper wird in das zu untersuchende Feld gebracht und die Flächendichte an dem Ende durch einen Ausgleich weggeschafft, sodass der Körper ein Potential annimmt, das dem des Feldes an der Ausgleichsstelle sehr nahe kommt.

Je nach der Art und Weise, auf welche der Ausgleich erfolgt, kann man Tropfkollektoren, radioaktive und aktinoelektrische Elektroden, Flammen- und Luntenkollektoren unterscheiden. Ueber die Theorie und Wirksamkeit der einzelnen Arten und Formen habe ich zwei Mitteilungen veröffentlicht, aus denen hier nur die Resultate hervorgehoben werden sollen[1]):

1) Tropfkollektoren laden sich mit einer Genauigkeit, die für luftelektrische Messungen vollauf genügt, auf dasjenige Potential, das an der Abflussstelle herrschen würde, wenn sie nicht vorhanden wären.

2) Radium-, Wismut- und Flammenkollektoren geben je nach ihrer äusseren Form ganz verschiedene Endpotentiale, die in hohem Masse abhängig sind von Richtung und Stärke der Luftbewegung.

3) Die von mir untersuchten Lunten erwiesen sich als unbrauchbar, da der Verbrennungsprocess selbst Elektrizität erzeugte.

Bei Ballonfahrten sind von andern Beobachtern in den überwiegenden Fällen Tropfkollektoren verwandt worden. So von E. Lecher[2]), J. Tuma[3]), R. Börnstein[4]), O. Baschin. Hingegen hat Le Cadet[5]) bei seinen letzten Fahrten

1) F. Linke: Ueber Messungen elektr. Potentialdiff. vermittels Koll. im Ballon und auf der Erde. Berliner Diss. Potsdam 1901.
Derselbe: Ueber Messungen elektr. Potentialdiff. mittels Koll. Phys. ZS. 25. 4. 1903.

2) Exner: Wien. Ber. **93** [2a] 267, 1884.

3) J. Tuma: Wien. Ber. **101** [2a] 1556 ff. 1892 und **108** [2a] 227 ff. 1899.

4) R. Börnstein: Die Luftelektrizität in „Wissenschaftl. Luftfahrten“ v. Assmann und Berson, Braunschweig 1900.

5) Le Cadet: Ann. de l'Univers. de Lyon, fasc. **35.** 1898.

den Lunten den Vorzug gegeben. Herr H. Ebert[1]) hat aktinoelektrische Elektroden eingeführt.

Zu den Messungen, über die hier berichtet werden soll, sind — abgesehen von Fahrt XI — Tropfkollektoren verwandt. Bei der genannten Fahrt sind Radiumkollektoren benutzt worden (s. S. 69), doch veranlassten mich die damit gemachten schlechten Erfahrungen und spätere Untersuchungen, wieder zu Tropfkollektoren zurückzukehren.

Bei den ersten Fahrten lief das Wasser, dessen Abtropfen den nötigen Potentialausgleich hervorrief, aus cylindrischen Blechgefässen von 1,2 l Inhalt, die sich nach unten trichterförmig verengten und durch einen Hahn geöffnet und geschlossen werden konnten, an Schnüren herab, die unten mit Blei beschwert waren. Um aber Aenderungen der Länge zu verhindern, wurden bald anstatt der Schnüre Ketten benutzt, deren Glieder aus je einem Stück gestanzten Messingbleches verfertigt waren (sogen. Schaufensterketten). Um ferner die Tropfen zu verkleinern und so schnellere Wirkungen zu erzielen, liefen diese Ketten in dünne Drähte aus.

Diese Apparate, die bei den Fahrten I, II, IV, VI zur Verwendung kamen, gebrauchten bei jeder Fahrt etwa 70 l Wasser, das in einem Sack aus Ballonstoff mitgenommen wurde, der am Ringe des Ballons befestigt war. Zur genügenden Beendigung der Ladung war etwa 2 Minuten nötig, wenn 100 cbcm Wasser pro Minute ausliefen.

Um jedoch einesteils den Wasserverbrauch zu verringern, zweitens eine grössere Ladungsgeschwindigkeit zu erzielen, wurden bei der Fahrt XII Wasserdruckkollektoren verwandt. Das Wasser (oder Alkohol) lief durch 2 mm weite, ca. 10 m lange Bleiröhren aus einer Oeffnung von 0,1 mm ab, stand also an der Ausflussöffnung unter dem Druck der ganzen Flüssigkeitssäule über ihr. Es flossen in der Minute nur 16 cbcm aus und zwar in so feinen Tropfen, dass die Ladung in 10 Sekunden praktisch beendet war. Um die feine Oeffnung vor Verunreinigungen zu schützen, wurde eine Art Filter angebracht. Die Figuren 1 und 2 auf Tafel I sollen das Gesagte veranschaulichen.

Solcher Kollektoren, wie sie hier kurz beschrieben sind, wurden mindestens zwei verwandt, die in den verschiedenen Höhen unter dem Ballonkorbe tropften. Ihre gegenseitige Potentialdifferenz wurde gemessen und lieferte auf 1 m reduziert das „Potentialgefälle," $\frac{dV}{dh}$.

Um aber zu untersuchen, wie das elektrische Feld durch die Anwesenheit des Ballons auf die angewandte Entfernung geändert wurde, und die Eigenladung des Ballons zu erkennen, sind bei einigen Fahrten 3 Kollektoren benutzt, die in 3 verschiedenen Abständen vom Korbe tropften.

Alle Kollektoren hingen vermittels aus Hartgummistäben gefertigter Isolatoren (die sich vorzüglich bewährt haben) an einem Gerüst, das zusammenklapp-

1) H. Ebert: Beiträge zur Geophysik, 1903.

bar war und mit einem Griff an einem Tischchen befestigt werden konnte. Dieses hing wiederum durch übergreifende Haken aussen am Korbrande. Auf diesem Tischchen befand sich das Elektrometer (es wurde stets das Exnersche Elektroskop mit Skala verwandt) sowie bei Fahrt IV und VI ein von Herrn W. Volkmann, Assistenten am physikalischen Kabinet der kgl. Landwirtschaftl. Hochschule zu Berlin, konstruierter, höchst einfacher Umschalter, um mit demselben Elektrometer die gegenseitige Potentialdifferenz von drei Kollektoren messen zu können, ohne sie durch Berühren mit der Hand abzuleiten. Dazu wurde so verfahren: Der mittlere, 10 m lange Kollektor wurde mit dem Gehäuse des isoliert aufgestellten Elektrometers verbunden, der 8 m und der 12 m lange Kollektor jedoch mit zwei kleinen Messingröhren, die mittelst Hartgummistangen auf dem Tischchen befestigt waren. Ueber diese Röhrchen wurde abwechselnd ein anderes weiteres, an einer isolierenden Handhabe befestigtes geschoben, das mit den Aluminiumblättchen des Elektrometers verbunden war. Je nachdem man diese letztern nun mit dem 12 m oder mit dem 8 m langen Kollektor verband, zeigte die Divergenz derselben die Potentialdifferenz zwischen dem tiefer oder dem höher hängendem Kollektorenpaare an, wobei der mittlere, 10 m lange Kollektor beidemale benutzt wurde (s. Fig. 1).

Der horizontale Abstand zweier Kollektoren betrug wenigstens 70 cm, gewöhnlich 140—150 cm. Da durch die Kollektortätigkeit bewirkt wird, dass die untern Enden der herabhängenden Ketten oder Bleiröhren frei von elektrischer Flächenbelegung sind, so ist auch — wie mir Laboratoriumsversuche gezeigt haben — das Potential des in der Nähe des kürzern Kollektors befindlichen Stückes des längern nicht von Belang, solange die Höhendifferenz beider kleiner ist als die Länge des kürzern Kollektors. Dabei ist vorausgesetzt, dass die zu messende Potentialdifferenz nicht grösser als ca. 200 Volt ist.

Störend ist hingegen das herabhängende Schlepptau, jedoch nicht in erheblichem Masse, wenn es vollständig ausgelegt ist, da sich ja dann die grösste Flächenbelegung am untersten Ende des Taues, also 100 m unter dem Ballon befindet. Am stärksten stören Taue, die bis in die Nähe der Kollektoren herunterhängen, also besonders lange Hochlasstaue, ein nur teilweise ausgelegtes Schlepptau u. dergl. Solche Störungen sind jedoch stets vermieden worden. Nur bei der ersten Fahrt war das Schlepptau ausgelegt worden, hing jedoch möglichst weit von den Kollektoren entfernt. Bei allen andern Fahrten blieb es während der Messungen im Korbe.

Die Prüfung des Vorzeichens der vom Elektrometer angezeigten Potentialdifferenz erfolgte — wie gewöhnlich — mit einem geriebenen Hartgummistäbchen. Dabei stellte sich jedoch eine Schwierigkeit heraus: Da sich die bei Näherung des Stäbchens eintretende elektrische Verteilung auf die Kollektoren mit erstreckt, ist die Wirkung auf die Elektrometerblättchen geringer als sonst. Sucht man das dadurch auszugleichen, dass man näher als gewöhnlich herangeht, so entsteht leicht der falsche Effect, weil man sich dann der Umhüllung des isoliert aufgestellten Elektrometers allzusehr nähert. Sie stellt dem geriebenen

Hartgummi eine grössere Fläche entgegen als der kleine Knopf, und so wird auf ihr die Verteilung eine stärkere als die der Blättchen. Besonders bei geringen Ausschlägen liegt diese Gefahr sehr nahe. Bei der 1. Fahrt hatte ich auf diese Weise sämmtliche Vorzeichen falsch bestimmt. Die spätern Fahrten, bei denen die Sache gründlich ausprobiert wurde, lieferten hierfür den Beweis, sodass ich sicher bin, die Korrection der Beobachtungen in diesem Sinne mit Berechtigung ausgeführt zu haben.

Die Diskussion der Fehlerquellen bei der Bestimmung des Potentialgefälles vom Ballon aus führt auf zwei Hauptpunkte: Den Einfluss von Vertikalbewegungen des Ballons auf die Kollektortätigkeit, sowie die Störung durch die Influenzelektrizität und die elektrische Eigenladung des Ballons.

Die Aluminiumblättchen, durch deren Spreizung die Potentialdifferenz gemessen wird, stehen unter der Einwirkung des elektrischen Feldes und der Schwere. Durch Vertikalbewegungen des Ballons wird das erste nicht geändert, wohl aber wird eine Beschleunigung des Ballons in vertikaler Richtung die Schwerkraft scheinbar vergrössern oder verkleinern, je nachdem die Beschleunigung nach oben oder nach unten gerichtet ist. Diese Wirkung der Ballonbewegung hat mehrmals ganz ausserordentlich gestört, weniger bei den Potentialgefällemessungen als vielmehr bei denen der Zerstreuung, von denen hiernach die Rede sein soll.

Der grosse Widerstand, den die Oberfläche des Ballons an der Luft findet, hat zwar den Vorteil, dass die Bewegungen stark gedämpft werden, also die Beschleunigung sehr vermindert wird, dennoch sind kurz nach dem Ballastwerfen und im Augenblick, wo der Ballon zu fallen beginnt, die Ablesungen mit grossen Fehlern behaftet.

Zum Beweise stütze ich mich auf folgendes Experiment: Ich nahm ausser dem zur Messung benutzten Elektrometer ein anderes, hoch empfindliches und vorzüglich isolierendes mit, wie es die Firma Günther und Tegetmeyer in Braunschweig den Elster und Geitelschen Zerstreuungsapparaten beigibt. Wenn dieses Elektrometer auf ein bestimmtes Potential geladen und gegen Einwirkung der äussern Luft durch Schliessen der obern Oeffnung gesichert wird, behält es lange Zeit fast unverändert seine Ladung bei. Wiederholte Ablesungen bewiesen, dass aber nicht der Ausschlag derselbe blieb, sondern sich zugleich mit der Bewegung des Ballon und im oben angeführtem Sinne änderte. Wenn der Ballon in dem Masse stieg oder fiel, wie es die Beobachter der hier zu erwähnenden Fahrten als ungefährlich für die Messungen angesehen hatten, wurden zwar nur Unterschiede um 1 bis 2 Volt beobachtet. Jedoch, so oft Ballast geworfen war, wurde der Ausschlag um 10 bis 12 Volt kleiner und als der Ballon gar plötzlich in heftiges Fallen geriet, schlugen die Blättchen durch.

Leider wurden diese Erfahrungen erst auf der Fahrt Nr. X gewonnen, sodass sie nur noch bei den letzten Messungen verwandt worden sind. Es wird sich aber empfehlen, bei spätern genauen Ballonmessungen ein zweites Elektrometer

mitzunehmen und jede Ablesung auf die horizontale Fortbewegung zu reduzieren. Wenn symetrisch gebaute Elektrometer verwandt sind, kann man die Wirkung der Vertikalbewegung als für beide Apparate gleich ansehen.

In vorliegenden Untersuchungen sind nur solche Beobachtungswerte zur Diskussion herangezogen worden, die gewonnen wurden, während der Ballon keine oder doch nur geringe vertikale Bewegungen ausführte.

Die bei weitem grösste Beachtung muss in der Diskussion der Fehlerquellen der Kollektormessung die Frage finden: Welche Störung des elektrischen Feldes verursacht die Anwesenheit des Ballons. Hierauf soll daher an dieser Stelle mit besondrer Genauigkeit eingegangen werden.

Zuerst muss entschieden werden, ob der Ballon mit allem Zubehör als elektrostatischer Leiter oder als Nichtleiter zu betrachten ist.

Die Ballons, mit denen die vorliegenden Messungen geschahen, waren sämmtlich aus dem Baumwollenstoff der Riedingerschen Ballonfabrik in Augsburg gefertigt, der durch Gummieinlagen gedichtet ist. Nach Versuchen, die ich angestellt habe, gelingt es unter gewöhnlichen Verhältnissen nicht, auf diesem Stoff Reibungselektrizität zu erzeugen, und es wird ein Elektroskop bei Berührung mit diesem Ballonstoff sofort entladen. Andere Beobachter haben allerdings bei ausserordentlicher Trockenheit und intensiver Sonnenstrahlung den Stoff vorübergehend in den Zustand eines Nichtleiters versetzen können. Es ist aber sehr die Frage, ob dieser Zustand in der Luft längere Zeit bestehen bleibt. Nun wurde bei allen Ballons, die hier in Betracht kommen, das Verfahren der Chlorcalciumbefeuchtung angewandt, eine Massregel, die Jahre lang als unfehlbares Mittel den Ballon in leitendem Zustande zu erhalten angesehen wurde, bis in neuster Zeit durch die Explosion eines Ballons des Berliner Vereins für Luftschiffahrt bei seiner ersten Fahrt das Vertrauen etwas ins Wanken geraten ist. Bisher jedoch stimmen die Ansichten aller darin überein, dass — wenn nicht aussergewöhnliche Verhältnisse vorliegen — der befeuchtete Ballonstoff als Halbleiter anzusehen ist.

An dem Zubehör — den Hanfseilen, die den Korb tragen, und dem Weidengeflecht — habe ich während der Fahrt wiederholt feststellen können, dass sie auch in den trockensten Schichten und bei ungehinderter Sonnenstrahlung Elektrizität leiten.

Ich glaube also die Ansicht vertreten zu müssen, dass der gesammte Ballon als elektrostatischer Leiter aufzufassen ist. Der als Leiter betrachtete Ballon wird nun im Moment der Abfahrt — besonders mit ausgelegtem Schlepptau — eine beträchtliche Ladung bekommen, die bei positivem Potentialgefälle das negative Vorzeichen hat.

Als eine weitere Quelle für elektrische Eigenladungen des Freiballons hat Herr H. Ebert[1]) das Ballastwerfen nachgewiesen, wodurch der Ballon ausser-

1) H. Ebert: Ueber elektr. Messungen im Ballon. Beitr. z. Geophysik. 1903. Heft 1.

ordentlich hohe positive Ladungen bekommen kann. Ebenso ist die Möglichkeit nicht von der Hand zu weisen, dass die in grössern Höhen viel intensivere ultraviolette Sonnenstrahlung lichtelektrische Wirkungen hervorruft, die dem Ballon negative Elektrizität entziehen, ihm also positive zurücklassen.

Durch seine Bewegungen im elektrischen Erdfelde allein wird hingegen die Eigenladung des Ballons nicht verändert[1]).

Was wird nun aus den Eigenladungen, die ein Ballon auf irgend eine Weise bekommen hat? Von einer bestimmten Potentialdifferenz gegen die Umgebung an und bis zu einem gewissen Grade wird durch Spitzenentladungen an den vielen Ecken und Fasern ein Ausgleich herbeigeführt werden, wodurch die grössten Ladungen beseitigt werden. Sodann wird die Elektrizitäts-Zerstreuung der ionisierten Atmosphäre eintreten, welche dadurch noch unterstützt wird, dass infolge der starken Erwärmung der Ballonhülle durch Sonnenstrahlung ein reger Luftaustausch dicht am Ballon vor sich geht.

Wenn Kollektoren tropfen, wird beim Nachfüllen und Berühren derselben ebenfalls ein Ausgleich der Ballonladung bewirkt.

Eine Eigenladung ist aber dennoch stets zu erwarten und auch wenn sie nicht vorhanden wäre, dürfte man die Messungen nicht in unmittelbarer Nähe des Ballons vornehmen, da er schon durch seine Gegenwart im elektrischen Felde der Erde den normalen Verlauf der Aequipotentialflächen stört. Diese werden um ihn herum ihren Weg nehmen müssen, sich oben und unten dichter zusammen drängen, sodass die unten tropfenden Kollektoren ein zu grosses Gefälle angeben würden.

Ich habe zuerst durch das Experiment zu erfahren versucht, ob die benutzten Entfernungen von wenigstens 8 m bei der sonst zu erlangenden Genauigkeit genügen. Der Weg, den ich einschlug, war derselbe, den schon früher Herr J. Tuma[2]) betreten hat. Auf Anregung von Herrn R. Börnstein werden mehrere Kollektoren in verschiedenen Entfernungen unter dem Korbe angebracht. Da sich nun das Potentialgefälle nur sehr langsam mit der Höhe ändert, so muss zwischen allen Kollektoren dasselbe Gefälle gefunden werden, wenn der Ballon nicht den Verlauf der Aequipotentialflächen ändert. Aus dem Unterschiede der Angaben kann man dann auf die Grösse und das Vorzeichen der Störung schliessen. Herr Tuma bekam zwar kleine Unterschiede, ist aber geneigt, diese als Beobachtungsfehler aufzufassen, weil sie bald positiv, bald negativ sind. Da nämlich nur auf Entstehung von Reibungselektrizität gesehen wurde, war ein abwechselndes Auftreten beider Elektrizitäten nicht zu erklären.

Ich habe die Messungen in derselben Weise wiederholt und lasse die Resultate hier folgen.

---

1) F. Linke: Die Bedeutung auf- und absteigender Luftströme etc. Ann. d. Physik.
2) J. Tuma: Wien. Ber. **108**, [2a], 227 ff. 1899.

Fahrt des Militärballons „Dohle“ vom 21. September 1900.

Zeit	Höhe in Meter	Längeres Kollektorenpaar	Kürzeres Kollektorenpaar	Bemerkungen
9^a 22	702		+ 64 Volt/met.	Ballon fällt stark.
23			+ 50	
		+ 38		
30	327			
34		+ 46		Ballon steigt.
			+ 32	
40	447	+ 40		
42		+ 42		
			+ 54	
43			+ 55	
44			+ 50	
		+ 32		
45		+ 38		
9^a 46	972	+ 50		

Weitere Vergleichsmessungen fanden an diesem Tage nicht statt, da das Gefälle sehr klein wurde und die Schaltung infolgedessen geändert werden musste.

Leider ist aus den Zahlen nicht viel Genaues zu entnehmen, denn die Bewegungen des Ballons brachten den Ballon schnell in Schichten mit anderm Gefälle. Besonders von 9^a 22 bis 23 fiel er sehr schnell und die schnelle Verminderung des Gefälles verbietet eine Interpolation. Wenn man nun die Zahlen von 9^a 34 bis 46 betrachtet, so würde man zuerst 9^a 34 eine negative, 9^a 42 und 9^a 44 eine positive Eigenladung anzunehmen geneigt sein. Bei näherer Betrachtung der mit ein und demselben Kollektorenpaare gewonnenen Werte muss man aber von solchen Schlüssen Abstand nehmen, weil ebenfalls das Feld sich zu schnell ändert. 9^a 44 scheint das längere Kollektorenpaar seine Ladung bei der Ablesung noch nicht beendet zu haben, sodass erst 9^a 46 der richtige Wert angezeigt wurde, der dann allerdings mit denen des kürzeren Paares um 9^a 44 übereinstimmen würde.

Fahrt des Militärballons „Dohle“ vom 3. November 1900.

Zeit	Höhe in Meter	Längeres Kollektorenpaar	Kürzeres Kollektorenpaar	Bemerkungen
10^a 58	etwa 600	34 Volt/met.		In ruhiger Luft unter einer Dunstschicht mit Cumulusbildung.
11^a 0	„ 650		30	
5	„ 780	26		
7	„ 750	30		
1_p 4			28	In ruhiger Luft hoch über der Wolkenschicht.
5	zwischen	30		
7	1250		27	
9	und		31	
12	1300	32		
15			29	
17		32		

Zeit	Höhe in Meter	Längeres Kollektorenpaar	Kürzeres Kollektorenpaar	Bemerkungen
1_p 36	zwischen 1550 und 1630	34 Volt/met.	34	Hoch über der Wolkenschicht. Der Ballon schwingt infolge von Luftwogen langsam auf und nieder.
38				
40			35	
41		31		
43			28	
45		22		
46			29	
		29		
47			32	
48		28		

In drei verschiedenen Höhenlagen wurde bei dieser Fahrt die Prüfung der Eigenladung des Luftballons ausgeführt. Während der ersten Messungsreihe stieg der Ballon und wenn man auch aus dem Unterschiede der zeitlich nahe zusammenliegenden Werte um $10^a 58$ und $11^a 0$ zuerst auf eine negative Eigenladung schliessen wollte, so kann das doch nicht mit Bestimmtheit aufrecht erhalten werden, wenn man die nachfolgenden Werte betrachtet. Aus der Reihe scheint vielmehr hervorzugehen, dass eine nennenswerte Störung des Feldes durch die Gegenwart des Feldes in dieser Entfernung von ihm nicht vorhanden ist.

Das gleiche Resultat ergeben die 2. und 3. Messungsreihe. Da die Beobachtungen in schneller Aufeinanderfolge und ruhiger Luft von konstantem Potentialgefälle, besonders aber in derselben Höhenlage ausgeführt sind, so werden sie besonders als Kriterium für die Genauigkeit der Kollektorenmessung im Ballon anzusehen sein, besonders die zweite (1_p 4 bis 17) während welcher der Ballons genau horizontal flog. Bei der letzten scheinen die Wellenbewegungen etwas gestört zu haben. Als Differenz der Mittel aus den Angaben des längern und des kürzern Kollektorenpaares ergibt sich in der 2. Höhenlage $+1$ Volt, in der 3. hingegen -3 Volt.

Fahrt des Ballons „Berson“ vom 30. Mai 1901.

Diese Fahrt führte in grössere Höhen. Da hier aber das Potentialgefälle geringer war, konnte vielfach mit zwei verschieden langen Kollektorenpaaren nicht gearbeitet werden, weil die Anbringung der langen, schweren Ketten zu umständlich geworden wäre. Um doch einen Anhalt über die Störung durch den Ballon zu bekommen, verglich ich das Potential des Ballonkorbes mit dem des in einiger Entfernung unter ihm tropfenden Kollektors durch Berühren des Elektrometers mit der Hand. Zur Reduktion der gemessenen Potentialdifferenz auf 1 m durfte dann allerdings nicht die ganze Länge des betr. Kollektors in Anschlag gebracht, sondern sie musste zuvor um die Höhe des Korbes vermindert werden.

Zeit	Höhe in Meter	Gefälle	Zwischen welchen Punkten?	Bemerkungen
9^a 10	950	$-39\ \frac{\text{Volt}}{\text{met.}}$	12 m und 10 m unter dem Korbe	Unter einer negativ-elektrischen Dunstschicht.
13		— 26.5	10 m und 8 m	
14	976	— 39	12 m „ 10 m	
15		— 31	10 m „ 8 m	
11^a 27	2000	+ 19.5	12 m „ 8 m	
29		12.7	12 m „ Korb	
55	2150	+ 15.5	12 m „ 8 m	
56		16.5	8 m „ Korb	
0_p 9		+ 12.7	12 m „ Korb	
10	2240	+ 14	12 m „ 6 m	
11		+ 13.5	12 m „ 6 m	
12		+ 16.7	6 m „ Korb	
13	2270	+ 13	12 m „ 6 m	
14		+ 15.5	6 m „ Korb	
0_p 36	2657	+ 7.7	12 m „ 6 m	
37		+ 11.3	12 m „ Korb	
47	2778	+ 10	12 m „ 6 m	
51		+ 13	6 m „ Korb	
53	2800	+ 13	12 m „ 6 m	
54		+ 13.3	12 m „ Korb	
1_p 34	3281	+ 13	12 m „ 6 m	
35		+ 14	12 m „ 6 m	
36		+ 15	6 m „ Korb	
37	3300	+ 13	12 m „ „	
1_p 52	3250	+ 13.7	6 m „ „	
55		+ 12	12 m „ „	
2_p 2	3425	+ 13.5	12 m „ 6 m	
3_p 31	1900	+ 40	10 m „ 8 m	Ueber einer negativ-elektrischen Dunstschicht. Der Ballon steigt.
32	1945	+ 48	12 m „ 10 m	
34		+ 30	10 m „ 8 m	
35	1957	+ 29	12 m „ 10 m	
36	1960	+ 21.9	12 m „ Korb	
41		+ 13.3	10 m „ „	
43	2161	+ 14.8	8 m „ „	

Die beobachteten Zahlen lassen sofort die Geringfügigkeit der Fehler erkennen, um die es sich hier handelt. Zur bessern Uebersichtlichkeit sollen die Mittel der in der verschiedenen Höhenlage gefundenen Werte zusammengestellt werden. Nur bei der letzten Beobachtungsreihe, die im steigenden Ballon dicht über einer positiv elektrischen Dunstschicht gefunden wurden, ist das unmöglich.

Potentialgefälle zwischen den Punkten:

Höhe in m	12 u. 10 m	10 u. 8 m	12 u. 8 m	12 u. 6 m	12 m u. Korb	10 m u. Korb	8 m u. Korb	6 m u. Korb.
970	$-39\frac{\text{Volt}}{\text{met.}}$	-28.8						
2000			$+19.5$				$+12.7$	
2150			$+15.5$				$+16.5$	
2250				$+13.5$	$+12.7$			$+16.1$
2750				$+10.2$	$+12.3$			$+13.0$
3290				$+13.5$	$+13$			$+15$
3300				$+13.5$	$+12$			$+13.7$

Während also in 970 m Höhe eine recht erheblich positive Störung des Ballons vorhanden zu sein scheint, geht aus allen übrigen überraschender Weise hervor, dass von den Kollektoren ein Potentialgefälle angegeben ist, das dem des elektrischen Feldes der Atmosphäre an seiner Stelle ziemlich gleichkommt.

Die Geringfügigkeit der Störung selbst bei allernächster Nähe des Ballons ist sehr auffallend und wohl nur dadurch zu erklären, dass die Wirkung der positiven influenzierten Elektrizität durch eine entsprechende negative Eigenladung des Ballons aufgehoben wurde. Die letztere ist jedenfalls dadurch entstanden, dass die Kollektoren infolge des häufigen Berührens den Ballon auf ein Potential zu laden sich bemühten, das einem tiefern Punkte entsprach, also gegen den Ort des Ballons negativ war.

Die grosse Zahl der übereinstimmenden Beobachtungen lässt aber an dem Ergebnis keinen Zweifel, dass — jedenfalls in diesem Falle — die Störung des Erdfeldes durch den Ballon in der Höhe der Kollektoren unbedeutend war.

Für alle luftelektrischen Messungen ist es von grösster Wichtigkeit, die elektrostatischen Verhältnisse auf einem Ballon genau zu kennen. Deshalb sei hier — zugleich zur Vervollständigung der vorigen Untersuchungen — ein Versuch eingeschaltet, das Problem der Störung eines homogenen Feldes durch einen elektrisch leitenden Ballon rechnerisch zu behandeln. Es muss jedoch sogleich bemerkt werden, dass diese Berechnung zu einer Zeit ausgeführt wurden, wo die vorliegenden Untersuchungen längst abgeschlossen waren und ihre Resultate daher keine Anwendung auf die Versuchsanordnung mehr finden konnten.

Das genannte Problem ist für den Fall behandelt, dass man den Ballon als ein Rotationsellipsoid betrachten kann, dessen Höhe dem Ballon mit Korb, dessen Durchmesser dem Ballon entspricht.

Das Potential eines elektrisch geladenenen leitenden Ellipsoides in einem sonst kräftefreien Felde ist[1])

$$\text{I.} \qquad \varphi^E = \tfrac{3}{4} E \int_u^\infty d\lambda \frac{1 - \dfrac{x^2}{a^2+\lambda} - \dfrac{y^2}{b^2+\lambda} - \dfrac{z^2}{c^2+\lambda}}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}}.$$

1) Wie man z. B. aus Kirchhoffs Vorlesungen über mathem. Physik (Mechanik p. 215, 1883) entnehmen kann.

wo E die Ladung des Ellipsoides bedeutet, x, y, z die Koordinaten des Punktes bezeichnen, auf den sich φ bezieht, a, b, c die drei Halbaxen des Ellipsoides sind und u die grösste Wurzel der Gleichung

II. $$\frac{x^2}{a^2+u}+\frac{y^2}{b^2+u}+\frac{z^2}{c^2+u}=1.$$

Da wir es mit einem Rotationsellipsoid zu tun haben und uns auf Untersuchungen der Potentialverteilung in der z-Axe beschränken können, ist $b^2=a^2$, $x=y=0$ zu setzen. Wird dann noch durch

$$c^2+\lambda=\alpha^2$$

eine neue Integrationsvariable eingeführt, wodurch sich die untere Grenze $\lambda=u$ unter Berücksichtigung der Gleichung II in $\alpha=z$ verwandelt, so geht I über in

III. $$\varphi^E=\tfrac{3}{2}E\int_z^\infty d\alpha\,\frac{1-\frac{z^2}{\alpha^2}}{a^2-c^2+\alpha^2}.$$

Die Integration von III giebt ohne Schwierigkeit

IV. $$\varphi^E=\tfrac{3}{2}E\frac{1}{a^2-c^2}\left[\frac{a^2-c^2+z^2}{2\sqrt{c^2-a^2}}\cdot ln\frac{z+\sqrt{c^2-a^2}}{z-\sqrt{c^2-a^2}}-z\right].$$

Zweitens kommt für die Berechnung in Betracht der Fall eines an sich nicht geladenen, aber durch Influenz elektrisierten leitenden Rotationsellipsoides in einem homogenen elektrischen Felde, dessen Kraftlinien der Rotationsaxe parallel laufen.

Denkt man sich das Ellipsoid, dessen Potential die Gleichung IV darstellt, von einem andern, gleich stark aber entgegengesetzt geladenen überlagert, das unendlich wenig in der z-Axe verschoben ist, und denkt man sich die Ladung entsprechend unendlich gross gemacht, so haben beide zusammen ein Potential $\frac{d\varphi}{dz}$, das mit der Entfernung schnell abnimmt, im Innern aber ein homogenes Feld hervorruft. Denkt man sich nun das Ganze durch ein homogenes Feld von gleicher Feldstärke, aber entgegengesetztem Vorzeichen überlagert, so wird das Feld im Innern aufgehoben und man hat den Fall des polarisierten, leitenden Rotationsellipsoides im homogenen Felde.

Die Differentiation von IV ergiebt

V. $$\varphi^J=\tfrac{3}{2}E\,\frac{1}{a^2-c^2}\left[\frac{z}{\sqrt{c^2-a^2}}\cdot ln\frac{z+\sqrt{c^2-a^2}}{z-\sqrt{c^2-a^2}}-2\right].$$

φ^J ist das Potential der Influenzelektricität im Punkte z; E hat seine frühere Bedeutung als Ladung verloren und ist nur ein Proportionalfaktor, der von der Feldstärke F abhängt und durch die Relation bestimmt wird

$$\varphi^J_{z=c} = c \cdot F.$$

Der constante Faktor $\frac{3}{2} E \frac{1}{a^2 - c^2}$ soll im Folgenden kurz mit Φ bezeichnet werden und zwar entsprechend mit Φ^E oder Φ^J. Wie aus dem Vorigen hervorgeht ist Φ^J proportional der Feldstärke F.

Im Laufe der Berechnung ist die Kenntnis der Flächendichte σ an jedem Punkte des Ellipsoides notwendig. Sie setzt sich bei einem Ellipsoide mit Eigenladung in einem influenzierenden Felde zusammen aus der Flächendichte der Influenzelektrizität σ^J und der Flächendichte der Eigenladung σ^E.

Wir beschäftigen uns zuerst mit letzterer. Für den Punkt $z = c$ ergiebt sie sich nach der für eine Fläche geltenden Formel

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_2 = 4\pi\sigma,$$

wo n die Normale auf der Fläche nach den beiden Seiten 1 und 2 bedeutet,

$$\sigma^E_c = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \varphi^E}{\partial z}\right)_{z=c}$$

oder

VI. $$\sigma^E_c = \frac{1}{4\pi}\Phi^E\left[\frac{c}{\sqrt{c^2 - a^2}} \cdot ln\,\frac{c + \sqrt{c^2 - a^2}}{c - \sqrt{c^2 - a^2}} - 2\right].$$

Um zu erfahren, wie σ^E mit z variiert, können wir folgenden Satz der Potentialtheorie anwenden: Denkt man sich um das gegebene Ellipsoid

VII. $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

eine unendlich wenig grössere Potentialfläche gelegt, welche hier die Gleichung erfüllt:

VIII. $$\frac{x^2}{a^2 + \varepsilon} + \frac{z^2}{c^2 + \varepsilon} = 1,$$

wo E eine unendlich kleine Grösse ist, so ist die Flächendichte überall umgekehrt proportional mit dem Abstande der Flächen VII und VIII. Nennen wir den Abstand h, so ist

IX. $$\sigma^E = \sigma^E_c \cdot \frac{h_c}{h}.$$

Nach Figur 3 ist

X. $$h = \frac{\xi\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} = \frac{\xi}{\sqrt{\frac{\xi^2}{\zeta^2} + 1}},$$

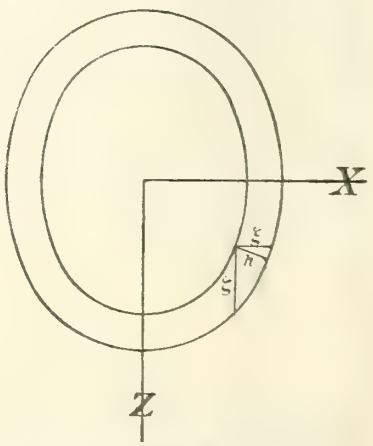


Fig. 3.

wenn ξ und ζ die Aenderungen von x und z beim Uebergange vom Ellipsoid VII auf VIII sind, während x und z konstant gehalten werden.

Benutzen wir II als verbindende Gleichung zwischen x, z und u, so ist zu setzen:

XI. $$\xi = \varepsilon\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)_{u=0}, \quad \zeta = \varepsilon\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)_{u=0}.$$

Aus II folgt dann

$$\frac{2x}{a^2}\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)_{u=0} = \frac{2z}{c^2}\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)_{u=0} = \frac{x^2}{a^4} + \frac{z^2}{c^4},$$

sodass X und XI ergeben

$$\frac{h}{\varepsilon} = \frac{a^2}{2x}\,\frac{\frac{x^2}{a^4}+\frac{z^2}{c^4}}{\sqrt{\frac{z^2}{x^2}\cdot\frac{a^4}{c^4}+1}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{z^2}{c^4}}.$$

Mit Hilfe der Gleichung VII wird x eliminiert:

$$\frac{h}{\varepsilon} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{ac^2}\sqrt{c^4 - z^2(c^2-a^2)}.$$

Also

$$\frac{h}{h_c} = \frac{c}{a}\sqrt{1 - z^2\frac{c^2-a^2}{c^4}}$$

und unter Berücksichtigung von IX

XII. $$\sigma^E = \sigma_c^E\,\frac{a}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1 - z^2\frac{c^2-a^2}{c^4}}}.$$

Für die elektrische Dichte auf dem Ellipsoid infolge der Influenzelektrizität können wir ähnliche Ausdrücke finden.

$$\sigma_c^J = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \varphi^J}{\partial z}\right)_{z=c} + F.$$

Die Differentiation von II ergiebt

$$\frac{\partial \varphi^J}{\partial z} = \Phi^J\left(\frac{2z}{z^2-c^2+a^2} + \frac{1}{\sqrt{c^2-a^2}}\cdot ln\,\frac{z+\sqrt{c^2-a^2}}{z-\sqrt{c^2-a^2}}\right),$$

also

XIII. $$\sigma_c^J = \frac{1}{4\pi}\,\Phi^J\left(\frac{2c}{a^2} + \frac{1}{\sqrt{c^2-a^2}}\cdot ln\,\frac{c+\sqrt{c^2-a^2}}{c-\sqrt{c^2-a^2}}\right) + F.$$

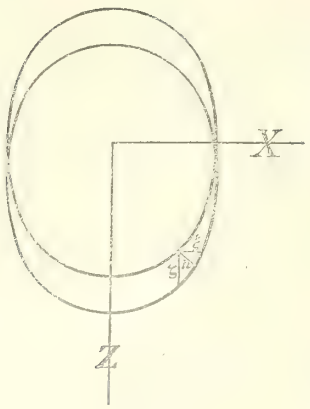


Fig. 4.

Die Verteilung der Dichte über das Ellipsoid kann nach folgendem Satze gefunden werden: Denkt man sich das Ellipsoid parallel der z-Axe unendlich wenig verschoben, so ist die Flächendichte überall proportional mit dem Abstande der ursprünglichen und der neuen Fläche.

Jetzt ist nach Figur 4

$$\zeta = h_c, \quad \xi = \frac{dx}{dz} h_c,$$

wobei die Differentiation sich auf das Fortschreiten längs der Oberfläche des Ellipsoides bezieht, also an die Gleichung VII gebunden ist. Aus VII folgt

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{z}{x}\frac{a^2}{c^2} = -\frac{a}{c}\frac{z}{\sqrt{c^2 - z^2}}$$

$$\xi = -\frac{a}{c}\frac{z}{\sqrt{c^2 - z^2}} h_c.$$

Mittels der Gleichungen IX und X folgt

$$h = h_c \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{c^2(c^2 - z^2)}{a^2 z^2}}}$$

und

XIV. $$\sigma^J = \sigma_c^J \frac{a}{c^2} \frac{z}{\sqrt{1 - z^2 \frac{c^2 - a^2}{c^4}}}.$$

Nach diesen Vorbereitungen sollen bestimmte Annahmen gemacht und Zahlen in die erhaltenen Formeln eingesetzt werden. Entsprechend einem Ballon von 1300 cbm Inhalt nehmen wir für das betrachtete Ellipsoid eine Höhe von 24 m und einen Durchmesser von 16 m an. Es ist also $c = 1200$ cm und $a = 800$ cm zu setzen. Als Feldstärke nehmen wir ein Potentialgefälle von 100 Volt pro Meter an.

Zuerst sei nach Formel V die Störung berechnet, die ein ungeladenes Ellipsoid in einem homogenen Felde infolge der Influenzelektrizität ausübt.

Potential eines an sich ungeladenen, nur durch Influenz eines homogenen Feldes von der Intensität 100 $\frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}$ elektrisierten leitenden Ellipsoides.

Entfernung vom tiefsten Punkte des Ellipsoides	Potential in Volt	Störung des normalen Potential-gefälles
0 m	+ 1200.0	
		+ 221.4
2 m	757.2	
		111.8
4 m	533.7	
		66.6
6 m	400.4	
		43.6
8 m	313.3	
		30.4
10 m	252.5	
		22.0
12 m	208.4	
		14.5
14 m	149.4	
		9.2
20 m	112.6	
		6.2
24 m	87.8	
		+ 4.0
30 m	+ 64.0	

Die Tabelle lehrt, dass die Elektroden etwa 20 vom tiefsten Punkte entfernt sein müssen, um den Fehler unter der auch sonst üblichen Genauigkeitsgrenze von 10 % zu erhalten. In 10 m Entfernung ist das Gefälle noch um etwa 25 % gestört.

Wenn man nun den Ballon als Ellipsoid auffassen dürfte, könnte man mit Hilfe von obiger Tabelle alle gemessenen Potentialdifferenzen auf das ungestörte Feld reduzieren. Zwei Punkte sprechen aber gegen diese Massregel: Einmal könnten die Abweichungen der berechneten Zahlen infolge der falschen Annahmen doch ganz erhebliche sein, was sich der Rechnung entzieht; ferner wird ein Ballon in Wirklichkeit stets eine Eigenladung haben, die sein Feld ändert.

Beide Bedenken wären gehoben, wenn es gelänge dem Ballon dauernd eine Eigenladung zu geben, welche die durch Influenzelektrizität entstandene Störung wieder aufhebt. Wenn nach den für das Ellipsoid geltenden Formeln dann eine vollständige Beseitigung der Störung erreicht ist, so wird man mit Recht schliessen können, dass die unbekannten, streng gültigen Ausdrücke, die nicht mehr für ein Ellipsoid, sondern die richtige Ballonform gelten, keine Abweichungen ergeben werden, die über das zulässige Mass hinausgingen.

Zunächst könnte man denken, dieses sei zu erreichen, wenn man den Ballon mit einer so grossen Eigenladung versähe, dass am tiefsten Punkte die durch Influenz hervorgerufene Flächendichte weggeschafft würde.

Es müsste also Φ^E so bestimmt werden, dass $\sigma_c^E + \sigma_c^J = 0$ wird. Aus den Gleichungen VI und XIV ergiebt sich dann $\Phi^E = 0.02460$ oder $E = 13115$. Das Potential eines Ellipsoides mit dieser Eigenladung ergiebt sich aus folgender Tabelle:

Potential eines Ellipsoides mit der Eigenladung $E = 13115$.

Entfernung vom tiefsten Punkte des Ellipsoides	Potential in Volt	Potentialgefälle in $\frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}$
0 m	— 3773.4	
		— 340.1
2 m	— 3093.2	
		— 227.2
4 m	— 2638.8	
		— 165.5
6 m	— 2307.8	
		— 126.9
8 m	— 2054.0	
		— 100.6
10 m	— 1852.8	
		— 82.2
12 m	— 1688.3	
		— 63.2
16 m	— 1435.7	
		— 46.3
20 m	— 1250.5	
		— 35.5
24 m	— 1108.6	
		— 27.0
30 m	— 946.5	

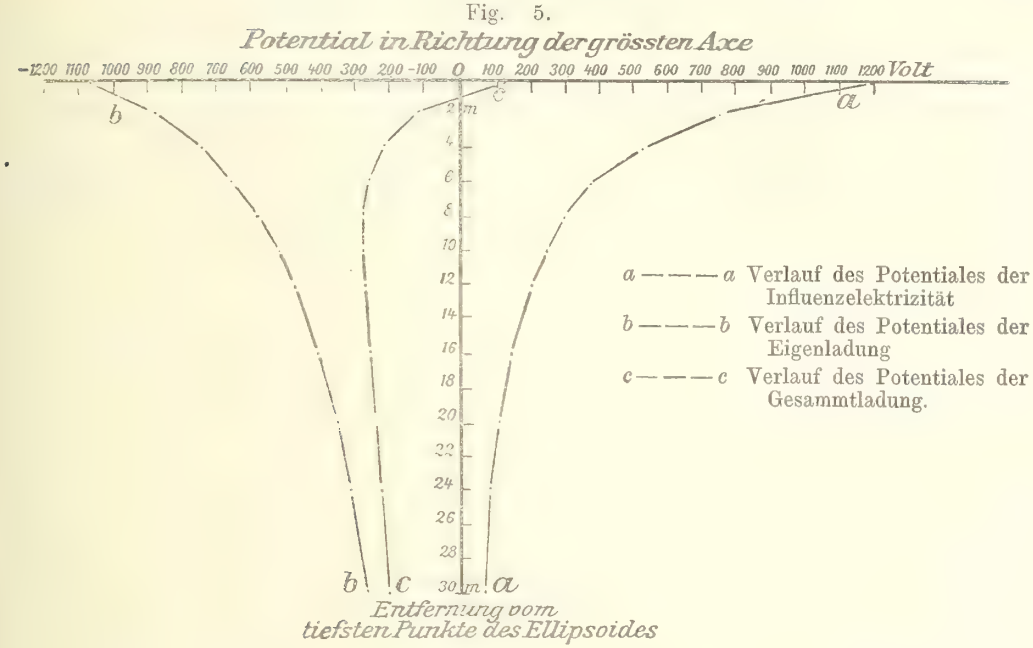
Denkt man sich das durch diese Tabelle dargestellte elektrische Feld mit dem durch die vorige Tabelle dargestellten superponirt, so sieht man sofort, dass die beabsichtigte Korrektur viel zu stark ist. Anstatt des schwachen positiven Gefälles bekäme man ein stärkeres negatives. Man sieht daraus, welche Wirkung unkontrolierte Eigenladungen haben können.

Um die Störung in einer Entfernung von 10 m unter dem tiefsten Punkte vollständig zu eliminieren, muss man eine Eigenladung haben, sodass

$$\varphi'^{E}_{z=2200} = -\varphi'^{J}_{z=2200}$$

wird. Die Rechnung ergiebt, dass $\Phi = \frac{3}{2} E \frac{1}{a^2 - c^2} = 0.00696$ gesetzt werden muss. Die Wirkung dieser Ueberlagerung durch die Eigenladung $E = 3709.4$ ergiebt sich aus folgender Tabelle und der nebenstehenden Abbildung 5.

Fig. 5.



Potential eines elektrisch geladenen Ellipsoides im homogenen elektrischen Felde.

Entfernung vom tiefsten Punkte des Ellipsoides	Potential in Volt: der Influenzelektricität	Potential in Volt: der Eigenladung $E = 3709.4$	Potential in Volt: Gesammt	Störung des normalen Potentialgefälles Volt/meter
0 m	+ 1200	— 1067.0	+ 133.0	
				+ 125.2
2 m	757.2	874.7	— 117.5	
				+ 47.4
4 m	533.7	746.1	— 212.4	
				+ 19.9
6 m	400.4	652.6	— 252.2	
				+ 7.6
8 m	313.3	580.8	— 267.5	
				+ 2.0
10 m	252.5	523.9	— 271.4	
				— 1.2
12 m	208.4	477.4	— 269.0	
				— 3.1
16 m	149.4	405.9	— 256.5	
				— 3.9
20 m	112.6	353.6	— 241.0	
				— 3.8
24 m	87.8	313.5	— 225.7	
				— 3.7
30 m	64.0	267.7	— 203.7	

Aus Tabelle und Figur geht hervor, dass der Fehler des Potentialgefälles jetzt schon von 6 m Entfernung ab unter der Genauigkeitsgrenze von 10% bleibt.

Um zu zeigen, wie man dauernd eine Eigenladung auf dem Ellipsoid erhält, welche geeignet ist, in geringer Entfernung schon die Störung des Potentialgefälles erheblich zu verringern, bedienen wir uns der oben abgeleiteten Formeln über die Verteilung der Flächenbelegung auf dem Ellipsoid.

Flächendichte auf dem elektrisch geladenen Ellipsoid im homogenen Felde.

Abstand vom Mittelpunkt	Flächendichte in *cgs*		
	infolge der Influenzelektrizität	infolge der Eigenladung $\varepsilon = 3709.4$	Gesammt
$z = 0$ m	+ 0.000000	— 0.000318	— 0.000318
2 m	128	321	— 193
4 m	261	329	— 068
6 m	409	343	+ 066
8 m	584	367	+ 217
10 m	808	407	+ 401
12 m	1140	478	+ 662

Die Tabelle lehrt, dass bei einer für Messungen des Potentialgefälles günstigen Eigenladung des Ellipsoides die Flächenbelegung derartig ist, dass sich am tiefsten Punkte des Ellipsoides ($z = 12$ m) eine positive Flächenbelegung befindet, die schnell abnimmt und in eine negative übergeht. Zwischen 6 und 4 m Entfernung unter dem Mittelpunkt findet dieser Uebergang statt. Dort befindet sich also rings herum eine Zone, die frei von Flächenbelegung ist, eine neutrale Zone.

Das Problem, die Störung durch Ballonladung dauernd zu vermeiden, kommt also darauf hinaus, diese neutrale Zone dauernd zu erhalten. Die abgeleiteten Gleichungen und ausgerechneten Werte gelten ja für jede Feldstärke.

Wie schon aus den früheren Untersuchungen über die Kollektortätigkeit eines Wasserstrahles hervorgeht, fällt es nicht schwer, diese Bedingung zu erfüllen. Man braucht nur einen der schon beschriebenen Wasserdruckkollektoren am Ballon zu befestigen und die Ausflussöffnung in etwa 7 m Höhe über dem Korbboden anzubringen.

Die Ergebnisse dieses Versuchs, das Problem der Störung des normalen Potentialgefälles durch den Ballon rechnerisch zu behandeln, sind kurz zusammengestellt folgende:

1) Die Störung wird durch einen Faktor ausgedrückt, welcher unabhängig von der Feldstärke ist.

2) Mit grösserer Entfernung der Kollektoren vom Ballon nähert sich dieser Faktor der Eins.

3) Es gibt am Ballon eine Zone, an der man nur einen Ausgleich der Flächendichte eintreten zu lassen braucht, um für eine bestimmte Entfernung der Kollektoren den Störungsfaktor gleich Eins zu machen.

4) Diese Zone liegt bei einem Rotationsellipsoid von 24 m Höhe und 16 m Dicke mit dem Ballon ungefähr 7 m über dem tiefsten Punkte. Bei einem Ballon von gleicher Gesammthöhe wird sie sich etwa an derselben Stelle befinden.

Wie schon gesagt, konnten die Resultate bei den vorliegenden Messungen nicht mehr in ihrer ganzen Ausdehnung verwandt werden. Bei den beiden letzten Fahrten wurde zwar ein Wasserzerstäuber verwandt, welcher Wasser unter einem hohen Drucke, der durch eine Luftpumpe hergestellt wurde, aus vielen feinen Oeffnungen ausspritzte. Das Verfahren erwies sich jedoch als zu unbequem. Deshalb wurden bei spätern Fahrten des aëronautischen Observatoriums des Kgl. Preussischen Meteorologischen Institutes, bei denen Herr H. Gerdien vom Geophysikalischen Institute in Göttingen Messungen des Ionengehaltes und der Ionenbeweglichkeit anstellte, über die hier aber nicht berichtet ist, die Entladung des Korbes auf meinen Vorschlag hin, durch einen Druckkollektor bewirkt, wie er auf Seite 6 beschrieben ist. Derselbe hing mittels einer Rolle — zum Aufziehen resp. Herablassen des Kollektors bei der Füllung — am Füllansatzringe und endete in der Nähe des Korbbodens. Gefüllt wurde er mit Spiritus, wovon pro Stunde kaum 1 l verbraucht wird. Wie sich berechnen lässt[1]), wird ein durch Sandwerfen entstandene Eigenladung des Ballons in 2 Minuten bis auf 1 % ausgeglichen.

Der Erfolg dieser Einrichtung ist, dass man stets elektrische Verhältnisse des Ballons hat, die man in Betracht ziehen kann und nicht mehr mit seiner Eigenladung wie mit einer unbekannten Grösse zu rechnen braucht.

B. Die Messungen der Elektrizitätszerstreuung.

Zur Bestimmung der Elektrizitätszerstreuung wurde der Elster- und Geitelsche Apparat benutzt. Da die Beobachtungen in die Jahre 1900 bis 1902 fallen, so war es der einzige damals vorhandene Apparat. Nachdem er sich gut eingeführt hatte und überall zu Beobachtungen am Erdboden benutzt war, lag es nahe, gerade mit ihm die Zerstreuung in höhern Schichten zu messen.

Seitdem ist von Herrn H. Ebert ein Instrument für exacte Bestimmungen des Ionengehaltes der Luft eingeführt worden. Aber ebenso, wie die zahlreichen

1) F. Linke, Phys. ZS. 4, S. 661—664. 1903.

Beobachtungen am Boden mit dem alten Apparat, auch wenn sie nur provisorischen Wert haben sollten, den Weg zur Erkenntnis der elektrischen Eigenschaften unsrer Atmosphäre gebahnt haben, so können auch die hier aufgeführten Werte der Zerstreuung in höhern Schichten provisorischen Wert beanspruchen.

Nach den theoretischen Ausführungen des Herrn E. Riecke[1]) muss man annehmen, dass der Elektrizitätsverlust des Zerstreuungsapparates bewirkt wird, einesteils durch die von einem Luftstrom in die Nähe des Zerstreuungskörpers gebrachten Ionen und zweitens durch die in der Luft sich fortwährend neu bildenden Ionen. Je nachdem die Luftzufuhr zum Zerstreuungskörper grösser oder geringer ist, überwiegt der eine oder der andere Einfluss. Infolgedessen sind die Messungen mit einer gewissen Unsicherheit der Interpretation behaftet.

Da im Freiballon horizontale Luftströmungen nur in Ausnahmefällen vorhanden sind, vertikale während der Messung ebenfalls vermieden wurden, so müsste man annehmen, dass hier der Ladungsverlust fast nur durch den Sättigungsstrom zu erklären wäre. Doch zeigen die Beobachtungen eines gleich näher zu behandelnden Phänomens, das allerdings gerade bei vertikalen Bewegungen des Ballons auftrat, dass auch die Ionisation der umgebenden Luft Einfluss auf die Zerstreuungskörper gehabt hat.

Wie dem nun auch sei, die im Ballon bei möglichstem Ausschluss vertikaler Bewegungen angestellten Beobachtungen in den verschiedenen Höhen sind jedenfalls unter einander vergleichbar und geben uns ein Mass, wie sich die Ionisierung der Atmosphäre mit der Höhe ändert.

Zur Aufstellung des Zerstreuungsapparates im Ballon wählte ich die gleiche Konsole, wie sie schon bei den Kollektormessungen benutzt war, sie wurde aber an der Innenseite des Korbes befestigt. Bei den ersten beiden Fahrten mit Zerstreuungsmessungen, Nr. V und VI, wurde der ganze Apparat isoliert aufgestellt, bei spätern verband ich im Gegenteil sein Gestell geflissentlich mit dem Korbe. Nach früheren Versuchen wurde davon abgesehen durch Umschlingen des Korbes mit Draht und ähnliche Vorkehrungen die Leitfähigkeit zu sichern.

Während bei den Fahrten VII bis X der Apparat auf der Konsole genau so aufgeschraubt wurde, wie man es sonst auf dem als Stativ dienenden Kasten tut, wurde bei den Fahrten V und VI an der Konsole erst ein Kugelgelenk befestigt, auf welches isoliert der ganze Apparat geschraubt wurde. Die Zambonisäule hing unter der Konsole an einem Haken. Die Messung selbst unterschied sich in keiner Weise von der am Erdboden. Nur wurde bisweilen eine kürzere Zeit zwischen den Ablesungen gewählt. Die Berechnung geschah nach den Angaben der Herren J. Elster und H. Geitel[2]). Zu bemerken ist, dass stets mit Schutztopf gemessen werden musste, weil der Einfluss des elektrischen

1) E. Riecke: Neuere Anschauungen der Elektrizitätslehre etc. Denkschrift d. Komm. für ulftelektr. Forsch. München 1903.

2) J. Elster und H. Geitel: Terr. Magn. and Atm. Elektr.

Feldes des Ballons und der Atmosphäre sowie der nahen Gegenstände zu sehr gestört hätte.

Unter den Fehlerquellen, die der Messung im Ballon anhaften, ist zuerst der Einfluss des Gases und der Ballonhülle zu nennen. Bei den ersten 5 Fahrten wurde Leuchtgas, bei den übrigen Wasserstoff genommen und es schien nicht ausgeschlossen, dass die Berührung des Gases mit der gummierten Baumwolle ionisierend wirken könne.

Am 17. V. 1902 machte ich daher mehrere Messungsreihen in der Nähe und innerhalb zweier kurz zuvor mit Wasserstoff gefüllter Drachenballons im Aëronautischen Observatorium bei Reinickendorf. Es herrschte WSW-Wind von der Stärke 3 (Beaufort).

Die Zerstreuungswerte waren:

Vor dem westlichen Ausgang der Ballonhalle	$+0.41$ und -0.51
Zwischen den beiden Ballons	$+0.33$ und -0.33
Hinter den beiden Ballons	$+0.21$ und -0.21
Innerhalb eines Ballons	$+0.16$ und -0.26.

Die Werte werden um so kleiner, als man annehmen kann, dass die Luft mit Wasserstoff vermischt ist. Am kleinsten (wohl nur Isolationsfehler) sind sie im reinen Wasserstoff selbst. Eine Tendenz zur Unipolarität ist nicht zu erkennen.

Um dem Einwurfe zu entgehen, dass unter Einwirkung der Sonnenstrahlen und der auf dem Ballon vorhandenen Elektrizität die Verhältnisse andere sein könnten, habe ich das Gas des Drachenballons nach längerem Aufenthalte desselben in der Luft mit gleichem Erfolge untersucht: Es erwies sich als fast vollkommen unelektrisch.

Wenn also bei schnellem Steigen Gas aus der Hülle in den Korb herabkäme, würde es die Wirkung haben, dass die Leitfähigkeit der Luft abnähme. Da wir bei den Hauptmessungen den Ballon aber stets in derselben Höhe zu halten versuchten, so ist diese Fehlerquelle sicher vermieden.

Sehr viel grösser ist die Wirkung von Vertikalbewegungen des Ballons auf die Zerstreuungsmessungen. Schon bei der Diskussion der Fehlerquellen bei Kollektorenmessungen wurde ausgeführt, welche Wirkung die Beschleunigung der Ballonbewegung auf die Blättchen des Elektrometers ausübt. In viel höherm Masse muss hier die Beseitigung dieses Irrtums angestrebt werden, weil die einzelne Ablesung grösseres Gewicht hat. Die vorgeschlagene gleichzeitige Ablesung eines zweiten auf konstantem Potentiale gehaltenen Elektrometers kann dem Beobachter nicht dringend genug ans Herz gelegt werden.

Ausser dieser „mechanischen“ Wirkung der Vertikalbewegung ist noch eine „elektrische“ beobachtet worden: Ich fand, dass beim Steigen die Zerstreuung der positiven Elektrizität grösser, die der negativen hingegen kleiner wurde, während beim Fallen ein Einfluss nicht mit Bestimmtheit nachzuweisen war.

Zum ersten Male fiel mir derartiges am Schlusse der Fahrt VII auf, als die Zerstreuung einer positiven Ladung fast vollkommen verschwand, während der Ballon im selben Augenblick zu fallen begonnen hatte. Es ist aber hier jedenfalls nur der „mechanische" Einfluss eingetreten.

Auch bei Fahrt VIII tritt der Effect noch nicht in wünschenswerter Deutlichkeit hervor, obgleich man den beim Steigen in einer mittleren Höhe von 2700 m erhaltenen Wert, + 3.57, als viel zu hoch anzusehen berechtigt ist, da bei der Zunahme der Leitfähigkeit mit der Höhe dieser Grad erst in um 1200 m höhern Schichten gefunden wurde. Beim Fallen wurde ebenfalls ein hoher Wert für das negative Vorzeichen gefunden, — 1.94 in einer mittleren Höhe von 800 m, während bei einer Zerstreuungsmessung mit positiver Ladung der Ausschlag stetig grösser wurde!

Um allen Unklarheiten zu entgehen, schlug ich Herrn Geheimrat Assmann vor, bei der Fahrt IX zwei Beobachter mit luftelektrischen Messungen zu beauftragen. Der Vorschlag wurde genehmigt und nun folgendes Programm festgesetzt: Jedesmal, wenn der Ballon eine Zeit lang in gleicher Höhe gehalten wird, werden beide Apparate mit demselben Vorzeichen geladen und zwar einmal positiv und einmal negativ. Dadurch erhielten wir eine Vergleichung der Apparate und einen guten Mittelwert für die betreffende Höhenlage. Sobald aber der Ballon in eine höhere oder tiefere Luftschicht vordrang, sollte der eine positiv und der andere negativ geladen werden. War meine Vermutung richtig, so musste sich beim Steigen eine Verkleinerung von q ergeben.

Fahrt des Ballons „Berson vom 3. April 1902.

Höhe	a_+	a_-	9	Bemerkungen
1600	1.45	1.08	0.74	
1600 bis 2200	*0.95*	*0.39*	*0.41*	Ballon steigt.
2100	1.04	1.03	0.99	
2100 bis 3500	*3.25*	*0.16*	*0.05*	Ballon steigt.
3700	1.32	0.84	0.64	
3800 bis 4600	*2.77*	*0.74*	*0.26*	Ballon steigt.
5300	1.23	1.78	1.45	
5300 bis 4000	*0.39*	*0.61*	*1.58*	Ballon fällt.

Aus diesen Beobachtungen scheint mir der vorher angeführte Schluss über den Einfluss von Vertikalbewegungen des Ballons auf die Elektrizitätszerstreuungsmessungen abgeleitet werden zu müssen. Um zu konstatieren, dass beim Fallen wirklich nicht der umgekehrte Process stattfände wie beim Steigen, habe ich bei Fahrt X noch einmal die Zerstreuung der negativen Elektricität bei fallendem Ballon beobachtet. Sie ergab nicht den im genannten Falle zu erwartenden hohen Wert von a, sondern nur — 0.71.

Die Erklärung bot zuerst einige Schwierigkeit. Nachdem jedoch Herr H. Ebert gefunden hat, dass ein Ballon beim Ballastwerfen positiv wird, scheint

mir der Zusammenhang hiermit selbstverständlich zu sein. Zum Steigen gehört ein vorheriges Ballastgeben. Um die nun positiv gewordene Hülle schaaren sich die negativen Ionen in grösserer Zahl und in diese gerät auch der Zerstreuungsapparat. Damit erklärt sich auch, dass beim Fallen der Effekt nicht gefunden wurde.

Zuletzt noch einige Worte über den Einfluss der elektrischen Ladungen auf Ionenmessungen! Solange der Ballon als Leiter betrachtet in einem elektrostatischen ionisiertem Felde sich befindet, wird auf ihm und in seiner Umgebung die Elektrizität polarisiert sein. Auch wenn er keine Eigenladung besitzt, wird — bei nach oben positivem Potentialgradienten — am Korbe positive Flächenbelegung vorhanden sein, die eine „Käfigwirkung“ ausübt, also negative Ionen im Korbe ansammelt. Sind aber Eigenladungen vorhanden, so können sie zu den verschiedensten Störungen Anlass geben, weswegen es sich auch bei derartigen Messungen empfiehlt, durch Festhalten eines bestimmten elektrischen Zustandes des Ballons mittels eines Kollektors berechenbare Verhältnisse zu schaffen.

Bei den letzten drei Fahrten wurde die Anzahl der freien Ionen und ihre Beweglichkeit von Herrn Professor Wiechert und Dr. Gerdien mittels eines von letzterm erbauten Apparates gemessen[1]). Die Resultate dieser Beobachtungen wurden der Vollständigkeit halber referierend in das Schema der Beobachtungsresultate aufgenommen, ohne einer besondern Diskussion unterzogen zu werden.

1) H. Gerdien: Die absol. Mess. d. elektr. Leitfähigkeit und der spezif. Ionengeschwindigkeit i. d. Atmosphäre. Phys. Z.S. **4**, 632 f. 1903.
Derselbe: Gött. Nachr. 1903, Heft 6.

Zweites Capitel.

Das Beobachtungsmaterial.

I. Fahrt des Militärballons „Dohle“ vom 21. August 1900.

Hauptmann v. Sigsfeld (Meteorol. Beobachter), Leutnant De le Roi (Führer), Assistent Linke (Beob. d. elektr. Potentialgefälles).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
8^a 0 Min.	Am Boden				pos. aber unmessbar gross	Bewölkung: 6^1 Cum. SSW. Nimb S.
12		19.6	13.6	81		Regentropfen.
18						Abfahrt von Schöneberg.
26	etwa 200	16.1	9.9	73		Erste horizontale Dunstschicht noch etwas über der Garnisonkirche.
40	etwa 280	17.0	8.6	59		Oberer Rand der zweiten Dunstschicht.
45					neg. unmessbar gross	
9^a 0	560	15.5	9.1	68	neg. unmessbar gross	Unterhalb der obersten Dunstschicht. Ueber uns Stratocumuli 7^1 ESE. Regen.
8	586	15.2	9.9	76	+ 90 Volt/Meter	Ueber den Rieselfeldern.
10	ca. 500				+ 63	Dunst. Ballon fällt.
25					neg. unmessbar gross	
27	600	15.2	11.6	90		Regen auf Ballon. Fahrtrichtung: NE.
50	640	15.0	9.7	75		
10^a 6						Allmähliches Aufklaren. Es kommt Sonne.
10—15					+ 100 bis + 60	Ueber der Dunstschicht. Das Gefälle
11	700	15.6	10.0	75		nimmt schnell ab. — Steigen des
17	750	17.0	10.5	72		Ballons.
20	ca. 850				+ 55	Ueber uns Stratocum. 8^1.
24	980	16.0	10.1	73	+ 55	Sonne halb bedeckt.
28	ca. 1050				+ 40	Isolation gut.
31	1100	15.0	9.9	76	+ 42	
35	1165	14.0	9.6	80	+ 22	Ueber Eberswalde.
36	1160				+ 17.5	
54	1152	14.6	9.4	74	+ 17.5	Ueber uns Wolken, doch andauernd Sonnenschein.
11^a 17	1500				+ 19.5	Am Rande des Grimnitzer Seees.
24	ca. 1300				+ 40	Ueber den See hinüber. Etwas ge-
26	ca. 1400				+ 26	fallen.
27	1447	12.0	8.4	79	+ 17.5	Sonne.
54	**1700**	9.0	7.6	88		Es wird verpackt.
12^a 0	1420	12.0	8.1	76		6 km westlich vom grossen Uckersee.
1_p 18						Landung bei Prenzlau. Schlussmessung unmöglich.
etwa 4_p						Gewitter aus NW.

Wetterlage und Fahrtbericht. Einige warme Sommertage mit geringer Bewölkung, die vorausgegangen waren, machten es wahrscheinlich, dass auch am 21. August solche für luftelektrische Ballonbeobachtungen günstige Witterung herrschen würde. In der Nacht davor hatte sich jedoch zu der vorhandenen schwachen Depression vor Irland eine neue über der Nordsee gebildet, unter deren Einflusse kühleres, wolkiges Wetter mit etwas frischer südwestlicher Luftbewegung eingetreten war.

Es liessen sich am frühen Morgen eine Anzahl verschiedener Wolkenschichten unterscheiden, die jedoch nur selten den ganzen Himmel bedeckten. Meist fielen spärliche Regentropfen. Im Laufe der Fahrt nahm das Wetter einen böigen Charakter an. Wir sahen hier und dort Regenschauer niedergehen. Einmal (9^{27}) kam auch der Ballon unter eine Regenböe. Wir verloren aber niemals die Orientirung, weil in den tiefen Schichten die Bewölkung allmählich abnahm. In etwa 4 km Höhe befanden sich Altostratus (wahrscheinlich „falsche Cirren"), die gegen 11 Uhr verschwanden.

Bei der Auffahrt waren mehrere (wenigstens 3) dichte Dunstschichten zu passieren, deren höchsterreichte zwischen 650 und 700 m lag. Die unteren südwestlich ziehenden Luftschichten waren sehr stabil, mehrmals wurde Temperaturumkehr constatiert. Da es ausserdem etwa $^1/_4$—$^1/_2$ Stunde regnete, so musste bis zur Höhe von 700 m viel Ballast geworfen werden. Um $10^1/_2$ Uhr, in einer Höhe von etwa 1000 m trafen wir eine Luftschicht mit südlicher Strömung, die sich im indifferenten Gleichgewichte befand (von 980 m bis 1700 m ein Temperaturabfall von 16.0° auf 9.0°, also 0.97° auf 100 m). Der Ballon stieg unter zeitweiliger Einwirkung der Sonnenstrahlen sehr leicht.

Gegen 12 Uhr bedeckte sich der Himmel von neuem. Daher wurde der Abstieg notwendig. Vor der Landung fuhren wir jedoch noch dreiviertel Stunden am Schlepptau, bis die Stadt Prenzlau in der Uckermark vor uns auftauchte. Gerade überlegten die Offiziere, ob man mit Hülfe des letzten Ballastes die Stadt überspringen oder noch vor ihr landen solle, als die Sonne die Wolken durchbrach, den Ballon trocknete und das Gas stark erwärmte. Wir stiegen schnell ohne Ballastopfer bis auf 1000 m und landeten dann gleich hinter der Stadt. Hauptmann v. Sigsfeld machte auf diese Montgolfierenwirkung aufmerksam, die er sie noch nie so auffallend bemerkt habe.

Am Nachmittage gingen in ganz Norddeutschland Gewitter nieder. Das steht im Einklange mit der oft zu machenden Beobachtung, dass gerade im südöstlichen Quadranten einer solchen Teildepression, wie sie an diesem Tage über der Ostsee lag, Gewitterneigung herrscht. Die zum Zustandekommen solcher vertikalen Luftbewegungen, durch die wir uns die Entstehung hoher elektrischer Spannungen zu erklären haben, nötige Labilität der Luft findet sich schon von 1000 m an. Die grössere Stabilität der untersten Schichten ist wohl durch nächtliche Ausstrahlung, verbunden mit Abkühlung durch Gewitter zu erklären, die am Abend zuvor in den Gegenden stattgefunden haben, aus denen die Winde wehten. Diese Vermutung findet dadurch ihre Begründung, dass die potentielle Temperatur der

über 1000 m lagernden Luftschichten die Höhe des Temperaturmaximums hatte, das am Vortage am Erdboden gemessen war.

Luftelektrizität. Aus der Tabelle und Fig. 6 geht hervor, dass zwischen den verschiedenen Dunstschichten, in denen auch Wolkenbildungen stattfanden, das Potentialgefälle stark variierte. Unmessbar hohes positives Gefälle wechselt mit negativem ab. Kurz nach 9 Uhr schien es, als ob wir endlich normale Zustände gefunden hätten, da aber fiel der Ballon unglücklicherweise wieder in die Dunstschicht zurück, und als dann ein dumpfes Trommeln anzeigte, dass Regentropfen auf den Ballon herniederfielen, bemühte ich mich vergebens irgend einen sichern Stand der Blättchen zu fixieren. Aber sie schlugen zu heftig auf und nieder. Erst über der letzterreichten Dunstschicht konnte ich ein stetiges Abnehmen des Gefälles beobachten; das Vorzeichen blieb fortwährend positiv. Die herausfallenden Werte um $11^a\,24$ wurden gemessen, als der Ballon nach Ueberfliegen des Grimnitzer Seees zu fallen begann und infolge dessen Ballast geworfen wurde. Beim Abstiege konnte leider keine Beobachtung mehr vorgenommen werden, da das isolierende Stativ, auf dem das Elektrometer stand, bei der Vorbereitung des Abstieges zerbrach. Bis dahin war die Isolation andauernd sehr gut befunden worden.

Auf Benachrichtigung des Herrn Professor Börnstein stellten auch die Herren J. Elster und H. Geitel in Wolfenbüttel Messungen an, die ich hier folgen lasse:

Beobachtungen des Gefälles in Wolfenbüttel am 21. August 1900.

Zeit	Potentialgefälle (Volt/Meter)	Bemerkungen
$7^1/_2{}^a$	+ 107	Himmel bedeckt.
8	+ 69	Um 8^h etwas Regen in feinen Tropfen.
$8^1/_2$	+ 43	
9	+ 36	
$9^1/_2$	+ 36	Kein Regen, kleine Lücken in der Wolkendecke.
10	+ 62	
$10^1/_2$	+ 82	
11	+ 62	
$11^1/_2$	+ 114	
12	— 651	
$12^1/_4$	— 29	Regen.
$12^1/_2$	+ 19	
1_p	+ 56	Regen vorüber, etwas Sonnenschein.
$1^1/_2$	+ 445	Regenwolke im S.
$1^3/_4$	> + 650	Etwas Regen.
2	Schwankend zwischen + u. —	Ferner Donner.
$2^1/_2$	+ 71 (Schwankend)	Regen vorüber.
3	> 650	Regen.
4	+ 160	Regen vorüber.
$4^1/_2$	+ 36	
5	+ 54	
$5^1/_2$	+ 54	

Zu diesen Beobachtungen sei bemerkt, dass um 8^a Wolfenbüttel auf derselben Isobare lag wie Berlin. Es erklärt sich hierdurch die völlige Uebereinstimmung des Wetters (abgesehen von der Zeit) mit dem während der Fahrt beobachteten. Das Potentialgefälle ist geringer, wie das bei der Abfahrt gemessene, nimmt aber ebenfalls während des Regens das negative Vorzeichen an.

Am Observatorium des Kgl. Preuss. Meteor. Instituts in Potsdam ist das Vorzeichen stets positiv gewesen. Es fiel dort kein Regen. Das Gefälle war verhältnissmässig gross und fortwährenden Schwankungen unterworfen. Es folgen die Beobachtungen:

Zeit	Potentialdifferenz des 1 m vom Turm entfernten Kollektors	Zeit	Potentialdifferenz des 1 m vom Turm entfernten Kollektors	Zeit	Potentialdifferenz des 1 m vom Turm entfernten Kollektors	Zeit	Potentialdifferenz des 1 m vom Turm entfernten Kollektors
8^a 4	+ 210 Volt	8^a 54	+ 164 Volt	10^a 0	+ 259 Volt	30	+ 129 Volt
11	193	59	229	40	170	36	137
19	174	9^a 0	210	11^a 0	176	1_p 0	164
26	164	5	201	31	201	6	193
30	186	34	201	0_p 0	129	28	193
37	174	58	236	5	129	40	186
44	193			14	141	41	176

Bis 8^a 58 Sonne meist durch Wolken verdeckt.
Von 8^a 59 kräftiger Sonnenschein.
5_p—7_p Donner in E u. W. Elektrometerausschläge schwanken zwischen 0 und unendlich.

Es scheint mir beachtenswert, dass von dem um 5 Uhr beginnenden Gewitter weder an den elektrischen Beobachtungen am Boden, noch an den Ballonmessungen irgendwelche Vorzeichen zu erkennen sind. Nur ganz kurz vorher und während desselben schwankte das Gefälle in Wolfenbüttel und Potsdam stark.

II. Fahrt des Militärballons „Dohle" vom 21. September 1900.

Oberleutnant v. Krogh (Führer), Graf Arco (Meteorol. Beobachter), Assistent Volkmann (Beob. d. elektr. Potentialgefälles).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
7^a 50Min.	Am Boden				+ 104	
8^a 5	„	10.0	9.1	99		Bewölkung: 8^1. Str. NNW, Cir NW, Alt. cum. NW. Dunst.
10						Abfahrt von Schöneberg. — Wind: WSW 1.
30	etwa 200	13.0	7.8	70		
40	355	14.0	8.3	69	+ 29	Dunst. — Fahrtrichtung ESE gegen SE.
46	430				+ 38	
48					+ 50	Sonne kommt.
51					+ 85	Isolation gut.
54	610	11.5	7.6	75	+ 120	
9^a 0	745	10.0	7.1	75	pos. unmessbar gross	
10	922	11.0	7.1	73		Grenze einer Dunstschicht.

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
9a 14Min.					fast 0	Ueber dem Müggelsee.
16/17	530	11.5	7.5	75		Der Ballon fällt stark. Sonne matt.
19					fast 0	
21/22	702	10.5	7.0	74	+ 64	Nicht mehr über dem See.
23					+ 50	
30	327	13.0	6.8	62		Immer noch fallend.
34					+ 46	
40	447	12.0	8.0	76	+ 40	Gefälle schwankt. Isolation gut.
42					+ 54	Sonne wieder heller.
44					+ 50	Ballon steigt stark.
46	972	9.0	6.5	76	+ 50	Dunstschicht.
52					+ 11	
54/55	1450	9.5	3.1	35	+ 16	
10a 5	1525	9.0	3.6	44		
8	1520				+ 11	
11					fast 0	Isolation gut! Ballon steigt.
15	1515				+ 11	4 m Höhenunterschied der Collektoren.
?		8.5	1.8	22		
17					+ 11	Oberer Rand einer Dunstschicht.
30	1635	9.0	1.7	20	+ 12	
37	1700	9.5	1.6	18	12	Vorzeichen fraglich. Tiefer als der
46					— 15 [1])	Ballon, doch nicht gerade unter ihm
51/52	1680	9.5	2.7	31	— 11	bilden sich Cumuli.
53					— 10	Isolation gut. Unter dem Ballon hat
11a 0	1725	9.5	3.1	35	— 20	sich eine ausgedehnte Herde von
7					— 20	Cum.-Wolken gebildet, die auf dickem
10	1730	9.5	2.7	31		Dunst zu schwimmen scheinen.
14					— 14	
20	1780	9.8	2.1	24	— 15	
34	1870	10.2	1.9	22		
12 25	1550	10.0	1.7	20		
etwa Ap 40						Landung bei Rädnitz, 8 km von Crossen a/O.

Wetterlage und Fahrtbericht. Die Fahrt fand in ausgesprochen anticyklonalem Gebiete statt. Die unter Einwirkung einer vorübergezogenen Teildepression vorhandenen hohen Wolken zerstreuten sich während der Fahrt. Gegen 11 Uhr bildeten sich die mittäglichen Cumuli auf einer Dunstschicht. In Norddeutschland wehten unter dem Einflusse einer Depression über dem Nordkap westliche Winde. Im Laufe des Tages fiel in den östlichen Gegenden das Barometer. Der Ballon, welcher genau auf der Isobare blieb, flog zuerst fast östlich, schwenkte aber später nach Südosten.

Es sind drei Dunstschichten zu unterscheiden und zwar jede als Grenze zwischen zwei von einander verschiedenen Luftschichten. Die erste in etwa 350 m zeigt die Höhe an, bis zu welcher die nächtliche Abkühlung vorgedrungen ist. Bis zu ihr reicht die Temperaturumkehr (1.1° pro 100 m). Zwischen dieser und der zweiten Dunstschicht, welche in etwa 900 m beobachtet wurde, ist die Feuchtigkeit constant, Temperaturgefälle ziemlich gross (von 350 bis 745 m 4.0°).

1) Ueber das Vorzeichen vergl. S. 77.

Es herrscht indifferentes Gleichgewicht, eine Folge der Sonnenstrahlung des Vortages. Extrapolirt man nämlich mit diesem adiabatischen Temperaturgefälle die Höhe der Temperatur am Boden, so erhält man 17.5°, das Durchschnittsmaximum des 20. Sept. — Ueber dieser zweiten Dunstschicht, in 922 m findet sich die über Wolken und starken Dunstschichten gewöhnliche Temperaturumkehr. Der Ballon kommt nicht weit über diese zweite Schicht hinaus. Er fällt und der Führer, weil er hierfür keinen rechten Grund einsehen kann, giebt nicht genügend Ballast, um den Fall zu stoppen.

Jetzt erkennt man an der Hand der Zustandskurve leicht diesen Grund: Der Ballon ist in eine kältere Luftschicht gekommen mit notwendig absteigendem Luftstrome. Der schmale, drei Kilometer lange Müggelsee im Osten von Berlin war nämlich gerade der Länge nach überflogen, als der Ballon zu fallen begann. Die grosse Wasserfläche kühlt die mit ganz geringer Geschwindigkeit darüberhinstreichende Luft ab und verringert also das Temperaturgefälle. Da kalte Luft aber schwerer ist als warme, entsteht hinter dem See ein kleines barometrisches Maximum. Wegen seiner geringen Ausbreitung und da die Ursache — das kalte Wasser — bestehen bleibt, muss der Austausch der Luft ziemlich intensiv erfolgen, sodass in der kleinen Anticyklone eine energische abwärts gerichtete Luftströmung anzunehmen ist, die den Ballon mitgerissen hat. Wie kaum hervorgehoben zu werden braucht, ist das soeben Gesagte identisch mit der häufig gemachte Beobachtung, dass Gewitter Flüsse und Seeen überspringen. Die starke Temperaturabnahme und der aufsteigende Luftstrom — die Grundbedingungen des Gewitters — werden eben durch die Abkühlung am Boden vermindert.

In unserm Falle stand der Ballon 25 Minuten lang unter dem Einflusse der kleinen Anticyklone; also hatte sie, da der Ballon in der Stunde 24 km zurücklegte, eine Erstreckung von 10 km über den Müggelsee, auf dem sie begann, hinaus.

Als der Ballon aus diesem Luftstrom herausgekommen war, stieg er infolge des Ballastauswurfs rapid, erreichte die schon einmal durchbrochene Dunstschicht ziemlich in der alten Höhe und geriet in eine dritte Schicht mit geringem Feuchtigkeitsgehalte und auffallender Isothermie, die nur in etwa 1600 m Höhe durch die Wirkung der dritten Dunstschicht gestört wird. Beachtenswerth sind die ausserordentlich niedrigen Feucktigkeitsgrade über ihr (in 1700 m 18 %).

Diese trockne warme Luftschicht, die über der feuchten mit starkem Temperaturgefälle lag und deren oberer Rand jedenfalls noch lange nicht erreicht ist, hatte auch zur Folge, dass an diesem Tage keine Gewitter auftraten, sondern den unter Einfluss der täglichen Temperaturperiode hervorgerufenen aufsteigenden Luftströmen schon unter 1000 m eine Grenze gesetzt ist. Wie Herr R. Assmann gezeigt hat[1]), wird durch solche Anordnung der Atmosphäre die beste Gewähr für ein Fortbestehen des schönen Wetters in den nächsten Tagen

1) R. Assmann, Die Erforschung d. höheren Luftschichten und die Wetterprognose. Das Wetter. Heft 7. 1902.

gegeben. Die folgenden Fahrt, die 3 Tage später stattfand, wird zeigen, wie sich allmählich die Wetterlage veränderte und schliesslich doch die Schichtung bis in grössere Höhen labil wurde.

Luftelektrizität. In dem Verlaufe des Potentialgefälles, dessen graphische Darstellung die Abbildung 7 bringt, ist zuerst die Wirkung der mittelsten Dunstschicht bemerkenswert. Das beim Eintritt in den Dunst schnell wachsende positive Gefälle weist auf eine hohe negative Ladung der unteren Grenzfläche hin. Obgleich also das Wetter sehr klar, und die Luft in der ganzen Schicht noch vollkommen wolkenfrei war, herrschte dennoch eine starke Störungsschicht offenbar von Elektrizitätsmengen herrührend, die in der Dunstschicht angehäuft sind.

Am Erdboden war nichts aussergewöhnliches zu bemerken. Die Beobachtungen der Herren J. Elster und H. Geitel in Wolfenbüttel sowie des Meteorol. Observatoriums in Potsdam, die beide hier folgen, zeigen die normale Höhe des Gefälles und einen ruhigen gleichmässigen Verlauf während des ganzen Tages.

Messungen des luftelektrischen Potentialgefälles am Turme des Meteorologischen Observatoriums zu Potsdam am 21. Sept. 1900.

Höhe des Kollektors über dem Boden ca. 25 m. Abstand der Ausflussöffnung von der Mauer 1.0 m.

Zeit	Potentialgefälle Volt/Meter	Zeit	Potentialgefälle Volt/Meter	Zeit	Potentialgefälle Volt/Meter	Zeit	Potentialgefälle Volt/Meter
7^a 17	160	8^a 26	225	9^a 14	245	0_p 8	160
44	192	30	205	35	205	36	160
51	212	36	217	49	192	1_p 1	167
8^a 0	221	43	205	10^a 0	205	2_p 12	192
7	212	50	192	38	235	3_p 44	167
12	221	57	167	11^a 6	245	9_p 11	205
22	225			35	225		

Potentialgefälle in Wolfenbüttel (J. Elster u. H. Geitel) am 21. Sept. 1900).

Zeit	Volt/Meter	Zeit	Volt/Meter	Zeit	Volt/Meter	Zeit	Volt/Meter
7^a	93	$10^1/_2{}^a$	142	$1^1/_{2p}$	116	$4^1/_{2p}$	88
$7^1/_2$	100	11	111	2	109	5	99
8	115	$11^1/_2$	133	$2^1/_2$	108	$5^1/_2$	90
$8^1/_2$	127	12 Mttgs.	102	3	104	6	89
9	131	$12^1/_2$	98	$3^1/_2$	96	$6^1/_2$	109
$9^1/_2$	168	1_p	106	4	94	7	52
10	200						

Herr H. Geitel bezeichnete das Wetter ausdrücklich als sehr günstig, weil der Gang der Gefälle ausserordentlich normal gewesen sei: deutliches Morgenmaximum, kleine sekundäre Vergrösserung kurz nach Mittag.

Ueber der positiven Dunstschicht scheint das Gefälle zuerst schnell, dann langsam abgenommen zu haben, ja um 10^{46} schreibt der Beobachter das negative Zeichen. Bei früheren Bearbeitungen schien mir dieses durch eine dicht darüber beobachtete Dunstschicht erklärt werden zu müssen. Dann müsste jedoch schon unter ihr eine Störung zu bemerken gewesen sein. Das ist aber sicher nicht der Fall. Daher ist es nicht ausgeschlossen, dass der auf Seite 7 geschilderte Fall eingetreten und bei der Vorzeichenbestimmung ein Versehen vorgekommen ist. Die Thatsache, dass der Beobachter zum ersten Male im Ballon und von leichtem Unwohlsein befallen war, lässt die Mutmassung nicht als unmöglich erscheinen.

Eine dritte Erklärung für den nur bei dieser Fahrt beobachteten Fall, dass das abnehmende positive Gefälle schliesslich in negatives übergeht, wären die zur selben Zeit in etwa 1000 m Höhe sich bildenden Cumuli. Das ist jedoch sehr unwahrscheinlich, da die Cumulusbildung nur gering war und ein so starkes Potential der einzelnen Wolken sonst nicht beobachtet ist.

Bedauerlicherweise kann also diese vereinzelte Erscheinung nicht genauer untersucht werden.

III. Fahrt des Militärballons „Elster" vom 24. September 1900.

Hauptmann Traeger (Führer), Leutnant Briegleb, Assistent Linke (Beobachter).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Akt. Diff.	Bemerkungen
8a 30Min.	Am Boden	14.4	9.1	72		Bewölkung: 0. Dunst, Wind: SE 1.
34						Abfahrt vom Tempelhofer Felde.
45	220					Ueber Berlin. Es liegt eine ziemlich dichte
51/53	351				9.3	Dunstschicht über der Erde, in welcher sich
52	371	17.8	7.2	51		der Ballon noch befindet. Bewölkung: 1.
57	433	17.8	7.7	50	9.0	Cir. str.-fetzen am SSW-Horizont.
9a 5	493	17.6	7.0	46	10.2	Richtung NE.
11	552	16.9	6.5	45	11.1	
20	585	16.6	7.4	52	12.5	
33	697	16.5	6.3	44	10.7	Richtung NNE. Noch in der Dunstschicht.
						Der Sonne gegenüber im N sieht man schon
						den äusserst scharf abgegrenzten oberen
43	770	16.2	6.6	48	9.6	Rand der Dunstschicht.
46						Auf der Dunstschicht. Auch unter der Sonne
						(im S) sieht man den scharfen oberen Rand
						der Dunstschicht. Er sieht im N schwarz
						aus und wird nach beiden Seiten zu heller,
						bis er im S weiss erscheint. — Im N über
						dem beschriebenen noch einen zweiten Dunst-
						streifen.
50	765	15.7	5.6	42	11.5	Bewölkung: 1. Cir. str. = Fetzen im S. Rich-
10a 0	840	15.4	4.4	34	10.9	tung NNE.
36	877	15.7	4.1	31	10.7	Immer auf der Dunstschicht, die mit dem Bal-
53	817	16.0	4.6	34	10.0	lon steigt und fällt.
11a 10	790	17.3	1.9	12	7.5	Im oberen Rande der Schicht.
19	940?	16.9	1.6	12	10.3	

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Akt. Diff.	Bemerkungen
11^a 31Min.	775	16.5	2.3	17	9.1	Ueber dem Randowbruch.
50	820	16.6	4.2	29	8.9	Ueber den Bruch hinüber. Richtung NNE.
12^a 5	605	17.5	4.6	25	9.5	Stark gefallen. Unter der Dunstschicht.
25	955	16.8	2.1	15	6.6	Wieder in dem oberen Rande der Dunstschicht.
43	1020	16.7	2.0	14	9.0	Im W unterscheidet man deutlich Berg und Thäler der Dunstschicht. Letztere wird nach dem oberen Rande zu dichter.
56	935	16.5	2.8	20	8.3	
1_p 6	1070	17.0	2.7	19		Nahe am Stettiner Haff. Wir schwenken nach rechts.
12	1032	16.4	1.6	12	5.6	Ueber dem Papenwasser.
21	1135	15.8	1.4	10	7.2	Ueber das Wasser hinüber.
26	1055	15.4	1.9	15	6.1	Gefallen. Viel Ballast!
43	1325	14.3	2.6	22	4.9	Es wird klarer. Richtung ENE. Die Ostsee in Sicht.
59	1365	12.7	4.7	43	9.5	
2_p 5	1485	12 5	5.4	50	9.6	Der obere Rand der Dunstschicht wird unscharf.
14	1477	12.4	6.1	57	9.1	
40	1155	15.4	1.9	14	5.2	
54	1005	14.8	3.6	28	9.8	
twa 3_p	500	18.5	7 0	44	5.8	Es wird verpackt.
$e3_p$ 18						Scharfe Landung nordöstlich von Treptow an der Rega.

Wetterlage und Fahrtbericht. Diese Fahrt war als Simultanfahrt zu einer am Abend des vorhergehenden Tages vom Sportplatz Friedenau bei Berlin abgegangenen Dauerfahrt unternommen. Obgleich der eigentliche Zweck nicht erreicht wurde (die Dauerfahrt wurde durch widrige Umstände vereitelt) und auch keine luftelektrische Messungen angestellt sind (die Instrumente waren vom letzten Aufstiege noch nicht zurückgekommen), sollen diese Beobachtungen dennoch hier ihren Platz finden, einmal weil sie meteorologisch interessant sind, hauptsächlich aber, weil dem Beobachter dabei Gelegenheit gegeben wurde, eine äusserst charakteristisch ausgebildete Dunstschicht in ihren Haupteigenschaften kennen zu lernen.

Wir fuhren — unter dem Einflusse eines Hochdruckgebietes über dem Balkan und einer Depression vor Norwegen, die eine Teildepression über England zeigte, — mit südlichen Winde vom Tempelhofer Felde ab über Berlin hinweg. Der Berliner Grossstadtdunst ging allmählich in eine dichte Dunstschicht über, deren oberer Rand in etwa 770 m erreicht wurde. Die Temperatur hatte bis 400 m (der üblichen Abkühlungsregion infolge nächtlicher Ausstrahlung) $3^1/_2{}^0$ zugenommen und nahm dann langsam ab. Da es nun nicht darauf ankam, möglichst grosse Höhen zu erreichen, sondern die Absicht bestand, soweit wie irgend möglich die vermeintliche Bahn des Dauerfahrtballons zu verfolgen, wurde von $9^3/_4$ bis $1^1/_2$ der Ballon auf der Dunstschicht, die sich wie gewöhnlich als gute Stabilitätsschicht erwies, gehalten. Mit ihr stieg er denn bis auf 1100 m, also in $3^3/_4$ Stunden um 340 m. Bald tauchten wir im Dunste unter (etwa bis 11 Uhr), bald schwebte der Ballon etwas über der scharf begrenzten Dunstmasse. Hinter dem feuchten und kühlen Randowbruch wurde der obere Rand unregelmässig. Es bildeten sich infolge der schon bei Gelegenheit der Fahrt vom 21. September

1900 besprochenen Abkühlung ein absteigender Luftstrom, der sowohl den oberen Rand der Luftschicht als auch die Flughöhe des Ballons in tiefere Regionen verlegte. Nur durch Ballastopfer (das erste seit Berlin!) wurde der Ballon gehalten. Infolge der Erleichterung stieg der Ballon, als er aus den Wirkungsbereiche des Randowbruches herausgekommen war, etwas über die Region der Dunstschicht hinaus in eine dünne Schicht von ungewöhnlicher Trockenheit (bis 10%). Von $1^3/_4$ bis $2^1/_2$ wurde noch eine grössere Höhe aufgesucht, in der eine schnelle Temperaturabnahme und normaler Feuchtigkeitsgehalt festgestellt wurde. In dieser Schicht wurde eine westlichere Luftströmung gefunden. Die Temperaturbeobachtung stimmen sehr gut überein mit den Resultaten eines Registrierballonaufstieges des Aëronautischen Observatoriums in Reinickendorf, der um $11^1/_4{}^a$ stattfand. Der Barothermograph Assmann (ohne Uhrwerk) zeigte in

40 m Höhe (am Boden)	19.5°
375	19.5
735	19.5
1367	15.0
2038	10.5 u. s. w.

In den untern Schichten tritt die tägliche Periode schon hervor.

Während der Rückreise — wir waren gerade in Stettin — ging ein starkes Gewitter nieder. Die Erklärung dafür kann wieder aus der beobachteten Aenderung der Lufttemperatur mit der Höhe abgeleitet werden. Während am 21. Sept. noch eine isotherme Störungsschicht beobachtet wurde, die jedenfalls über 1800 m hinausragte, war sie an diesem Tage bis auf 770 m (am frühen Morgen) herabgesunken, sodass sie von der täglichen Periode beseitigt wurde. In grösseren Höhen herrschte aber, wie besonders aus dem schon angeführten Registrierballonaufstieg hervorgeht, ein grosses Temperaturgefälle, sodass zu labilen Gleichgewichtslagen alle Bedingungen gegeben waren.

Von hervorragendem Interesse besonders für luftelektrische Untersuchungen, war es mir diese ausserordentlich dichte Dunstschicht zu beobachten, die sich in der Höhe der Temperaturumkehr gebildet hatte. Sie schloss sich in ihren Bewegungen vollständig an die der Luft an, ohne wesentliche Veränderungen der Struktur zu erleiden. Unter dem Einflusse der intensiven Sonnenstrahlung hob sich die ganze Schicht allmählich um mehrere hundert Meter, die meteorologischen Zustände der alten Höhe gleichsam mit sich hinaufnehmend, was auch bei spätern Fahrten oft beobachtet ist.

IV. Fahrt des Militärballons „Dohle“ vom 3. November 1900.

Hauptmann v. Sigsfeld (Meteorol. Beobachter und Führer), Leutnant v. Rotberg, Assistent Linke (Beob. d. Potentialgefälles).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
9a 52Min.	Am Boden				+ 160	
58		6.1	4.3	62		Bewölkung: 2^1. Cum. am Westhimmel mit Stratusschirmen. Wird: E 4.
10a 12						Abfahrt.
51	etwa 500				+ 37	
54	„ 550				+ 48	
56	„ 600				+ 31	
58	„ 600				+ 34	
11a 0	„ 650				+ 30	
5	„ 780				+ 26	
7	„ 750				+ 30	Potentialgefälle vermindert sich schnell. Ballon stark gefallen, daher sind die Messungen ungewiss.
12	„ 620				— 52	
13	„ 530				— 70	
14	„ 500				neg. unmessbar gross	Ueber einem See. Im Dunst.
18	„ 530				+ 61	
19	593	1.1	4.1	81	+ 74	Noch im Dunst. Leichte Cumuli über uns. Ballon steigt stark. Isolation gut. Die Cumuli sind unter uns.
23	750				— 52	
30	980	— 0.8	3.3	73	stark schwankend	
40	1000				+ 40	
52	1200				+ 26	Ueber der Cumulusschicht.
54	1180				+ 24	
55	1180				+ 21	
12a	1170	— 1.8	2.3	58		
10	1200				+ 41	
22	1180				+ 31	Ueber der scharfen Grenze der Cumuli im S einige Cir. str. Ueber dem Ballon wolkenlos. Unter ihm starke Cumulusbildung.
32	1230					
41	1260	0.0	2.7	58		
44	1230				+ 39	
1p 2	1200				+ 40	
9	1270	— 1.0	2.0	47	+ 31	
23	1550				+ 24	
46	1590	— 0.8			+ 30	
2p 0	**1650**				+ 30	
17	etwa 1600				+ 27	Die Bewölkung unter dem Ballon lässt allmählich nach.
3p 36	840	0.0	4.4	96	+ 54	
5p 30	Am Boden					Landung bei Achim (Bremen).

Wetterlage und Fahrtbericht. Am 3. November 1900 lag eine Anticyklone über Russland. Eine Depression nördlich von Grossbritanien hatte am Vortage eine Teildepression über den Continent entsandt, wodurch das dort schon vorhandene Minimum sich vertieft hatte und nun die Wetterlage in Deutschland beherrschte. Vor der Abfahrt bis 10 Uhr hatten wir bei wolkenlosem Himmel frischen Ostwind. Gegen Mittag quollen zahlreiche Cumuli empor, denen in einer Höhe von 1100 m durch die dort beginnende Störungsschicht mit Dunstgehalt und ziemlich constanter Temperatur eine Grenze gesetzt wurde. Leider sind die meteorologischen Daten diesmal noch spärlicher als bei den übrigen Fahrten. Dennoch lässt sich die Schichtung der Luft daraus einiger-

massen erkennen. Die untere Schicht war etwas dunstig, die obere jedoch schien klar zu sein. Beim Abstieg hatten sich die Wolken wieder aufgelöst. Die Landung erfolgte nach längerer Fahrt in tieferen Höhenlagen in der Nähe von Bremen. Der Ballon war auf derselben Isobare geblieben.

Ein Drachenaufstieg des Aëronautischen Observatoriums in Reinickendorf, der zwischen 12^a und 2_p stattfand und 1115 m reichte, ergab folgende Temperaturabnahme in den verschiedenen Höhen.

	Erde bis 350 m	350—700 m	700—850 m	850—1115 m
Temperaturabnahme	0.81—0.63°	0.83—1.03°	0.36—0.38°	0.71—0.93° p. 100 m
	(12^a)	(2_p)		

Es wird in der Veröffentlichung besonders der zwischen 700 und 850 m eingelagerten, bei Auf- und Abstieg gesondert festgestellten Schicht von grosser Stabilität Erwähnung gethan. Hiermit wird eine Wolkenbeobachtung von Herrn W. Volkmann in Zusammenhang zu bringen sein, der sogleich nach der Abfahrt einige tiefziehende kleine Cumuli mit dicht darüber stehenden „falschen Cirrus-Schirmen" am Horizont bemerkte. In der genannten dünnen Schicht mit geringem Temperaturgefälle führte der aufsteigende Luftstrom eben nicht zur Wolkenbildung, so dass eine Unterbrechung der Wolke entstand. In grösserem Massstabe wird das ja häufig bei Gewitterwolken beobachtet.

Luftelektrizität. Ein Blick auf die schematische Darstellung des Verlaufes des Potentialgefälles (Tafel II, Fig. 8) lässt einen wesentlich anderen Charakter erkennen, als bei den bisherigen und auch bei der noch folgenden Fahrt vom 31. Mai 1901. Zuerst fällt die starke Abweichung der Messungen in derselben Höhe auf, dann aber besonders die verhältnismässig geringe Abnahme mit der Höhe.

Die Beobachtungen in Potsdam zeigen den normalen Verlauf. Zwischen dem Turme und dem in einer Entfernung von 60 cm tropfenden Collektor wurden folgende Werte gemessen:

Beobachtungen des Gefälles in Potsdam am 3. November 1900.

Zeit	Potentialgefälle	Bewölkung	Zeit	Potentialgefälle	Bewölkung
7^a 13 Min.	+ 158 Volt	(8^a) 0	1_p 10 Min.	+ 25 Volt	
9^a 10	112		2_p 14	46	3^1 Cu CSE
9^a 42	84		3_p 16	74	
10^a 7	84	1	4_p 14	74	2^1 Str-Cu ESE
11^a 8	62		6_p 12	180	0
11^a 48	62				
0_p 8	46	2^1 Cu ESE			
0_p 53	25				

Die Beobachtungen in Wolfenbüttel (H. Geitel) sind folgende:

Zeit	Potentialgefälle	Bewölkung	
8^a	89 Volt/Meter	Fast bedeckt, lebhafter NE-Wind. Kein Dunst.	
9^a	98	Aufheiterung	
$10^1/_4{}^a$	127	Wolkenlos	Lebhafter E-Wind.
11^a	125	fast Wolkenlos	
$12^1/_4{}^a$	149	dito	
1^p	123	dito	
2^p	114	Etwas mehr Wolken	
3^p	117	Halbbedeckt, Wind schwächer	
4^p	89	Bedeckt	
5^p	82	dito	
6^p	84	dito	

Die beiden Reihen weisen einen direct entgegengesetzten Gang auf. In Potsdam war das Gefälle mittags am kleinsten, morgens und abends hingegen gross, während es in Wolfenbüttel mittags am grössten, aber früh und spät niedrig war. Es hängt das wohl eng zusammen mit der Bewölkung. In Potsdam war es morgens und abends wolkenlos, nur mittags zeigten sich Cumuli; in Wolfenbüttel war es gerade von 11 bis 1 wolkenlos, während zu den andern Tageszeiten Wolken den Himmel mehr oder weniger bedeckten.

Das entspricht alles der Wetterlage. Wolfenbüttel lag vollständig im Bereiche der Depression, während in Berlin noch das Maximum dem Minimum gegenüber die Vorherrschaft behauptete. Der Ballon flog nun in einer Wetterlage, die weder cyklonal, noch anticyklonal war, und die elektrischen Verhältnisse, die er antraf, sind in erster Linie von dieser Wetterlage abhängig.

Ein Zusammenhang der Ballonbeobachtungen mit denen am Erdboden kann also gar nicht erwartet werden, da die Verhältnisse am Erdboden ganz andere sind. Beobachten wir die Ballonmessungen in ihrer scheinbaren Unregelmässigkeit, so sehen wir zunächst ein langsam abnehmendes positives Gefälle zwischen 500 und 800 m. Bis in die schon angeführte stabile Schicht hinein, in der um diese Zeit noch keine Wolkenbildung stattfand, verläuft also das Gefälle regelmässig. Leider fiel der Ballon gleich darauf stark, sodass wir über die Verhältnisse über der Schicht keine Beobachtungen haben. Dennoch können wir schon schliessen, dass die Grenzflächen der Luftschichten keine sonderlich hohe elektrische Ladung gehabt haben können. Zugleich soll erwähnt werden, dass keine Dunstschicht beobachtet ist, also wahrscheinlich die Grenzflächen zwischen der eingelagerten Schicht und der darüber resp. darunter liegenden nicht zugleich durch Staub- und Rauchansammlungen ausgezeichnet waren.

Die nun folgenden Beobachtungen (von 10^a 12 bis 40) darf kein grosses Gewicht beigelegt werden, weil der Ballon äusserst schnelle Höhenänderungen ausführte und von Cumuli umgeben war. Sie sind im Schema weggelassen. Von 11^a 52 bis 1^p 9 befand sich der Ballon lange Zeit in der mittlern Höhe von 1200 m. Die gefundenen Werte schwanken erheblich, zwischen 21 und 40 Volt/Meter. Dabei ist jedoch zu bedenken, dass nur 100 m darunter sich eine sicherlich elektrisch

geladene Wolkenschicht befand. Je nachdem der Ballon diesen runden Cumulusköpfen näher oder ferner war, muss das Gefälle notwendigerweise ein anderes sein. Dazu kommt noch, dass der Ballon regelmässige Wellenbewegungen ausführte, verursacht durch Luftwogen, die an der Grenzfläche zwischen den beiden Luftschichten entstanden. Das Mittel aus den Beobachtungen wird für die mittlere Höhe das Gefälle wohl am richtigsten wiedergeben. Es wäre 30 Volt/Meter für die Höhe von 1200 m. Von 1^p 23 bis 2^p 17 befand sich der Ballon in einer mittleren Höhe von 1600 m. Hier schwanken die Beobachtungen weniger, zwischen 24 und 30 Volt/Meter. Im Mittel würden 28 Volt/Meter anzunehmen sein. Das ist im Verhältnis zu den tiefern Schichten sowohl, als auch zu früheren Beobachtungen in derselben Höhe ein recht hoher Wert und es ist auffallend, dass gerade an diesem Tage, wo nur eine äusserst schwache Dunstschicht vorlag, diese geringe Abnahme des Gefälles beobachtet wurde. In der zusammenfassenden Diskussion des dritten Kapitels wird hierauf näher eingegangen werden.

V. Fahrt des Militärballons „Dohle" vom 6. Dezember 1900.

Hauptmann v. Sigsfeld (Führer), Assistent Linke (Beobachter).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Electr. Leitfähigkeit	Bemerkungen
9^a 48—58Min.	Am Boden				+ 1.16	Auf dem Uebungsplatz der Luftschifferabteilung bei Schöneberg.
10^a 54		3.2	5.5	95		Bewölkung: 10^2 Str. Cu. Schwacher Regen. — Wind: NE 5.
11^a 9						Abfahrt.
14	310	1.4	5.0	98		Bei einer Höhe von ca. 150 m in Wolken.
20	360	2.1	5.2	98		
30	440	3.2	5.4	93		Auf der unteren Wolkenschicht.
33	447	3.0	5.5	98		Ueber uns eine andere.
38	435	3.5	5.4	92		Grossbeeren. (d. Fragen aus den Wolken ermittelt) Richtung: SW.
45—55	ca. 500				+ 0.77	Auf einer Stabilitätsschicht in vollkommen nebelfreier Luft.
12^a 0	525	3.7	5.3	89		Intensive Wogenbildung. In einem Wellenthal wird die Erde sichtbar. Richtung: S.
0_p 6	350	3.3	5.3	93		
23						Schiessen von schwerem Geschütz
39	570	3.8	5.1	87		hart südlich von uns. Jüterbog.
44	670	2.0	4.7	90		
12^a 44—1_p 8	ca. 700				— 1.46	
1_p 0		3.0	4.7	85		
6		2.0	4.4	87		
20	770	2.0	4.6	89		Etwa 200 m über der untern und dicht unter der oberen Wolkendecke.
32	550	4.0	4.4	76		Die untere Schicht kommt höher, die Stabilität verschwindet. In einem Wellenthale unten aufhellend. Richtung SE (?).
30—40	ca. 550				+ 0.0	Ausgesprochene Wogenbildung senkrecht zu SSE.
48	540					
46—56	ca. 480				— 0.73	Zeitweise in leichten Wolken.

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat	Electr. Leitfähigkeit	Bemerkungen
56	415	2.2	5.2	97		
2_p 6	300	3.2	5.7	98		
12						Nahe Camenz (Kgr. Sachsen). Durch Fragen orientiert.
16	258	3.5	5.5	94		Bei 200 m wieder in Wolken.
31	870	1.0	4.9	98		
34	955	0.7	4.6	92		Die untere und die obere Wolkenschicht scheinen sich vereinigt zu haben.
49	1160	— 0.5	4.4	97		
51	1200	— 1.5	4.0	97		Immer noch in Wolken.
54	1270	— 1.0	4.2	97		
59	1265	— 1.7				
54—59	ca. 1270				— 0.65	In Wolken.
3_p 4						Geräusch einer grössern Stadt. (Bautzen?)
17	1280					Endlich über den Wolken. Ueber uns noch zerfetzte Str. 6^1.
23						Wieder in Nebel. Es beginnt zu schneien.
24	1420	— 1.8	3.9	97		
30	**1430**	— 1.9	3.8	94		In Wolken. Schnee und Regen!
24—30					— 0.39	
47	1100	— 1.0	4.4	100		
4_p						Stürmische Fahrt über das Jeschkengebirge, meist in Wolken bei Schnee und heftigem Regen.
ca. 4_p 15						Landung in einem Thale bei Windstille, 2 Stunden südöstlich von Reichenberg (Böhmen). Bewölkung 10^2 Nimbus. Regen und Schnee. — Wind: W 6.

Schlussablesung wegen Dunkelheit und schlechtem Wetter nicht ausführbar.
Dauer der Fahrt: 4 Stunden 6 Minuten; Länge: 228 km; mittlere Richtung: S 30° E; mittlere Geschwindigkeit: 15.4 m p. s.

Wetterlage und Fahrtbericht. Die meteorologischen Beobachtungen sind schon von Herrn R. Assmann in „Ergebnisse der Arbeiten am Aeronautischen Observatorium in den Jahren 1900 und 1901", Berlin 1902, S. 137 ff. verwandt worden. Es braucht daher an dieser Stelle nur das angeführt zu werden, was für die elektrischen Beobachtungen von Wert sein kann.

Einige Stunden vor der Abfahrt war eine Teildepression von der Nordsee kommend über Berlin hinweggezogen. Das Wetter war infolge dessen stürmisch und regnerisch. Man konnte zuerst zwei tiefliegende Wolkenschichten unterscheiden, deren unterste etwa 150 m über der Erde begann und bis über 400 m hinaufreichte, während die obere etwa zwischen 800 und 1400 m lag. Zwischen beiden lag eine wärmere Schicht, die frei von Nebel war und im Gegensatz zu der unteren, aus Nordosten ziehenden, direct aus Norden kam. Um 2 Uhr, nach dreistündigem Aufenthalt in und über den Wolken mit mangelhafter Orientirung, hielt der Führer es für nötig unter die Wolken zu gehen. Als wir nach Erkundung des Ortes (Camenz im Kgr. Sachsen) in die frühere Höhe zurückkehrten, hatten sich beiden Wolkenschichten vereinigt.

Von hohem Interesse waren die starken Luftwogen, die über der untern Wolkenschicht (vor der Vereinigung) entstanden. Um fast 200 m wurde der Ballon auf- und niedergewiegt. Bald sahen wir von einem Wolkenrücken tief in Wellenthäler hinab, bald befanden wir uns selbst unten, wo sich infolge der abwärtsgerichteten Luftbewegung häufig die Wolken etwas auflösten.

Luftelektrizität. Auf Anregung der Herren J. Elster und H. Geitel hatte Herr Professor Börnstein die Zerstreuungsmessungen in das luftelektrische Programm aufzunehmen beschlossen. Diese Fahrt vom 6. Dezember 1900 ist nun als Orientierungsfahrt aufzufassen. Da das Wetter denkbar ungünstig und durchaus unnormal war, so können die Messungen nicht dazu dienen, unsre Kenntniss von dem elektrischen Zustande der Atmosphäre zu vermehren. Sie hatten hauptsächlich den Wert, dass die Brauchbarkeit des von den Herren J. Elster und H. Geitel eingeführten Instrumentes auch für Ballonmessungen bestätigt und die Anordnung des Versuchs (s. S. 24) als richtig und zweckmässig erkannt wurde.

Es ist noch zu bemerken, dass bei allen Messungen dieser Fahrt der Zerstreuungsapparat isolirt aufgestellt war.

Trotz Sturm und Regen konnte schon am Erdboden, wenigstens für positive Elektrizität eine Messungsreihe zustande gebracht werden. Sie stimmt gut überein mit einer Messung des Herrn Elster, der ebenfalls unter denselben ungünstigen Witterungsverhältnissen nur eine Messung, zufällig desselben Vorzeichens, durchführen konnte. Er fand um $2^1/_2$ p $a_+ = 1.06\,\%$ der erteilten Ladung. „Unter Berücksichtigung des dunstigen Wetters ist die Zahl ziemlich hoch, doch rieselte bei der Messung Sprühregen herab.“

Eine vollständige Messungsreihe konnte dann in der wolkenfreien Schicht in einer Höhe von ca. 500 m für positive, in ca. 650 m für negative Ladung angestellt werden. Sie ergaben die Werte -1.46 und $+0.77\,\%$, zeigen also ein starkes Ueberwiegen der positiven Ionen an, wenn man sie trotz der räumlichen und zeitlichen Verschiedenheit zu einander in Beziehung setzen darf. Eine zweite Messung der Leitfähigkeit für positive Elektrizität ergab vollständige Isolation der Luft, doch möchte ich der Beobachtung keinen allzugrossen Wert beilegen, da die auf Seite 8 und 25 f. erwähnten Einflüsse der Vertikalbewegungen noch nicht berücksichtigt sind. Jedenfalls war aber die Leitfähigkeit ziemlich klein.

Die letzen drei Messungsreihen wurden nur für das negative Vorzeichen gemacht, sie fanden in Wolken statt. Mit zunehmender Dichte der Wolke findet sich auch Abnahme der Leitfähigkeit, wie es auch sonst beobachtet wurde. Dass die Wolkendichte mit der Höhe zunahm und dadurch also eine Abnahme der Leitfähigkeit mit der Höhe aus den Beobachtungen hervorgeht, kann natürlich nicht als Widerspruch gegen die sonst in freier Luft gefundene Zunahme mit der Höhe angesehen werden.

VI. Fahrt des Ballons „Berson" des „Deutschen Vereins für Luftschiffahrt" vom 30. Mai 1901.

Hauptmann v. Sigsfeld (Führer und Beob. d. Elektrizitätszerstreuung), Assistent Linke (Beob. d. meteorol. Elemente und des Potentialgefälles).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Potentialgefälle Volt/Meter	Electricitätszerstreuung pro Min.	Bemerkungen
7^a 25—40 Min.	Am Boden					+ 0.34	
42—57						— 1.12	
45					+ 81%		
8^a 9		17.6	10.0	66			Abfahrt. Die 1. Dunstschicht ist in 400m Höhe.
34	791	14.0	6.3	53			
50	763	14.8	6.1	49			
9^a 10	950				— 39		
14	976				— 39		
23	1005	12.7	6.1	56	— 44		
10—25	ca. 1000					— 0.91	Bewölkung 0, schwacher Dunst.
37	1000	12.4	5.4	50	— 52.5		Gefälle schwankend.
28—46	ca. 1000					+ 0.88	
50	1020				neg. schwankend		
9^a 47—10^a 1	ca. 1020					— 0.47	
10^a 8	1038	14.5	6.6	54	sehr gross, st. schwank.		Psychrometermessung angezweifelt.
1—16	ca. 1050					— 0.24	
16—17	1085	12.5	6.5	60	+ 63		Ueber der Dunstschicht.
11^a 15	1920	6.5	4.8	67	pos. klein		Höhendifferenz d. Koll. 2m.
27	2000	5.5	3.9	58	+ 19.5		„ „ „ 4m.
20—35	ca. 2000					— 1.25	
55	2150	5.1	3.3	51	+ 15.5		
37—52	ca. 2100					+ 2.01	
0_p 10	2240				+ 13.8		Höhendifferenz d. Koll. 6m. Seit 11^a im S Cumulus-Wand mit Cirr.-Schirm.
13	2270	5.2	3.7	56	+ 13		Später deutlicher.
9—24	ca. 2300					— 1.83	Schwache Cum.-Bildung
36	2657	2.5	3.3	61	+ 7.7		unter dem Ballon.
47	2778				+ 10		
52—53	2800	1.5	3.0	59	+ 13		
44—59	ca. 2800					— 1.54	
1_p 1—16	ca. 3250					+ 2.32	
34	3281	— 0.8	0.7	17	+ 13.5		
35—50	ca. 3300					— 2.22	
52	3250	0.1	1.3	27			
2_p 2	3425				+ 13.5		Frankfurt a. d. Oder.
5	3425				+ 17.0		
7—22	ca. 3400					+ 2.64	
26	**3436**						Abstieg beschlossen.
3_p 32	1945				+ 48		Auf der Dunstschicht,
35	1957				+ 29		langsam steigend.
36	1960				etwa + 22		
24—41	ca. 2000					— 1.04	
43	2161						
45	2312	6.0	3.8	54			
5_p 30	Am Boden	26.0	11.3	45			Landung bei Tempel (Posen).

Wetterlage und Fahrtbericht. Auf der Wetterkarte der dieser Fahrt vorhergehenden Tage war es nicht möglich gewesen, ausgesprochene Maxima und Minima des Luftdrucks zu erkennen, geschweige denn in ihrer Bewegung zu verfolgen. Die Luftdruckunterschiede rühren nur von kleinen Unregelmässigkeiten der Bestrahlung des Terrains u. s. w. her: Es herrschte also eine ausserordentlich gleichmässige Verteilung des Luftdrucks. Demnach war der Bildung von winzigen Sekundärdepressionen, sowie der Entstehung von Gewittern die beste Gelegenheit gegeben. Es sind auch thatsächlich seit dem 25. Mai täglich Gewittermeldungen eingelaufen, besonders aus dem Westen.

Am Tage vor der Fahrt, dem 29., kündigte jedoch schon eine im Westen anrückende Depression den Umschlag an. Am 30. Mai, dem Fahrttage stand schon ganz Westdeutschland unter ihrem Einflusse, oder vielmehr unter dem einer Teildepression über der Nordsee, die mit dem Hauptminimum zusammenhing. Es wehten grösstenteils südöstliche Winde; auf dem Brocken sogar schon von der Stärke 4 (nach Beaufort).

In Berlin war der Himmel durchaus wolkenlos. Es herrschten bei der Abfahrt ganz schwache Winde aus nicht genau bestimmbarer Richtung (meist NE). Der Ballon erhob sich um 8^{a} 9 Min. und wandte sich ganz langsam nach Südwesten, so langsam, dass wir nach $2^{1}/_{2}$ Stunden das Tempelhofer Feld noch erkennen und die Militärmusik der dort Parademarsch übenden Truppen vernehmen konnten.

Es sind drei Luftschichten zu unterscheiden. Die erste, zwischen den Boden und einer Höhe von ca. 1050 m, hatte ein mittleres Temperaturgefälle von 0.56^{0} pro 100 m und gleichbleibende Feuchtigkeit. In ihr entdeckten wir in etwa 400 m Höhe die erste Dunstschicht, eine zweite begrenzte sie gegen die darüberliegende Luftschicht, die von 1050 bis etwa 2100 m reichte.

Diese zweite Luftschicht hatte wesentlich andere Eigenschaften: Es herrschte eine west-östliche Luftströmung von etwa 5 m p. Sec. Geschwindigkeit, die Temperaturabnahme betrug etwa 0.63^{0} p. 100 m, die absolute Feuchtigkeit war wesentlich geringer als unten. Eine Dunstschicht ist an ihrer oberen Grenze nicht bemerkt worden. Jedoch scheint hier zwischen 2100 und 2300 m eine isotherme Schicht von geringer Mächtigkeit gelegen zu haben, deren Dunstansammlung uns entgangen ist.

Es schloss sich nun eine Luftschicht von noch grösserer Geschwindigkeit (etwa 10 m p. s.) Die ebenfalls aus Westen zog und charakterisiert wird durch eine Abnahme der Feuchtigkeit bis auf 17% in 3280 m Höhe. Darüber hinaus (wir erreichten 3436) sind leider keine Temperaturmessungen mehr vorgenommen worden.

Mittags zeigte sich in der untersten Dunstschicht eine schwache Neigung zur Wolkenbildung. Als wir jedoch landeten, waren die entstandenen Cumuli längst wieder verschwunden. Ferner bemerkten wir um 11^{a} im Süden ein Gewitter. Tief am Horizonte erschienen typische Gewittercumuli mit einem Cirrusschirm darüber, der später von den aufsteigenden Wolken durchbrochen wurde. Ueber dem Ballon und in seiner Umgebung blieb es wolkenlos, sodass diese

Fahrt als eine in jeder Weise für luftelektrische Messungen prädestinierte bezeichnet werden kann.

Beim Abstiege machten wir noch einmal Halt in ca. 1900 m. Doch der halbgefüllte Ballon war nicht in der Tiefe zu halten. Trotz wiederholten Ventilziehens stieg er langsam empor. In der Höhe von 1900 m, wo der Führer den Ballon abfing, fanden wir unsere alte Dunstschicht wieder, die bei der Auffahrt in 1050 m Höhe lag. Man könnte annehmen, dass die Luftschichten gegen der Erde eine gewisse Neigung hatten, also nicht horizontal waren. Nach sonstigen Erfahrungen bei andern Fahrten ist aber eher anzunehmen, dass die Dunstschichten unter der Wirkung der ungehinderten Sonnenstrahlung um 850 m gestiegen sind.

Bemerkt sei noch, dass in der überflogenen Gegend an diesen Tagen auch in der Nacht kein Gewitter niedergegangen.

Die Landung ging bei vollkommener Windstille nahe einer Bahnlinie vor sich.

Luftelektrizität. Zum Vergleiche mit den Ballonbeobachtungen, die Fig. 9 der Tafel III wiedergiebt, bin ich wieder in der erfreulichen Lage, Beobachtungen aus Potsdam und Wolfenbüttel heranziehen zu können.

In Potsdam wurden zwischen dem Thurme und dem in 1 m Entfernung tropfenden Kollektor folgende Potentialdifferenzen gemessen:

Zeit	Potentialdifferenz	Zeit	Potentialdifferenz
7^a 14	+ 272 Volt	0^p 0	+ 107 Volt
9^a 43	215	0^p 31	114
10^a 5	184	1^p 0	128
11^a 0	124	9^p 17	158
11^a 36	122		

In Wolfenbüttel bestimmten die Herren J. Elster und H. Geitel folgende Werte des Gefälles und der Zerstreuung:

Zeit	Gefälle	Zerstreuung	Bewölkung
$6^1/_2{}^a$	80 Volt/Meter		Wolkenlos
7	50		
8	80		
9	72		
$9^1/_2$	90		Im S Cumuli, Lebhafter SE-Wind
10	86		
$10^1/_2$	69		
11	40		
12^a	37		
1^p	35	$a_+ = 1.07\%$	
2	23	$a_- = 1.05$	

Um 2p 40 zeigte entfernter Donner Gewitterneigung an. Unmittelbar nach dem Gewitter (ca. 4p) war die Zerstreuung $a_+ = 1.4\%$.

Wir sehen also auf der Erde einen völlig normalen Verlauf des Potentialgefälles. Dazu war das Wetter günstig, nur weniger „Schönwettercirren" in

in grossen Höhen. Wir glaubten, dass wir unbedingt auch die „Schönwetterelektrizität" finden würden. Als die Kollektoren jedoch in etwa 1000 m Höhe zu tropfen begannen und ich das Vorzeichen des Ausschlages am Elektrometer bestimmte, fand sich negatives Gefälle. Das war noch dazu ganz unruhig, stieg schnell und wurde unmessbar gross, war dann wieder gering, positiv oder negativ, sodass ich etwas mistrauisch die Isolationen und das Elektrometer auf ihren Zustand prüfte. Es schien aber alles in Ordnung zu sein. — Dann hörte ich auch Herrn v. Sigsfeld, der in der andern Ecke des Korbes die Zerstreuungsmessungen ausführte, seine Verwunderung aussprechen, dass die Leitfähigkeit so gering sei und sich immer noch vermindere. Kurz, wir waren eine Zeit lang ratlos. Da machte Herr v. Sigsfeld mich auf die Dunstschicht aufmerksam, deren oberen Rand wir erreicht hatten. Vorher war sie bei aller Beobachtungsarbeit nicht bemerkt worden. Gern hätte ich noch über dem Dunst gemessen, aber es war bereits Ballast geworfen und der Ballon stieg höher. Nur eine Messung zeigte, dass darüber das Gefälle positiv war. Dieses Vorzeichen hielt während der ganzen Fahrt an. In der Höhe von ungefähr 2200 m, wo die Temperaturmessungen eine dünne eingelagerte Schicht mit Isothermie anzeigen, finden wir noch einmal eine kleine Unregelmässigkeit im Verlaufe des Gefälles, sonst nahm es langsam ab. Doch ist die Aenderung zwischen 2000 und 3500 m auffallend gering.

Beim Abstiege hatte ich noch Gelegenheit, über der schon vorher angetroffenen Dunstschicht der Verlauf des Potentialgefälles zu beobachten. Wenn dieser Dunst jetzt auch um 800 m höher lag, so lässt sich doch wohl erwarten, dass diese Messungen das Bild vervollständigen, das aus Messungen unter dem Dunst gewonnen wurde.

Am gleichen Tage wurden auch Zerstreuungsmessungen — und zwar mit isolirt aufgestelltem Zerstreuungsapparat — gemacht. Aus den angeführten Zahlen geht hervor, dass am Erdboden die Zerstreuung der positiven Elektrizität gering war, 0.34% in der Minute, sie wächst nach oben zu regelmässig, doch zeigt sich ein über Erwarten hoher Wert in 2200 m, wo aus mehreren Gründen eine elektrisch (negativ?) geladene Schicht zu vermuten ist. Die Zerstreuung der negativen Elektrizität wurde durch Zufall häufiger gemessen. Sie zeigt hervorspringende Unregelmässigkeiten, indem sie einmal innerhalb der Dunstschicht verschwindend klein wird. Weiter zeigt sie von 2100 bis 2300 m eine wider Erwarten schnelle Aenderung, die ebenfalls die Vermutung noch bestärkt, dass auch hier ein Störungsgebiet sich befindet.

In der Höhe von 3500 m sind die Zahlen für die Zerstreuung bei beiden Elektrizitäten gleich gross. Wenn aber aus den andern Zahlen ein den Messungen von Herrn H. Ebert widersprechendes Ueberwiegen der positiven Zerstreuung, also der negativen Jonen, hervorzugehen scheint, so darf man nicht vergessen, dass die Messungen in 1000 und in 2200 m Höhe in der Nähe von Dunstschichten gemacht sind, die offenbar elektrisch geladen waren. Das ist ein Zufall, der darin seine Begründung hat, dass man einmal die Dunstschichten meist erst

bemerkt, wenn man darüber ist, hauptsächlich aber, dass der Ballon gern in Gegenden sich aufhält, die durch Temperaturumkehr ausgezeichnet sind, sogenannten Stabilitätschichten, und — wie schon hervorgehoben — haben die Dunstschichten gerade diese Eigenschaft. Es ist dieser Fall für spätere Messungen eine Warnung gewesen. — Jedenfalls möchte ich darauf hingewiesen haben, dass aus diesen Beobachtungen nicht ein Zweifel an der Thatsache entnommen werden kann, dass in den untern Schichten der Atmosphäre die Zerstreuung der negativen Elektrizität, also die Zahl der positiven Jonen, überwiegt.

Leider konnte nach der Landung keine Messung zustande gebracht werden, da wir zuviel neugierige Zuschauer hatten, die sich ein Vergnügen daraus machten, während wir mit dem Zusammenpacken beschäftigt waren, der Leitfähigkeit der Luft durch Berühren des Zerstreuungskörpers mit dem Finger zu Hilfe zu kommen. Doch helfen uns die Beobachtung der Wolfenbüttler Gelehrten über diesen Mangel hinweg. Jene Werte werden mit denen des benutzten Apparates nicht allzu schlecht übereinstimmen.

VII. Fahrt des Vereins-Ballons „Berson" vom 1. Februar 1902.

Hauptmann v. Sigsfeld (Führer u. meteorol. Beobachter), Assistent Dr. Linke (Beob. d. luftelektr. Messungen).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Electrizitäts-zerstreuung pro Min.	Bemerkungen
7^a 55—8^a 10Min.	Am Boden				+ 1.15	Messung mit negativer Ladung muss unterbleiben. Isolation des Elektrom. tadellos.
8^a 0						Bewölkung: 6^1. Fract. cum. ENE. — Wind: NE 4.
30						Bewölkung: 2^0. Str. ENE ⊙. — Wind: NE 4.
9^a 26		— 2.0	2.6	66		Abfahrt vom Uebungsplatz d. Luftschiff.-Bat.
28						Fort Hahneberg.
41	1453	— 11.5	0.8	44		
$46^1/_2$	1521	— 12	0.9	48		
10^a $^1/_2$	1577					Ketzin.
$2^1/_2$—$12^1/_2$	ca. 1600				— 0.94	
13	1615	— 11.7				
18—28	ca. 1600				+ 0.68	Ueber uns wolkenlos.
$10^1/_2{}^a$—$11^1/_4{}^a$						Lichtelektrische Versuche.
11^a 0	2250	— 13	0.5	33		Alte Elbe bei Burg. (Ballast.) Unter uns doppelte gewellte Wogen; parallele Reihen im Abstande von etwa 12 km. Höhe d. Wolken auf 1000 m geschätzt.
7	2605	— 13.8	0.6	36		
15—25						Ballon steigt und fällt mit der Luft. (Starke Luftwogen) Pelze angezogen.
22						
42—52	ca. 3100				— 0.64	Leichter Dunst.
48	2960	— 16.5	0.7	55		Wolken, vorher runde Cumuli, ändern schnell ihre Gestalt, nehmen „struppige" Formen an.
52	3270					

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Feuchtigkeit absol.	Feuchtigkeit relat.	Electricitätszerstreuung pro Min.	Bemerkungen
11^a 53Min.						Braunschweig.
55—0_p 5	ca. 3400				+ 0.39	
54	3471	— 20.9	0.5	59		
0_p 5	3700					Bewölkung unter uns: 7^2 Cum. (Wogen). Barograph verstellt.
9						Lichtelektrische Versuchen. (Ballast.)
0_p—$0^1/_2{}_p$						
15						Hildesheim. Seit 12^a Sauerstoffatmung. (50 % O.)
22	4000	— 17.5	0.8	73		Alles wohl!
$27^1/_2$	3950					
31—38	ca. 4000				— 1.99	Isolation des Elektrometers tadellos.
38	3970					
44—51	ca. 4000				+ 1.89	
44	3950					Wir sind in stabiler Schicht etwas schneller als die unteren Wolken.
1_p 0—15						Lichtelektrische Versuche.
6?	4635	— 18.0				
$21^1/_2$—$26^1/_2$	ca. 5600				— 2.99	
$20^1/_2$	5470					
$26^1/_2$	5650					
29	5610					1_p 30: Wesel. Ballon beginnt schnell zu fallen.
31—36	ca. 5300				+ 0.26	Grund für die geringe Zerstreuung zunächst nicht zu erkennen. Während der folgenden Zeit zeigt das Elektrometer immer höhere Werte.
35	5390					
37	5130					
$1^3/_4{}_p$—2_p						Lichtelektrische Versuche.
2_p						Verpackt.
35						In Sicht von Antwerpen.
						Letzte Aufzeichnungen Hauptmann v. Sigsfelds: Karten zu Ende. — Fahren nur nach Kursbuch. — Wind oben auf 150 km p. Stunde geschätzt. — Gutes Landungsterrain muss aufgesucht werden.
Gegen 3_p						Landung auf dem Polder von Zwyndrecht bei Antwerpen.

Wetterlage und Fahrtbericht. Obgleich jetzt fast zwei Jahre verstrichen sind, kann ich nicht ohne tiefe Bewegung an die Bearbeitung dieser Fahrt vom 1. Februar 1902 gehen, der letzten Hauptmann v. Sigsfeld's. Nur ganz aussergewöhnliche Witterungsverhältnisse konnten eine glückliche Landung dieses Meisters der Luftschiffahrtstechnik in Theorie und Praxis vereiteln.

Seit dem 29. Januar war im Westen von Europa ein Hochdruckgebiet erschienen, das nach und nach eine Depression über der Ostsee verdrängte und am Vortage der Fahrt über der Nordsee lagerte. Dort erreichte der Barometerstand eine ungewöhnliche Höhe, in Skudesnäs (Norwegen) wurde am 31. Januar 8 Uhr abends 790.0 mm gemessen. Da eine Depression von 750 mm über Sardinien lagerte, wehten in Norddeutschland nördliche bis nordöstliche Winde, die sich jedoch an diesem Tage über die Windstärke 3 der Beaufort-Skala kaum

erhoben. Aber am Kanal, in Nordfrankreich, Holland und Belgien, herrschte Windstärke 6, die sich mittags und abends auf 8 steigerte.

Am 1. Februar war das Maximum in seiner ungewöhnlichen Höhe starr und unbeweglich liegen geblieben, während die Depression im Süden sich etwas nordwärts verlagert hatte, sodass ein starker barometrischer Gradient, besonders am Kanal, entstanden war. Es herrschte daselbst schon vormittags Windstärken 6 bis 8, während um Berlin herum 2, höchstens 4 beobachtet wurde. Daher konnte niemand auf den Gedanken kommen, die verabredete Fahrt zu verschieben.

Im Laufe des Tages fiel zwar das Barometer etwas, die Windstärken nahmen aber zu, in unsern Gegenden bis 5 oder 6. Vom Kanal wurde um 2 Uhr, unsrer Landungszeit (nach Greenw. Zeit) 7 und 8, in Vlissingen sogar 9 gemeldet, die höchste Windstärke, für die überhaupt eine Chiffre im Wettertelegramm vorgesehen ist. Vlissingen ist aber diejenige Station der Deutschen Seewarte, die unserem Landungsplatze, Antwerpen, am nächsten gelegen ist.

Ein Ausnahmetag war es in meteorologischer Hinsicht, an dem unsre Fahrt stattfand: Ein Hochdruckgebiet von solcher Höhe — die Isobare 790 mm ist zum ersten Male, seitdem die Seewarte Wetterkarten herausgiebt, gezeichnet worden; in diesem Hochdruckgebiete, wo doch sonst nur schwache Luftbewegungen zu treffen sind, ein Sturm von solcher Stärke. Ein Oststurm, während Ostwinde bei uns nur ganz selten stark sind, weil die in höhern Schichten vorwaltenden grossen atmosphärischen Luftströmungen ihnen entgegengerichtet sind; ein Ausnahmetag insofern, als die Geschwindigkeit dieses Oststurmes — wie noch gezeigt werden soll — mit der Höhe andauernd zunahm, was aus dem soeben angeführten Grunde auch nur ganz selten beobachtet ist.

Die Temperaturen am Erdboden waren in unsern Gegenden nicht ungewöhnlich, einige Grade unter dem Gefrierpunkte. Aber in Schweden-Norwegen bewirkte die schnelle Ausbreitung des Hochdruckgebietes nach Russland hinein ein plötzliches Umschlagen des Windes aus Nord bis Ost in Süd bis West und damit eine Temperatursteigerung, wie sie wohl einzig in der Meteorologie dasteht: Aus Haparanda beispielsweise wurde am Vortage, dem 31. Januar, -32^0 gemeldet, am 1. Februar, vormittags 8 Uhr nur -1.5^0. Das bedeutet eine Temperaturänderung von 30.5^0 in 24 Stunden.

Dieser Ueberblick über das Wetter am Erdboden soll noch durch die Ballonbeobachtungen, sowie die Resultate des Drachenaufstieges am Aëronautischen Observatorium ergänzt werden.

Am Vortage der Fahrt, dem 31. Januar, war hier von 0_p 55 bis 4_p 52 ein Registrierapparat in der Luft. Nach den Mitteilungen von Herrn R. Assmann in dem Aufsatze: „Die meteorologischen Verhältnisse während der Todesfahrt des Hauptmanns v. Sigsfeld“ [1]) war der Himmel zu 7 Zehnteln mit Cumuluswolken bedeckt, die zwischen 840 und 1120 m geschwebt zu haben scheinen.

1) R. Assmann, Das Wetter. 1902. Heft 2.

Der Wind kam aus NE mit einer Geschwindigkeit von 5 bis 6 m. p. sec. Der Temperaturgradient war zwischen dem Boden und 700 m Höhe 1.25° p. 100 m

zwischen	700	und	840	„	„	0.92°	„
„	840	„	1120	„	„	0.68°	„
„	1120	„	1670	„	„	—0.31°	„
„	1670	„	2109	„	„	0.32°	„

Von der Temperaturumkehr ab nahm die Windgeschwindigkeit erheblich zu, bis zu 16 m. p. sec., wodurch ein Bruch des Haltedrahtes veranlasst wurde. Genauere Betrachtung der registrierten Werte ergab von 1200 m an eine fast isotherme Schicht mit ganz unregelmässiger Temperaturabnahme.

Damit stimmen unsere Ballonbeobachtungen überein. Zwischen dem Erdboden und 1500 m Höhe fanden wir ebenfalls ein grosses Temperaturgefälle von 0.7° p. 100 m. Daran schloss sich nun eine interessante Schicht, in der die Temperatur zuerst ganz langsam abnahm, 0.21° p. 100 m bis 2600, dann immer schneller bis zum indifferenten Gleichgewicht. Zwischen 2600 und 3000 ergiebt sich 0.76° und von da bis 3500 m 0.95° p. 100 m. Aus dem Verhalten des Ballons lässt sich entnehmen, dass diese schnelle Temperaturabnahme bis 3800 m anhielt, wenn auch keine Temperaturmessungen aus dieser Höhe vorliegen.

Diese ganze Schicht von 1500 bis 3800 m war ausserordentlich unruhig. Während der Ballon in der Nähe des Erdbodens ganz gleichmässig in derselben Höhe geblieben war, führte er jetzt die heftigsten Vertikalbewegungen aus. Bisweilen wurde er mehrere Hundert Meter in die Tiefe gerissen, obgleich wir durch Papierschnitzel feststellen konnten, dass er relativ zur Luft im Steigen begriffen war. Gleich darauf stiegen wir dann um so schneller empor. Hier und da bekamen wir Wind, ein Beweis, dass auch in der Horizontalen stärkere Bewegungsunterschiede vorwalteten. Die Luft neigte offenbar in hohem Grade zur Wirbelbildung.

Noch besser als wir, konnte das bei zwei Militär-Ballonfahrten beobachtet werden, die sich in geringern Höhen hielten. Da diese Militärballons, „Falke“ und „Geier“, nicht so schnell stiegen, wie der „Berson“, so traten die kleinen Schwankungen besser in Erscheinung. Den Berichten der Führer entnehme ich Folgendes:

Herr Oberleutnant Häring: ... „Auch bei dieser Fahrt wurden einige ungewöhnliche Erscheinungen beobachtet, namentlich eine Tendenz des Ballons zum Fallen, wohl veranlasst durch starke vertikale Luftströmungen, ferner ein heftiges Schwanken des Korbes, ein stetes Zurückbleiben der Schlepptaue und eigenartige schraubenförmige Bewegungen desselben“.

Herr Hauptmann v. Tschudi: „Auffallend waren das mehrmalige Schwanken und Schaukeln, sowie stark drehende Bewegungen des Ballons. Von äusserster Unruhe in der Luft gab das plötzliche Entstehen einer Wolke Zeugnis, die abkühlend auf den Ballon wirkte und ihn fallen machte. Doch so schnell, wie sie gekommen, war die Wolke auch wieder verschwunden. Die Tendenz des Ballons zum Fallen wurde durch Vertikalströmungen erklärt; der Ballon kam aber fast jedesmal wieder von selbst zum Steigen.“

Diese Berichte lassen vermuten, dass starke Luftwogen sich gebildet hatten. Und wirklich sahen wir aus 2000 m Höhe unter uns Wogenwolken. Hauptmann v. Sigsfeld schätzte ihre Entfernung von einander auf 12 km, ihre Höhe auf 1000 m. 12 km wurden in dieser Höhenlage in etwa 10 Minuten durchfahren. Die Wellen reichten offenbar bis zur Erde hinab und da konnte es bei den tieffahrenden Ballons wohl vorkommen, dass während der 5 Minuten, wo die Luft abstieg, tüchtig Ballast geworfen werden mussten, um nicht mit dem Korbe aufzusetzen. Die Insassen eines höherschwebenden Ballons konnte aber ruhig abwarten, bis er von selbst umzukehren begönne.

Diese geschilderte Unruhe der Luft hörte auf, als der Ballon über 3800 m eine Schicht mit offenbar ausserordentlich starker Temperaturumkehr von 3.0° pro 100 m traf, die allmählich in eine Isothermie überging, deren oberer Rand nicht erreicht wurde.

Alle durchfahrenen Schichten, mit Ausnahme der untersten, hatten genau dieselbe Zugrichtung, nach W bis WSW. Die genauere Verfolgung des Weges auf der Karte zeigt nur ganz verschwindende Abweichungen, was nach den obigen Ausführungen Wunder nimmt. Die Geschwindigkeit der Luftbewegung änderte sich mit der Höhe jedoch ganz bedeutend, wie folgende Tabelle zeigt.

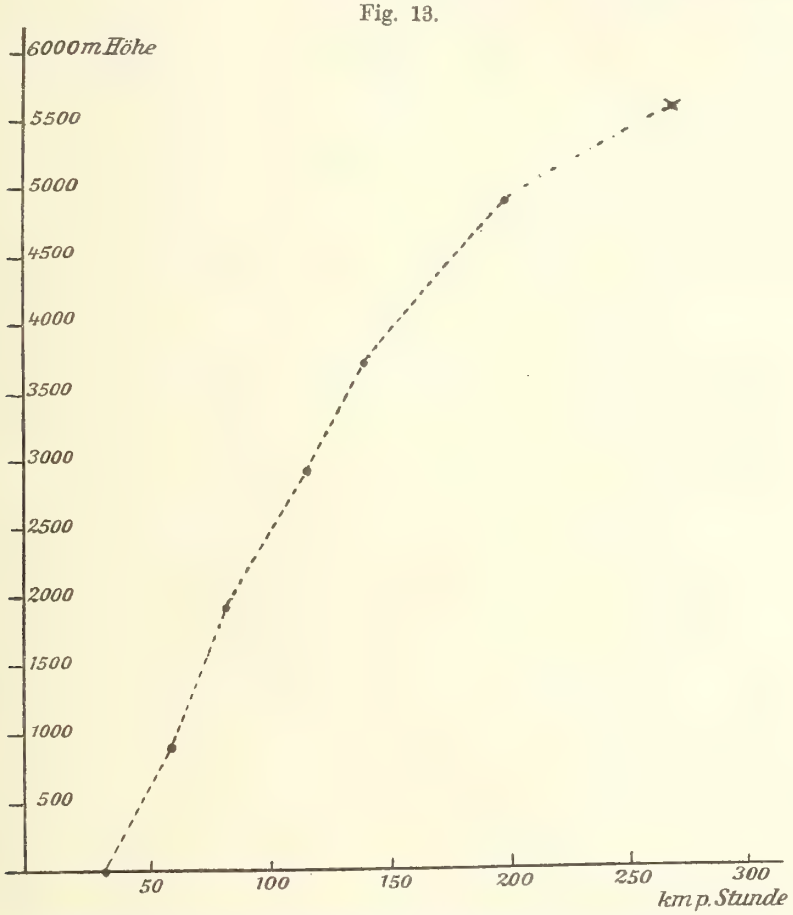
Geschwindigkeit des Windes am 1. Februar 1902.

Ort	Mittlere Höhe	Zurückgelegte Strecke	Dauer	Kilometer pro Stunde	m p. Sec.
1) Zwischen Reinickendorf und Ketzin . .	790 m	33 km	32½ Min.	60	16.7
2) Zwischen Ketzin und Burg	1915	76	59½ „	75.4	21.0
3) Zwischen Burg und Braunschweig . .	2860	101	53	115	32.0
4) Zwischen Braunschweig und Hildesheim	3710	50	22	136	36.7
5) Zwischen Hildesheim und Wesel . . .	**4775**	250	75	**200**	**55.5**
6) Zwischen Wesel und „In Sicht von Antwerpen“ (30 km vor Antwerpen) . . .	3475	137	65	142	39.5

Trage ich die Werte in ein Schema ein, so geht daraus hervor, dass die Zunahme der Geschwindigkeit recht gleichmässig vor sich geht, und, wenn auch diese Zunahme nicht beliebig lange fortgesetzt sein kann, so scheint es mir doch erlaubt zu sein, den Wert für den höchsterreichten Punkt 5700 m als 270 km pro Stunde oder 75 m pro Sec. daraus zu extrapolieren. Die Berechtigung giebt folgende Ueberlegung: Die erste Hälfte der Zeit, welche wir zur schnellsten Strecke Hildesheim-Wesel gebrauchten, fuhr der Ballon in derselben Höhe, wie zwischen Braunschweig und Hildesheim. Hierfür kann man also auch dieselbe Geschwindigkeit ansetzen, wie zwischen Braunschweig und Hildesheim. Die übrige Strecke muss dann in der zweiten Hälfte der Zeit durchfahren sein. Die

Rechnung ergiebt 267 km pro Stunde oder 73 m pro Sec. Eine Geschwindigkeit, die selbst bei den höchsten Wolken noch nicht gemessen ist!

Fig. 13.



Zunahme der Windgeschwindigkeit mit der Höhe am 1. Februar 1901.

Sonst ist noch zu berichten, dass die Durchsichtigkeit der Luft in der untern Schicht auffallend gross war. Mit der Höhe macht sich eine Trübung bemerkbar, die an den Uebergängen der Schichten den höchsten Grad erreichte. Wenn keine scharfe Dunstschicht zustande kam, so lag das an der Unregelmässigkeit der Luftbewegung.

Bei Beginn der Fahrt und gegen Schluss war der Himmel fast wolkenfrei. Nach Mittag war jedoch die Bewölkung so stark, dass wir zwischen Hildesheim und Wesel einige Zeit die Orientirung verloren. Erst Wesel wurde sicher rekognosciert.

Die enorme Geschwindigkeit, die wir jetzt erst erkannten, sowie die Nähe des Meeres und die Thatsache, dass unsre Karten zu Ende waren, zwangen uns hier zum Abstiege.

In diesem Berichte glaube ich auch die so überaus unglückliche Landung beschreiben zu müssen.

Während ich bei dem schnellen Abstieg sorglos die Apparate verpackte, — unter der Führung Hauptmann v. Sigsfelds glaubte ich vollkommen sicher zu sein — fiel mir auf, dass dieser mit gespanntester Aufmerksamkeit das Terrain unter uns beobachtete. Hier und da machte er eine kurze Notiz in sein Beobachtungsbuch, schärfte mir ein, alles aufs Sorgfältigste zu verpacken, oder wies mit knappen Worten auf die Windgeschwindigkeit und das waldlose Gelände unter uns hin. Der einzige Gedanke, der ihn beherrschte, prägt sich in dem letzten Satze seines Protokolls aus: „Gutes Landungsterrain muss aufgesucht werden!“ Es ist, als ob ihn ein unbestimmtes Gefühl veranlasst hätte, diesen Gedanken zu Papier zu bringen, der doch für den Fall einer glücklichen Landung vollkommen überflüssig gewesen wäre.

Ob Hauptmann v. Sigsfeld sich wohl fühlte, weiss ich nicht. Die Thatsache, dass er grosse Höhen nicht gut vertrug, sowie die geringe Anzahl der Temperatur und Barometerbeobachtung in der letzten Zeit spricht nicht dafür. Es fällt auch auf, dass er zu einer Bemerkung über mein Wohlbefinden, nicht zugleich über sein eigenes schrieb. Allerdings habe ich keine Klage aus seinem Munde gehört. Ebenso frei von jeder Unentschlossenheit und Ratlosigkeit wie von übermässiger Unruhe, traf er seine Entscheidungen. Er wolle die Stadt Antwerpen (wir hielten sie für Namur) noch überfliegen und dann sofort landen, sagte er mir. Mir war die Höhe recht gut bekommen, durch den schnellen Fall jedoch war ich fast taub. Ich hörte noch das Kommando „Ventil“, bemerkte, wie er die Reisslinie ausklinkte und entsinne mich deutlich seines Rufes: „Halten Sie sich fest, es giebt eine fürchterliche Landung“! — Ein Sack Ballast wurde ausgegeben und dann erfolgte der erste, entsetzliche Anprall.

Welcher Luftschiffer kann behaupten, dass er sich nach einer scharfen Landung jeder Einzelheit genau entsinnen könne! Alle derartigen Erzählungen beruhen auf Vermutungen und Kombinationen. Was ich gewiss weiss, ist Folgendes: Herr v. Sigsfeld stand rechts im Korbe, ich links und zwar auf dem niedrigen Korbsitze. Da die Korbwand aussergewöhnlich hoch war (ich glaube 1.50 m) so wollte ich nach der von Herrn v. Sigsfeld erlernten Methode der Kniebeuge den Stoss parieren. Zugleich hielt ich mich an den vorderen Haltetauen. — Dann weiss ich noch, dass der Korb sich überschlug, ich mit der rechten Hand ins Leere griff und dann am Boden, auf dem Gesichte lag. Wie ich durch das enge Netz der Haltetaue hindurch kam, ob ich vorübergehend bewusstlos war, oder nicht, weiss ich nicht. Meine rechte Hand war verstaucht, das rechte Ellenbogengelenk wahrscheinlich ausgesetzt. Der Arm hing schlaff herunter, ich hielt ihn für gebrochen.

Kaum hatte ich mich erhoben, da warf mich der Sturm wieder auf den gefrorenen Wiesengrund. Ich suchte nach dem Ballon und sah ihn in einiger Entfernung nicht sehr hoch über dem Boden. Damals habe ich die Höhe auf ca. 30 m geschätzt. Es stimmt das mit den Aus- sagen anderer überein.

So habe ich später das Protokoll über die Vernehmung eines Augenzeugen zu lesen bekommen. Er habe den Ballon in 300 m Entfernung und 50 bis 60 m Höhe gesehen. Der Darinstehende habe um Hilfe gerufen. Dann sei der Korb einige Male aufgestossen und wieder hochgegangen, aber den Offizier habe er nicht mehr darin gesehen. Schliesslich sei der Ballon dicht vor ihm liegen geblieben, den Toten habe man unter dem Korb hervorholen müssen, er habe die Leinen in den Händen gehalten. — Danach ist Hauptmann v. Sigsfeld später ebenfalls aus dem Korbe geschleudert worden, hat aber die Reissleine festgehalten und ist so zu Tode geschleift worden.

Der Ballon war vom Orte des ersten Anpralls noch mehr als ein Kilometer fortgetrieben, ich fand ihn erst nach halbstündigem Suchen, halb aufgerissen, regelrecht gelandet und unversehrt.

Das Polder von Zwyndrecht, auf dem die Landung erfolgte, liegt nordöstlich von Antwerpen. Das kahle Feld ist dem Nordoststurm, der von der Schelde herkam, schutzlos ausgesetzt. Und wenn schon die meteorologische Station innerhalb der Stadt mehr als 18 m p. s. Windgeschwindigkeit angiebt, so kann man erwarten, dass hier draussen sicherlich über 20 m im Mittel waren, in Böen gewiss noch weit mehr.

Bei derartigen Stürmen sind vielleicht noch niemals Ballons gelandet. Die am selben Tage aufgestiegenen, viel kleineren Militärballons landeten bei nicht halbsogrosser Windgeschwindigkeit in oder hinter einem Walde. Ein solcher Zufluchtsort stand uns in den waldlosen Gegenden Belgiens nicht zur Verfügung. Ein Aufschieben der Landung, um auf Wald zu warten, war wegen der Nähe der See und der mangelnden Orientierung nicht ratsam..

Luftelektrizität. Diese Fahrt war im Wesentlichen der Messung der elektrischen Leitfähigkeit der Luft gewidmet. Die Resultate können wieder verglichen werden mit den in Potsdam und Wolfenbüttel angestellten, Städten, die direct in der Fahrtlinie lagen.

Beobachtungen der Elektrizitätszerstreuung in Wolfenbüttel.

Zeit von	bis	a_+	a_-	Bemerkungen
$7^3/_4$ —	$8^1/_4{}^a$	1.17	1.45 %	Bewölkt
$10^1/_2$ —	11^a		2.45	Halb bedeckt
11^a 40 —	0_p 20	2.40	2.11	Aufheiternd
1^p 35 —	2_p 0	2.22	1.46	Fast wolkenlos
2_p 45 —	3_p 45	1.52	1.61	Wolkenlos
3_p 45 —	4_p 15	1.49	1.52	„
5_p 45 —	6_p 15	1.36	1.27	„

Beobachtungen der Elektrizitätszerstreuung in Potsdam.

Zeit	a_+	a_-	Zeit	a_+	a_-
7^a 52	1.40		0_p 5	1.46	
8^a 55		2.93	0_p 36	1.06	
9^a 32		1.76	0_p 57		1.83
9^a 56	0.91		2_p 37	1.80	
10^a 39	2.34		2_p 58		1.54
11^a 5		1.87	3_p 18		1.85
11^a 44		1.27	3_p 42	1.89	
			4_p 2	1.70	
			4_p 22		1.48
			4_p 42	1.24	

Wenn man aus den zusammengehörigen Werte Mittel bildet, die allerdings keine physikalische Bedeutung haben, immerhin aber zum Vergleich mit den Ballonbeobachtungen herangezogen werden können, so ergiebt sich

für Wolfenbüttel $a_+ = 1.70$ und $a_- = 1.57$; $q = 0.92$
für Potsdam $a_+ = 1.54$ und $a_- = 1.82$; $q = 1.17$

Beide Angaben, wenn schon verschieden, stimmen in der Grössenordnung überein. Man kann aus ihnen ferner entnehmen, dass ein auffallendes Ueberwiegen der einen oder anderen Art Elektronen nicht vorhanden war.

Wie wird das in den oberen Schichten?

Höhe	a_+	a_-	q
1600	0.68	0.94	1.39
3100		0.64	1.64
3400	0.39		
4000	1.89	1.99	1.05
5600		2.99	11.32 (?)
5300	0.26 (?)		

Der Ballon kam zum ersten Male in 1600 m zur Ruhe, sodass die Messungen beginnen konnten. Es war dunstig, und aus den Temperaturen glaube ich entnehmen zu können, dass hier ein Uebergang in eine andere Schicht stattgefunden hat, die ja meist mit Dunstablagerungen verbunden sind. Man könnte daher einwenden, dass die gefundene geringe Leitfähigkeit nicht für die ganze Schicht Geltung habe. Keineswegs wird man denselben Einwand bei der zweiten Beobachtungsreihe in 3100 bis 3400 m machen können. Aus dem Verlaufe der Temperatur geht hervor, dass hier keine Schichtung stattgefunden hat. Die Luft war zwar bis hier oben hin etwas dunstig, jedoch nicht derartig, wie es in den der Erde benachbarten Regionen Regel ist. Den leichten Dunst kann man also hier nicht als Erklärung für die geringe Zerstreuung anführen, sondern muss annehmen, dass diese ganze untere Luftschicht, von der vorher gezeigt wurde, dass sie durch Unregelmässigkeit der Luftströmungen, sowie durch starke Wogen- und Wirbelbildung ausgezeichnet war, eine auffallende Armut an Jonen aufwies.

Das änderte sich nun sofort, nachdem die obere Grenze erreicht und der Ballon in die stabil geschichtete ruhige Luft gekommen ist. In 4000 m ist etwa die Zerstreuung erreicht, wie sie an der Erdoberfläche gemessen vorhanden war, dort unten jedoch bei starkem Winde, und hier oben bei relativer Windstille. Die beiden Werte sind vielleicht noch von der darunter fliessenden Luft beeinflusst, da an dem höchsterreichten Punkte von 5600 m wesentlich grössere Zerstreuung — wenigstens für das negative Vorzeichen — gemessen wurde und man doch wohl zu der Annahme berechtigt ist, dass in der ganzen Schicht die gleiche Zerstreuung herrschte. Bei der Messung der Leitfähigkeit für positive Elektrizität, trat mir zum ersten Male die Erscheinung entgegen, die auf Seite 8 erwähnt wurde. Ohne dass es von mir bemerkt war, hatte der Ballon stark zu

fallen begonnen und die Blättchen wurden unter den Einfluss der Beschleunigung nach oben gehoben, sodass die Verminderung des Ausschlages durch Verlust der Ladung nicht in Erscheinung trat. — Es wäre mit zu viel Fehlerquellen behaftet, wenn ich den Versuch machen wollte, aus der Fallbeschleunigung und der Masse der Blättchen den Wert herzustellen. —

Während des Abstieges war keine Zeit eine Messungsreihe zu machen aus den Gründen, die aus dem Fahrtbericht zu entnehmen sind.

Die Zerstreuungsbeobachtungen wurden nur vorgenommen, wenn der Ballon eine Zeit lang in derselben Höhe gehalten werden konnte. Die Zwischenzeiten, in welchen er stieg, wurde durch lichtelektrische Versuche ausgefüllt, die wegen ihrer kürzeren Dauer weniger an das Verhalten des Ballons gebunden waren.

Zu diesem Zwecke waren ein etwa 25 cm langer und 7 mm dicker Aluminiumstab mitgenommen, der isoliert aufgestellt und mit den Elektrometer verbunden werden konnte. Vor dem Versuche wurde er mit Sandpapier blank gerieben. Bekanntlich hat Hallwachs gefunden, dass Aluminium bei Bestrahlung mit ultraviolettem Licht die negative Elektrizität sehr schnell zerstreut, während positive nicht geändert wird. Zum Vergleiche mit diesem Aluminiumstabe war ein geschwärzter Messingstab von genau gleichen Grössenverhältnissen angefertigt worden, mittels dessen man die Zerstreuung durch Leitfähigkeit der Luft und besonders mangelnde Isolation feststellen konnte.

Der ganze Versuch sollte nur zur Orientierung dienen, ob Messungen solcher Art in das Programm aufgenommen werden könnten. Die Resultate haben daher keinen sonderlichen Wert. Sie seien aber der Vollständigkeit halber hier mitgeteilt.

Höhenlage: 2150 bis 2500

Schwarzer Messingstab verlor	+ Ladung	10.3 Volt per Min.
	− Ladung	9.7 Volt per Min.
Aluminiumstab verlor	+ Ladung	9.3 Volt per Min.
	− Ladung	8 Volt per Sek.

Höhenlage: 3400 bis 3900

Schwarzer Messingstab verlor	− Ladung	4.4 Volt per Min.
Aluminiumstab verlor	+ Ladung	5.3 Volt per Min.
	− Ladung	11.5 Volt per Sek.

In der Höhenlage von 4500 bis 5500, wo abermals Messungen angestellt werden sollten, zeigte sich, dass die Isolation gelitten hatte. Es konnte nur allgemein festgestellt werden, dass das Hallwachsphänomen auch hier — und wahrscheinlich noch im höhern Grade — vorhanden war.

Eine amalgamierte Zinkplatte war noch mitgenommen, an welcher dieselben Untersuchungen probiert werden sollten. Leider gelang es in der Eile nicht, die stets zu erneuernde Amalgamierung in wünschenswerter Sorgfältigkeit herzustellen, weswegen der Versuch abgebrochen wurde.

VIII. Fahrt des Ballons „Meteor" vom 6. März 1902.

Abteilungsvorsteher Dr. Süring (Führer und meteor. Beobachter), Dr. Linke (Beobachter der Luftelektrizität).

Zeit	Höhe in Metern	Temperatur	Feuchtigkeit abs	Feuchtigkeit rel.	Akt. Diff.	Electr. Aktinom. (Zerstr. p. Sec.)	Elektrizit.-Zerstreuung pro Min.	Bemerkungen
8^a						$-0.04\%\odot^0$		Bei Sonnenaufg. Sonne
7^a 55 – 8^a 5 Min.	Am Boden						-0.08%	durch Dunst sichtbar.
8^a 10—20							-0.17	
10^a 14		5.0		73				Abfahrt vom Uebungsplatz d. Luftsch.-Bat.
15	401	5.6	2.8	42				Bewölkung: 3^1. Ci. — Wind: SSE 2.
24	934	5.5	1.6	36				
29	1435							Wind! Ueber einer
32	1639	1.1	2.2	58				starken Dunstschicht. Ballon geht nach E. — Bewölk.: 2^1 Ci. Unt. uns Cum.-Wogen
36—46	ca. 2700						*+3.57*	Ballon steigt stark!
41	3027	— 5.3	1.6	52				
47	3496	— 9.1	1.2	61				
53	3755	— 11.2	0.4	26				
59	3837	— 11.8	0.6	39	$23.8\odot^2$			Bewölk.: 2^1 Ci-str.
10^a 53 — 11^a 3	ca. 3800						— 4.09	
11^a 11	3960	— 12.6	0.4	25	$30.3\odot^2$			
9—19	ca. 3950						+ 3.57	
16	3989	— 13.1	0.6	39	29.8			
33—40						$-0.84\odot^2$		
41	3935	— 12.8	0.3	21				
11^a 56 — 0_p 6	ca. 4200						— 4.91	Bewölkung: 3 Ci-str.-a-str im E.
0_p 7	4297	— 14.9	0.4	30	$22.3\odot^1$			Sonne durch Ci sichtbar
12—22	ca. 4300						+ 4.33	
18	4363	— 16.1	0.7	57				
22	4398				$29^1/_2\odot^2$			
30						$-1.18\odot^2$		
56	4838	— 18.0	0.2	25	$33.9\odot^2$			A-str. ungefähr in gleicher Höhe mit dem Ballon.
$51^1/_2$—$59^1/_2$	ca. 4750						+ 4.37	
59	**4952**							
1_p 6—$14^1/_2$	ca. 4950						— 6.17	
20—28	ca. 4400						+ 3.77	Ballon beginnt zu fallen!
31						$-0.50\odot^1$		Sonne durch Cirren.
36	4035	— 14.2	0.4	42	$28.9\odot^2$			Sonne fast frei.
40	3709					$-0.64\odot^1$		Sonne durch Cirren.
2_p 2—10	ca. 2000						*+ 0*	Ballon fällt stark!
3	2174	— 2.3	1.9	59				
5	2112							
15—20	ca. 800						*— 1.94*	Ballon fällt stark.
2 43	Am Boden							
								Landung bei Prittag
3 27	„	9.2	4.6	52				(Schlesien).
								Wind: SSE 3.

Mittlere Richtung S 66° E; Länge: 193 km, Dauer: 4 Str. 29 Min., mittlere Geschwindigkeit 12.0 m. p. s.

Wetterlage und Fahrtbericht. Die Fahrten VIII, IX und X sind Dienstfahrten des Aëronautischen Observatoriums des Meteorologischen Institutes. Sie sind von den meteorologischen Beobachtern an anderer Stelle diskutiert werden. Aus diesem Grunde sollen hier nur die Angaben gemacht werden, welche zur Beurteilung der luftelektrischen Verhältnisse notwendig sind.

In den ersten Tagen des März hatte sich ein Hochdruckgebiet über Centraleuropa ausgebreitet. Depressionen befanden sich im Nordwesten, im Südosten und im Südwesten. Während der Osten von Deutschland am Vortage der Fahrt teilweise unter dem Einflusse der südöstlichen Depression stand, also nördliche Luftströmungen vorherrschten, hatte sich der Wind am 6. März überall nach Südosten zurückgedreht. Wie aus den Ballonbeobachtungen ersichtlich, reichten die Winde nur in geringe Höhen hinauf. Schon in 1200 m schwankte der Ballon um volle 90° nach Ost, in den höchsterreichten Schichten war die Windrichtung der am Boden herrschenden fast entgegengesetzt. Die Landung erfolgt wieder bei SSE-Wind.

Nach dem Temperaturgefälle lassen sich drei Schichten unterscheiden: Zuerst eine mit Temperaturumkehr, die durch eine starke Dunstschicht nach oben hin begrenzt war. Sie wurde schnell durchfahren. Ebenso die darauffolgende von 1400 bis 3500 reichende, die sich durch mittlere Temperaturabnahme (0.55° p. 100 m) und höhere relative Feuchtigkeit auszeichnet. Erst in der dritten Schicht, welches ein starkes Temperaturgefälle von 0.°67 p. 100 m aufweist, begannen die Messungen. Die Luft war hier ziemlich trocken. Bemerkenswert ist, dass die Luft sehr klar und staubfrei war.

Die Bewölkung bestand aus einigen Cumuli, die in der Dunstschicht schwammen, Cirren, die hoch über uns blieben und Altostratus, deren Höhe gerade erreicht sein wird. Letztere befand sich am E-Horizont.

Luftelektrizität. Die luftelektrischen Beobachtungen bei dieser Fahrt zerfallen in Zerstreuungsbeobachtungen und lichtelektrische Messungen (Zerstreuung negativer Ladung auf eine amalgamierte Zinkkugel durch ultraviolette Strahlung).

Der Hauptwert wurde auf die Zerstreuungsbeobachtungen gelegt. Wieder bin ich in der erfreulichen Lage die Beobachtungsergebnisse dreier Punkte am Erdboden zum Vergleich heranziehen zu können. Zu Wolfenbüttel und Potsdam gesellt sich noch München, wo Herr Prof. Ebert die Freundlichkeit hatte, Zerstreuungsbeobachtungen zu veranlassen.

Zerstreuungsmessungen in München.

Apparat	Zeit	a	Bemerkungen
Nr. 785	$9^{42}-9^{57}$	**+ 0,58**	Dunstig und leichter Wind
	$10^{04}-10^{19}$	**− 0,44**	
	$11^{7}-11^{22}$	**+ 0,58**	klarer und ruhiger
	$11^{27}-11^{42}$	**− 0,71**	
Nr. 866	$2^{45}-3^{00}$	**+ 1,60**	
	$3^{06}-3^{21}$	**− 1,77**	klarer Sonnenschein und
Nr. 785	$3^{28}-3^{43}$	**+ 1,05**	Wind.
	$3^{48}-4^{03}$	**− 1,91**	

Zerstreuungsmessungen in Wolfenbüttel.

Zeit	a_+	a_-	Bemerkungen
$7^1/_4-7^3/_4$	0.53	0.53	Starker Dunst, f. wolkenlos (Cirren)
10^a 8—50	0.48	0.50	Dunst nimmt ab
11^a 6—40	0.79	0.92	Noch weniger Dunst
0_p 30— 1_p	0.87	0.85	
3_p 45— $4^1/_2$	0.76	0.78	
4_p 4— $5^1/_4$	0.72	0.78	
5_p 45— $6^1/_4$	0.48	0.48	Viel Cirren!
6_p 45— 7_p 45	0.48	0.47	

Zerstreuungsmessungen in Potsdam.

Zeit	a_+	a_-	Zeit	a_+	a_-
7^a 52	0.31		0_p 12		0.96
8^a 10		0.65	0_p 32	0.49	
9^a 33		0.90	0_p 54		0.90
9^a 55	0.49		1_p 16	0.27	
10^a 18		0.84	3_p 4	0.32	
10^a 46	0.38		3^p 29		0.49
11^a 5		0.84	3_p 58	0.65	
11^a 26	0.44		5_p 12		0.62
			5_p 30	0.31	

Obgleich die drei Beobachtungsreihen an weit von einander entfernt liegenden Stationen gemacht sind, fällt doch sofort auf, dass sie in der Kleinheit der gemessenen Werte übereinstimmen, sowie in einem deutlichen Ueberwiegen der positiven Ionen. Beides wird durch den starken Dunst zu erklären sein, der in der untersten Schicht beobachtet ist.

Im Ballon wurden folgende Werte gefunden:

Höhe	a_+	a_-	$q = \frac{a_-}{a_+}$
3800		4.09	1.14
8950	3.57		
4200		4.91	1.21
4300	4.33		
4400	3.77		
4750	4.37		1.36
4850	*4.4*	*6.0*	
4950		6.17	

NB. Aus den in der letzten Höhenlagen angestellten Messungen wurden für die mittlere Höhe von 4850 die Werte für a_+ und a_- interpoliert, um nicht durch Vernachlässigung der Höhendifferenz einen allzugrossen Fehler für q zu bekommen.

Es fällt zuerst auf, dass die gewonnenen Werte so sehr viel grösser sind als bei der vorigen Fahrt. Die Luft höherer Schichten leitete am 6. März die Elektrizität mehr als doppelt so gut wie am 1. Februar. Diese grosse Leitfähigkeit nahm in der langsam durchfahrenen Schicht von 3500 bis 5000 m ziemlich schnell

zu, sodass sie, die schon in der höchsterreichten Höhe die für Beobachtungen am Erdboden normale bedeutend übertrifft, bei einem Fortschreiten in ähnlicher Weise bald zu ganz staunenswerten Graden kommen müsste. Es entzieht sich natürlich der Beobachtung, wieweit man die Zunahme extrapoliren darf.

Ueberraschend ist die gleichmässige Zunahme der Unipolarität. Die peinlich genaue Aufeinanderfolge der Werte von q : 1.14, 1.21, 1.36, ist fast zu übereinstimmend für diese relativ ungenaue Messmethode. Es kann aber hinzugefügt werden, dass die Instrumente nach der Landung einen sehr guten Zustand und tadellose Isolation aufwiesen. Die Erscheinung ist vielleicht durch eine allmählich entstehende Eigenladung des Ballons zu erklären.

Bei dieser Fahrt war streng darauf geachtet worden, dass die Messungen nicht etwa in irgend welchen Stabilitätsschichten angestellt würden, die — wie schon wiederholt hervorgehoben ist — häufig durch ihren Dunstgehalt diejenigen Fehler herbeiführen würde, denen man gerade durch Ballonmessungen entgehen will. Da die durchfahrene Schicht von 3500 bis 5000 m grosses Temperaturgefälle hatte, so war es nur der Umsicht des erfahrenen Führers möglich, den Ballon die nötige Zeit in fast gleicher Höhe zu halten.

Den zweiten Teil des luftelektrischen Programms bildeten aktinometrische Messungen. Der von den Herren J. Elster und H. Geitel eingeführte Apparat zur Ermittlung der Intensität der ultravioletten Sonnenstrahlung ist wiederholt beschrieben worden[1]). Eine gut amalgamierte Zinkkugel wird unter möglichster Ausschliessung des sonstigen Himmelslichtes dem Sonnenlichte ausgesetzt. Sie steht mit dem Elektrometer in Verbindung und wird mit negativer Elektrizität geladen. Der Ladungsverlust nach einer bestimmten Expositionszeit wird nach der Formel berechnet

$$E = \frac{1}{t} \log \frac{V_0}{V},$$

wo V_0 und V die Anfangs- und Endpotentialdifferenz, t die Expositionsdauer darstellt.

Von den Herren J. Elster und H. Geitel sowie einigen andern Beobachtern ist die tägliche Periode der ultravioletten Strahlung, ihre Zunahme mit der Höhe durch Beobachtungen auf Bergen festgestellt, und es wäre von Interesse, Ballonbeobachtungen mit den früheren zu vergleichen.

Dem stellen sich jedoch mannigfache Schwierigkeiten in den Weg. Z. B. verlangen die fortwährenden langsamen Drehungen des Ballons ein entsprechendes Nachdrehen des ganzen Instrumentes, ausserdem ist die peinlich genaue Amalgamierung im Ballon unbequem und der Apparat zu schwer u. s. w. Dennoch könnte man durch einige Aenderungen ein Balloninstrument daraus machen. Leider fehlten mir die Mittel und die Gelegenheit zu ferneren Untersuchungen und so blieb es bei dieser einen.

1) So z. B. Ann. d. Phys. 48, 338 ff. 1893.

IX. Fahrt des Vereinsballons „Berson“ vom 3. April 1902.

A. Berson (Führer und meteor. Beobachter), Dr. Marten (Beobachter der Luftelektrizität), Dr. Linke (desgl.)

Zeit	Höhe in Metern	Temperatur	Dampfdruck	rel. Feuchtigkeit	Elektricitäts-Zerstreuung p. Min. App. II	App. III	Mittel $\frac{2.\text{II}+\text{III}}{3}$	Bemerkungen
			mm	%				
10^{a} 15—25 Min.	Am Boden				+ 0.40%	+ 0.52%		Bewölkung: 10^{1} Str-cu.
31—41					— 0.44	— 0.25	— 0.38 %	Wind: W bis WSW 1
46—56					+ 0.43	+ 0.48	+ 0.44	Isolation tadellos.
50		6.6	4.9	67				Bewölkung: 8^{1} Str-cu. a-str aus W.
11^{a} 51								Abfahrt vom Uebungsplatz des Luftschiffer-Bataillons.
57	1155	0.1	1.8	38				
0_{p} 14	1540	— 1.9	0.3	7				
33	1594	— 1.0	0.3	8				Nahe unter der Dunstschicht.
19—29	ca 1565				+ 1.90	+ 1.05		
34—49	ca 1610				— 1.33	— 0.59	— 1.08	
54—1_{p} 4	ca 1600				+ 1.30	+ 1.23	+ 1.45	
1_{p} 5	1605	— 1.5	0.6	14				Bewölkung oben: 8° Ci. cistr, einz. Cum.
12	1852	— 2.0	0.9	23				
11—34					*— 0.39*	*+ 0.95*		Ballon steigt!
23	2140	— 3.6	0.6	16				
52	2110	— 3.4	1.0	26				
43—50	ca 2120				+ 1.22	+ 1.14		
$55^{1}/_{2}$—2_{p} $2^{1}/_{2}$	ca 2100				— 1.28	— 0.73	— 1.03	
2_{p} 8—$14^{1}/_{2}$	ca 2150				+ 0.76	+ 1.13	+ 1.04	
1	2090	— 4.0	0.8	22				Sonnenring.
34	2760	— 7.6	1.4	51				Dunstschicht unter uns, darin Cum.
23—40					*+ 3.25*	*— 0.16*		Ballon steigt!
3_{p} 15	3555	— 12.4	0.5	29				Bewölkung über uns nimmt zu.
25—33	ca 3600				— 0.87	+ 0.79	— 0.84	
38—47	ca 3800				+ 1.09	+ 1.77	+ 1.32	
36	3877	— 13.6	0.3	16				
4_{p} 1	3780	— 14.4	0.4	24				
18—30					*+ 2.77*	*— 0.52*		Ballon steigt!
40	4728	— 16.0	0.8	58				
5_{p} 16	5215	— 18.3	0.8	67				Sonnenring noch sichtbar.
15—$22^{1}/_{2}$	ca 5250				+ 1.20	+ 1.29	— 1.23	
28—37	ca 5400				— 1.81	— 1.73	+ 1.78	
25	5283	— 18.5	0.8	67				Wir kommen den obern Wolken nahe.
34	**5403**	— 19.4	0.7	66				Bewölkung oben: 9° Ci, ci-str;
43—56								unten Dunstchichten.
					+ 0.39	*— 0.61*		Ballon stark fallend!
6_{p} 35								Landung in Jaroschau bei Lopienno, nördlich von Gnesen.

Mittlere Richtung: N 86° E; Dauer: 6 St. 44 Min.; Strecke: 277 km;
Mittlere Geschwindigkeit: 11.3 m p. s. (Zunehmend von $3^{1}/_{2}$ auf > 20 m. p. s.)

Wetterlage und Fahrtbericht. In den ersten Tagen des April 1902 lag eine Depression im Nordwesten, ein Hochdruckgebiet in Südosten Europas. Am Vortage der Fahrt, dem 2. April, war eine Teildepression über die Ostsee nach Russland hineingezogen und es wehten deshalb am Morgen des 3. April westliche Winde fast in allen Teilen Deutschlands. Doch schon am Vormittage drehte der — andauernd schwache — Wind nach Südosten, weil eine neue Depression von Nordwesten her folgte. Aus den Resultaten der Ballonfahrt geht hervor, dass die Luft höhere Schichten bis zum Abend noch unter der Einwirkung der abziehenden östlichen Depression stand. Die Geschwindigkeitszunahme der westlichen Luftströmung mit der Höhe zeigt dies an. Die Fahrt fand also im cyklonalem Regime statt.

Eine Dunstschicht von grosser Mächtigkeit scheint sich zwischen 1500 und 2200 m befunden zu haben. Sie hatte keine scharfe Grenzen und es ist möglich, dass es sich hier um zwei von einander getrennte Schichten handelt. Obgleich die relative Feuchtigkeit von ganz geringem Betrage war (bis 7 %) fand dennoch vereinzelt Cumulus-Bildung statt, wie das ja häufiger beobachtet und erklärt ist. Die Temperaturabnahme war gering.

Darüber lag eine — vom Ballon schnell durchflogene — Schicht mit grossem Temperaturgradienten und grösserm Feuchtigkeitsgehalt, an welche sich dann abermals eine Störungsschicht angeschlossen zu haben scheint, in welcher die Feuchtigkeit wieder sehr klein war, jedoch ein grösserer Dunstgehalt nicht bemerkt ist. Diese zweite Störungsschicht scheint sich von 3600 bis 4700 m erstreckt zu haben. Ueber ihr nahm die Temperatur wieder in normaler Weise ab bis zur grössterreichten Höhe von 5400 m. Etwas höher, vielleicht noch unter 6000 m, ist die untere Grenze der höhern Wolkenschicht (Cirren) anzunehmen, die fast geschlossen war. Ihre Dichte war gering, denn wir hatten fast ununterbrochen etwas Sonnenschein. Ein Sonnenring gab uns über die Structur der oberen Wolken Aufklärung.

Luftelektrizität. An diesem Tage wurden nur Zerstreuungsmessungen angestellt. Herr Geh. Rat Assmann hatte gestattet, dass ein grösserer Ballon genommen würde, mit dem drei Beobachter aufsteigen konnten, davon zwei für Luftelektrizität. Die Zerstreuungsapparate II und III des Meteor.-magnetischen Observatoriums in Potsdam wurden so verteilt, dass Herr Dr. Marten den erst tagszuvor angekommenen Apparat III bediente, während der Verfasser mit Apparat II beobachtete, der gut untersucht und mit dem Stationsapparat No. I fortlaufend verglichen war. Aus diesem Grunde und mit Rücksichtnahme, dass Dr. Marten zum ersten Male im Ballon aufgestiegen war, wurde bei der Mittelbildung dem Apparat II doppeltes Gewicht erteilt.

Die Uebereinstimmung der von beiden Apparaten gewonnenen Resultate ist nicht besonders gut, doch werden die Mittel den wahren Werten ziemlich nahe kommen, jedenfalls nicht um sinnentstellende Beträge von ihnen verschieden sein. Dabei muss noch bemerkt werden, dass Apparat III etwas andere Dimensionen

hatte und — auch auf der Erde — höhere Zerstreuungen gab. Alle Werte wurden durch Multiplikation mit dem aus den beobachteten Werten sich ergebenden Faktor 0.70 auf die Angaben des Apparats II reduziert und mit diesem vergleichbar gemacht. Diese Manipulation ist nicht etwa bedenklich. Die Zerstreuung ist abhängig von dem Potentialgefälle zwischen Zerstreuungskörper und dem Schutztopf, resp. Elektrometer. Verschiedenheit der Dimensionen ändern das Feld und damit die Zerstreuung. Auch von andern Beobachtern ist das Reduktionsverfahren angewandt worden.

Zum Vergleiche mit den Ballonbeobachtungen stehen Messungen in Potsdam zur Verfügung. Es sind folgende:

Zeit	a_+	a_-
10^a 15Min.		1.42
10^a 38	0.37	
11^a 0		0.84
11^a 45	0.70	
0_p 32		2.17
0_p 54	1.29	

Die Ballonbeobachtungen, noch einmal zusammengestellt, sind:

Höhe	a_+	a_-	q	Bemerkungen
1610		1.08	0.74	Dunstschicht.
1580	1.45			
2100		1.03	0.99	Dunstschicht.
2150	1.04			
3600		0.84	0.64	2. Störungsschicht.
3800	1.32			
5250	1.23		1.45.	
5400		1.78		

Dieser Ueberblick zeigt, dass die Leitfähigkeit der Luft an diesem Tage überaus gering war. Bis zur grössten Höhe hinauf reicht diese Erscheinung. Bei den Messungen in der tiefern Schicht könnte man einwenden, dass der Dunstgehalt der Luft eingewirkt haben könnte. Doch trifft das nicht in der 3. Etappe zu, wo Dunst nicht beobachtet ist. Falls auch hier der Störungsschicht die Schuld beigemessen werden sollte, steht eine derartige Erklärung in der höchsten Etappe nicht zu Gebote, sodass man zu der Annahme neigen muss, dass die ganze Luft in gleicher Weise diesen geringen Grad der Leitfähigkeit teilt, wenn gleich aus der Schicht von rund 2200 bis 3600 m keine Messungen vorliegen.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass die erwähnte Cirrusschicht sich aus der angenommenen Entfernung von höchstens 500 m als auf die Beobachtungswerte unwirksam erwies. Ein nennenswertes Ueberwiegen der einen oder andern Ionenart tritt nicht in Erscheinung.

Bei dieser Fahrt nahmen deshalb zwei Beobachter der Luftelektrizität teil, um genaue Erfahrungen über die Wirkung des Fallen und Steigens auf die Messungen sammeln zu können. Da die Resultate an anderer Stelle (S. 25 ff.) genauer diskutiert sind, braucht hier nicht darauf eingegangen zu werden.

X. Fahrt des Ballons „Meteor“ vom 1. Mai 1902.

Assistent Elias (Führer und meteor. Beob.), Dr. Linke (Beob. d. Luftelektrizität).

Zeit	Höhe in Meter	Temperatur	Dampfdruck mm	Relat. Feuchtigkeit %	Electricitätszerstreuung % p. Min.	Bemerkungen
7^a 53Min.	Am Boden	6.2°	4.3	61		Bewölkung: 9^{1-2} Cum., *a*-str. Wind: W 2—3, böig.
8^a 27						Abfahrt vom Uebungsplatz des Luftschiffer-Bataillons.
30	475	4.4	5.2	84		Bei 952 m in den Wolken.
34	975	— 1.2	4.4	97		Oberer Wolkenrand. Oben Bewölkung 2^1, Cirr.
8^a 52—9^a 7	ca. 1100				— 1.36	
9^a 1	1103	— 0.5	2.7	61		
13—28	ca. 1200				+ 1.31	Fahrtrichtung E.
25	1257	— 0.6	2.8	64		Unter uns unregelmässige Cumulusbildung.
34—44	ca. 1400				— 1.59	Ueber uns „falsche“ Cirren (?) im S, breiten sich nach N aus.
37	1383	— 1.9	3.1	79		Bewölkung unter uns nimmt ab.
10^a 0	1490	— 3.0	3.2	87		
15	1843	— 6.7	2.2	81		
24	2011	— 8.5	2.3	95		Wir kommen durch eine dünne Dunstschicht.
44	2510	— 8.9	0.9	36		
52	2603	— 10.7	0.8	41		
10^a 52—11^a 2	ca. 2600				+ 2.97	
11^a 8—18	ca. 2700				— 2.53	
20						Leichter Schneefall unter den *a*-str. (keine „falsche“ Cirren).
24	2967	— 11.5	1.2	59		
24—34	ca. 3000				+ 3.05	
42	3380	— 14.8	1.3	87		In den Wolken.
51	3612	— 16.4	1.0	75		Immer noch in den Wolken, sie scheinen sich mit uns zu heben, bisweilen Schneefall.
58	3810	— 17.6	0.9	76		
0_p 6	4110	— 19.8				Unter uns ist es klarer geworden.
15	4424	— 20.7?				Eisnadelfall und Schnee!
15—25	ca. 4500				+ 0.94	In der Wolke.
19	4532	— 24.0				
38	4799	— 25.5				Unter der obern Wolkengrenze.
51	5510	— 29.2				Ueber den Cirren.
0_p 53—1_p 0	ca. 5500				— 5.69	
0_p 56	**5510**	— 30.5				Ueber den Cirren.
1_p 2						Wegen nördlicher Fahrtrichtung und mangelnder Orientierung Abstieg beschlossen.
7—23	ca. 4000				*— 0.71*	Ballon fällt stark!
12	4425	— 24.6				Untere Grenze der Cirren.
1_p 44						Landung bei Zippnow (Deutsch Krone).

Formel ergiebt Uebersättigung!

Strecke: 248 km, Dauer: 5 St. 17 Min., mittl. Geschw. 13.0 m p. Sek., mittl. Richtung: N 65° E.

Wetterlage und Fahrtbericht. Die der Fahrt vorhergehende Tage hatten Deutschland einen empfindlichen Kälterückfall gebracht. Bei ziemlich gleichmässiger Luftdruckverteilung entwickelten sich kleine Teildepressionen, die

Regen- und Graupelböen im Gefolge hatten. Ueber der Iberischen Halbinsel lag ein Hochdruckgebiet und im Nordwesten von Deutschland eine Depression. Aehnlich der vorher beschriebenen Wetterlage vom 3. April rückte im Laufe des 1. Mai eine Teildepression über Dänemark nach der Ostsee hin. Während sie sich im April aber noch weiter nach Osten verlagerte, blieb sie diesmal hier liegen und füllte sich allmählich aus. Im Ballon war das schon vorher dadurch zu erkennen, dass die Windbewegung nicht etwa westlich blieb, sondern in der Höhe nach Süden drehte.

Die durch solche Wetterlage hervorgerufenen Nordwest-, West- und Südwestwinde haben ihren Ursprung — wie oft gezeigt ist — im Norden, sie sind kalt und bringen verspätetes Aprilwetter.

Im Ballon fanden wir eine ausserordentlich grosse Temperaturabnahme (fast 0.75 p. 100 m), ein Zeichen, dass die Temperaturstörung bis in höhere Regionen hinaufreichte. Die Gleichmässigkeit des Temperaturgradienten wurde nur über der untern Cumulusschicht durch eine geringe Umkehr unterbrochen und später in der Höhe zwischen 2000 und 2500 m durch eine Isothermie, die unten durch eine dünne Dunstschicht begrenzt war.

In etwa 3300 m kamen wir in eine obere Wolkenschicht. Es war Cirren, obgleich sie so tief zogen und wie „falsche“ Cirren oder Altostratus ausgesehen hatten. Sie schienen nicht dicht zu sein, dennoch kamen wir erst bei ca. 5200 m aus ihnen heraus. Da beim Abstieg die untere Grenze in ca. 4400 m gefunden wurde, ist es wahrscheinlich, dass diese Wolkenschicht verschiedene vertikale Erstreckungen hatte, nämlich im Norden dünner war als im Süden. Es steht das damit in Zusammenhang, dass vorher bemerkt wurde, wie die Bewölkung von Süden nach Norden zunahm. Demnach ist der Ballon an der schiefen Ebene der oberen Grenzfläche emporgeglitten.

Die Geschwindigkeit nahm über der untern Cumulusschicht plötzlich stark zu und später langsam bis auf über 10 m p. Sec. — Sehr interessant war die unregelmässige Cumulusbildung.

Luftelektrizität. Leider war es bei dieser Fahrt vom 1. Mai 1902 nicht möglich gewesen, zwei Beobachter mit luftelektrischen Messungen zu beauftragen. Zwar waren zwei Zerstreuungsapparate mitgenommen worden. Doch es erwies sich als unmöglich, neben sonstigen ballontechnischen und meteorologischen Arbeiten beide zu bedienen.

In Potsdam wurden folgende Werte der Zerstreuung gefunden:

Zeit	a_+	a_-	Zeit	a_+	a_-
9^a 30Min.		2.63	11^a 45Min.	1.02	
10^a 2	1.95		0_p 9		1.36
10^a 24		2.43	0_p 30	0.75	
10^a 46	1.72		4_p 25	1.77	
11^a 9		1.65	5_p 5		1.63
11^a 45	1.02				

Die Zusammenstellung der Ballonbeobachtungen ist folgende:

Höhe	a_+	a_-	$q = \frac{a_-}{a_+}$	Bemerkungen
1075		1.36		
1200	1.31		1.13	
1400		1.59		
2600	2.97			
2700		2.53	0.84	
3000	3.05			
4500	0.94			In den Cirren!
5500		5.69		

Der Grössenordnung nach reihen sich die Ergebnisse besser an die Fahrten VI und VIII an, als VII und IX. Sie beweisen, dass die Leitfähigkeit der Luft in den oberen Schichten grösser war als am Erdboden und mit zunehmender Höhe gleichmässig wuchs. Leider konnte zwischen 3000 und 5500 m keine Messung in wolkenfreier Luft vorgenommen werden, da der Ballon einen schlimmen Kampf mit der keilförmigen Cirruswolke zu bestehen hatte, deren oberen Rand er erst bei 5500 m fand. In der fortwährenden Hoffnung, nun müsse doch der Ballon bald diese Wolke, deren geringe Mächtigkeit uns die hell durchscheinende Sonne anzeigte, bezwungen haben, wurde es fast versäumt, innerhalb der Eisnadeln zu messen. Nur eine Beobachtung mit positiver Ladung wurde angestellt. Sie ergab ganz geringe Leitfähigkeit. Es scheint also zwischen Wasser- und Eiswolken kein Unterschied in dieser Hinsicht zu bestehen.

Als wir endlich in wolkenfreie Luft kamen und eine Messung mit negativem Vorzeichen erfolgt war, glaubte Herr Elias, dem die Verantwortung übertragen war, nicht länger in dieser Höhe verweilen zu dürfen. Die Karten waren zu Ende, seit fast einer Stunde keine Orientierung, dabei nordöstliche Fahrtrichtung, wir trieben also mit grosser Geschwindigkeit auf die Ostsee zu.

Daher musste ich bedauerlicherweise mitten in der Messungsreihe abbrechen.

XI. Fahrt des Vereinsballons „Sigsfeld“ am 1. und 2. Juli 1903 von Göttingen aus.

Professor Dr. Wiechert, Dr. Gerdien, Dr. Linke.

Zeit	Barometer	Höhe üb. d. Meere	Temperatur	Feuchtigkeit abs. mm	Feuchtigkeit rel. %	Ionenzählung. Elektrost. Einheiten	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
$6^1/_{2p}$ Min.	759	125	20.4	8.3	47			Vor der Abfahrt. Bewölkung: 3° Cirren aus N. Wind: 3 N.
6_p 58								Abfahrt vom „Bürgerpark“. Sogleich in Dunst. Richtung: SSW.
7_p 3	732.5	430						
5			15.2?	8.8	68			
10			17.8	8.9	59			
15	721	570	17.2					
20	714.8	645	16.2	7.8	57			

Zeit	Barometer	Höhe üb. d. Meere	Temperatur	Feuchtigkeit abs. mm	Feuchtigkeit rel. %	Ionenzählung Electrost. Einheit	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
7_p 40Min.								Punkt a. Westseite Gr. Schneen.
42	707	740						SSW, 4.2 m p. Sek.
8_p 0	719.5	580	16.6	7.8	56			
18								Punkt b. Uebergang über die Werra bei Ermscheid. SSW, 5 m p. Sek.
25								Ballon wendet sich nach Osten und
30—45						+ 0.17		macht um einen Berg herum einen
55	675.6	1110	11.8	8.0	78			nach Westen offnen Bogen (bis 9_p).
9_p 20	674	1130	12.0	6.3	61			
24								Punkt c. Westseite Gr. Almerode. S, 2.8 m p. Sek.
etwa 10_p								Es wird dunkel, die Lichter von Kassel sind sichtbar.
10_p 54	640	1570	8.2	4.8	60			Unter dem Monde (2. Viertel) sieht man die Ränder einer Dunstschicht fast in derselben Höhe wie der
11_p 42—0^a 2						— 0.16		Ballon. Seit 12 tiefe Nacht, da
0^a 33—53						+ 0.22		der Mond untergegangen.
2^a 20	699	830						Punkt d. Christenrode bei Treysa (durch Anrufen ermittelt). S, 2.8 m p. Sek. Es wird hell.
3^a 13	658	1360						Es ist schon taghell.
50	712.5	670	15.0	11.6	92			Die Sonne kommt über dem Dunstrande hervor.
4^a 12	715	630	14.8	12.3	98			Die Kollektoren werden in Tätigkeit
29	654.4	1390					wechselnd	gesetzt.
30							— ∞	Im oberen Rande der Dunstschicht!
33—48						+ 0.10		
46							— 85	
55	633	1660						Punkt e. Heimerthausen b/Alsfeld. S, 2.4 m p. Sek.
57							+ 17	
5^a 3	625.8	1750	8.2	2.8	34			Pot.-Dff. zw. d. Ballon u. d. 15 m-Koll:
5							+ 13.4	150 Volt.
8	622.4	1780	7.8	2.7	34			„ „ „ „ „ „ 25 m-Koll:
10—25						— 0.43		188 Volt.
25	613.5	1930					+ 10.7	Bewölkung oben: 3° Cirren am N.-
29	609.6	1970					+ 8.3	und S.-Himmel.
34	607.6	2000	7.4	3.8	49		+ 5.3	Pot.-Dff. zw. d. Ballon u. d. 30 m-Koll: 160 Volt. „ „ „ „ „ „ 15 m-Koll: 80 Volt.
47								Punkt f. Schellenhausen. SSW,
5^a 48—6^a 3						+ 0.43		2.5 m p. Sek.
5^a 50	603	2060					+ 6.3	Ueber der dichten Dunstschicht befindet sich eine schwächere.
6^a 0							+ 7.8	Pot.-Dff. zw. d. Ballon u. d. 15 m-Koll: 193 Volt.
23—38						— 1.08		„ „ „ „ „ „ 30 m-Koll: > 225 Volt.
$32^1/_2$							+ 7.7	Die 2., höhere, Dunstschicht erscheint
35	587	2290	7.2	46	61			stärker. Staubgehalt d. Luft < 100
37							+ 8.4	Staubkörner p. ccm.
40							+ 9.2	Durch Wasserspritzen die Eigenladung des Ballons auf bestimmte Höhe gebracht.

Zeit	Barometer	Höhe üb. d. Meere	Temperatur	Feuchtigkeit abs. mm	Feuchtigkeit rel. %	Ionenzählung Electrost Einheit	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
6ª 41Min.								Punkt g. Bahnübergang zw. Nieder-Ohme und Wettsassen. SSW, 2.7 m p. Sek.
7ª 27								Punkt h. Grünberg. S, 3 m p. Sek.
28	577.2	2430					+ 8.8	
30—40						+ 0.57		
38	577.0	2435	8.6	38	46			
8ª 5—10						+ 0.86		
14—19						— 1.09		
30	569	2560	9.0					
9ª 0		2700						Ventil! Ballon wendet sich unten ganz nach W.
9ª 30								Landung bei Weipersfelden (Rgb. Wiesbaden).

Wetterlage und Fahrtbericht. Die beiden letzten Fahrten, deren Resultate hier behandelt werden sollen, wurden vom Geophysikalischen Institute in Göttingen unternommen. Gleich die erste Fahrt war als Nachtfahrt geplant, um in einem Male unter möglichst verschiedenen Bedingungen Messungen anstellen und für weitere Fahrten schätzenswerte Erfahrungen sammeln zu können.

Durch das dankenswerthe Entgegenkommen der Gasanstalt wurde das verwandte Leuchtgas etwas dekarburiert, sodass uns die aëronautisch anerkennenswerte Leistung glückte, einen 1300 cbm-Ballon mit Leuchtgasfüllung mit 3 Insassen und einer grossen Last von Instrumenten 14½ Stunde in der Luft halten und bis 2700 m Meereshöhe hochtreiben zu können.

Die Fahrt begann am Abend des 1. Juli 7 Uhr. Der vollständig gefüllte Ballon erhob sich bei ganz geringer Windgeschwindigkeit, die auch in allen Höhenstufen die gleiche blieb. Die Nacht durch wurde der Ballon, soweit es die Unebenheiten des Hessisch-Thüringischen Gebirgslandes und die Abkühlung des Ballongases zuliessen, in mässigen Höhen gehalten. Doch konnte nicht verhindert werden, dass 1570 m erreicht wurden. Labiler Temperaturverteilung halber war es unmöglich, den Ballon längere Zeit in derselben Höhenlage zu halten, daher liess ich den Ballon die ganze Nacht hindurch auf- und niedersteigen. Erst die aufgehende Sonne machte dieser „Berg- und Thalfahrt“ ein Ende. Sie erwärmte den Ballon und hob ihn ohne ferneren Ballastgebrauch bis zu 2700 m. Nach Beendigung der Messung wurde die Landung schnell ausgeführt, da die stabile Schichtung der oberen Luft ein weiteres Steigen ohne Ballastopfer nicht zuliess, der noch vorhandene Ballast jedoch für die Landung aufgespart werden musste. Diese erfolgte bei Weipersfelden zwischen Giessen und Frankfurt.

Der 1. und 2. Juli waren typische Sommertage mit anticyklonalem Regime. Ein Hochdruckgebiet hatte sich von Westen her über Deutschland ausgebreitet und lag vom Mittag des 1. bis zum Abend des 2. Juli mit seinem Centrum über

Mitteldeutschland. Während am Vortage der Fahrt, dem 30. Juni, in Süd- und Mitteldeutschland Gewitter niedergegangen waren, blieben die beiden Fahrttage frei von Niederschlägen. Am Vormittage und Mittage des 1. Juli beschränkte sich die Bewölkung auf einige feine Cirren und wenige Cumuli, deren oben abgeflachte Form schon anzeigte, dass dort eine relativ warme Luftschicht dem infolge der Sonnenstrahlung entstehendem Luftstrome, in welchem die Kondensation erfolgte, Halt gebot. Diese im Sinken begriffene und dadurch adiabatisch erwärmte Luft ist das Charakteristikum des Hochdruckgebietes. Sie verhindert die Wolkenbildung in den tiefern Schichten und ermöglicht dadurch den Sonnenstrahlen den Zutritt zum Erdboden.

Auch die Temperaturverteilung in höhern Luftschichten war für die Wetterlage typisch. Bis zu einer Höhe von 1400 m herrschte infolge der starken Sonnenstrahlung fast indifferentes Gleichgewicht. Von 1400 bis 2300 m lag eine Mischungsschicht, in welcher die Temperaturabnahme sehr gering war (0.15° p. 100 m). Darüber herrschte der absteigende Luftstrom der Anticyklone; wir fanden auf 260 m eine Temperaturzunahme von 1.8°. Bemerkenswert ist, dass die Mischung schon auf 900 m erfolgt war.

Die unterste Schicht war durch Dunst stark getrübt. In 1390 m hatte der Dunst eine scharfe obere Grenze, die sich als dicke schwarze Linie am Horizonte abhob. Schon in der Nacht war dieser Dunstrand unter dem Monde beobachtet worden, doch in grösserer Höhe (über 1570 m). Aehnliche Erfahrungen bei andern Fahrten zwingen zu der Annahme, dass nicht etwa die ganze Schicht gegen den Horizont geneigt war, sondern der Dunst in der Nacht langsam herabgesunken war.

Luftelektrizität. Die luftelektrischen Beobachtungen zerfielen in Messung der spezifischen Anzahl und spezifischen Geschwindigkeit der Ionen, die von Herrn H. Gerdien ausgeführt wurden, und die Messung des Potentialgefälles. Die Resultate der erstern sind vom Beobachter selbst schon veröffentlicht[1]) worden. Es zeigte sich, dass der Gehalt der Luft an freien Ionen innerhalb der Dunstschicht sehr gering war, zwischen dem scharfen oberen Rand und der schwächern Schicht, die darüber lag, etwas grösser und über dem Dunst die Höhe hatte, welche auch an klaren Tagen — besonders in hochgelegenen Orten — am Erdboden beobachtet ist.

Die Beweglichkeit der Ionen war grösser als am Boden, jedoch nur um soviel wie der geringere Luftdruck erwarten liess.

Zur Messung des Potentialgefälles wurden bei dieser Fahrt Radiumpräparate benutzt. Kleine Glasröhrchen von 4 cm Länge und 5 mm Dicke, in die 1 mg Radiumbromid eingeschmolzen ist, die von der Braunschweiger Chininfabrik (Professor Dr. Giesel) zu dem Zwecke bezogen waren, wurden an Drähten aufgehängt, deren Länge verstellbar war. Um nun gleichzeitig Messungen des Ionengehaltes ausführen zu können, wenn diese Radiumpräparate in mindestens 15 m Ent-

1) H. Gerdien, Phys. Zs. 4, 632—635. 1903.

fernung vom Korbe hingen, war von Herrn Professor Wiechert folgende Anordnung getroffen worden. Jedes Glasröhrchen wurde zuerst in eine Bleiröhre von 2 mm Wandstärke gesteckt, sodass nur der unterste Teil des Röhrchens frei blieb, in dem das Radiumpräparat lag. Dieser freibleibende Teil wurde nun von Bleiplatten so umgeben, dass man ihn von aussen nicht erblicken, die Luft hingegen ziemlich ungehindert zirkulieren konnte (s. Figur 14 auf Tafel I).

Hierdurch war erreicht, dass die ionisierenden Strahlen, welche vom Radium ausgehen, nicht aus der Bleihülle herauskommen konnten, sondern auf den kleinen abgeschlossenen Raum beschränkt waren. Versuche hatten das bestätigt.

Durch diese Anordnung war die Gefahr, dass die Ionisation der Luft in der Nähe des Korbes durch die Anwesenheit des Radiums merklich vergrössert wurde, ausgeschlossen. Gleichzeitig wird aber auch die Kollektorwirkung des Radiums verringert. Wie Versuche[1]) ergaben, war die Ladung nach fünf Minuten praktisch beendet, wenn die umgebende Luft in mässiger Bewegung war. Diese Bedingung ist im Ballon erfüllt. Sie bewirkt aber, dass das elektrische Feld an den Kollektoren durch räumliche Dichte der entstandenen Ionen verändert wird. Die a. a. O. mitgeteilten Versuche haben ferner ergeben, dass der Punkt, dessen Potential der Kollektor schliesslich annimmt, nicht der ist, an dem sich das Radium befindet, sondern — da am Aufhängedraht ebenfalls Elektrizitätsausgleich stattfindet — ein höherliegender. Gelten nun für beide Kollektoren die gleichen Bedingungen, so würde sich der Fehler herausheben. Da aber durch die Anwesenheit des höherhängenden Kollektors die Ionisation der Luft am Aufhängedraht des tiefern Kollektors grösser ist, als an dem des höhern, so ist der Abstand der neutralen Zonen der Kollektoren kleiner als der Abstand der Radiumpräparate. Es ist deshalb das angegebene Potentialgefälle kleiner als das wirklich vorhandene. Die Unsicherheit kann über 100 % betragen.

Aus diesem Grunde sind die Radiumkollektoren in Zukunft nicht mehr benutzt worden.

Die Messung begann gerade als der Ballon den scharfen Rand der Dunstschicht passierte. Sie ergab, dass in der Dunstschicht starkes negatives Gefälle herrschte. Dieses negative Gefälle dauerte jedoch nur kurze Zeit. Bald wurde es positiv und sehr schwach, nahm ab bis zu der Zeit, wo über der dichten Dunstschicht eine schwächere sichtbar wurde. Dann wurde das Gefälle wieder langsam grösser.

Somit ständen der Gang und das Allgemeinverhalten im besten Einklange mit den früher gefundenen Resultaten, wenn nicht der absolute Betrag vollkommen aus der Reihe herausfiele. Die Feldstärke müsste den Angaben nach bis auf 5 Volt/Meter herabgesunken sein. Solche geringen Beträge sind aber bisher in den relativ geringen Höhen noch nicht gemessen worden. Auf Grund obiger Ueberlegungen sind die Beobachtungen bei dieser Fahrt mit Vorsicht aufzunehmen und nicht etwa als Grundlage weittragender Folgerungen zu benutzen.

---

1) F. Linke, Phys. ZS. 4, 661—664. 1903.

XII. Ballonfahrt vom 2. August 1903 von Göttingen aus.

Professor Dr. Nernst, Professor Dr. Wiechert, Dr. Linke.

Zeit	Barometer	Höhe üb. d. Meere	Temperatur	Feuchtigkeit abs. mm	Feuchtigkeit rel. %	Ionenzählung	Potentialgefälle Volt/Meter	Bemerkungen
7^a 45—55 Min.						— 0.32		Auf dem östlichen Balkon des
8^a 11—21						+ 0.20		Geophysikalischen Institutes.
10^a 14	747.3	125	19.6	10.5	61			Am Boden. Bewölkung: 9^1 Cum. W. Cirr. WNW. — Wind: SW 4.
50								Abfahrt vom Bürgerpark.
56	710.0	555	15.0	10.1	80			Richtung ENE.
11^a 2	690.5	800	13.1	9.6	87			Schwenkung nach rechts.
9	689	810	12.6	9.4	89			
11								Punkt a. Krebeck. ENE 10.0 m p. Sek.
16	702	655	14.6	9.8	79			
20	693	765	13.2	9.4	84			Wind im Ballon.
26								Punkt b. Gieboldehausen. ENE 10.0 m p. Sek.
30								Unter dem Ballon bildet sich mit grosser Geschwindigkeit ein Cumulus, in den wir hinein gerathen.
33	653	1260	9.1	7.3	85			
40	643.5	1375					+ 79	Im Cumulus herrscht starke Windverschiedenheit.
44	634	1510					+ 70	Obgleich wir schnell steigen, fallen wir relativ zur Luft. Die vertikale Komponente der Luftbewegung erreicht 4 m p. Sek. Nebeltröpfchen treiben durch den Korb
48	632	1525	6.9	7.1	95		+ 44	
56							+ 88	in stets wechselnden Richtungen
58	621	1680						(meist aus NE). Zeitweise schwankt
0_p 0	621	1680					+ 93	der Korb heftig.
4	607	1875	6.2	6.9	97		< + 30	Ueber dem Cumulus! Ueber uns Altostratus 7^1.
7	594	2055	8.4	6.2	77			Richtung E. Sonnenschein.
8	596	2025	8.8	5.0	60			Cumulus verschwindet plötzlich!!
10							+ 45	Keine Orientierung.
12							+ 52	
13							+ 30	
14	592	2085						Das Potentialgefälle schlägt plötzlich aus schwach positiven zu stark negativen Werten über.
17							> — 100	
15—25						— 0.29		Punkt c. 20 km nordwestlich Harzgerode. E 18 m p. Sek.
27	623	1660	7.2	5.7	75			Altostratus über uns werden immer dichter.
41—51						+ 0.29		
38	616	1750						
44	623	1650						
56	641	1420	8.8	6.4	76			
1_p 0								Grosse Stadt (Aschersleben) in NW.
12	676	980						Punkt d. Bahnübergang bei Sandersleben. E 16 m p. Sek.
2_p 10?								Landung in einer Regenböe bei Güsten. ENE 15.6 m p. Sek.

Wetterlage und Fahrtbericht. Unter dem Einflusse einer nördlich vorüberziehenden tiefen Depression herrschte in Wechselwirkung mit einem südwestlich ausgedehntem Hochdruckgebiete in den Vortagen der Fahrt wolkiges

regnerisches Wetter mit heftigen, böigen Winden in Deutschland. Besonders ungünstig für luftelektrische Messungen war der eigentlich für die Fahrt angesetzte 1. August. Daher wurde die schon begonnene Füllung unterbrochen und die Fahrt bis zum 2. August verschoben. An diesem Tage waren die Witterungsverhältnisse vormittags wesentlich günstiger. Zwar war der Himmel noch immer grösstenteils bewölkt. Doch kam durch Lücken der tiefliegenden Cumuli bisweilen blauer Himmel zum Vorschein, an dem noch schwache Cirren beobachtet wurden.

Um 10 Uhr 50 Minuten erfolgte die Abfahrt bei Sonnenschein. Doch noch ehe der Harz erreicht wurde, entstand in einem Flussthale plötzlich unter uns und neben uns Wolkenbildung, die sich schnell über den Ballon hinaus erstreckte. In diesem Cumulus, in den der Ballon hineingeraten war, herrschte starke Luftbewegung. Obgleich der Ballon durch Ballastausgabe in kräftigem Steigen gehalten wurde, zeigte heftiger Luftzug an, dass die umgebende Luft noch schneller stieg. An einem Vertikalanemometer, das Herr Professor Wiechert neben dem Ballonkorbe angebracht hatte, konnte beobachtet werden, dass die relative Bewegung der Luft gegen den Ballon eine Geschwindigkeit von 3 m p. Sek. erreichte. Da der Ballon selbst mit einer Geschwindigkeit von 1 m p. Sek. stieg, folgt als absolute Bewegung der Luft in der Vertikalen 4 m p. Sek.

Bemerkenswert sind die Temperaturverhältnisse innerhalb des Cumulus. Es herrschte ein ziemlich gleichmässiges Temperaturgefälle von 0.87° p. 100 m, das zwar nur bis zu 1525 m beobachtet wurde, jedenfalls aber bis zum oberen Wolkenrande geherrscht hat, der in etwa 1800 m gefunden wurde. Dieses Temperaturgradient reicht noch nicht hin, um Luft, die sich im „Trockenstadium“ befindet, in labiles Gleichgewicht zu versetzen. Sobald aber durch äussere Einflüsse — beispielsweise an der Luvseite eines Gebirges — Luft, die ihrem Kondensationspunkte nahe ist, ins Aufsteigen gebracht wird, tritt sie bald in das „Kondensationsstadium“ über. Nun genügt schon ein wesentlich geringeres Temperaturgefälle, um labiles Gleichgewicht hervorzubringen — in unsern Falle 0.53° p. 100 m. — Daher war die grosse vertikale Geschwindigkeit eine Folge der Temperaturverhältnisse und der grossen relativen Feuchtigkeit, die vor der Bildung der Wolke schon 80 bis 90 % betrug.

Die Unruhe der Luft im Cumulus liess den Verdacht aufkommen, dass wir in ein Gewitter geraten seien. Um Klarheit zu bekommen, wurde der Ballon in starkem Steigen erhalten, um wenn möglich den oberen Rand der Wolke zu erreichen. Das gelang auch, aber innerhalb von drei Minuten wurde auch die ganze benachbarte Luft über, unter und neben uns wolkenfrei. So schnell, wie die Wolke entstanden war, verschwand sie auch.

Ueber dem Ballon hatten sich die schon am Vormittage beobachteten vereinzelten Cirren in eine Altostratusschicht verwandelt, die fast den ganzen Himmel bedeckte. Der Sonnenschein, der den Ballon noch einige Zeit oben hielt, verschwand und das eintretende Fallen des Ballons liess sich nur noch zeitweise durch grosse Ballastopfer aufhalten.

Zu bemerken ist noch, dass über der Wolke und nach Verschwinden derselben bedeutend höhere Temperaturen und geringe Feuchtigkeiten gemessen wurden, die auf eine Abwärtsbewegung der Luft schliessen lassen.

Um 2 Uhr wurde das schon vorher erwähnte Fallen des Ballons ausserordentlich stark, in grosser Eile wurde die Landung vorbereitet. Noch ehe sie bewerkstelligt werden konnte, entstand abermals Wolkenbildung in der Nähe des Ballons, die sogar zu Niederschlägen Anlass gab. Aus dem Charakter der Landung und dem starken Fallen des Ballons trotz vielem Ballastgebens muss man schliessen, dass wir in den absteigenden Luftstrom einer Regenböe geraten waren, die sich über dem Saalethale gebildet hatte.

Luftelektrizität. Die luftelektrischen Messungen zerfallen wiederum in Messungen des Potentialgefälles und des Ionengehaltes.

Das Potentialgefälle wurde mit den Druckkollektoren beobachtet, wie sie auf Seite 6 beschrieben sind. Der kürzeste Kollektor endete 8 m unter dem Korbe. Die abtropfende Flüssigkeit war Brennspiritus. Im Laufe der Fahrt stellte sich ein Mangel der Konstruktion heraus: Es waren Blechgefässe benutzt, deren obere Oeffnung nicht durch Deckel verschlossen waren. Beim Ballastwerfen flog nun etwas Sand in die Oeffnungen hinein und verstopfte die dünnen Bleiröhren, sodass nur in der ersten Hälfte der Fahrt Beobachtungen angestellt werden konnten.

Es konnten natürlich bei der im Fahrtbericht näher ausgeführten Wetterlage keine normalen luftelektrischen Verhältnisse angetroffen werden. Die Bedeutung dieser Fahrt besteht vielmehr darin, dass in und über einem Cumulus, dessen Entstehung durch Augenbeobachtung und durch die meteorologischen Messungen verfolgt und übersehen werden kann, das Gefälle gemessen worden ist. Die Messungsreihe begann in dem Augenblicke, wo der Ballon von Wolken vollkommen eingehüllt wurde. Es ergab sich ein ziemlich hohes positives Gefälle, das mitten in der Wolke schwächer, am oberen Rande wieder grösser war. Trotz der heftigen und unregelmässigen Luftströmungen innerhalb der Wolke war das Gefälle auffallend ruhig. Es kamen keine schnelle Schwankungen, kein Vorzeichenwechsel, kein Durchschlagen der Blättchen vor. Das zwingt zu der Annahme, dass die Elektrizitätsmengen, die das Feld hervorriefen, nicht in unmittelbarer Nähe des Ballons waren, dass also innerhalb des Cumulus keine Ladungen vorhanden waren, sondern nur an seinen Rändern. Als nun die Wolke sich auflöste und die Luft über dem Ballon wolkenfrei wurde, verminderte sich das positive Gefälle sehr. Es variierte etwas stärker, doch nicht so, wie es sonst an Wolkenrändern beobachtet wurde. Plötzlich jedoch schlug das Gefälle aus den schwach positiven Werten zu stark negativen über und zwar in dem Momente, wo der Ballon seinen höchsten Punkt erreicht hatte und stark zu Fallen begann. Zu dieser Zeit war von dem Cumulus schon 6 Minuten nichts mehr zu sehen.

Eine Erklärung dieser Erscheinung giebt die Annahme, dass der obere Rand

der Wolke positive Elektrizitätsmengen mitgeführt hat, die in der Luft verblieben, auch als die Wolkenbildung verschwand. Solange der Ballon unter dieser positiv geladenen Schicht blieb, wurde positives Gefälle, als er in sie hinein kam, vermindertes positives Gefälle, als er sie durchbrochen hatte, negatives Gefälle gemessen.

Es ist noch hinzuzufügen, dass Niederschläge unter diesem Cumulus nicht beobachtet wurden, wie durch die Insassen eines Automobils des Herrn Professor Nernst, das unter dem Ballon folgte, festgestellt wurde. Auch innerhalb des Cumulus wurden weder grössere Tropfen gesehen, noch ihr Aufprasseln auf die Ballonhülle gehört.

Erst nach dem die Messungen des Potentialgefälles ein vorzeitiges Ende — wie oben schon gesagt — gefunden hatten, wurde in 1700 m Höhe und in wolkenfreier Luft der Ionengehalt gemessen. Er ergab [1]) die geringen Werte von 0.29 elektr. Einh. im Kubikmeter für beide Vorzeichen. Die spezifische Ionengeschwindigkeit war für positive Ionen 1.25, für negative 1.03.

1) H. Gerdien, Phys. ZS. 4, S. 632—635.

Drittes Kapitel.

Zusammenfassung der Beobachtungsergebnisse.

In drei Tafeln am Schlusse dieser Abhandlung sind die Resultate der Beobachtung des Potentialgefälles (Tafel II und III) und der Zerstreuung (Tafel IV) zusammen gestellt.

Um die Grundlagen der Diskussion zu erweitern, sind die Ergebnisse einiger anderer Fahrten hinzugenommen und zwar für das Potentialgefälle zwei Fahrten des Berliner Vereins für Luftschiffahrt (früher Verein zur Förderung der Luftschiffahrt) bei denen die Herren R. Börnstein und O. Baschin Beobachter waren[1]), sowie eine Fahrt von Le Cadet[2]).

Für die Zerstreuung konnte nur die 2. Fahrt von Herrn H. Ebert[3]) (am 10. November 1900) herangezogen werden, die allein unter gleicher Anordnung des Versuchs ausgeführt wurde. Die Ergebnisse dieser Fahrt werden in den Abbildungen der Tafel IV von den durch den Buchstaben *E* bezeichneten Punkten wiedergegeben. (Die Zahlen an der übrigen Punkten bedeuten die Nummern der Fahrten nach der Anordnung des zweiten Kapitels).

A. Das Potentialgefälle.

Aus allen Diagrammen der Tafeln II und III ergiebt sich als Bestätigung der Ergebnisse früherer Ballonfahrten, dass das normale Potentialgefälle nach oben gerechnet positiv ist und mit der Höhe abnimmt. So oft negatives Gefälle beobachtet wurde oder eine Zunahme des Gefälles, war jedesmal nachzuweisen, dass elektrische Massen in der Luft vorhanden waren, die an Wolken oder Dunst gebunden scheinen. Sobald der Ballon diese überholt hatte, fand sich wieder das niedrige positive Gefälle, sodass der obige Erfahrungssatz in allen Fällen bestätigt gefunden ist.

Es liegt nun zuerst nahe zu untersuchen, in welche Form die Abnahme des Potentials mit der Höhe vor sich geht, ob ein mittlerer Verlauf

1) R. Assmann und A. Berson: Wissenschaftl. Luftfahrten **2**, 165 f und 247 f. Braunschweig 1900.

2) Le Cadet: Le champ électrique de l'atmosphère. Lyon 1898.

3) H. Ebert: Met. Z.-S. **18**, 289—299, 337—352, 1902.

gezeichnet und eine Abhängigkeit von der Wetterlage festgestellt werden kann. Aber ganz abgesehen davon, dass hierzu das Material lange nicht ausreichte, wurde es mir zur Gewissheit, dass niemals eine einfache Curve aufgestellt werden kann, welcher mehr als statistischen Wert zuerkannt werden dürfte.

Es würde ihr ähnlich gehen wie den Kurven, die den mittleren Temperaturabfall mit der Höhe nach einer grössern Anzahl von Ballonfahrten darstellen. Durch die angewandten Ausgleichungsmethoden fallen alle Unstetigkeiten heraus und die Kurve bekommt einen glatten Verlauf, der bei einer einzelnen Fahrt niemals festgestellt ist. Gerade die Unstetigkeitsstellen, die Uebergänge aus einer Schicht in die andere, sind die interessantesten Punkte — und zwar in der Luftelektrizität noch mehr als in der Meteorologie.

Es passt sich also keine Exponentialfunktion in allen Höhen den Beobachtungsdaten in befriedigender Weise an. G. Le Cadet[1]) hat zwar für seine Fahrten nach Ausgleichung seiner Beobachtungswerte, wie sie Figur 12 deutlich erkennen lässt, die Formel

$$\frac{dV}{dh} = ma^h$$

angewandt und, um die Beobachtungen am Boden damit in Einklang zu bringen

$$\frac{dV}{dh} = (ma^h - 1) + (nb^h - 1),$$

wo m, n; a, b Konstante sind. Es soll jedoch im Folgenden zuerst gezeigt werden, dass man sich die „normale Verteilung“ der Luftelektrizität etwas anders zu denken hat.

Bei allen Kurven der Tafeln II und III, besonders deutlich bei denen, die über 2 km hinausgehen, findet man eine grosse Verschiedenheit im Charakter des Verlaufs des Potentialgefälles in höhern und in niedern Schichten. In grösserer Höhe zeigen die Beobachtungswerte einen ziemlich ruhigen Gang: Langsame Abnahme von etwa 25 Volt in 1500 m Höhe auf etwa 10 Volt in 4000 m Höhe. Der Beobachter kann hier seine Kollektoren ruhig tropfen lassen und braucht nur von Zeit zu Zeit den sich langsam ändernden Stand des Elektrometers abzulesen und zu notieren.

Einen wesentlich andern Charakter weist dagegen der Verlauf in den untersten Schichten auf: Scheinbar ohne alle Gesetzmässigkeit kommen hohe und niedrige, positive und negative Werte vor. Bisweilen findet man einmal eine Reihe sich aneinander schliessender Zahlen, die also ein Zu- oder Abnehmen des Gefälles zeigen. Dann aber folgen sprungweise Veränderungen, sodass etwas Sicheres nicht ausgesagt werden kann. In der Hauptsache weisen die Beobachtungen in tiefern Schichten grosse Lücken auf, die deutlich sagen, dass der Beobachter sich fortwährend vergeblich bemüht hat, einen sichern Stand der Blättchen zu fixieren. Mit fortwährendem Prüfen des Vorzeichens und der Isolation, mit Vergrössern und Verkleinern der Höhendifferenz der Kollektoren musste die Zeit vergeudet werden.

1) G. Le Cadet a. a. O.

Eines konnte gewöhnlich deutlich beobachtet werden, nämlich dass plötzliche Veränderungen des Gefälles zusammenhängen mit Unstetigkeiten im Verhalten der meteorologischen Elemente. Es ist hierauf im zweiten Teile bei Besprechung der einzelnen Fahrten hingewiesen worden, sodass es sich erübrigt an dieser Stelle noch einmal näher darauf einzugehen. In einzelnen Diagrammen ist der Verlauf der Temperatur als des wichtigsten meteorologischen Elementes mit angegeben worden, sodass oft dieser Zusammenhang auf den ersten Blick in Erscheinung tritt.

Bisweilen, aber selten, kommen auch in dem oberen Teile der Kurve Unregelmässigkeiten vor, von deren Zusammenhang mit Unstetigkeiten im Verlauf der Temperaturkurve man sich leicht durch den Augenschein überzeugen kann.

Die Erklärung für dieses Verhalten der Luftelektrizität giebt die moderne Meteorologie, welche ihre Schlüsse auf Ballon- und Drachenbeobachtungen aufbaut. Es hat sich gezeigt, dass der Zustand der Luftsäule über einem Gebiete durchaus nicht durch Faktoren definiert wird, welche mit der Höhe gleichmässige und stetige Aenderungen erfahren. Es lassen sich vielmehr täglich Schichtungen nachweisen, die durch sprungweise Veränderungen der meteorologischen Elemente beim Uebergange aus einer Schicht in eine andere gekennzeichnet werden. Als erstes Resultat der vorliegenden Messungen lässt sich in Zusammenfassung der schon im vorigen Kapitel erwiesenen Beobachtungstatsachen aussprechen, dass auch die luftelektrischen Erscheinungen, und zwar sowohl Potentialgefälle, als Zerstreuung, dieselben Unstetigkeiten an der Grenze zweier Luftschichten zeigen.

Nach dem Grunde dieses Zusammenhanges soll später gefragt werden. Hier kam es darauf an, die meteorologische Natur der Erscheinung festzustellen. Denn jetzt erklärt sich leicht, warum der Verlauf des Potentialgefälles in der Höhe einen andern Charakter hat, als unten.

Die Sonnenstrahlung bewirkt in den tiefsten Schichten eine tägliche Periode der Luftbewegung. Am Tage erwärmt sich die Luft über dem Erdboden. Sie steigt auf, andere sinkt herab und wird ebenfalls erwärmt. So kommt es, dass durch Erwärmung der unteren Schichten grosse Luftmengen leichter werden, als die über ihnen liegenden, infolgedessen aufsteigen und durch adiabatische Abkühlung zu Wolkenbildung gelangen. Die dicht über der so entstandenen Wolkendecke befindliche Luft wird jetzt ebenfalls durch die Sonnenstrahlung stark erwärmt und damit eine Schichtung geschaffen; denn nun liegt eine warme Luftschicht über einer kalten.

Nachts ist der Vorgang anders. Da kühlen sich die untersten Luftmassen ab. Eine Vermischung mit den darüberliegenden tritt aber nicht ein, weshalb sich dieser Abkühlungsprocess nicht bis zu der Höhe erstreckt, wie der vorhergenannte. Durch diese nächtliche Abkühlung entsteht wiederum eine Schichtung von grosser Stabilität: eine warme über einer kalten Luftschicht. So hat also jeder Tag zwei Schichtungen der Luft zur Folge, eine in etwa 300, eine andere in über 1000 m Höhe. Besonders bei Windstille, also in Anticyklonen, werden

sich diese Unstetigkeiten erhalten, an den folgenden Tagen neue hinzutreten, die entweder die schon vorhandenen verstärken, sie auch teilweise aufheben können, oder auch infolge der aperiodischen vertikalen Luftbewegungen sich unter einander lagern, sodass in den untersten ein bis zwei Kilometern eine ganze Reihe von Schichtungen zu erwarten sind.

In Höhen, die der täglichen Periode entrückt sind, werden aber nur die viel selteneren aperiodischen vertikalen Luftbewegungen Schichtungen verursachen, wodurch also ganz zwanglos die grössere Unregelmässigkeit der luftelektrischen Erscheinungen in der der Erde benachbarten Luft erklärt ist, wenn man ihren Zusammenhang mit den meteorologischen Elementen aus den Beobachtungen als erwiesen betrachtet.

Zur Beantwortung der Frage, wie es kommt, dass gerade die Uebergangsschichten aus einer Luftschicht in eine andere durch Unstetigkeit der luftelektrischen Elemente ausgezeichnet sind, muss auf Gebilde die Rede gebracht werden, die bei bisherigen meteorologischen und luftelektrischen Untersuchungen etwas stiefmütterlich behandelt sind, aber doch grosses Interesse verdienen: Die Dunstschichten.

Auf Bergen und hohen Türmen, am besten natürlich bei Ballonfahrten, beobachtet man, dass die Durchsichtigkeit auch der oberen Luftschichten sehr verschieden ist, dass also der Gehalt der Luftmassen an festen Bestandteilen grossem Wechsel unterworfen ist. Was das für Materien sind, die unter dem Sammelnamen „Dunst“ zusammengefasst werden, kann an dieser Stelle nicht näher erörtert werden. Man hat sich in der Hauptsache Rauch- und Staubkörner darunter vorzustellen, die zum grössten Teil durch aufsteigende Luft von der Erdoberfläche mitgerissen sind, aber auch durch vulkanische Eruption hierher gelangt, drittens auch kosmischen Ursprungs sein können. Aitken hat gemessen, dass in einem Kubikcentimeter bis 200 000 Staubkörner enthalten sein können. Sie sind einzeln unsichtbar, machen sich aber in grössern Mengen dadurch bemerkbar, dass sie die Durchsichtigkeit der Luft herabsetzen. Gegen den Himmel gesehen sind diese Dunstmassen kaum erkennbar, höchstens schwächen sie das Blau zu einem Grau. In der Höhe treten sie dadurch stark in Erscheinung, dass sie den Horizont verschleiern.

Bei ihrer Winzigkeit folgen die Dunstkörner allen Luftbewegungen, obgleich sie spezifisch schwerer als Luft sind. Ihre Fallgeschwindigkeit ist so gering, dass sie gegen die Vertikalbewegung der umgebenden Luft nicht in Betracht kommt. Wenn nun aber die Dunstmassen durch Sonnenstrahlung erwärmt werden, so teilt sich diese Wärme durch Leitung der nächstliegenden Luft mit, sodass diese leichter als die über ihr lagernde wird und zu steigen beginnt. Dieser Effekt kann bei ungehinderter Sonnenstrahlung ein ausserordentlich starker sein. Umgekehrt können Dunstmassen in Abwärtsbewegung geraten, wenn sie sich durch nächtliche Ausstrahlung abkühlen.

Auf diese Weise kann man sich erklären, dass bei längern Ballonfahrten dieselbe Dunstschicht in verschiedenen Höhen angetroffen wurde, und zwar in dem Sinne, dass sie sich mittags und abends stets in viel grössern Höhen befanden, als in der Frühe. Besonders auffallend war dieses bei Nachtfahrt Nr. XI. Bei Sonnenaufgang lag die Dunstschicht viel tiefer als am späten Abend des vorhergehenden Tages.

Für die Eigenbewegung der Dunstschichten in der Vertikalen gelten dieselben Gesetze, wie sie in der Aëronautik für Gasvolumina aufgestellt sind. Beispielsweise wird sich der Dunst in labilen Luftschichten (solchen, in denen die Temperaturabnahme mit der Höhe sehr gross ist) schnell bewegen, in stabilen (mit Temperaturumkehr oder Isothermie) hingegen langsam, d. h. er wird sich hier ansammeln.

Und wirklich beobachtet man in solchen stabilen Schichten, wo warme Luft über kalter liegt, stets eine Ansammlung von Dunst, die um so stärker ist, je staubhaltiger die ganze Luftsäule gerade ist. Besonders an solchen Flächen, wo auf- und absteigende Luftmassen aufeinander treffen, müssen die mitgeführten Stäubchen in grösserer Zahl abgelagert werden.

Unter „Dunstschicht" soll also im Folgenden stets eine dünne Luftschicht verstanden werden, die infolge von geringer Temperaturabnahme oder gar Temperaturzunahme mit der Höhe in stabilem Gleichgewichte sich befindet und deshalb mit Dunstkörnern ausgefüllt ist.

Diese Dunstschichten gerade sind es, die nach meinen Beobachtungen eigene elektrische Ladungen haben und dadurch das normale elektrische Feld der Atmosphäre stören. Bei jeder Fahrt wurden solche Dunstschichten bemerkt, und jedesmal ist auch die Störung beobachtet worden und zwar um so stärker, je dichter die Dunstschicht war. Eine Dunstschicht wird aber im Allgemeinen um so dichter sein, je näher sie der Erde liegt, von der ja die Dunstmengen zumeist stammen.

Es muss jetzt vor Allem die Frage beantwortet werden, woher die elektrische Ladung des Dunstes stammt. Man könnte zuerst annehmen, dass die von der Erde emporgerissenen Staubteilchen eine negative Ladung mit heraufnehmen, und Untersuchungen über die tägliche Periode des Potentialgefälles und der Sonnenstrahlung haben Herrn F. Exner veranlasst anzunehmen, dass sich mittags solche negativ geladenen Staubmassen in die Luft erheben.

Weitere Ursachen der Elektrisierung des Dunstes könnten in der Sonnenstrahlung und in der Reibung der Körnchen an der Luft gesucht werden. Beide entziehen sich jedoch bis jetzt der Beobachtung.

Die Hauptursache ist von den Herren J. Elster und H. Geitel angegeben, worden. Sie wiesen darauf hin, dass die Wanderung der positiven Ionen auf die negativ geladene Erde zu durch Dunstmassen verhindert werden müsse. Der dicht über dem Erdboden lagernde Dunst müsse also die positiven Ionen adsorbieren.

Das kann nun leicht erweitert werden auf jene dünnen Dunstschichten, die

in grösserer Entfernung am Boden in stabilen Luftschichten angetroffen werden. Ebenso wie unter der Einwirkung des normalen elektrischen Feldes der Erde, über dessen Entstehung vorläufig noch Unklarheit herrscht, die positiven Ionen von oben nach unten wandern, entfernen sich die negativen vom Erdboden. Findet also eine Adsorbtion der positiven Ionen an der obern dem Erdboden abgewandten Grenzfläche der Dunstschicht statt, so muss man auf der untern zugewandten eine negative Ladung annehmen. Diese wird gewöhnlich geringer als die positive, weil unten die Ionenbeweglichkeit und die Ionisierung geringer ist und die Ionen gewöhnlich aus einer Luftschicht von geringer Mächtigkeit stammen. Das Gesammtpotential auf einen Punkt weit ausserhalb des Dunstes wird also positiv sein.

Die äussere Gestalt der Dunstschichten ist sehr verschieden und damit auch ihr elektrisches Feld. Bei sehr stabiler Anordnung der Luft und in grösserer Entfernung von der Erde findet man häufig solche, deren vertikale Erstreckung äusserst gering ist und 100 m nicht überschreitet. Andrerseits kann bei labiler Wetterlage die Luft von mehreren Kilometern vertikaler Mächtigkeit stark dunsthaltig sein. So werden beispielsweise am Nachmittage und Abend sonnenscheinreicher Tage die unteren zwei Kilometer eine einzige Dunstschicht bilden.

Will man nun das durch eine elektrische Dunstschicht hervorgerufene Feld diskutieren, so muss man unterscheiden, ob sie geringere oder grössere vertikale Mächtigkeit hat.

In dem Falle, wo eine scharfbegrenzte, dünne Dunstschicht in einiger Entfernung vom Beobachtungspunkte vorhanden ist, ist die Dunstschicht meist als eine — im Verhältniss zu ihrem Abstande von der Erde — unendlich grosse Parallelfläche zu der Erdoberfläche anzusehen. Die Feldstärke zwischen diesen Parallelflächen muss also, wenn keine sonstige räumliche Ladungen vorkommen, konstant sein.

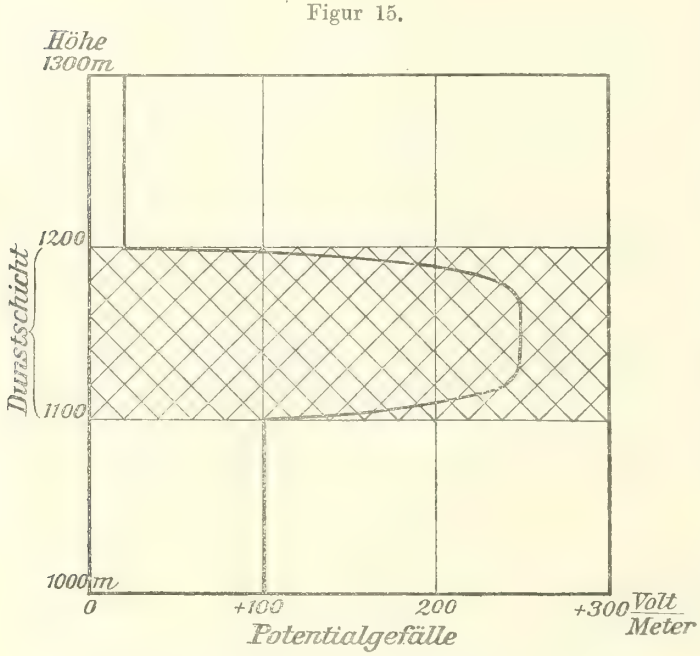
Nach den Beobachtungen tritt auch ein in Betracht kommender zweiter Differentialquotient des Potentiales meist erst auf, wenn man in den Dunst selbst eintaucht. Bei Fahrt VI änderte sich das Gefälle pro Meter innerhalb von 50 m um mehr als 50 Volt, als der untere Rand passiert wurde.

Leider ist es bei der bisherigen Versuchsanordnung unmöglich, ein so schnell sich änderndes Gefälle zu messen, da es noch kein transportables Elektrometer giebt, dessen Empfindlichkeit bei niedrigen Potentialdifferenzen gross, bei hohen klein ist. Allerdings könnte man dadurch dem Mangel abhelfen, dass man die Entfernung der Kollektoren variierte. Aber auch dieser Ausweg ist unausführbar, da hierzu Zeit gehört und der Ballon die in Betracht kommenden wenigen Hundert Meter nicht langsam genug durchfahren kann. Aus diesem Grunde sind die Beobachtungen in den dünnen scharfbegrenzten Dunstschichten sehr schwierig und nur selten ist es gelungen, mit Sicherheit einzelne Phasen des durch sie hervorgerufenen Feldes festzustellen.

Diese stimmen mit dem Bilde, das man sich nach vorstehender Theorie über die Entstehung der Dunstschicht machen muss, teilweise ganz gut überein. Wie oben

ausgeführt ist, hat man sich eine scharfbegrenzte Dunstschicht in elektrischer Hinsicht folgendermassen zu denken: In dem schwach ionisierten Felde der Atmosphäre liegt eine positiv geladene Fläche über einer negativ und schwächer geladenen. Beide schliessen einen Raum von fast verschwindender Leitfähigkeit und sehr hohem positiven Potentialgefälle ein. Wenn man also diese Schicht von unten kommend durchfährt, findet man zuerst positives Gefälle, das constant ist, bis man in den elektrischen Dunst eintaucht. Dann muss, wenn die untere Grenzschicht negativ ist, dass Gefälle stark zunehmen. Im Inneren wird, wenn dort keine räumlichen Ladungen vorhanden sind, das Gefälle wieder konstant werden, während es im obern, positiv elektrischen Teile der Dunstschicht wieder stark abnimmt. Sobald man aus dem Dunste heraustritt, wird sich wieder konstantes aber nun ganz schwaches positives Gefälle finden (s. nebenstehende Figur).

Figur 15.



Schematischer Verlauf des Potentialgefälles in der Nähe einer Dunstschicht.

Am besten wird aus den Beobachtungsprotokollen und deren Besprechung im 2. Teile bestätigt, dass wirklich das Gefälle über dem Dunste stets auffallend kleiner ist als darunter. Der Grund hierfür ist folgender: Die Ionenwanderung geschieht immer in dem Sinne, dass das vorhandene Feld geschwächt wird. Dadurch dass aber dem obern Rande mehr positive Ionen zugeführt werden, als dem untern negative, wird das Gesammtpotential positiv und daher bleibt das positive Gefälle unter der Dunstschicht höher.

Weitere Bestätigungen für die Richtigkeit der aufgestellten Theorie der elektrischen Ladung der Dunstschichten geben die verschiedenen Fahrten, bei denen nur einzelne Phasen des gesammten Verlaufs des Gefälles beobachtet werden konnten, besonders bei den Fahrten I, II und VI.

Es muss bemerkt werden, dass oben stehendes Schema einer Dunstschicht nur für den idealen Fall gilt, dass die beiden geladenen Dunstschichtsgrenzflächen einander und dem Erdboden parallel ist. Der Verlauf muss sich wesentlich ändern, wenn durch Neigung der Flächen gegen den Erdboden, oder — was häufiger und in höheren Masse in Betracht kommt — durch Wogenbewegungen

der Luft, die ja gerade den Stabilitätsflächen ihre Entstehung verdanken, der Fall der parallelen elektrisierten Ebenen nicht mehr zutrifft. Bei solchen Dunstschichten wird man nur sehr schwer Beobachtungen bekommen, die über Vorzeichen, Höhe und Anordnung der Ladungen etwas Sicheres erkennen lassen. Es kann dann auch negatives Gefälle vorkommen, das bei parallelen Grenzflächen nicht eintreten könnte, ferner wird die Aenderung des Gefälles schon in einiger Entfernung von der Dunstschicht eintreten können, ohne dass räumliche Ladungen vorhanden sind.

Durch diese Ueberlegung erklärt sich manche, sonst rätselhafte Beobachtung.

Bisweilen ist in der Besprechung der Fahrten von negativen und positiven Dunstschichten die Rede, während man nach den obigen Ausführungen schliessen kann, dass es sich nur um Dunstschichts*grenzflächen* handelte, die das negative oder positive Vorzeichen hatten. Nur selten sind die beiden Grenzflächen soweit von einander entfernt, dass man sie als besondere Dunstschichten ansprechen darf.

In diesem Falle hat man es aber nicht mit Dunstschichten zu tun, wie sie auf Seite 80 definiert sind, sondern mit stark dunsthaltigen Luftmassen, wie sie beispielsweise oft über dem Erdboden lagern. Dann kann die untere negative Grenzschicht nicht zustande kommen, sondern die ganze Luftmasse absorbiert die aus grösserer Höhe kommenden positiven Ionen, sodass ein erhöhtes positives Gefälle innerhalb solcher dunsthaltigen Luft sowie am Erdboden zu erwarten ist. Es ist auch oft bei Ballonfahrten konstatiert.

Am interessantesten ist in elektrischer Hinsicht bei solchen dunsthaltigen Luftmassen natürlich die obere Grenzschicht, an der die grösste Anzahl der positiven Ionen festgehalten wird. Man kann sie auch auf günstig gelegenen Beobachtungsstationen studieren. Wenn zum Beispiel der Dunst, welcher sich nachts über Göttingen gelagert hat und der keinesfalls als Nebel anzusprechen ist, am Vormittage höhersteigt, so beginnt das am Turme des Geophysikalischen Institutes auf dem Hainberge bei Göttingen aufgestellte *Benndorf*sche Elektrometer, dessen Stand vorher auffallend tief war, schnell höheres positives Gefälle anzuzeigen, wobei das Maximum eintritt, kurze Zeit nachdem der obere Dunstrand die Höhe der Elektrometeraufstellung erreicht hat. Das Gefälle bleibt auch den ganzen Tag über bedeutend höher, als es vorher gewesen war, wo die Luft oben noch klar und staubfrei war. Das Maximalgefälle kann an solchen Tagen — bei vollkommen wolkenfreier Luft — über 600 Volt pro Meter betragen.

Diese Erscheinung, welche noch genauer studiert werden soll, gab mir die Gewissheit, dass die Dunstschichten im elektrischen Felde der Atmosphäre eine beachtenswerte Rolle spielen.

Ich komme nunmehr zurück auf das am Eingange des Abschnittes gesagte und werfe wieder die Frage auf: *Wie muss man sich den normalen Verlauf des luftelektrischen Potentialgefälles in der Höhe vorstellen?*

Da muss man sich nun entscheiden, ob man die Dunstschichten mit in den Begriff „normales Feld“ einbeziehen will, oder nicht. Im ersten Falle müsste man sagen: Das normale elektrische Feld der Atmosphäre wird charakterisiert in den Schichten der täglichen Periode der Luftbewegung durch ein wechselndes Gefälle, das meist positiv ist, darüber durch ein sehr viel geringeres, das langsam von 25 Volt pro Meter abnimmt und in 4000 m noch etwa 10 Volt beträgt.

Wenn man aber alle elektrischen Ladungen, die an feste Körper gebunden sind, ausschliessen will, so muss man von den untersten Schichten ganz absehen, und kann nur das gleichmässige schwache Feld als normal bezeichnen, das in Höhen zwischen 1500 und 4000 m gefunden wird. In diesem Falle kann man die Abhängigkeit des Potentialgefälles von der Höhe als linear annehmen und mit der Formel

$$\frac{dV}{dh} = c_0 + c_1 h = 34 - 0.006\,h$$

rechnen, die, besonders wenn man noch ein quadratisches Glied, $c_2 h^2$, hinzufügen wollte, den mittlern Verlauf genau genug wiedergiebt. Es braucht wohl kaum hinzugefügt zu werden, dass sich diese Ausführungen nur auf die Schichten unter 4 km beziehen, bis zu welchen die Beobachter vorgedrungen sind. Ueber die Gestalt des Feldes in höhern Schichten etwas auszusagen, ist unmöglich. In den Höhen der Cirren wird vielleicht wieder ein viel stärkeres Feld vorhanden sein.

Aus dem durch die vorstehenden Betrachtungen gewonnenen Bilde von dem elektrischen Felde der Atmosphäre können einige Schlüsse auf die Elektrizitätsmengen gezogen werden, die sich in der Luft befinden. Das Potentialgefälle lehrt uns allerdings nur den Ueberschuss der einen Elektrizität über die andere kennen.

Die Poissonsche Formel

$$\frac{d^2V}{dh^2} = -4\pi\rho$$

zeigt, da $\frac{d^2V}{dh^2}$ negativ ist, dass der Elektrizitätsüberschuss in der Atmosphäre von positivem Vorzeichen sein muss. Die Grösse ρ ist die räumliche Ladung der Elektrizität innerhalb dh, wobei man dh beliebig gross wählen kann.

Nimmt man an — was ohne erheblichen Fehler geschehen kann — dass unter normalen Verhältnissen das mittlere Gefälle am Erdboden 125 Volt p. m., in 1500 m 25 Volt, in 4000 m 10 Volt p. m. beträgt, so kann man nach Le Cadet[1]) den Gesammtüberschuss der positiven Elektrizität berechnen. Unter Berücksichtigung dass 300 Volt elektrostatisch gemessen gleich einer *cgs*-Einheit ist, ergiebt sich in absolutem Maasse für eine Luftsäule von 1 qcm Querschnitt

1) Le Cadet, Le champ électrique de l'atmosphère. Ann. d. l'Univ. de Lyon, fasc. **35**. 1898.

in der Schicht von 0 bis 1500 m $\rho = 0.000265$ cgs
von 1500 bis 4000 m $\rho = 0.000040$

Von dem gesammten Ueberschuss an positiver Elektrizität, welcher durch die Messungen des Potentialgefälles festgestellt wurde, befinden sich 80 % innerhalb der untersten Schicht mit täglicher Periode der Luftbewegung.

Aus den soeben mitgeteilten Ergebnissen der luftelektrischen Ballonmessungen lassen sich zwei Hauptpunkte hervorheben:

1) Die in der Luft angesammelten überschüssigen positiven Elektrizitätsmengen befinden sich zum weitaus grössten Teile in den untersten, der täglichen Periode der Luftbewegung ausgesetzten Schichten der Atmosphäre.

2) Zehnfach grössere Elektrizitätsmengen sind bisweilen in dünnen Dunstschichten angehäuft, welche die unterste Luftschicht durchsetzen.

In welchem Zusammenhange stehen nun die durch Ballonmessungen gewonnenen Resultate mit dem am Erdboden beobachteten Potentialgefälle?

Die in Dunstschichten, welche der Erde entfernter liegen, angehäuften Elektrizitätsmengen ändern das Gefälle nicht, wenn ihre positiven Ladungen gleich den negativen sind. Wenn jedoch eine von beiden überwiegt, wird das Gefälle dadurch beeinflusst.

Wie schon ausgeführt, wird gewöhnlich die positive Ladung überwiegen und zwar um so mehr, je näher die absorbierende Dunstschicht der Erde liegt.

Damit stehen die Beobachtungen im Einklange. Die Herren J. Elster und H. Geitel haben zwischen verringerter Durchsichtigkeit der Luft und dem Gefälle folgenden Zusammenhang gefunden[1]):

Mass der Trübung:	149	57	19	6
Potentialgefälle:	+ 378	298	122	141

An einer andern Stelle derselben Abhandlung ist von „jenem feinen in der Luft verteilten Dunst“ die Rede, der namentlich zur Winterszeit an wolkenlosen Tagen (im Gebiete einer Anticyklone) aufzutreten pflegt und eine beträchtliche Erhöhung des Gefälles mit sich bringt.

Herr W. Braun[2]) fand einen Zusammenhang des Potentialgefälles mit allen meteorologischen Elementen, am deutlichsten war der mit dem Staubgehalt.

Herr A. Gockel[3]) fand das grösste Gefälle, wenn ein feiner Dunst die Ebene bedeckte.

So könnte die Bedeutung der Dunstschichten für die Luftelektrizität noch aus einer ganzen Reihe von Beobachtungsergebnissen abgeleitet werden.

---

1) J. Elster und H. Geitel, Wien. Ber. **101** [2a], 703 bis 856. 1892.
2) W. Braun, 17. Jahresbericht der Naturf.-Ges. Bamberg 1896.
3) A. Gockel, Met. Z. S. **13**, 293. 1897.

Doch nicht nur besondere Störungen werden durch diese verursacht, auch auf die Variationen des Gefälles werden sie ihren Einfluss ausüben. Ohne an dieser Stelle näher darauf eingehen zu wollen, soll darauf hingewiesen werden, dass in Anticyklonen, in denen sich die Dunstschichten am ausgeprägtesten vorfinden, das Potentialgefälle grösser ist als in Depressionen, deren aufsteigender Luftstrom die Ansammlung von Dunst dicht über dem Erdboden verhindert. Ferner wird sich die tägliche Periode des Gefälles je nach Lage des Beobachtungsortes und dem Auftreten der Dunstschichten verändern.

Es ist nach obigem selbstverständlich, dass Beobachtungen in Ortschaften und auf ihrer Leeseite für die Diskussion der Luftelektrizität nicht herangezogen werden dürfen. Auf diesen Gedanken kann Niemand kommen, der auch nur einmal — beispielsweise von Berlin aus — eine Ballonfahrt unternommen und die mächtigen schwarzgrauen Dunstwolken beobachtet hat, die sich auf viele Kilometer in das Land hinein erstrecken.

Man wird nun die Bedeutung der Dunstschichten auch nicht überschätzen dürfen und alle Erscheinungen der Luftelektrizität als durch sie verursacht ansprechen wollen. Den grössten Einfluss hat zweifellos die Aenderung des Jonengehaltes durch die Radioaktivität der Bodenluft. Auch kann niemals das normale elektrische Feld der Atmosphäre eine Folge der Dunstschichten sein, da ja oben ihre Ladungen gerade durch ein schon bestehendes Feld erklärt sind. Der Dunst ist nur eine von den vielen Ursachen der Variationen des Gefälles und zwar eine der einflussreichsten, die aber bisher nicht genug gewürdigt zu sein scheint.

Diese Gebilde sind entschieden einiger Aufmerksamkeit wert. Besonders Messungen des Staubgehaltes in Verbindung mit luftelektrischen Beobachtungen im Ballon scheinen Erfolg zu versprechen. Bei einer hier nicht aufgeführten Ballonfahrt mit nur meteorologischen Beobachtungen fand ich, dass am Erdboden 10000 bis 100000 Staubkörner im Kubikcentimeter Luft vorhanden waren, in einer Höhe von 3000 m nur 700, in 5000 m nur 400, alles bei wolkenfreier Luft gemessen. An einem andern Tage (Fahrt XI) wurden dicht über der in 2000 m liegenden Dunstschicht sogar weniger als 100 Staubkörner gefunden.

Inzwischen sind Staubmessungen im Ballon auch anderweitig aufgenommen worden.

Bei dem erwiesenermassen grossen Einfluss der Dunstmassen muss die grösste Vorsicht bei Verwendung der Ergebnisse von Potentialgefällemessungen am Erdboden auf die übrigen Probleme der Luftelektrizität angewandt werden. Sie haben ebensoviel meteorologischen Wert, da alle meteorologischen Elemente einen Zusammenhang mit ihnen aufweisen. Es könnte sogar die praktische Ausnutzung von Registrierungen des Gefälles für den Wetterdienst ins Auge gefasst werden.

Unabhängigkeit von den Störungen, welche die Nähe des Erdbodens hervorruft, kann nur durch Ballon- oder Drachenbeobachtungen erzielt werden, die über das Gebiet der täglichen periodischen Luftbewegung hinausreichen.

B. Die elektrische Leitfähigkeit der Luft.

Die Figur 16 der Tafel IV giebt die Werte der Zerstreuung, die mit dem Elster- und Geitelschen Apparate in wolkenfreier Luft gemessen wurden, schematisch wieder. Wie im ersten Teile dieser Abhandlung ausgeführt ist, herrscht eine gewisse Unsicherheit, ob die Zerstreuungskoefficienten a mehr der Anzahl der sich in der Zeiteinheit fortwährend neubildenden positiven und negativen Ionen q oder der Leitfähigkeit der Luft proportional sind, das heisst den Produkt aus Beweglichkeit und Anzahl der positiven oder negativen Ionen ($\overset{+}{a}$ prop. $V\bar{n}$, $\bar{a}$ prop. $U\overset{+}{n}$, wo V die Beweglichkeit der negativen, U die der positiven Ionen bezeichnet).

Im ersten Falle, a proportional q, kann man mit Herrn E. Riecke[1]) annehmen, dass a auch proportional $\overset{+}{n}\bar{n}$ oder kurz a prop. n^2 ist. Wie schon ausgeführt wurde, ist dieser Fall der wahrscheinlichere.

Mit ausdrücklicher Betonung dieser Zweideutigkeit der Beobachtungen, aber auch unter dem Hinweise darauf, dass alle Beobachtungen im Ballon unter gleichen Bedingungen geschehen und deshalb sehr wohl unter einander vergleichbar sind, soll eine nähere Diskussion derselben versucht werden.

Der erste Blick auf die Tafel IV lehrt, dass bei jeder Fahrt, bei jeder Wetterlage, in der Höhe eine grössere Zerstreuung herrschte, als in tiefern Schichten. Wollte man die Werte so, wie sie vorliegen, mit denen am Erdboden vergleichen, so müsste man sagen, dass in 1000 m Höhe — wo die Messungen gewöhnlich begannen — die Zerstreuung geringer ist, als am Erdboden, zwischen 1 und 3 km ebenso gross, darüber grösser, als an der Erde, und zwar steigen die Werte bis auf den vierfachen Betrag, wenn man 1.5 % als den Mittelwert für unsere Breiten ansieht. Da jedoch die Luftzirkulation um den Zerstreuungskörper herum an der Erde viel grösser ist, als im Ballon, kann man diese Beziehungen nur als Vergleich der Zahlen auffassen. Um auch die Zerstreuungen selbst vergleichen zu können, müsste man die im Ballon gewonnenen Werte wahrscheinlich erhöhen.

Will man nun aus den in verschiedenen Höhen gemessenen Werten von a, wie sie die Figur 16 der Tafel IV wiedergiebt, einen Schluss ziehen auf die Zunahme der Ionenzahl n mit der Höhe, so muss man im Falle des Sättigungsstromes, a prop. n^2, $\sqrt{a}$ anstatt a in das Koordinatennetz eintragen. Im 2. Falle, $\overset{+}{a}$ prop. $V\bar{n}$ und $\bar{a}$ prop. $U\overset{+}{n}$ muss man die Zunahme der Beweglichkeit mit abnehmendem Luftdruck eliminieren, etwa dadurch, dass jeder Wert mit $\frac{b}{760}$ multipliziert wird, wo b der zugehörige Barometerstand ist. (Von einer Eliminierung von U und V selbst ist abgesehen worden, um den Massstab beibehalten zu können.)

1) a. a. O. p. 22.

Die Figuren 1 und 2 der Tafel II entsprechen diesen Reduktionen.

Es zeigt sich zwar immer noch eine geringe durchschnittliche Zunahme, bei einigen Fahrten jedoch eine anhaltende und deutliche Abnahme mit der Höhe.

Bedenkt man aber, dass in den tiefern Schichten durch erheblich grössern Staubgehalt eine bedeutende Adsorption der Ionen stattfinden muss und man aus diesem Grunde schon oben einen höhern Ionengehalt erwarten könnte, ferner dass die relative Feuchtigkeit, der eine Verringerung der Leitfähigkeit zugeschrieben wird, in der Höhe abnimmt, so kommt man zu der Ueberzeugung, dass die wirklich beobachtete Zunahme der Zerstreuung in keinem Verhältnisse steht zu der, die erwartet werden muss, wenn man der ultravioletten Sonnenstrahlung einen Hauptteil an der Ionisierung der Luft in den Höhenlagen zuschreiben könnte, in denen die Messungen stattfanden.

Die Unsicherheit der Beobachtungen lässt es leider nicht zu, durch Zahlen das Gesagte zu belegen. Jedenfalls scheint mir aus den mitgeteilten Werten der Schluss notwendig, dass die Ursache der Ionisierung in erster Linie an der Erde zu suchen ist.

Die Untersuchungen der Bodenluft, die von den Herren J. Elster und H. Geitel begonnen und von Herrn H. Ebert besonders betrieben wurden, bestätigen dieses Resultat vollauf.

Bei einigen Fahrten bemerkt man eine deutliche Parallelität zwischen der Zerstreuung und dem vertikalen Temperaturgradienten. Dass in Schichten mit Temperaturumkehr, die — wie oben ausgeführt — durch Dunstansammlung gekennzeichnet sind, die Zerstreuung klein, bisweilen unmessbar klein war, ist schon hervorgehoben. Dass aber auch sonst im Mittel bei geringer Temperaturabnahme mit der Höhe eine kleinere Zerstreuung herrscht als bei grosser, scheint mir aus folgender Zusammenstellung hervorzugehen, die aus den Beobachtungen bei den Fahrten VI, VII, VIII, IX und X gewonnen ist.

Temperaturgradient pro 100 m	0.0° bis 0.4°	0.4° bis 0.6°	0.6° bis 0.8°	0.8° bis 1.0°
Relativzahlen für die Ionenanzahl	1.12 (7 Beob.)	1.30 (10 Beob.)	1.62 (17 Beob.)	1.27 (3 Beob.).

Zum Verständnis der Tabelle soll angeführt werden, dass die „Relativzahlen für die Ionenanzahl“ die Quadratwurzeln aus a_+ und a_- ohne Berücksichtigung des Vorzeichens sind, also dieselben Werte, welche in der Figur 18 der Tafel IV eingetragen sind (Fall des Sättigungsstromes).

Noch besser tritt dieser Zusammenhang in Erscheinung, wenn man die Werte der Figur 17 der Tafel IV betrachtet, also den zweiten Fall, a prop. der Leitfähigkeit, annimmt.

Temperaturgradient pro 100 m	0.0° bis 0.4°	0.4° bis 0.6°	0.6° bis 0.8°	0.8° bis 1.0°
Relativzahlen für die Ionenanzahl	0.89 (7 Beob.)	1.18 (10 Beob.)	1.83 (17 Beob.)	1.15 (3 Beob.).

Dass in beiden Tabellen die letzte Zahl für das grösste Temperaturgefälle so stark aus der Reihe der übrigen Zahlen herausfällt, ist wahrscheinlich der geringen Anzahl der Beobachtungen zuzuschreiben, da gerade zwei sehr kleine Zahlen den Gesammtwert stark herabdrücken.

Wenn man von neuen Hypothesen über die Wirkung des Temperaturgradienten auf die Ionisation der Luft absehen will, finden sich zwei Gründe, die das gefundene Resultat vollauf erklären. Zuerst ist eine Parallelität des Temperaturgefälles mit der Ionisation zu erwarten, weil sich bei beiden ein Zusammenhang mit der Höhe gezeigt hat (auch das Temperaturgefälle wächst mit der Höhe). Zweitens gilt auch hier das über den Dunstgehalt der Luftschichten Gesagte: Je labiler eine Schicht ist, um so geringer muss ihr Dunstgehalt sein. Um so geringer wird aber auch die Adsorption der Ionen an Dunst, also um so grösser die Anzahl der freien Ionen sein.

Von besonderer Wichtigkeit wäre es, über das Verhältnis der positiven Ionen zu den negativen einigen Aufschluss zu erlangen. Das ist natürlich aus den vorliegenden Messungen nicht möglich. Der Quotient $\frac{\bar{a}}{\overset{+}{a}}$ hat hier nur die Bedeutung, festzustellen, ob nennenswerte Störungen durch den Ballon oder Beobachtungsfehler vorgekommen sind. Da in der freien, nicht durch benachbarte elektrische Ladungen gestörten Atmosphäre im Falle des Sättigungstromes $\frac{\bar{a}}{\overset{+}{a}} = 1$, im zweiten Falle, $\overset{+}{a}$ prop. $V\bar{n}$ und $\bar{a}$ prop. $U\overset{+}{n}$, $\frac{\bar{a}}{\overset{+}{a}} = \frac{U\overset{+}{n}}{V\bar{n}}$ = rund 0.9 sein muss, so ist die Tatsache, dass die vorliegenden Messungen — abgesehen von einigen Messungen in abnorm ionenarmer Luft — nur zwischen 0.8 und 1.36 schwanken, als ein Beweis anzusehen, dass grobe Fälschungen nicht untergelaufen sind.

Betrachten wir die Frage nach dem Ueberschusse der einen Ionenart über die andere zuletzt noch von einem andern Standpunkte! Schon einmal war in dieser Abhandlung davon die Rede, als die Menge der in der Luft auf Grund der Messungen des Potentialgefälles vorhandenen positiven Elektrizität ausgerechnet wurde. Es zeigte sich, dass in den untersten Schichten in einer Luftsäule von 1500 m Höhe und 1 qcm Querschnitt eine positive Elektrizitätsmenge $\varrho = 0.000265$ cgs vorhanden war, d. h. in einem Cubikmeter 0.0018 cgs. Nun haben absolute Messungen des Ionengehaltes der Luft mit dem Ebertschen Apparate gezeigt, dass im Kubikmeter 0.2 bis 1.0 cgs Elektrizität jeden Vorzeichens vorhanden ist. Wollte man also das elektrische Feld der Atmosphäre als nur durch die höhere Anzahl der positiven Ionen erzeugt auffassen, so könnte man für $\frac{\overset{+}{n}}{\bar{n}}$ nur Werte zwischen 1.01 und 1.002 erwarten, was für unsere bisherigen Apparate überhaupt nicht nachweisbar ist. Für den Zerstreuungsapparat ohne

Schutztopf, für dessen Zerstreuungskoefficienten angenähert $\overset{+}{a}$ prop. $V\bar{n}$ und $\bar{a}$ prop. $U\overset{+}{n}$ gilt, würde $\frac{\bar{a}}{\overset{+}{a}}$ nicht höher als 0.86 sein dürfen.

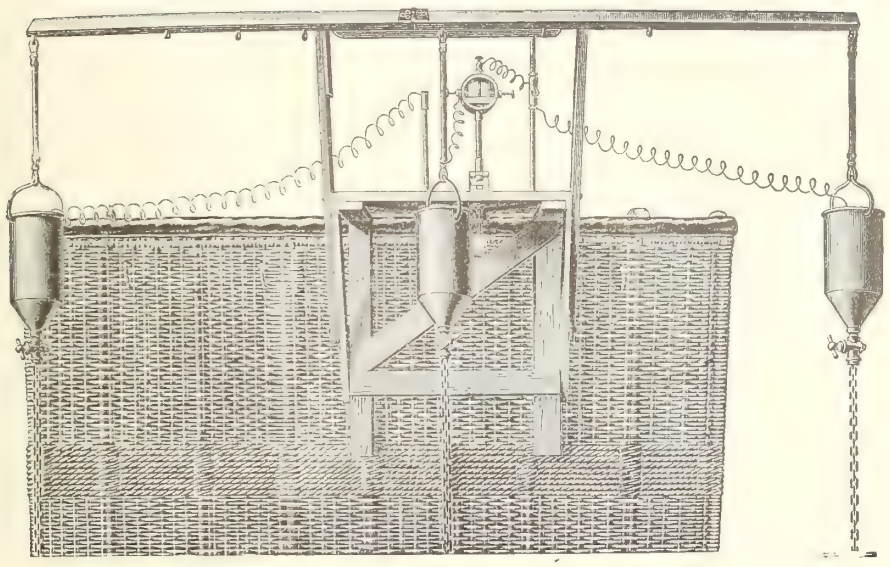
Wenn nun aber dennoch eine der besten Beobachtungsreihen mit dem Elster- und Geitelschen Apparate, die des Herrn Cuomo auf Capri, 1.01 ergeben hat und auch mit Eberts Aspirationsapparate an der Erdoberfläche $\frac{\overset{+}{n}}{\bar{n}}$ durchschnittlich = 1.2 gefunden ist, so kann das einerseits daher kommen, dass an der Erdoberfläche ein ganz besonderer Ueberschuss an positiven Ionen besteht oder — und das möchte ich für das wahrscheinlichere halten — dass ausser den Ionen, die mit den bisherigen Apparaten gemessen werden, noch andere Elektrizitätsmengen mit negativen Vorzeichen in der Luft vorhanden sind.

Wollte man in der Formel $\frac{d^2V}{dh^2} = -4\pi\varrho$ für ϱ den mit den Ionenapparaten gemessenen Ueberschuss setzen, so bekommt man $\frac{d^2V}{dh^2} = -21\times10^{-8}$ [1]), dass ist eine Gefälleverminderung von 62 Volt für 100 m, während aus den mitgeteilten Beobachtungen nur 6.7 Volt für 100 m hervorgehen. Entweder ist also an der Erdoberfläche der 10 fache Gehalt an überschüssiger positiver Elektrizität vorhanden als im Durchschnitt in den untersten 1500 m, oder dieser Ueberschuss an positiven Ionen wird in seiner Wirkung auf das Gefälle zu $^9/_{10}$ durch negative Elektrizität aufgehoben, ganz abgesehen von positiven Elektrizitätsmengen, welche die Luft ausser den Ionen noch enthält.

1) E. Riecke a. a. O. p. 32.

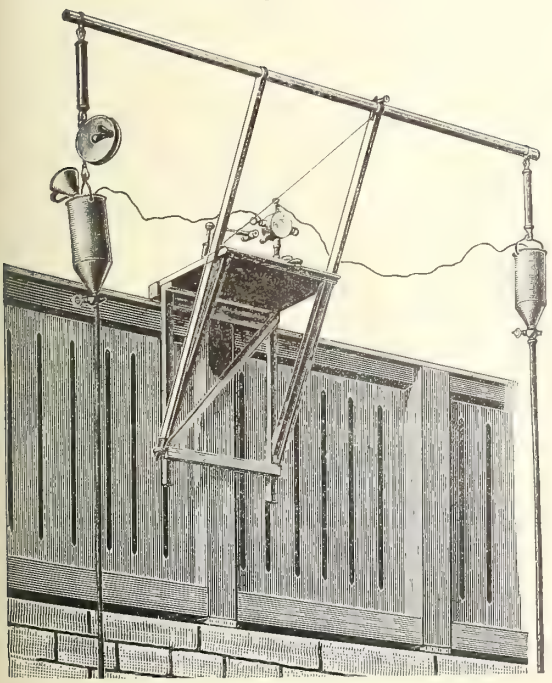
Die Elektroden.

Fig. 1.



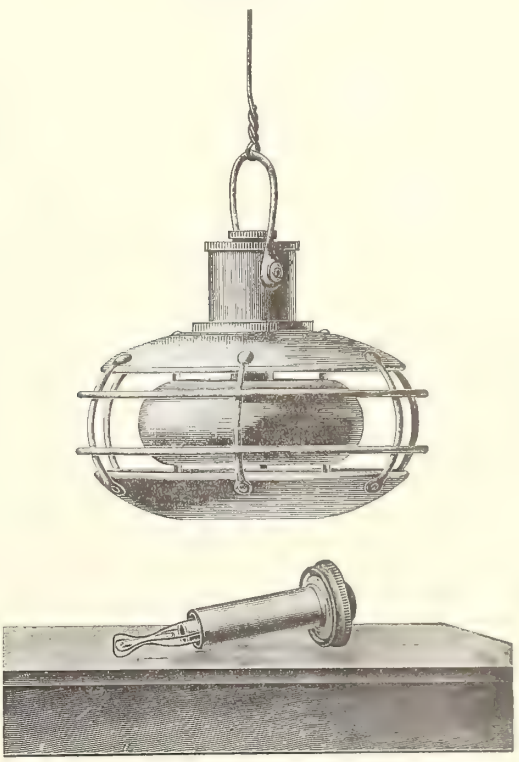
Befestigung der Kollektoren am Ballonkorbe
bei den Fahrten I, II, IV und VI.

Fig. 2.



Kollektoreinrichtung bei Fahrt XII.

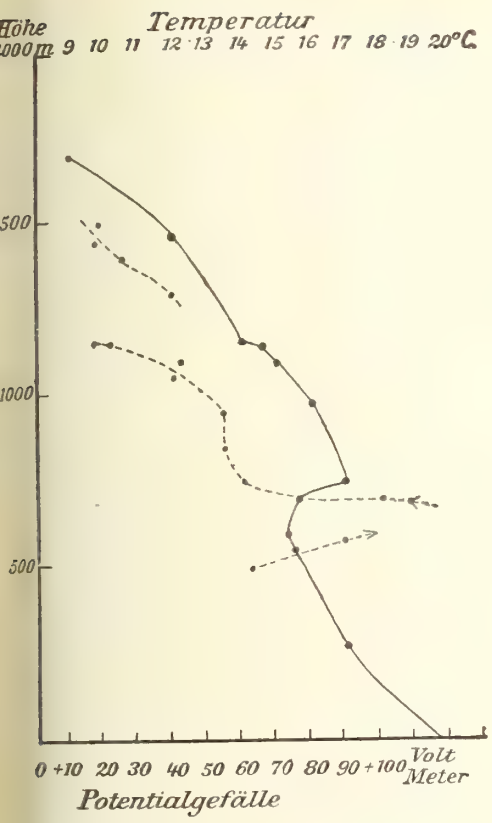
Fig. 14.



Radiumelektrode und ihre Einschliessung
in Bleihüllen bei Fahrt XI.

Messungen des Potentialgefälles.

Fig. 6.

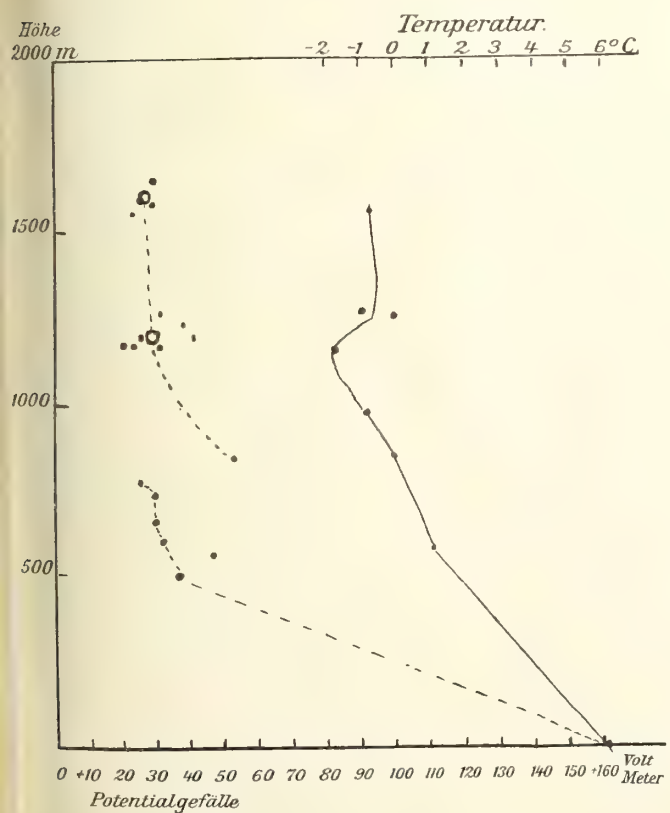


Fahrt I vom 21. August 1900.

Fig. 7.

Fahrt II vom 21. September 1900.

Fig. 8.

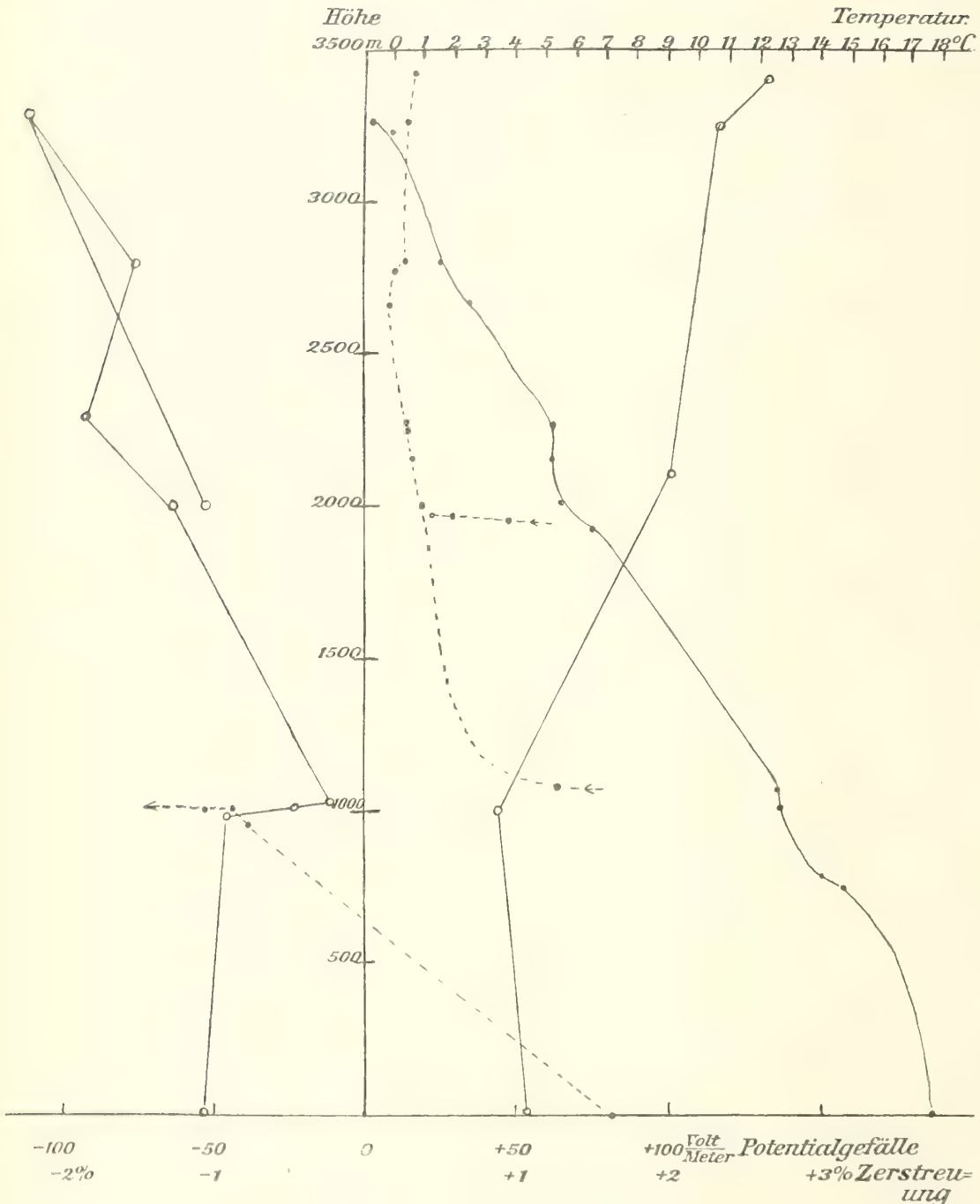


Fahrt IV vom 3. November 1900.

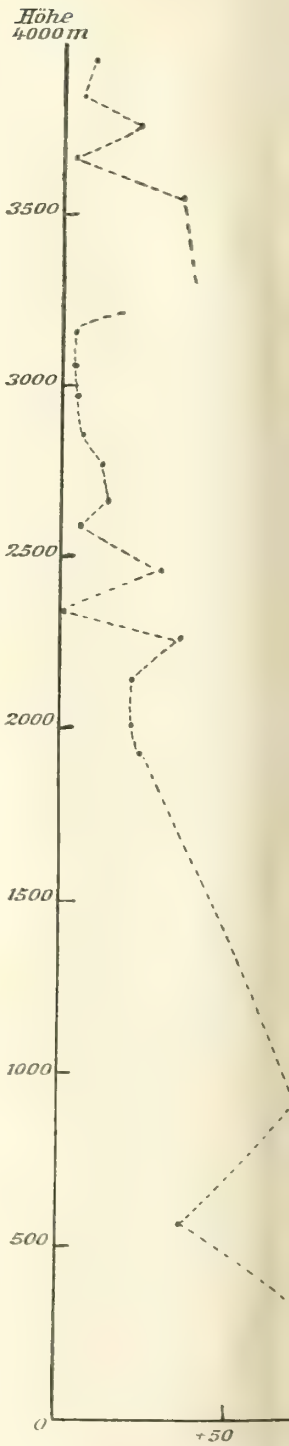
Erklärung:

Die gestrichelten Linien zeigen den Verlauf des Potentialgefälles, die ausgezogenen den der Temperatur.

Fig. 9.



Fahrt VI vom 30. Mai 1901.

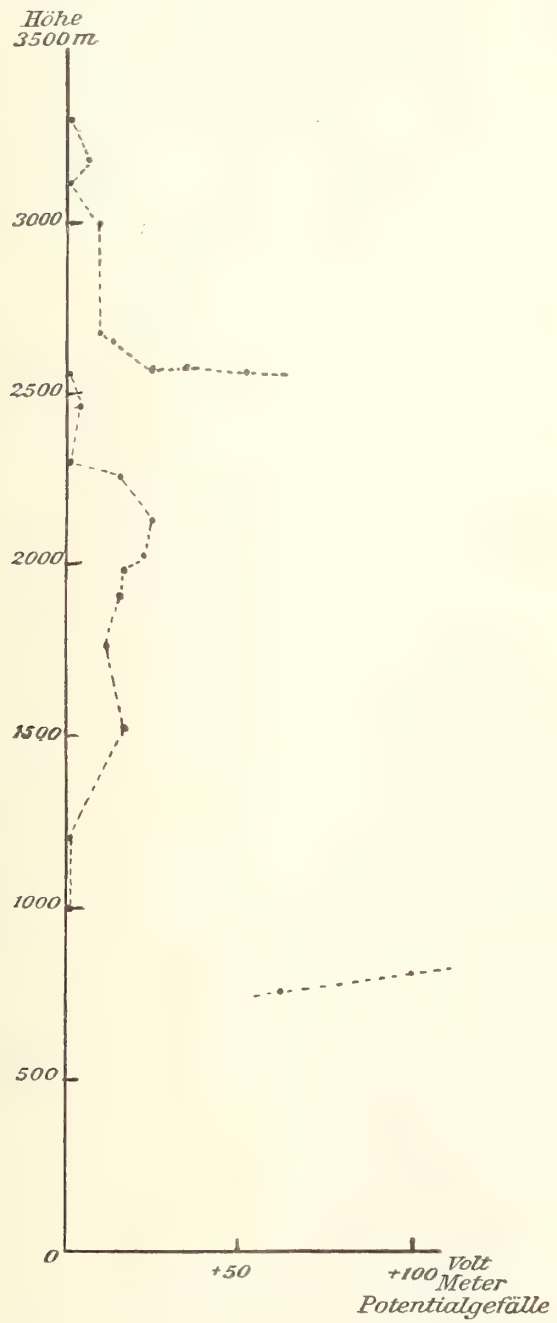


Die gestrichelten Verbindungslinien der Punkte zeigen den Verlauf des Potentialgefälles, die ausgezogenen den der Temperatur. Die Verbindungslinien der Kreise zeigen den Verlauf der Zerstreuung.

R. Börnsteins Fahrt

tialgefälles.

Fig. 11.



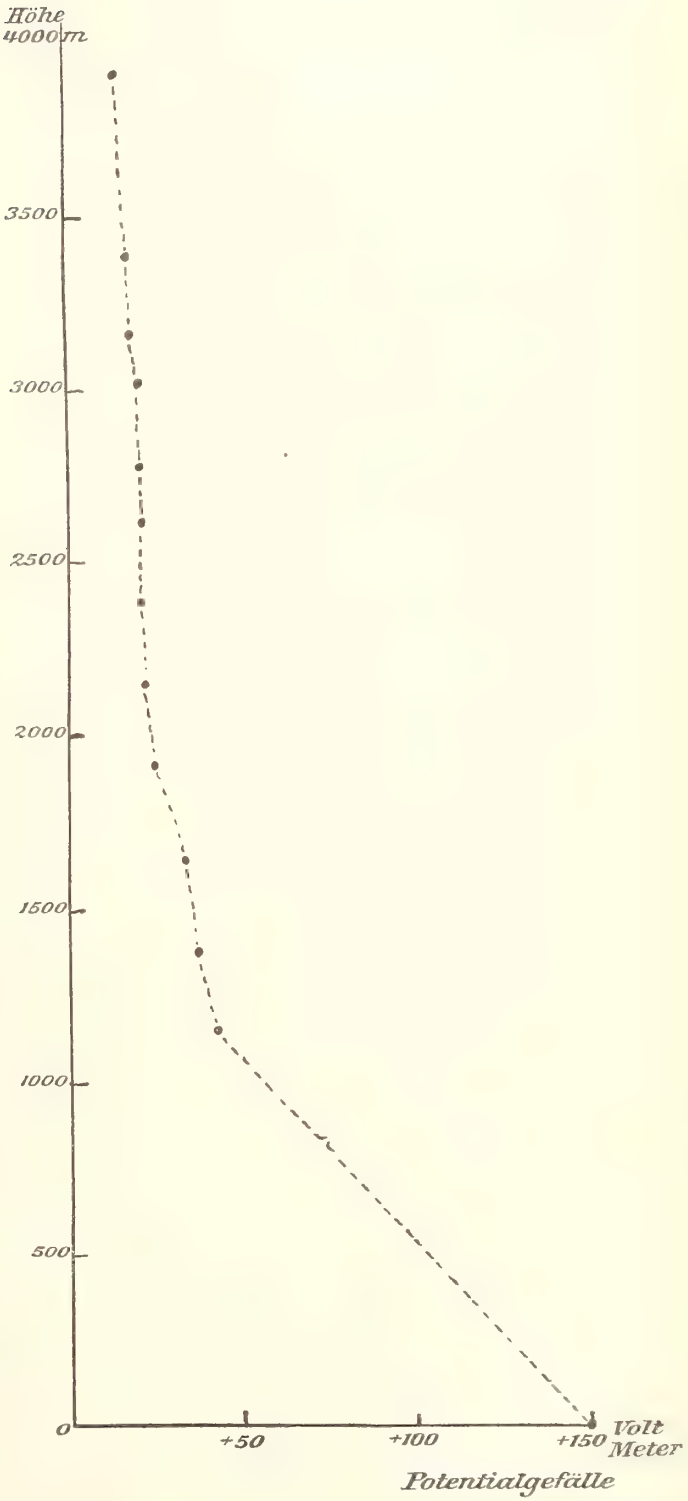
O. Baschins Fahrt vom 17. Februar 1894.

+150 Volt Meter

lgefälle

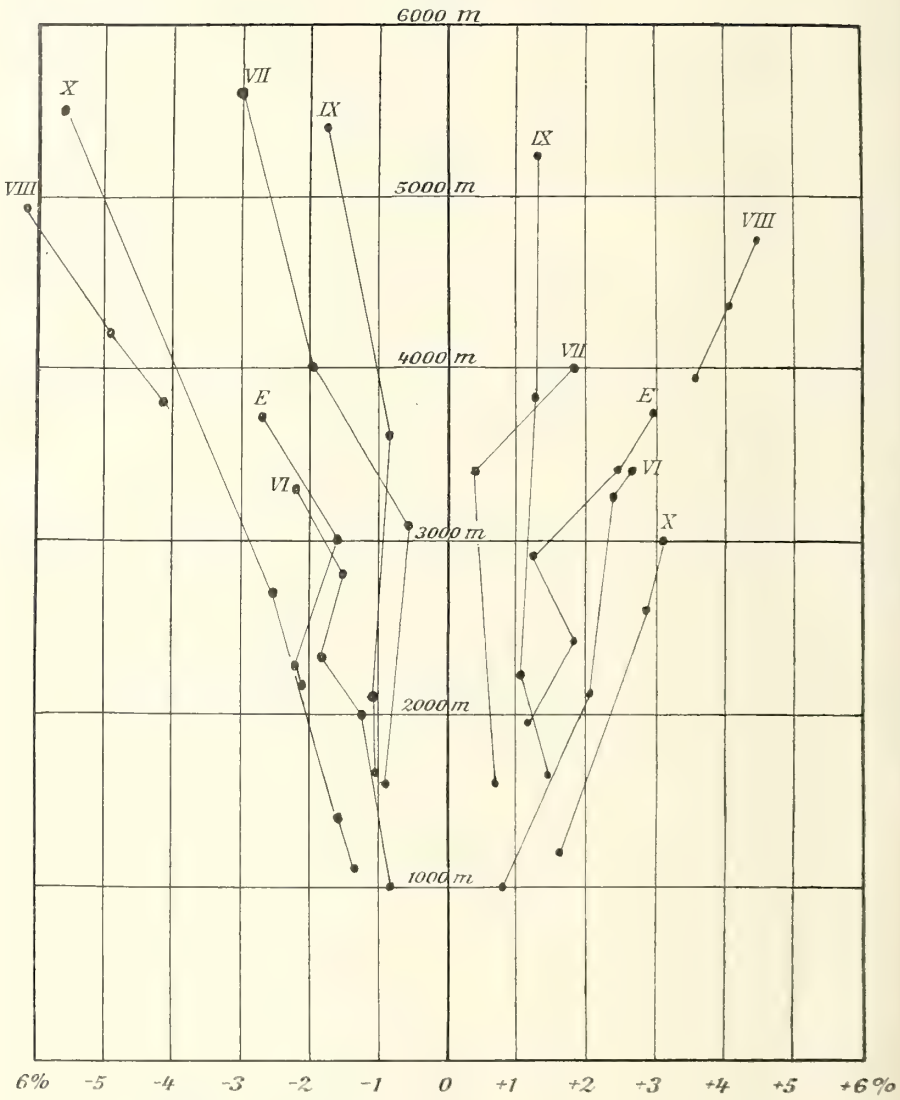
mber 1893.

Fig. 12.



Le Cadets Fahrt vom 11. September 1897.

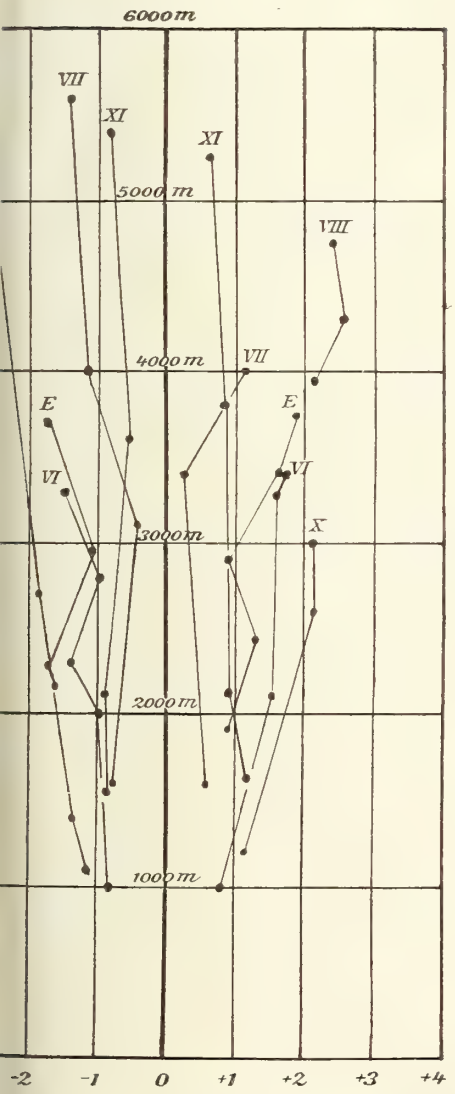
Fig. 16.



Zerstreuungsbeobachtungen bei 6 Ballonfahrten.

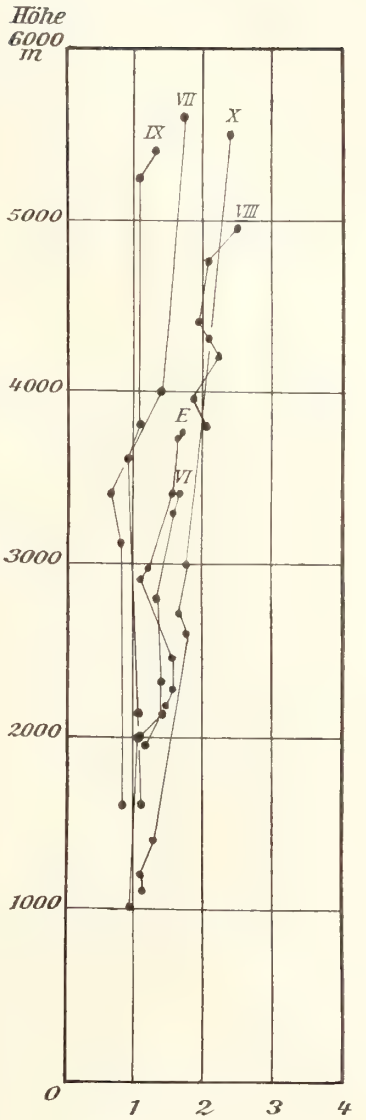
;ätszerstreuung.

Fig. 17.



len für die Ionenzahl unter der An-
ss die Zerstreuungszahlen a proportio-
nal der Leitfähigkeit sind.

Fig. 18.



Relativzahlen für die Ionenzahl unter der Annahme des Sättigungsstromes.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

PHILOLOG.-HIST. KL. NEUE FOLGE.

I. Band, No. 1. **Kehr, P.**, *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Band, No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Band, No. 3. **Bonwetsch, N.**, *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Band, No. 4. **Wellhausen, J.**, *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Band, No. 5. **Hultsch, Fr**, *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Band, No. 6. **Meyer, Wilhelm**, (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Band, No. 7. **Leo, Fr.**, *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Band, No. 8. *Asadi's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von Paul Horn. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Band, No. 1. **Wellmann, M.**, *Krateuas.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Band, No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben von **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Band, No. 3. **Schulten, Adolf**, *Die Lex Manciana*, eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Band, No. 4. **Kaibel, Georg.** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΔΙΑΣ.* 4 (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Band, No. 5. **Bechtel, Fr.**, *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen*, die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Band, No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Band, No. 7. **Schulten, Adolf**, *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Band, Nr. 8. **Roethe, Gustav**, *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Band, Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77. S.) 1899. 5 M.

III. Band, Nr. 2. **Marquardt, J**, *Eränšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Band, No. 3. **Achelis, H.**, *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Band, No. 1. **Tüselmann, Otto**, *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Band, No. 2. **Schulten, Adolf**, *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1. Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Band, No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.**, *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Band, No. 4 **Rahlfs, Alfred**, *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Band, No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Band, No. 6. **Lüders, Heinrich**, *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Band, No. 1. **Roethe, Gustav.** *Brentanos ‚Ponce de Leon'*, eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Band, No. 2. **Wellhausen, J.**, *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann.** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.**, *Materialien zur Kenntnis des Apabhraṁśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm**, *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl**, *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit zwei Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann**, *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563—1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.**, *Pietro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.**, *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.**, *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.**, *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J., und Lie...** *Apollinaristische Schriften.* Im ...

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E**, *Ueber ... Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1... 3 ...

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm**, *D... des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904 ...

VIII. Band, No. 2. **Frensdorff, F.**, *G... hausens Berichte über seine Mi... Berlin im Juni 1740.* 4. (87 ... 5 ...

MATH.-PHYSIKAL. KL. NEUE ...

I. Band, No. 1. **Koenen, A. v.**, *Ue... der Unteren Kreide am Ufer ... in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 1897.

Nachtrag dazu. 4 (S. 49—65 ... V—VII.) 1898.

I. Band, No. 2. **Brendel, Martin**, *T... kleinen Planeten.* Erster Teil. ... 1898.

I. Band, No. 3. **Schur, W.**, *Ableitu... Oerter des Mondes gegen die ... heliometrischen Messungen von S... ausgeführt auf der Sternwarte ... während der partiellen Sonne... von 1890 Juni 16/17 (Beobach... Ambronn und Hayn) und von ... (Beobachter: Schur).* Mit 3 ... Sternwarte nebst Verzeichniss de... Instrumente. 4. (26 S.) 1898.

I. Band, No. 4. **Schur, W.**, *Verm... beiden Sternhaufen h und x Per... sechszölligen Heliometer der St... Göttingen verbunden mit einer ... aller bis zum Jahre 1900 a... Instrumentaluntersuchungen.* ... Sternkarte. 4. (88 S.) 1900.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E**, *Theorie ... tischen Seismographen.* 4. (12...

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius**, *Theor... nen Planeten. Die Planeten v... Typus.* 4. (153 S.) 1902.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph**, *U... ciprocitätsgesetz der ...ten Potenzre... braischen Zahlkörpern, wenn ... rade Primzahl bedeutet.* 4. (8...

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.**, *Constitution ... and Analytical Th ories of Heat.* 1903.

III. Band, No. 1. **Ehers, E.**, *Neus... Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (7...

III. Band No. 2. **Koenen, A. v.**, *Ueber ... Kreide Helgolands und ihre Am...* Mit 4 Tafeln. Im Druck.

III. Band No. 3. **Schur** und **Ambronn**, *... ungen des Sonnendurchmessers ... Repsoldschen 6 zöll. Heliometer ... warte zu Göttingen.* Im Druck.

III. Band No. 4. **Brendel, M.**, *Mondtl...* Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.

NEUE FOLGE. BAND IV.

AUS DEN JAHREN 1905—1906.

BERLIN.

WEIDMANNSCHE BUCHHANDLUNG.

1906.

INHALT.

K. Schwarzschild, Untersuchungen zur geometrischen Optik I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs.

K. Schwarzschild, Untersuchungen zur geometrischen Optik. II. Theorie der Spiegeltelescope.

K. Schwarzschild, Untersuchungen zur geometrischen Optik. III. Ueber die astrophotographischen Objektive.

Max Verworn, Die archaeolithische Cultur in den Hipparionschichten von Aurillac (Cantal).

Dr. Br. Meyermann, Vermessung der Umgebung des Orionnebels.

26.

25 JUL. 1905

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 1.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. I.

Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs.

Von

K. Schwarzschild.

Mit 6 Figuren im Text.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 1.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. I.

Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs.

Von

K. Schwarzschild.

Mit 6 Figuren im Text.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. I.

Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs.

Von

K. Schwarzschild.

Vorgelegt von F. Klein in der Sitzung vom 22. Januar 1905.

§ 1. Einleitung.

1. Die gegenwärtige Mitteilung giebt eine Art allgemeiner Einleitung in die Fehlertheorie optischer Systeme mit der Absicht, einerseits dem Leser, der diesem Gegenstand ferner steht, einen gedrängten Ueberblick über das Gebiet zu vermitteln, andrerseits dem Verfasser bei den später folgenden Untersuchungen den Hinweis auf fremde Litteratur zu ersparen. Die Darstellung stützt sich auf die von Hamilton eingeführte „charakteristische Funktion“, welche ich mit Herrn Bruns als „Eikonal“ bezeichnen werde. Ich möchte dabei zeigen, dass sich auch der praktische rechnende Optiker nicht vor dem Eikonal als etwas Hochtheoretischem zu fürchten braucht, dass man von dem Eikonalbegriff aus vielmehr sehr bequem grade zu den praktisch wichtigsten Sätzen, insbesondere den Seidel'schen Formeln, gelangen kann. Hamilton selbst ist sich dieser Anwendbarkeit seiner Theoreme sehr wohl bewusst gewesen, hat aber die Untersuchung nur für einige ganz einfache Fälle einzelner Linsen bei axialem Objektpunkt wirklich durchgeführt oder wenigstens publiziert. Die Ableitung der allgemeinen Rechenformeln direkt aus dem Eikonal scheint nirgends erfolgt zu sein. Es mag dies zum Teil auch daran gelegen haben, dass man in der sog. Elimination der Zwischenvariabeln Schwierigkeiten fand, welche indessen durch die Einführung der Seidel'schen Variabeln und des Seidel'schen Eikonals (unten Nr. 5. 6) einfach überwunden werden.

Der Vorteil der Anwendung des Eikonals tritt nicht weniger, wie in der Theorie der Fehler 3. Ordnung (auf welche sich die Seidel'schen Formeln beziehn), bei der Untersuchung der Fehler 5. Ordnung zu Tage. Die Aufstellung

vollständiger Ausdrücke für die Fehler 5. Ordnung eines gegebenen optischen Systems würde im Anschluss an die Formeln in § 5 nicht allzu umständlich sein. Die Anzahl der unabhängigen Bildfehler 5. Ordnung ergiebt sich ohne weiteres zu 9. Petzval, der Errechner des ersten Portraitobjektivs, hat für diese Zahl 12 angegeben, woraus hevorzugehen scheint, dass er trotz der Ausdehnung seiner Rechnungen auf Glieder 9. Ordnung den Zusammenhang der Coeffizienten nicht allzu tief durchschaut hat.

Abgesehn von der allgemeinen Uebersicht über die Fehler 5. Ordnung eines optischen Systems in Nr. 11 giebt diese Mitteilung also nur Bekanntes in veränderter Form. Selbstständige Untersuchungen sollen sich später an sie anschliessen.

§ 2. Optische Weglänge und Eikonal.

2. Der Begriff des Eikonals lässt sich folgendermassen erläutern:

Sind zwei Punkte P_0 und P_1 mit den rechtwinkligen Coordinaten x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, innerhalb eines optischen Systems gegeben, so giebt es im allgemeinen einen Lichtstrahl, der vom ersten Punkte zum zweiten führt. Man nenne s die Strecken, die dieser Strahl in den einzelnen Medien vom Brechungsindex n zurücklegt. Dann ist $E = \Sigma ns$ die sog. „optische Weglänge" dieses Strahls, das ist also eine Funktion der Lage der beiden Punkte P_0, P_1. Diese Funktion der Variabeln $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1$ heisst Eikonal.

Es gilt nun der bekannte Satz, dass die optische Weglänge für den wirklichen Strahl ein Minimum (schärfer: in Bezug auf kleine Grössen 1. Ordnung stationär) ist, verglichen mit allen benachbarten Verbindungen der beiden Endpunkte. Daraus folgt unmittelbar der weitere Satz: Die vom Punkt P_0 ausgehenden Strahlen bilden während ihres ganzen Verlaufs die Normalen auf den Flächen konstanten Eikonals um P_0. Die Flächen konstanten Eikonals um P_0 sind dabei definiert durch die Gleichung:

$$\Sigma ns = E(x, y, z, x_0, y_0, z_0) = \text{const.}$$

in welcher x_0, y_0, z_0 festgehalten werden, während x, y, z variieren. Es sind diese Flächen nichts anderes als die Wellenflächen der undulatorischen Optik.

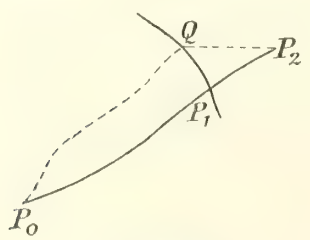


Fig. 1.

Zeichnet man nämlich die durch den Punkt P_1 gehende Fläche konstanten Eikonals und wählt einen Punkt P_2 auf der Normale der Fläche in P_1 und sucht nun nach einem Lichtweg von P_0 nach P_2, der ein Minimum der optischen Weglänge giebt, so ist dies offenbar der Weg über P_1, da die kürzesten Lichtwege nach allen Punkten Q der Fläche konstanten Eikonals gleich lang, der Zusatzweg QP aber am kürzesten wird, wenn Q mit dem Fuss-

punkt der Normalen P_1 zusammenfällt. Demnach ist $P_1 P_2$ der natürliche Lichtweg, womit der obige Satz bewiesen ist.

3. Betrachtet man weiter die Veränderung des Eikonals bei einer unendlich kleinen Verschiebung des Endpunktes $P_1(x_1, y_1, z_1)$ nach dem Punkte $P_1'(x_1+\partial x_1, y_1+\partial y_1, z_1+\partial z_1)$, so lässt sich die Verschiebung zerlegen in eine Strecke $P_1 R$ auf der Fläche konstanten Eikonals bis zum Fusspunkte R des von P_1' auf die Fläche gefällten Lotes und die Strecke δN_1 von R bis P_1' auf dem Lote. Die erste Verschiebung ändert das Eikonal nicht, die zweite ändert es um $n_1 \delta N_1$, wenn n_1 den Brechungsexponenten des Mediums an dieser Stelle bezeichnet. Also im ganzen:

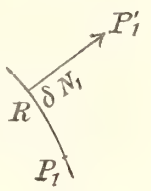


Fig. 2.

$$\delta E = n_1 \delta N_1.$$

Führt man die Richtungskosinus m_1, p_1, q_1 der Normalen auf der Fläche konstanten Eikonals in P_1, d. s. die Richtungskosinus des durch P_1 gehenden Strahls selbst ein, so hat man (die Normale im Sinne der Lichtbewegung genommen) bis auf kleine Grössen höherer Ordnung:

$$\delta N_1 = \delta x_1 m_1 + \delta y_1 p_1 + \delta z_1 q_1.$$

Hiermit:

$$\delta E = n_1(\delta x_1 m_1 + \delta y_1 p_1 + \delta z_1 q_1).$$

Ganz analog würde man bei Festhaltung des Punktes P_1 und Verschiebung des Punktes P_0 erhalten:

$$\delta E = -n_0(\delta x_0 m_0 + \delta y_0 p_0 + \delta z_0 q_0).$$

Verschiebt man also beide Punkte zugleich, so gilt:

1) $$\delta E = n_1(\delta x_1 m_1 + \delta y_1 p_1 + \delta z_1 q_1) - no\,(\delta x_0 m_0 + \delta y_0 p_0 + \delta z_0 q_0)$$

oder in anderer Schreibweise:

2) $$\frac{\partial E}{\partial x_1} = n_1 m_1, \quad \frac{\partial E}{\partial y_1} = n_1 p_1, \quad \frac{\partial E}{\partial z_1} = n_1 q_1,$$
$$\frac{\partial E}{\partial x_0} = -n_0 m_0, \quad \frac{\partial E}{\partial y_0} = -n_0 p_0, \quad \frac{\partial E}{\partial z_0} = -n_0 q_0.$$

Diese Gleichungen machen die praktische Bedeutung des Eikonalbegriffs aus. Ist nämlich E als Funktion von $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1$ bekannt, so kann bei gegebenem Ausgangspunkt x_0, y_0, z_0 und gegebener Ausgangsrichtung m_0, p_0, q_0 durch Auflösung der drei letzten Gleichungen der Endpunkt x_1, y_1, z_1 gefunden werden. Es versteht sich, dass eine der drei Gleichungen eine identische Folge aus den beiden andern sein muss, da der Endpunkt jeder beliebige Punkt auf dem durch

$x_0, y_0, z_0, m_0, p_0, q_0$ gegebenen Strahl sein kann [1]). Die drei ersten Gleichungen liefern dann noch für jeden Punkt des Strahls die Strahlrichtung. Die eine Eikonalfunktion beherrscht also die ganze optische Abbildung.

4. Das Winkeleikonal. Das hier definierte Eikonal hat in Praxis die Unbequemlichkeit, dass es Singularitäten bekommt, sobald der Punkt P_1 in die Nähe eines dem Punkte P_0 konjugierten Brennpunktes kommt, eines Punktes, in welchem sich mehrere unendlich benachbarte von P_0 ausgehende Strahlen schneiden.

Zur Vermeidung dieses Uebelstandes soll eine mit E nahe verwandte Grösse eingeführt werden, die wir Winkeleikonal nennen wollen.

Setzt man unter Einführung zweier Constanten c_0 und c_1:

$$\begin{aligned} V = E &- n_1[(x_1-c_1)m_1+y_1p_1+z_1q_1] \\ &+ n_0[(x_0-c_0)m_0+y_0p_0+z_0q_0], \end{aligned}$$

sodass also V zunächst als eine Funktion sowohl der Punkte x, y, z auf dem Strahl, als der Strahlrichtungen m, p, q erscheint, und variiert nach allen diesen Variabeln, so folgt infolge der Gleichungen (1) oder (2):

$$3) \quad \delta V = -n_1[(x_1-c_1)\,\delta m_1+y_1\,\delta p_1+z_1\,\delta q_1]+n_0[(x_0-c_0)\,\delta m_0+y_0\,\delta p_0+z_0\,\delta q_0].$$

Diese Gleichung besagt, dass V in Wirklichkeit nur eine Funktion der Anfangs- und Endrichtung des Strahls ist und dass für dieselbe gilt:

$$4) \quad \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial m_1} &= -n_1(x_1-c_1), & \frac{\partial V}{\partial p_1} &= -n_1y_1, & \frac{\partial V}{\partial q_1} &= -n_1z_1 \\ \frac{\partial V}{\partial m_0} &= n_0(x_0-c_0), & \frac{\partial V}{\partial p_0} &= n_0y_0, & \frac{\partial V}{\partial q_0} &= n_0z_0. \end{aligned}$$

Seiner geometrischen Bedeutung nach ist V die optische Weglänge zwischen den Fusspunkten der Normalen, welche man von den auf der x-Axe liegenden Punkten $x = c_0$ und $x = c_1$ resp. auf den Anfangsstrahl und den Endstrahl fällt. Da durch Angabe der Anfangsrichtung und der daraus durch die Brechungen entstehenden Endrichtung im allgemeinen ein bestimmter Strahl festgelegt wird, so erhellt auch hieraus, dass V nur eine Funktion der Strahlrichtungen, der Grössen $m_0, p_0, q_0, m_1, p_1, q_1$ ist.

Die Gleichungen (4) gestatten analog, wie die Gleichungen (2), bei gegebenem Ausgangspunkt und gegebener Ausgangsrichtung zunächst die Endrichtung und

1) In der That folgen aus der Gleichung $m^2+p^2+q^2=1$, der die Richtungskosinus genügen, für das Eikonal die beiden Differentialgleichungen, von denen wir übrigens keinen weiteren Gebrauch machen werden:

$$n_0^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial x_0}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial y_0}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial z_0}\right)^2, \qquad n_1^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial y_1}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial z_1}\right)^2.$$

dann die Endkoordinaten zu berechnen. Singularitäten, wie sie E bei Brennpunkten aufweist, ergeben sich für W, wenn parallele Strahlen wieder in parallele Strahlen abgebildet werden, also bei einem sog. teleskopischen System. Da man es häufig mit Brennpunkten zu tun hat, dagegen meist parallel aus dem Unendlichen kommende Strahlen in konvergente Büschel verwandelt, so ist der Gebrauch von V im allgemeinen dem Gebrauch von E vorzuziehn.

Eine letzte Vereinfachung kann auf Grund der Ueberlegung erfolgen, dass die drei Richtungskosinus nicht unabhängig von einander, sondern durch die Bedingung:

$$m^2+p^2+q^2 = 1$$

verbunden sind. Eliminiert man aus V mit Hülfe dieser Bedingung m und bezeichnet die hierdurch entstehende Funktion mit W, so folgt:

$$\frac{\partial W}{\partial p_1} = \frac{\partial V}{\partial p_1} - \frac{\partial V}{\partial m_1}\cdot\frac{p_1}{m_1}, \qquad \frac{\partial W}{\partial q_1} = \frac{\partial V}{\partial q_1} - \frac{\partial V}{\partial m_1}\frac{q_1}{m_1}$$

oder nach (4):

$$\frac{\partial W}{\partial p_1} = -n_1\left[y_1-(x_1-c_1)\frac{p_1}{m_1}\right], \qquad \frac{\partial W}{\partial q_1} = -n_1\left[z_1-(x_1-c_1)\frac{q_1}{m_1}\right]$$

und entsprechend:

$$\frac{\partial W}{\partial p_0} = n_0\left[y_0-(x_0-c_0)\frac{p_0}{m_0}\right], \qquad \frac{\partial W}{\partial q_0} = n_0\left[z_0-(x_0-c_0)\frac{q_0}{m_0}\right].$$

Die hier rechts stehenden Grössen sind offenbar die Coordinaten des Strahlschnittpunktes mit den Ebenen $x = c_0$ und $x = c_1$. Bezeichnen wir dieselben mit Y_0, Z_0, Y_1, Z_1, so schreiben sich die vorstehenden Gleichungen:

5)
$$\frac{\partial W}{\partial p_1} = -n_1 Y_1, \qquad \frac{\partial W}{\partial q_1} = -n_1 Z_1,$$
$$\frac{\partial W}{\partial p_0} = n_0 Y_0, \qquad \frac{\partial W}{\partial q_0} = n_0 z_0.$$

Diese Funktion W der vier Variabeln p_0, q_0, p_1, q_1 ist es, die Winkeleikonal heissen soll. Ihre Differentialquotienten liefern direkt die Schnittkoordinaten des Strahls mit den beiden Ebenen $x = c_0$ und $x = c_1$, für die man passend Objekt- und Bildebene wählen wird. W als optische Weglänge zwischen den Fusspunkten jener beiden Normalen gefasst hat eine ganz analoge Minimaleigenschaft, wie E. Geht man nämlich vom wirklichen Lichtstrahl zu einem ganz beliebigen Nachbarweg über, so ändert sich (in Bezug auf kleine Grössen 1. Ordnung) E nur in so weit, als die Anfangs- und Endkoordinaten des Strahls verändert werden, da die übrigen Aenderungen des Weges infolge der Minimaleigenschaft von E nichts ausmachen. Es gilt daher die Formel (1) auch bei beliebigen Aenderungen des ganzen Weges und dasselbe folgt dann auch für

Formel (3). Letztere ergiebt aber $\delta V = 0$, sobald man Anfangs- und Endrichtung des Strahles festhält, d. h. V und ebenso W ist ein Minimum (resp. stationär) für den wirklichen Strahlweg, verglichen mit allen anderen Wegen, die dieselbe Anfangs- und Endrichtung haben.

5. Die Seidel'schen Variabeln. Wir wollen zu einer dritten Wahl von Variabeln übergehn. Aehnlich, wie man in der Himmelsmechanik die Bahnelemente einführt, welche ohne Störungen konstant sind, und nachträglich die Aenderungen dieser Elemente infolge der Störungen berechnet, so wollen wir hier Variable benutzen, die bei der Brechung eines Strahls durch ein optisches System konstant sind, falls man sich auf die Gauss'sche Dioptrik, auf die Mitnahme erster Potenzen der als klein betrachteten Grössen p, q, Y, Z beschänkt, und wollen dann die Gleichungen für die Aenderung dieser Variabeln aufstellen, die der strengen Anwendung des Brechungsgesetzes entsprechen. Es stehen diese Variabeln in nächster Beziehung zu denjenigen, welche L. Seidel in seinen grundlegenden Arbeiten (Astron. Nachrichten 1853 und 1856, Bd. 35, 37, 43) eingeführt hat, weshalb sie Seidel'sche Variable heissen sollen.

Wir beschränken uns zur Vereinfachung von jetzt an auf Systeme mit Rotationssymmetrie um eine Axe, die mit der x-Axe zusammenfallen soll.

Eine erste Gruppe solcher Variabler erhält man, wenn man für die Ebenen $x = c_0$ und $x = c_1$ zwei konjugierte Ebenen im Sinne der Gauss'schen Dioptrik wählt — wir wollen sie fortan als Objektebene und Bildebene bezeichnen — und nun die Variabeln benutzt:

$$6) \qquad \frac{Y_0}{l_0}, \frac{Y_1}{l_1}; \frac{Z_0}{l_0}, \frac{Z_1}{l_1},$$

wobei $\frac{l_1}{l_0}$ das zwischen den beiden Ebenen c_0 und c_1 nach Gauss herrschende Vergrösserungsverhältnis bezeichnet. Diese Grössen werden offenbar durch die Brechung innerhalb der Genauigkeit der Gauss'schen Dioptrik nicht geändert. Es fehlt nun noch ein Ersatz für die Winkelvariabeln. Um denselben zu erhalten, betrachte man ein weiteres Paar konjugierter Ebenen:

$$x = c_0 + M_0 \text{ und } x = c_1 + M_1.$$

Diese Ebenen sollen mit der Eintritts- und Austrittspupille des zu betrachtenden optischen Instrumentes identifiziert werden[1]). Die Schnittkoordinaten des einfallenden und gebrochenen Strahls mit diesen Ebenen seien: Y_0', Z_0', Y_1', Z_1'. Bedeutet $\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$ das Vergrösserungsverhältnis in diesem zweiten

1) Unter Eintrittspupille versteht man die reelle oder virtuelle Blende, welche vor der Brechung diejenigen Strahlen des von einem axialen Objektpunkt kommenden Strahlenbündels ausschneidet, die durch das ganze Instrument hindurch gelangen. Die Austrittspupille ist das Bild der Eintrittspupille im Sinne der Gauss'schen Dioptrik und hat dieselbe Funktion für die gebrochenen Strahlen.

Ebenenpaar, so hat man als zweite Gruppe von Variabeln der gewünschten Art die Grössen:

$$\frac{Y_0'}{\lambda_0}, \frac{Y_1'}{\lambda_1}, \frac{Z_0'}{\lambda_0}, \frac{Z_1'}{\lambda_1}.$$

Geometrisch erhellt der Zusammenhang der Y', Z' mit den Winkelgrössen p, q:

$$\frac{Y_0'-Y_0}{M_0} = \frac{p_0}{\sqrt{1-p_0^2-q_0^2}}, \quad \frac{Y_1'-Y_1}{M_1} = \frac{p_1}{\sqrt{1-p_1^2-q_1^2}},$$
$$\frac{Z_0'-Z_0}{M_0} = \frac{q_0}{\sqrt{1-p_0^2-q_0^2}}, \quad \frac{Z_1'-Z_1}{M_1} = \frac{q_1}{\sqrt{1-p_1^2-q_1^2}}.$$

Es empfiehlt sich hier indessen noch eine kleine Abänderung. Setzt man die Wurzeln im Nenner auf der rechten Seite überall gleich eins, und definiert neue Grössen Y', Z', durch die Gleichungen:

$$\frac{Y_0'-Y_0}{M_0} = p_0, \quad \frac{Z_0'-Z_0}{M_0} = q_0, \quad \frac{Y_1'-Y_1}{M_1} = p_1, \quad \frac{Z_1'-Z_1}{M_1} = q_1,$$

so werden die Quotienten $\frac{Y_0'}{\lambda_0}$, $\frac{Y_1'}{\lambda_1}$ u. s. w. immer noch innerhalb der Genauigkeit der Gauss'schen Dioptrik bei der Brechung durch das System konstant bleiben, man hat aber den Vorteil, dass die Beziehungen zwischen den alten und den neuen Variablen lineare werden.

Indem wir schliesslich noch den Grössen (6) einen gemeinsamen konstanten Faktor hinzufügen, der die späteren Beziehungen etwas vereinfacht, haben wir das System der neuen Variablen y, z, η, ξ:

7)
$$y_0 = \frac{Y_0}{l_0}\cdot\frac{n_0\lambda_0 l_0}{M_0}, \quad z_0 = \frac{Z_0}{l_0}\cdot\frac{n_0\lambda_0 l_0}{M_0}, \quad \eta_0 = \frac{Y_0}{\lambda_0}+\frac{M_0}{\lambda_0}p_0, \quad \xi_0 = \frac{Z_0}{\lambda_0}+\frac{M_0}{\lambda_0}q_0,$$
$$y_1 = \frac{Y_1}{l_1}\cdot\frac{n_0\lambda_0 l_0}{M_0}, \quad z_1 = \frac{Z_1}{l_1}\cdot\frac{n_0\lambda_0 l_0}{M_0}, \quad \eta_1 = \frac{Y_1}{\lambda_1}+\frac{M_1}{\lambda_1}p_1, \quad \xi_1 = \frac{Z_1}{\lambda_1}+\frac{M_1}{\lambda_1}q_1.$$

Es sei noch hervorgehoben, dass zwischen den Grössen M_0, M_1, $\frac{l_1}{l_0}\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$, die Beziehung besteht:

8)
$$\frac{n_0\lambda_0 l_0}{M_0} = \frac{n_1\lambda_1 l_1}{M_1},$$

die den Ausdruck der Sinusbedingung (s. u. Gleichung (16)) innerhalb der Genauigkeit der Gauss'schen Dioptrik enthält.

Die Umkehrung von (7) giebt den Ausdruck der alten Variablen durch die neuen in Rücksicht auf diese Beziehung:

$$p_0 = \frac{\lambda_0}{M_0}\eta_0 - \frac{y_0}{n_0\lambda_0},\quad q_0 = \frac{\lambda_0}{M_0}\xi_0 - \frac{z_0}{n_0\lambda_0},\quad Y_0 = y_0\cdot\frac{M_0}{n_0\lambda_0},\quad Z_0 = z_0\cdot\frac{M_0}{n_0\lambda_0}$$

7a)

$$p_1 = \frac{\lambda_1}{M_1}\eta_1 - \frac{y_1}{n_1\lambda_1},\quad q_1 = \frac{\lambda_1}{M_1}\xi_1 - \frac{z_1}{n_1\lambda_1},\quad Y_1 = y_1\cdot\frac{M_1}{n_1\lambda_1},\quad Z_1 = z_1\cdot\frac{M_1}{n_1\lambda_1}.$$

6. Das zugehörige Eikonal. Eine Funktion vom Charakter des Eikonals ergiebt sich für die neuen Variabeln folgendermassen. Die Gleichungen (5) lassen sich zusammenfassen in die Beziehung:

$$\delta W = -n_1\,(Y_1\delta p_1 + Z_1\delta q_1) + n_0(Y_0\delta p_0 + Z_0\delta q_0).$$

Setzt man hier die neuen Variabeln aus den Gleichungen (7a) ein, so folgt:

$$(9)\quad \delta W = y_0\left(\delta\eta_0 - \frac{M_0}{n_0}\frac{\delta y_0}{\lambda_0^2}\right) + z_0\left(\delta\xi_0 - \frac{M_0}{n_0}\frac{\delta z_0}{\lambda_0^2}\right) - y_1\left(\delta\eta_1 - \frac{M_1}{n_1}\frac{\delta\eta_1}{\lambda_1^2}\right) - z_1\left(\delta\xi_1 - \frac{M_1}{n_1}\frac{\delta z_1}{\lambda_1^2}\right).$$

Die Terme rechts sind zum Teil vollständige Differentiale. Man wird hierdurch dazu geführt, an Stelle von W den Ausdruck zu bilden:

$$10)\qquad S = W + \frac{M_0}{n_0}\frac{y_0^2+z_0^2}{2\lambda_0^2} - \frac{M_1}{n_1}\frac{y_1^2+z_1^2}{2\lambda_1^2} + y_0(\eta_1-\eta_0) + z_0(\xi_1-\xi_0).$$

Die Variation ergiebt in Rücksicht auf 9):

$$11)\qquad \delta S = \delta y_0(\eta_1-\eta_0) + \delta z_0(\xi_1-\xi_0) + \delta\eta_1(y_0-y_1) + \delta\xi_1(z_0-z_1)$$

oder in anderer Form:

$$12)\qquad \eta_1-\eta_0 = +\frac{\partial S}{\partial y_0},\qquad y_1-y_0 = -\frac{\partial S}{\partial\eta_1}$$

$$\xi_1-\xi_0 = +\frac{\partial S}{\partial z_0},\qquad z_1-z_0 = -\frac{\partial S}{\partial\xi_1}.$$

S ist also eine Funktion der vier Variabeln y_0, z_0, η_1, ξ_1, deren Differentialquotienten unmittelbar die Verschiebungen der Schnittpunktkoordinaten des Strahls gegen die aus der Gaussschen Dioptrik folgenden Werte angeben. Sie soll als Seidelsches Eikonal bezeichnet werden.

§. 3. Stigmatische Punktepaare und Sinusbedingung.

7. Die Existenz des Eikonals hat die Gültigkeit gewisser Reciprozitätssätze zwischen den Verschiebungen in unsern beiden Ebenenpaaren zur Folge, deren wichtigster Spezialfall sich in der sogenannten Sinusbedingung ausspricht.

Hält man η_1 und ξ_1 fest und lässt y_0 und z_0 sich ändern, so folgt aus (12):

$$\frac{\partial y_1}{\partial y_0} - 1 = -\frac{\partial^2 S}{\partial \eta_1 \partial y_0}, \qquad \frac{\partial z_1}{\partial z_0} - 1 = -\frac{\partial^2 S}{\partial \zeta_1 \partial z_0},$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial z_0} = -\frac{\partial^2 S}{\partial \eta_1 \partial z_0}, \qquad \frac{\partial z_1}{\partial y_0} = -\frac{\partial^2 S}{\partial \zeta_1 \partial y_0}.$$

Hält man andrerseits y_0 und z_0 fest und lässt η_1 ünd ζ_1 variieren, so erhält man :

$$1 - \frac{\partial \eta_0}{\partial \eta_1} = \frac{\partial^2 S}{\partial y_0 \partial \eta_1}, \qquad 1 - \frac{\partial \zeta_0}{\partial \zeta_1} = \frac{\partial^2 S}{\partial z_0 \partial \zeta_1},$$

$$-\frac{\partial \eta_0}{\partial \zeta_1} = \frac{\partial^2 S}{\partial y_0 \partial \zeta_1}, \qquad -\frac{\partial \zeta_0}{\partial \eta_1} = \frac{\partial^2 S}{\partial z_0 \partial \eta_1}.$$

Damit:

13) $$\frac{\partial y_1}{\partial y_0} = \frac{\partial \eta_0}{\partial \eta_1}, \quad \frac{\partial z_1}{\partial z_0} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial \zeta_1}, \quad \frac{\partial y_1}{\partial z_0} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial \eta_1}, \quad \frac{\partial z_1}{\partial y_0} = \frac{\partial \eta_0}{\partial \zeta_1}.$$

Nachdem diese Reciprozitäten vorausgeschickt sind, betrachte man zunächst ein Paar stigmatischer Punkte, d. h. Punkte von solcher Beschaffenheit, dass alle von dem einen ausgehende Strahlen sich in dem andern schneiden. Sollen insbesondere die Mitten unsrer Objekt- und Bildebene ein solches stigmatisches Punktepaar bilden, so muss aus $y_0 = z_0 = 0$ auch immer $y_1 = z_0 = 0$ folgen, welche Werte auch η_1 und ζ_1 haben mögen, welchen Weg der Strahl vom Punkt $y_0 = z_0 = 0$ aus nehmen mag. Für das Seidel'sche Eikonal ergiebt sich damit die Bedingung stigmatischer Punktepaare:

14) $$\frac{\partial S}{\partial \eta_1} = \frac{\partial S}{\partial \zeta_1} = 0$$

für $y_0 = z_0 = 0$ und beliebige Werte von η_1 und ζ_1. Man fordere jetzt weiter die scharfe Abbildung zweier unendlicher kleiner senkrecht zur x-Axe stehender Flächenelemente in der Nachbarschaft der stigmatischen Punkte. Hiermit ist gemeint, dass die Beziehungen der Gauss'schen Dioptrik $y_1 = y_0$, $z_1 = z_0$ für unendlich kleines y_0 und z_0 bis auf unendlich kleines höherer Ordnung erfüllt sein sollen, oder schärfer, daß:

$$\frac{\partial y_1}{\partial y_0} = \frac{\partial z_1}{\partial z_0} = 1, \qquad \frac{\partial y_1}{\partial z_0} = \frac{\partial z_1}{\partial y_0} = 0$$

gelten soll und zwar für $y_0 = z_0 = 0$ und beliebige Werte von η_1 und ζ_1. Damit liefern die Reziprozitäten (13) :

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial \eta_1} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial \zeta_1} = 1, \qquad \frac{\partial \eta_0}{\partial \zeta_1} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial \eta_1} = 0$$

wiederum für alle Werte von η_1 und ζ_1 und für $y_0 = z_0 = 0$, d. h. für alle Strahlen, die von unserem einen stigmatisehen Punkte ausgehn und somit in

dem andern zusammenlaufen. Beachtet man, dass wegen der Rotationssymmetrie zu dem einfallenden Axialstrahl $\eta_0 = \xi_0 = 0$ der austretende Axialstrahl $\eta_1 = \xi_1 = 0$ gehört, so erhält man durch Integration dieser Gleichungen:

15) $$\eta_0 = \eta_1, \qquad \xi_0 = \xi_1.$$

In Worten: die Bedingung für die scharfe Abbildung zweier unendlich kleiner achsensenkrechter Flächenelemente um die zwei stigmatischen Punkte $y_0 = z_0 = 0$ und $y_1 = z_1 = 0$ besteht in der Gleichheit der Coordinaten η und ζ für die entsprechenden Strahlen der beiden von den stigmatischen Punkten ausgehenden Strahlenbüschel.

Führt man die Winkelkoordinaten p, q nach (7a) ein unter Beachtung, dass für $y = z = 0$ auch $Y = Z = 0$ folgt, so findet man statt (15) die Gleichungen:

16) $$\frac{p_1}{p_0} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{n_0 l_0}{n_1 l_1}.$$

Da p und q gleich den Sinus der Strahlneigungen gegen die Y- und Z-Coordinatenebenen sind, so erklärt sich die Bezeichnung dieser Forderung konstanten Sinusverhältnisses in den zu den stigmatischen Punkten gehörigen Strahlbüscheln als einer „Sinusbedingung".

Der rechnerische Wert der Sinusbedingung besteht darin, dass sie gestattet, aus dem Verhalten der leichter zu verfolgenden die Axe schneidenden Strahlen einen Schluss auf die Abbildung durch Strahlen zu ziehen, welche in geringer Distanz windschief zur Axe verlaufen.

Ein Punktepaar, welches stigmatisch ist und in welchem ausserdem die Sinusbedingung erfüllt ist, wird von Abbe ein aplanatisches Punktepaar genannt.

§. 4. Die Reihenentwicklung des Eikonals. Die Fehler dritter und fünfter Ordnung eines optischen Systems.

8. Da man bei der strengen Verfolgung eines Strahls durch ein optisches System schon bei wenigen brechenden Flächen jeden Ueberblick verliert, so gründet sich die Theorie der optischen Instrumente fast ganz auf Reihenentwicklungen, und zwar entwickelt man nach Potenzen der Grössen Y, Z, p, q oder auch y, z, η, ζ, indem man dieselben als klein voraussetzt. Die Convergenz dieser Reihenentwicklungen ist in den meisten Fällen der Praxis so gut, dass wenige Glieder entweder schon ein hinreichend exaktes Resultat oder doch eine gute Annäherung geben, von der aus durch Differentialmethoden weiter gegangen werden kann.

Wir halten die Beschränkung auf zur x-Axe rotationssymmetrische Instru-

mente fest. Dann sieht man unmittelbar, dass in der Entwicklung des Winkeleikonals W nach Potenzen von p und q nur die ganzen Potenzen der drei Grössen:

$$p_0^2+q_0^2, \quad p_1^2+q_1^2, \quad p_0p_1+q_0q_1,$$

insbesondere also nur Glieder grader Ordnung, vorkommen werden. Ebenso wird die Entwicklung des Seidel'schen Eikonals nach aufsteigenden Potenzen der Grössen:

17) $$R_0 = y_0^2+z_0^2 \qquad \varrho_1 = \eta_1^2+\zeta_1^2, \qquad \varkappa_{01} = y_0\eta_1+z_0\zeta_1$$

fortschreiten.

Bleiben wir zunächst bei dem Winkeleikonal stehen und zerlegen dasselbe in Teile, welche den verschiedenen Ordnungen der Glieder in Bezug auf Potenzen von p und q entsprechen:

$$W = W^2+W^4+W^6+\ldots$$

so kann man sich in erster Linie auf W^2 beschränken und die höheren Terme vernachlässigen. Dann erhält man nach (5) lineare Beziehungen zwischen den Grössen p, q, Y, Z. Der Inhalt dieser linearen Beziehungen bildet die Gausssche Dioptrik, deren Ableitung auf diesem Wege hier indessen nicht wiederholt werden soll. Nimmt man zweitens W^4 mit, so erhält man nach (5) Korrektionen 3. Ordnung in den p, q zu den Gauss'schen Werten der Coordinaten. Die hieraus entspringende Theorie der „Fehler dritter Ordnung" bildet das hauptsächlichste Kapitel der Theorie der optischen Instrumente über die Gauss'sche Theorie hinaus. Die Berücksichtigung von W^6 ergiebt Fehler 5. Ordnung u. s. f.

Geht man jetzt auf das Seidel'sche Eikonal über, so kann dessen Entwicklung keine Glieder zweiter Ordnung enthalten, weil innerhalb dieser Genauigkeit in den Gleichungen (12) nach Gauss $y_0 = y_1$, $\eta_0 = \eta_1$ u. s. w. und damit $S = 0$ folgt. Die Entwicklung lautet also:

$$S = S^4+S^6+\ldots$$

Die Berücksichtigung von S^4 allein giebt wieder die Theorie der Fehler 3. Ordnung, die von S^6 die Fehler 5. Ordnung u. s. w.

9. Die 5 Fehler dritter Ordnung eines optischen Systems. Unter Benutzung der Bezeichnungen (17) lautet der allgemeine Ausdruck von S^4:

18) $$S^4 = -\frac{A}{4}R_0^2-\frac{B}{4}\varrho_1^2-C\varkappa_{01}^2-\frac{D}{2}R_0\varrho_1+ER_0\varkappa_{01}+F\varrho_0\varkappa_{01}$$

wobei die $A \ldots F$ willkürliche Constante sind und die Vorzeichen und Zahlenfaktoren in Rücksicht auf die spätere Bequemlichkeit gewählt sind.

Führt man die Differentiationen gemäss (12) aus und legt zur Vereinfachung den Objektpunkt in die $x-y$-Ebene, sodass $z_0 = 0$ wird, so findet man:

$$19)\quad \begin{aligned} y_1 - y_0 &= y_0[2Cy_0\eta_1 - Ey_0^2 - F(\eta_1^2+\xi_1^2)] + \eta_1[B(\eta_1^2+\xi_1^2) + Dy_0^2 - 2Fy_0\eta_1] \\ z_1 &= \xi_1[B(\eta_1^2+\xi_1^2) + Dy_0^2 - 2Fy_0\eta_1] \end{aligned}$$

Da das Glied mit A weggefallen ist, so bleiben im ganzen fünf verschiedene Fehler 3. Ordnung eines optischen Systems möglich entsprechend den 5 Coeffizienten B, C, D, E, F der Eikonalentwicklung. Wir isolieren die einzelnen Fehler, indem wir jeweils alle Coeffizienten bis auf einen gleich null setzen. Es empfiehlt sich dabei:

$$20)\quad \eta_1 = \sigma\cos\varphi, \qquad \xi_1 = \sigma\sin\varphi$$

zu setzen und die sog. „Aberrationskurven" zu betrachten, die der Punkt y_1, z_1 durchläuft, wenn man σ konstant hält und φ den Umkreis durchlaufen lässt. Es sind dies also die Curven, welche auf der Bildebene ausgeschnitten werden durch die Strahlen eines Kegelmantels, der den Objektpunkt zur Spitze hat und nach der Brechung in einem Kreis vom Radius σ die Austrittspupille (die Ebene, in welcher wir η_1, ξ_1 zählen) durchsetzt. Da nahe $\eta_0 = \eta_1$, $\xi_0 = \xi_1$, so ist auch der Schnitt dieses Kegelmantels mit der Eintrittspupille nahe ein Kreis.

So ergiebt sich der Reihe nach, indem man noch zur Abkürzung die Verschiebungen von y_1 und z_1 durch die einzelnen Fehler mit Δy_1 und Δz_1 bezeichnet:

$$21)\quad \text{a) } B \gtrless 0 \qquad \begin{aligned} \Delta y_1 &= B\sigma^3\cos\varphi, \\ \Delta z_1 &= B\sigma^3\sin\varphi. \end{aligned}$$

Die Aberrationskurven bilden konzentrische Kreise um den Gauss'schen Bildpunkt ($y_1 = y_0$), deren Radien mit der dritten Potenz der Oeffnung des Instruments wachsen, von der Lage des Objekts, der Stelle im Gesichtsfeld, aber unabhängig sind. Man nennt diesen Fehler „sphärische Aberration".

$$22)\quad \text{b) } E \gtrless 0 \qquad \Delta y_1 = -Ey_0^3, \qquad \Delta z_1 = 0.$$

Da η_1 und ξ_1 aus den Formeln verschwinden, ist die Abbildung punktförmig. Nur sind die Axenabstände der Bildpunkte denen der Objektpunkte nicht genau proportional. Es findet „Verzeichnung" statt.

$$23)\quad \text{c) } F \gtrless 0 \qquad \begin{aligned} \Delta y_1 &= -Fy_0\sigma^2(1+2\cos^2\varphi) = -Fy_0\sigma^2(2+\cos 2\varphi), \\ \Delta z_1 &= -Fy_0\sigma^2\sin 2\varphi. \end{aligned}$$

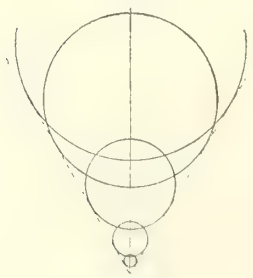


Fig. 3.

Die Aberrationskurven, die bei festgehaltenem Objektpunkt y_0 für die verschiedenen einfallenden Strahlenkegel (veränderliches σ) entstehen, sind Kreise, welche zwei unter einem Winkel von 30° gegen die y-Axe vom Gauss'schen Bildpunkt ausgehende Gerade berühren. Dieser Fehler heisst wegen des unsymmetrischen geschwänzten Aussehens, das er den Bildern giebt, die „Koma".

d) die beiden Fehler C und D betrachtet man am besten gemeinsam.

$$C \gtrless 0,\ D \gtrless 0 \qquad \begin{aligned} y_1 - y_0 &= (2C+D)\, y_0^2 \sigma \cos\varphi, \\ z_1 &= D\, y_0^2 \sigma \sin\varphi. \end{aligned} \tag{24}$$

Sie sind auf Astigmatismus und Bildwölbung zurückzuführen. Das eintretende Strahlenbüschel, welches wir für den Augenblick als sehr dünn betrachten wollen, hat, wie bekanntlich jedes dünne Strahlenbüschel, zwei Brennlinien, von denen die eine radial oder, wie man sagt, sagittal zur Axe des Instruments gerichtet ist, während die andere tangential zu einem Kreise liegt, dessen Mittelpunkt in der optischen Axe, dessen Ebene senkrecht zur optischen Axe steht. Die beiden Flächen, welche diese beiden Brennlinien durchlaufen, wenn man das Objekt in der Objektebene verschiebt, heissen „tangentiale" und „sagittale" „Bildflächen". Man kann beide Flächen in erster Näherung ersetzen durch die in der Axe berührenden Krümmungskugeln, welche die Radien ϱ_s und ϱ_t haben mögen. Man zähle ϱ_s und ϱ_t positiv, wenn der Kugelmittelpunkt im Sinne der Lichtbewegung vor der Bildebene liegt. Man sieht ohne weiteres, dass einer solchen Krümmung der Bildflächen die folgenden Verschiebungen des Strahlschnittpunktes in der Bildebene entsprechen:

$$\Delta Y_1 = \frac{Y_1^2}{2\varrho_t} \cdot \frac{Y_1'}{M_1}, \qquad \Delta Z_1 = \frac{Y_1^2}{2\varrho_s} \frac{Z_1'}{M_1}.$$

Führt man die Seidel'schen Variabeln ein, so findet man:

$$\Delta y_1 = \frac{y_1^2 \eta_1}{2\varrho_t n_1}, \qquad \Delta z_1 = \frac{y_1^2 \zeta_1}{2\varrho_s n_1}.$$

Erlaubt man sich hier noch y_1 mit y_0 zu vertauschen, so erhält man durch Vergleich mit (24):

$$\frac{1}{\varrho_t} = 2n_1(2C+D), \qquad \frac{1}{\varrho_s} = 2n_1 D.$$

Man wird demnach passend $2C+D$ als tangentiale und D als sagitiale Bildwölbung bezeichnen. Die halbe Differenz beider Krümmungen:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_s}\right) = 2n_1 C \tag{25}$$

bezeichnet man als Astigmatismus. Die halbe Summe:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varrho_s} + \frac{1}{\varrho_t}\right) = 2n_1(C+D) \tag{26}$$

wird schlechthin „Bildwölbung" genannt. In der Tat wird bei Verschwinden aller übrigen Fehler eine Kugel vom Radius ϱ, welche die Bildebene in der Axe berührt, der Ort des scharfen Bildes der Objektebene sein.

10. Die numerische Grösse der Fehler. Setzt man die willkürliche Grösse $\lambda_0 = 1$ und setzt ferner voraus, dass Anfangs- und Endmedium den Brechungsindex $n_0 = n_1 = 1$ haben, so hat man nach 7):

$$y_0 = \frac{Y_0}{M_0}, \qquad \eta_1 = \frac{Y_1'}{\lambda_1} = \sigma \cos\varphi,$$

$$z_0 = \frac{Z_0}{M_0}, \qquad \xi_1 = \frac{Z_1'}{\lambda_1} = \sigma \sin\varphi.$$

Man sieht, dass y_0 und z_0 nichts anderes sind, als die Winkelabstände des Objekts von der Axe, gesehen von der Mitte der Eintrittspupille aus, und zwar genauer die Tangenten der Abstandswinkel, dass auf der andern Seite η_1 und ξ_1 bis auf den Faktor λ_1 mit den Coordinaten in der Austrittspupille übereinstimmen.

Indem wir, wie bisher, $z_0 = 0$ setzen, wollen wir die Bezeichnungen einführen:

20a) $$y_0 = g \cdot \operatorname{tg} 3^0, \qquad \frac{\lambda_1 \sigma}{M_1} = \frac{v}{20}.$$

Dabei soll g an „Grösse des Gesichtsfelds“ erinnern, insofern man das doppelte des grössten zulässigen Abstandes des Objektes von der Axe als Grösse des Gesichtsfelds bezeichnet. Ebenso erinnere v an „Oeffnungsverhältnis“. Da nämlich M_1 den Abstand zwischen Austrittspupille und Bildebene bedeutet, ist $\frac{\lambda_1 \sigma}{M_1}$ die Tangente des Oeffnungswinkels des austretenden Strahlenbüschels, wenn man für σ den grössten zulässigen Wert, d. i. den Radius der kreisförmig gedachten Austrittspupille einsetzt, und das doppelte dieser Grösse pflegt man als „Oeffnungsverhältnis“ zu bezeichnen. Die Faktoren tg 3^0 und $\frac{1}{20}$ sind hinzugefügt, damit für die in Praxis häufigsten Oeffnungsverhältnisse und Gesichtsfelddurchmesser g und v handliche Zahlen bleiben.

Die im Vorhergehenden abgeleiteten Correktionen Δy und Δz sind nach der Festsetzung $\lambda_0 = 1$ sehr nahe die Aenderungen der Schnittkoordinaten der Strahlen mit der Bildebene, ausgedrückt in dem Bogenmass, das ihnen in dem von der Mitte der Eintrittspupille aus gesehenen Objekt entspricht. Dividiert man dieselben daher durch arc 1″, so erhält man die Fehler der optischen Abbildung unmittelbar in ihrem auf das Objekt zurückprojizierten Wert in Bogensekunden.

Führt man die Bezeichnungen (20a) in den Formeln (21) bis (24) ein und dividiert durch arc 1″, so empfiehlt sich folgende Abtrennung. Man setze:

$$B' = \frac{2\,B\,M_1^3}{\lambda_1^3 \cdot 20^3 \cdot \text{arc } 1''} = B\,\frac{M_1^2}{\lambda_1^3} \cdot \overline{1{,}71237} = 51''{,}566 \cdot B\,\frac{M_1^3}{\lambda_1^3}$$

$$C' = \frac{2\,C\,M_1}{\lambda_1 \cdot 20 \cdot \text{arc } 1''}(\text{tg } 3^0)^2 = C\,\frac{M_1}{\lambda_1} \cdot \overline{1{,}75323} = 56{,}654 \cdot C\,\frac{M_1}{\lambda_1}$$

21a) $$D' = \frac{2\,D\,M_1}{\lambda_1 \cdot 20 \cdot \text{arc } 1''}(\text{tg } 3^0)^2 = D \cdot \frac{M_1}{\chi_1} \cdot \overline{1{,}75323} = 56{,}654\;D\,\frac{M_1}{\lambda_1}$$

$$E' = \frac{E\,(\text{tg } 3^0)^3}{\text{arc } 1''} = E \cdot \overline{1{,}47263} = 29{,}692\;E$$

$$F' = \frac{3\,F\,M_1^2}{\lambda_1^2} \cdot \frac{\text{tg } 3^0}{20^2 \text{ arc } 1''} = F \cdot \frac{M_1^2}{\lambda_1^2} \cdot \overline{1{,}90889} = 81{,}076\;F\,\frac{M_1^2}{\lambda_1^2}$$

und bezeichne die Grössen $B' \ldots F'$ als die numerischen Fehler des Systems.

Dann ist in Bogensekunden:

$B' \,.\, v^3$ der Durchmesser des Zerstreuungskreises der sphär. Aberration
$E' \,.\, g^3$ die Verzeichnung
21b) $F' \,.\, gv^2$ die radiale Erstreckung der Coma (die tangentiale Erstreckung beträgt $^2/_3$ der radialen)
$(2C' + D')g^2v$ die radiale } Axe der durch Astigmatismus und Bildwölbung
$D' \,.\, g^2v$ die tangentiale } erzeugten Ellipse.

Diese Grössen werde ich späterhin (abgesehn von der Verzeichnung) als die durch die einzelnen Fehler hervorgerufenen Streuungen bezeichnen.

Im Falle das Objekt in's Unendliche rückt, gewinnt der Faktor $\frac{M_1}{\lambda_1}$ eine besonders einfache Bedeutung. Es ist allgemein:

$$Y_1 = \frac{l_1}{l_0} \cdot Y_0 = M_0 \cdot \frac{l_1}{l_0} \cdot \frac{Y_0}{M_0}$$

oder nach (8) für $n_0 = n_1 = \lambda_0 = 1$:

$$Y_1 = \frac{Y_0}{M_0} \cdot \frac{M_1}{\lambda_1}.$$

Nun ist $\frac{Y_0}{M_0}$, wie erwähnt, die scheinbare Grösse des Objekts, Y_1 die Grösse des Bildes. Der Proportionalitätsfaktor giebt also für unendlich entferntes Objekt die Brennweite f des Instrumentes an, wobei allerdings noch das negative Zeichen einzuführen ist, da mit positiver Brennweite Bildumkehrung verbunden ist. Daher folgt die Beziehung:

21c) $$\frac{M_1}{\lambda_1} = -f\,.$$

In Bezug auf die Vorzeichen lässt sich ferner aus den Formeln der vorigen Nummer das folgende ablesen:

Positives B' bedeutet kürzere Vereinigungsweite der Randstrahlen, verglichen mit den Mittelstrahlen (sog. „Unterkorrektion" der sphärischen Aberration).

Positives E' bedeutet Zusammendrängung der äusseren Partien des Objekts (sog. tonnenförmige Verzeichnung, weil ein Quadrat sich mit tonnenförmig ausgewölbten Seiten abbildet), negatives E' liefert die sogenannte kissenförmige Verzeichnung (die Ecken des Quadrats werden zu weiter von der Mitte entfernten Zipfeln).

Positives F' bedeutet axenwärts gerichtete Coma.

Positives $2C' + D'$ bedeutet Lage der tangentialen Bildfläche hinter der Gauss'schen Bildebene,

Positives D' bedeutet Lage der sagittalen Bildfläche hinter der Gauss'schen Bildebene.

11. Einfluss der Blendenstellung. Einer sehr einfachen Behandlung ist die Frage nach dem Einfluss der Blendenstellung fähig, wenn man von dem Eikonal Gebrauch macht. Wir dachten uns die Begrenzung der wirksamen Oeffnung des Instruments durch die Eintrittspupille (oder irgend ein von ihr durch einen Teil des optischen Systems entworfenes Bild) erfolgend. Die Eintrittspupille war durch ihren Abstand M_0 von der Objektebene festgelegt. Es möge nun die Eintrittspupille in den Abstand $\overline{M}_0$ von der Objektebene verschoben werden. Dadurch nehmen alle von der Lage der Eintrittspupille abhängigen Grössen, wie das Vergrösserungsverhältnis $\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$ zwischen Austritts- und Eintrittspupille und die ganzen Seidel'schen Variablen neue Werte an, die durch einen Querstrich bezeichnet werden sollen.

Den Gleichungen (7) (ich lasse die analogen Beziehungen für die z-Coordinate weg):

$$y_0 = \frac{n_0\lambda_0}{M_0} \cdot Y_0, \qquad \eta_0 = \frac{Y_0}{\lambda_0} + \frac{M_0}{\lambda_0} p_0,$$

$$y_1 = \frac{n_1\lambda_1}{M_1} \cdot Y_1, \qquad \eta_1 = \frac{Y_1}{\lambda_1} + \frac{M_1}{\lambda_1} p_1$$

treten die Gleichungen gegenüber:

$$\bar{y}_0 = \frac{n_0\bar{\lambda}_0}{\bar{M}_0} Y_0, \qquad \bar{\eta}_0 = \frac{Y_0}{\bar{\lambda}_0} + \frac{\bar{M}_0}{\bar{\lambda}_0} p_0$$

$$\bar{y}_1 = \frac{n_1\bar{\lambda}_1}{\bar{M}_1} Y_1, \qquad \bar{\eta}_1 = \frac{Y_1}{\bar{\lambda}_1} + \frac{\bar{M}_1}{\bar{\lambda}_1} p_1$$

woraus sich die Beziehungen zwischen den alten und den neuen Seidel'schen Variabeln ergeben:

$$y_0 = \bar{y}_0 \frac{\lambda_0}{\bar{\lambda}_0}\frac{\bar{M}_0}{M_0} \qquad \eta_0 = \bar{\eta}_0 \cdot \frac{\bar{\lambda}_0}{\lambda_0}\frac{M_0}{\bar{M}_0} + \bar{y}_0\left(\frac{\bar{M}_0 - M_0}{n_0\lambda_0\bar{\lambda}_0}\right),$$

$$y_1 = \bar{y}_1 \cdot \frac{\lambda_1}{\bar{\lambda}_1}\frac{\bar{M}_1}{M_1}, \qquad \eta_1 = \bar{\eta}_1 \cdot \frac{\bar{\lambda}_1}{\lambda_1}\frac{M_1}{\bar{M}_1} + \bar{y}_1 \cdot \frac{\bar{M}_1 - M_1}{n_1\lambda_1\bar{\lambda}_1}.$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\frac{\bar{\lambda}_0}{\lambda_0}\frac{M_0}{\bar{M}_0} = \beta, \qquad \frac{\bar{M}_0 - M_0}{n_0\lambda_0\bar{\lambda}_0} = \gamma,$$

so schreibt sich dies:

$$\bar{y}_0 = \beta y_0, \qquad \eta_0 = \beta\bar{\eta}_0 + \gamma\bar{y}_0,$$
$$\bar{y}_1 = \beta y_1, \qquad \eta_1 = \beta\bar{\eta}_1 + \gamma\bar{y}_1,$$

wobei bereits auf die für jedes Doppelpaar konjugierter Ebenen gültige Invariante (8) Rücksicht genommen ist.

Ersetzt man nunmehr in der Eikonalentwicklung (18) die alten Variabeln durch die neuen, so erhält man eine Entwicklung von genau derselben Form, in welcher die Coeffizienten, d. h. die der veränderten Blendenstellung entsprechenden Fehler die folgenden Werte haben:

18a)
$$\begin{aligned}
\bar{B} &= B\beta^4, \\
\bar{F} &= F\beta^2 - B\beta^3\gamma, \\
\bar{C} &= C \quad - 2F\beta\gamma + B\beta^2\gamma^2, \\
\bar{D} &= D \quad - 2F\beta\gamma + B\,.\,\beta^2\gamma^2, \\
\bar{E} &= \frac{E}{\beta^2} \quad - (D + 2C)\frac{\gamma}{\beta} + 3F\gamma^2 - B\beta\gamma^3.
\end{aligned}$$

Dieselben sind bereits in solcher Reihenfolge angeschrieben, dass jeder Fehler von der Blendenstellung (abgesehen von einem Faktor β^4 oder $\frac{1}{\beta^2}$) unabhängig wird, sobald die sämtlichen vorausgehenden Fehler verschwinden.

Es sei insbesondere hervorgehoben, dass bei Verschwinden von sphärischer Aberration und Koma ($B = F = 0$) die Bildkrümmungen C und D von der Blendenstellung unabhängig werden.

Es ist dies Verhalten leicht verständlich daraus, dass man durch Abblenden gewisser Strahlen nur solange Einfluss auf die Form des Bildes hat, als die Strahlen nicht alle in einen Punkt zusammen laufen.

12. Die 9 Fehler 5. Ordnung eines optischen Systems. Die Ueberlegungen sind den bei der 3. Ordnung angewandten völlig analog. Der allgemeine Ausdruck von S^6 ist:

$$S^6 = S_1R_0^3 + S_2R_0^2\varrho_1 + S_3R_0^2\varkappa_{01} + S_4R_0\varrho_1^2 + S_5R_0\varrho_1\varkappa_{01} + S_6R_0\varkappa_{01}^2 + S_7\varrho_1^3 + S_8\varrho_1^2\varkappa_{01} + \\ + S_9\varrho_1\varkappa_{01}^2 + S_{10}\varkappa_{01}^3,$$

wobei S_1 bis S_{10} wiederum willkürliche Constanten bedeuten. Die Differentiation gemäss den Gleichungen (12) liefert unter der Voraussetzung, dass man z_0, wie oben, gleich null setzt:

$$y_0 - y_1 = \frac{\partial S^4}{\partial \eta_1} + 2\eta_1[S_2y_0^4 + 2S_4y_0^2(\eta_1^2+\xi_1^2) + S_5y_0^3\eta_1 + 3S_7(\eta_1^2+\xi_1^2)^2 + 2S_8y_0\eta_1(\eta_1^2+\xi_1^2) \\ + S_9y_0^2\eta_1^2] \\ + y_0[S_3y_0^4 + S_5y_0^2(\eta_1^2+\xi_1^2) + 2S_6y_0^3\eta_1 + S_8(\eta_1^2+\xi_1^2)^2 + 2S_9y_0\eta_1(\eta_1^2+\xi_1^2) \\ + 3S_{10}y_0^2\eta_1^2] \qquad 27)$$

$$-z_1 = \frac{\partial S^4}{\partial \xi_1} + 2\xi_1[S_2y_0^4 + 2S_4y_0^2(\eta_1^2+\xi_1^2) + S_5y_0^3\eta_1 + 3S_7(\eta_1^2+\xi_1^2)^2 + 2S_8y_0\eta_1(\eta_1^2+\xi_1^2) \\ + S_9y_0^2\eta_1^2].$$

Da S_1 fortgefallen ist, giebt es im Ganzen 9 unabhängige Fehler 5. Ordnung. Ich isoliere dieselben, indem ich die jedem einzelnen entsprechenden Aberrationskurven betrachte, wobei wiederum $\eta_1 = \sigma\cos\varphi$, $\xi_1 = \sigma\sin\varphi$ gesetzt und die entstehenden Aenderungen von y_1 und z_1 mit Δy_1 und Δz_1 bezeichnet werden. Zugleich erlaube ich mir Namen für diese Fehler vorzuschlagen. Die Fehler sind geordnet nach ihren Dimensionen in Bezug auf y_0, den Abstand des Objects von der Axe.

a) $S_7 \gtrless 0$. Sphärische Aberration zweiter Stufe.

$$\Delta y_1 = -6S_7\sigma^5\cos\varphi \\ \Delta z_1 = -6S_7\sigma^5\sin\varphi. \qquad 28)$$

Die Aberrationskurven sind Kreise, deren Radius unabhängig von dem Orte des Objekts ist und mit der 5. Potenz der Oeffnung des Instrumentes wächst.

b) $S_8 \gtrless 0$. Koma zweiter Stufe.

$$\Delta y_1 = -S_8y_0\sigma^4[1+4\cos^2\varphi] \\ \Delta z_1 = -S_8y_0\sigma^4\cdot 4\sin\varphi\cos\varphi. \qquad 29)$$

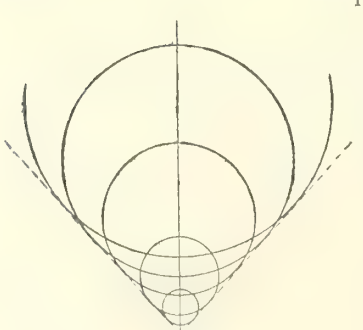


Fig. 4.

Die Aberrationskurven sind Kreise vom Radius $2S_8y_0\sigma^4$, welche zwei unter einem Winkel von 41°,8 ($\sin 41°,8 = \frac{2}{3}$) gegen die y-Axe geneigte Grade berühren.

c) $S_4 \gtrless 0$. Seitliche sphärische Aberration.

$$\Delta y = -4S_4y_0^3\sigma^3\cos\varphi \\ \Delta z_1 = -4S_4y_0^3\sigma^3\sin\varphi. \qquad 30)$$

Die Aberrationskurven sind Kreise, deren Radius mit dem Quadrat des Axenabstands und der dritten Potenz der Oeffnung wächst.

d) $S_9 \gtrless 0$. Flügelfehler.

31)
$$\Delta y_1 = -2S_9 y_0^2 \sigma_1^3 \cos\varphi(1+\cos^2\varphi)$$
$$\Delta z_1 = -2S_9 y_0^2 \sigma_1^3 \cos^2\varphi \sin\varphi.$$

Fig. 5.

Die Aberrationskurven werden Kurven 6. Ordnung von der beistehenden Flügelform. Die Kurven, die zu demselben Objektpunkt gehören, haben denselben Knotenpunkt und unterscheiden sich nur durch ihre Dimension.

e) $S_{10} \gtrless 0$. Pfeilfehler.

32)
$$\Delta y_1 = -3S_{10} y_0^3 \sigma^2 \cos^2\varphi$$
$$\Delta z_1 = 0.$$

Die Aberrationskurve besteht aus einem geraden Strich, der sich von dem Gauss'schen Bildpunkt aus nach einer Seite zu erstreckt.

f) $S_5 \gtrless 0$. Seitliche Koma.

33)
$$\Delta y_1 = -S_5 y_0^3 \sigma^2 (1+2\cos^2\varphi)$$
$$\Delta z_1 = -S_5 y_0^3 \sigma^2 \, 2 \sin\varphi \cos\varphi.$$

Die Aberrationskurven haben dieselbe Form, wie bei der gewöhnlichen Koma (*F* in No. 9); nur wachsen ihre Dimensionen mit der dritten Potenz des Achsenabstandes.

g) $S_2 \gtrless 0$ und $S_6 \gtrless 0$. Seitliche Bildwölbungen.

34)
$$\Delta y_1 = -2(S_2+S_6) y_0^4 \sigma \cos\varphi$$
$$\Delta z_1 = -2\, S_2 \qquad y_0^4 \sigma \sin\varphi.$$

Wir nehmen diese beiden Fehler zusammen, wie oben die Bildwölbung und den Astigmatismus. Die Aberrationskurven sind Ellipsen. Die halbe Differenz der beiden Axen S_6 wird man passend als seitlichen Astigmatismus, die halbe Summe $2S_2+S_6$ als seitliche Bildwölbung bezeichnen.

h) $S_3 \gtrless 0$. Seitliche Verzeichnung.

35)
$$\Delta y_1 = -S_3 y_0^5$$
$$\Delta z_1 = 0.$$

Dieser Fehler stört die punktförmige Abbildung nicht, er ändert nur die Verzeichnung.

13. Anmerkung über die Fehler in aplanatischen Punktepaaren. Wird der Punkt $y_0 = z_0 = 0$ stigmatisch in den Punkt $y_1 = z_1 = 0$ abgebildet, so besagt das, dass alle vom Ort des Objekts unabhängigen Fehler, also die sphärischen Aberrationen erster und zweiter Stufe B und S_7 verschwinden. Ist dazu noch die Sinusbedingung erfüllt, so verschwinden auch die der ersten Potenz von y_0 proportionalen Fehler F und S_8, weil dann die Abbildung unter Vernachlässigung höherer Potenzen von y_0 scharf sein muss. Die Existenz eines aplanatischen Punktepaares bedingt also die Freiheit des Systems von den Fehlern der sphär. Aberration und der Koma 1. und 2. Stufe.

§ 5. Die Zusammensetzung mehrerer optischer Systeme.

14. Giebt die Eikonaltheorie ohne weiteres einen Ueberblick über die Zahl und Art der möglichen Fehler eines optischen Systems, so bleibt nun noch die bei weitem schwierigere Aufgabe, das Eikonal für ein gegebenes optisches System wirklich auszurechnen und daraus die Grösse der Fehler selbst abzuleiten. Der erste Teil der Aufgabe wird sein, das Eikonal einer einzelnen spiegelnden oder brechenden Fläche auszurechnen, der zweite Teil besteht in der Zusammensetzung beliebig vieler solcher Einzelsysteme. Wir behandeln zunächst die zweite Aufgabe, indem wir uns auf die Zusammensetzung zweier Systeme beschränken. Die Systeme werden immer koaxial vorausgesetzt.

Man bilde die Ebenen $x = c_1$ und $x = c_1 + M_1$ nach Gauss durch das zweite System in zwei Ebenen ab, die durch $x = c_2$ und $x = c_2 + M_2$ gegeben werden mögen und die offenbar die Bildebene und die Austrittspupille des ganzen Systems darstellen. Das Winkeleikonal des ersten Systems sei:

$$W_1 = W_1(p_0, q_0, p_1, q_1),$$

das des zweiten in analoger Bezeichnung:

$$W_2 = W_2(p_1, q_1, p_2, q_2).$$

Das Winkeleikonal des Gesamtsystems besteht nach der geometrischen Bedeutung von W aus der Summe dieser beiden Grössen:

36) $$W = W_1 + W_2,$$

wobei das Problem darin liegt, p_1, q_1 durch p_0, q_0, p_2, q_2 auszudrücken und so W als Funktion der letzteren 4 Variabeln darzustellen.

Diese „Elimination der Zwischenvariabeln“ soll indessen nicht an W, sondern an dem Seidel'schen Eikonal ausgeführt werden, wo sie ausserordentlich viel leichter zu bewerkstelligen ist, sobald man wenigstens von Reihenentwicklungen Gebrauch macht.

Man hat nach 10):

$$S_1 = W_1 + \frac{M_0}{n_0}\frac{y_0^2+z_0^2}{2\lambda_0^2} - \frac{M_1}{n_1}\frac{y_1^2+z_1^2}{2\lambda_1^2} + y_0(\eta_1-\eta_0) + z_0(\zeta_1-\xi_0).$$

Entsprechend:

$$S_2 = W_2 + \frac{M_1}{n_1}\frac{y_1^2+z_1^2}{2\lambda_1^2} - \frac{M_2}{n_2}\frac{y_2^2+z_2^2}{2\lambda_2^2} + y_1(\eta_2-\eta_1) + z_1(\xi_2-\xi_1)$$

und für das Gesamtsystem:

$$S = W + \frac{M_0}{n_0}\frac{y_0^2+z_0^2}{2\lambda_0^2} - \frac{M_2}{n_2}\frac{y_2^2+z_2^2}{2\lambda_2^2} + y_0(\eta_2-\eta_0) + z_0(\xi_2-\xi_0),$$

mithin nach (36):

$$S = S_1 + S_2 + (y_0-y_1)(\eta_2-\eta_1) + (z_0-z_1)(\xi_2-\xi_1)$$

oder auch nach (12):

37) $$S = S_1 + S_2 + \frac{\partial S_1}{\partial \eta_1}\cdot\frac{\partial S_2}{\partial y_1} + \frac{\partial S_1}{\partial \xi_1}\cdot\frac{\partial S_2}{\partial z_1}.$$

Es erübrigt, hier y_1, z_1, η_1, ξ_1 durch y_0, z_0, η_2, ξ_2 auszudrücken und S als Funktion der vier letzteren Variabeln zu finden.

Wir führen jetzt Reihenentwicklungen ein und beschränken uns darauf, Glieder von 6. Ordnung in S mitzunehmen. Teilt man S_1 und S_2 in ihre Terme verschiedener Ordnung ab, so werden die Terme von S bis zur 6. Ordnung inklusive:

$$S = S_1^4 + S_2^4 + S_1^6 + S_2^6 + \frac{\partial S_1^4}{\partial \eta_1}\cdot\frac{\partial S_2^4}{\partial y_1} + \frac{\partial S_1^4}{\partial \xi_1}\cdot\frac{\partial S_2^4}{\partial z_1}.$$

In den vier letzten Gliedern dieses Ausdrucks darf man ohne weiteres $y_1 = y_0$, $z_1 = z_0$, $\eta_1 = \eta_2$, $\xi_1 = \xi_2$ setzen, da hier die Berücksichtigung der Unterschiede dieser Grössen nur Terme 8. Ordnung erzeugen würde. Anders in den beiden ersten Termen S_1^4 und S_2^4. Es ist:

$$S_1^4(y_0, z_0, \eta_1, \xi_1) = S_1^4\left((y_0, z_0, \eta_2 - \frac{\partial S_2}{\partial y_1},\ \xi_2 - \frac{\partial S_2}{\partial z_1}\right)$$

oder bis zur 6. Ordnung genau entwickelt:

$$S_1^4(y_0, z_0, \eta_1, \xi_1) = S_1^4(y_0, z_0, \eta_2, \xi_2) - \frac{\partial S_1^4}{\partial \eta_1}\cdot\frac{\partial S_2^4}{\partial y_1} - \frac{\partial S_1^4}{\partial \xi_1}\cdot\frac{\partial S_2^4}{\partial z_1}$$

und entsprechend:

$$S_2^4(y_1, z_1, \eta_2, \xi_2,) = S_2^4(y_0, z_0, \eta_2, \xi_2) - \frac{\partial S_1^4}{\partial \eta_1}\cdot\frac{\partial S_2^4}{\partial y_1} - \frac{\partial S_1^4}{\partial \xi_1}\cdot\frac{\partial S_2^4}{\partial z_1}.$$

Wenn wir jetzt durch einen Querstrich bezeichnen, dass wir in einer Funktion

y_1, z_1 durch y_0, z_0 und η_1, ξ_1 durch η_2, ξ_2 ersetzt haben, so erhalten wir für die Terme 4. und 6. Ordnung von S:

38) $$S^4 = \overline{S}_1^4 + \overline{S}_2^4$$

39) $$S^6 = \overline{S}_1^6 + \overline{S}_2^6 - \frac{\partial \overline{S}_1^4}{\partial \eta_2} \cdot \frac{\partial \overline{S}_2^4}{\partial y_0} - \frac{\partial \overline{S}_1^4}{\partial \xi_2} \cdot \frac{\partial \overline{S}_2^4}{\partial z_0}.$$

Damit ist die Elimination der Zwischen-Variabeln mit der beabsichtigten Genauigkeit ausgeführt und der Ausdruck des Gesamteikonals gefunden.

Um uns die Bedeutung der Formel (38) völlig zu vergegenwärtigen, wollen wir die in ihr enthaltenen Regeln explizite ausführen. Wir haben nach (18), indem wir überall den Index 1 anfügen:

$$S_1^4 = -\frac{A_1}{4} R_0^2 - \frac{B_1}{4} \varrho_1^2 - C_1 \varkappa_{01}^2 - \frac{D_1}{2} R_0 \varrho_1 + E_1 R_0 \varkappa_{01} + F_1 \varrho_1 \varkappa_{01},$$

$$R_0 = y_0^2 + z_0^2, \quad \varrho_1 = \eta_1^2 + \xi_1^2, \quad \varkappa_{01} = y_0 \eta_1 + z_0 \xi_1.$$

Analog wird sein:

$$S_2^4 = -\frac{A_2}{4} R_1^2 - \frac{B_2}{4} \varrho_2^2 - C_2 \varkappa_{12}^2 - \frac{D_2}{2} R_1 \varrho_2 + E_2 R_1 \varkappa_{12} + F_2 \varrho_2 \varkappa_{12},$$

$$R_1 = y_1^2 + z_1^2, \quad \varrho_2 = \eta_2^2 + \xi_2^2, \quad \varkappa_{12} = y_1 \eta_2 + z_1 \xi_2.$$

Ersetzt man hier y_1, z_1 durch y_0, z_0 und η_1, ξ_1 durch η_2, ξ_2 und führt die Bezeichnung ein:

$$\varkappa_{02} = y_0 \eta_2 + z_0 \xi_2,$$

so erhält man:

$$S^4 = -\frac{A_1 + A_2}{4} R_0^2 - \frac{B_1 + B_2}{4} \varrho_2^2 - (C_1 + C_2) \varkappa_{02}^2 - \frac{D_1 + D_2}{2} R_0 \varrho_2 + (E_1 + E_2) R_0 \varkappa_{02} + (F_1 + F_2) \varrho_2 \varkappa_{02}.$$

Diese Gleichung besagt aber: die Fehler 3. Ordnung eines Gesamtsystems setzen sich aus den Fehlern der Einzelsysteme additiv zusammen.

Wenn sich ein so einfaches Resultat ergeben hat, so liegt dies allein an der Benutzung der Seidel'schen Variabeln und der Definition der einzelnen Bildfehler durch die Coeffizienten der Eikonalentwicklung grade nach diesen Variabeln. Sowie man zu anderen von System zu System wechselnden linearen Combinationen der Seidel'schen Variabeln übergeht, erhält man für jeden Entwicklungskoeffizienten des zusammengesetzten Eikonals eine umständliche lineare Funktion sämtlicher Fehler der Einzeleikonale. Hier ist also der Punkt, wo der Vorteil der Seidel'schen Variabeln hauptsächlich zur Geltung kommt.

Die Formel (39) lehrt, dass die Fehler 5. Ordnung zwar nicht direct einer additiven Regel unterliegen, dass sich ihre Zusammensetzung aber recht wohl übersehen lässt.

Der Uebergang von der Zusammensetzung zweier Flächen zu beliebig vielen ergiebt sich so unmittelbar, dass ein Anschreiben der entstehenden Summenformeln wohl überflüssig ist.

§ 6. Die Fehler dritter Ordnung eines centrierten Linsensystems. Die Seidel'schen Formeln.

15. Wir führen zum Schluss die Berechnung des Eikonals 4. Ordnung S^4 für ein centriertes Linsensystem vollständig aus, wobei wir ohne Mühe auch Abweichungen der Flächen von der Kugelform mitberücksichtigen können.

Wir betrachten zunächst die Brechung an einer einzelnen Fläche. Die Brechungsindices zu beiden Seiten derselben seien n_0 und n_1. Die x-Axe werde im Sinne der Lichtbewegung positiv gezählt. Ist die brechende Fläche sphärisch, so lautet ihre Gleichung:

$$X - a = r - \sqrt{r^2 - Y^2 - Z^2},$$

wobei a die Abscisse des Scheitels, r der Radius ist und positives r einer gegen das einfallende Licht konvexen Fläche entspricht.

Bis zu Gliedern vierter Ordnung entwickelt gilt:

$$X = a + \frac{Y^2 + Z^2}{2r} + \frac{(Y^2 + Z^2)^2}{8r^3}.$$

Indem wir der Fläche eine beliebige nichtsphärische Rotationsform zuschreiben, setzen wir bis auf Glieder 4. Ordnung genau:

40) $$X = a + \frac{Y^2 + Z^2}{2r} + \frac{(Y^2 + Z^2)^2}{8r^3}(1 + b),$$

wobei man b als „Deformation" der Fläche bezeichnen kann.

Für die Abstände der vier Ebenen $X = c_0$, c_1, $c_0 + M_0$ und $c_1 + M_1$ vom Flächenscheitel führe man die Abkürzungen ein:

41) $$s = a - c_0, \qquad s' = a - c_1, \qquad t = a - c_0 - M_0, \qquad t' = a - c_1 - M_1,$$

dann gilt nach den bekannten Formeln der Gauss'schen Dioptrik auf Grund der konjugierten Lage von Objekt- und Bildebene, Eintritts- und Austrittspupille:

42) $$n_0\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r}\right) = n_1\left(\frac{1}{s'} + \frac{1}{r}\right) = K,$$

$$n_0\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{r}\right) = n_1\left(\frac{1}{t'} + \frac{1}{r}\right) = L.$$

K und L stellen zwei bei der Brechung invariante Grössen dar, die man als Abbe'sche Invarianten bezeichnet.

Die Vergrösserungen zwischen beiden Ebenenpaaren werden, da die Bilder vom Krümmungsmittelpunkt der brechenden Fläche aus gesehn perspektivisch liegen:

$$43) \qquad \frac{l_1}{l_0} = \frac{s'+r}{s+r} = \frac{n_0 s'}{n_1 s}, \qquad \frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{t'+r}{t+r} = \frac{n_0 t'}{n_1 t}.$$

Wir bilden jetzt das Winkeleikonal dieser brechenden Fläche, indem wir von den Punkten $x = c_0$ und $x = c_1$ auf der Axe die Normalen $c_0 N_0$ und $c_1 N_1$ auf die Richtungen des einfallenden und gebrochenen Strahls fällen, und den Ausdruck berechnen:

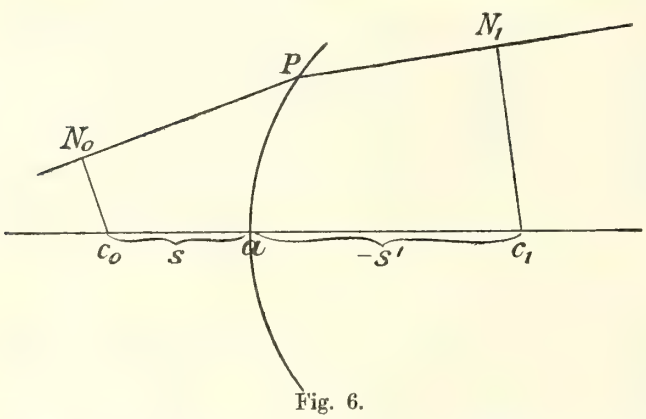


Fig. 6.

$$W = n_0 . N_0 P + n_1 \cdot P N_1 ,$$

wobei noch P den Schnittpunkt des Strahls mit der brechenden Fläche bedeutet, dessen Coordinaten X, Y, Z sind. Sind m_0, p_0, q_0, m_1, p_1, q_1, wie oben, die Richtungskosinus des Strahls vor und nach der Brechung, so ist hiernach:

$$44) \qquad W = n_0[(X-c_0)m_0 + Yp_0 + Zq_0] - n_1[(X-c_1)m_1 + Yp_1 + Zq_1].$$

Ersetzt man m durch $\sqrt{1-p^2-q^2}$, X durch seinen Ausdruck (40) als Funktion von Y und Z und entwickelt bis zu Gliedern 4. Ordnung, so erhält man:

$$\begin{aligned} W = {} & n_0 s - n_1 s' \\ & + n_0\left[Yp_0 + Zq_0 + \frac{Y^2+Z^2}{2r} - \frac{s}{2}(p_0^2+q_0^2) + (Y^2+Z^2)^2 \frac{(1+b)}{8r^3} - \frac{(Y^2+Z^2)(p_0^2+q_0^2)}{4r} - s\frac{(p_0^2+q_0^2)^2}{8}\right] \\ & - n_1\left[Yp_1 + Zq_1 + \frac{Y^2+Z^2}{2r} - \frac{s'}{2}(p_1^2+q_1^2) + (Y^2+Z^2)^2 \frac{(1+b)}{8r^3} - \frac{(Y^2+Z^2)(p_1^2+q_1^2)}{4r} - s'\frac{(p_1^2+q_1^2)^2}{8}\right], \end{aligned} \qquad 45)$$

Der nächste Schritt ist nun, Y und Z aus diesem Ausdrucke zu eliminieren, um W als Funktion nur von p_0, q_0, p_1, q_1 zu erhalten. Innerhalb der Genauigkeit der Gauss'schen Dioptrik erhält man aus dem Snellius'schen Brechungsgesetz sofort:

$$Y \frac{n_1 - n_0}{r} = n_0 p_0 - n_1 p_1 ,$$

$$46) \qquad Z \frac{n_1 - n_0}{r} = n_0 q_0 - n_1 q_1 .$$

Bei strenger Rechnung würden hier noch Glieder 3. Ordnung hinzukommen, in-

dessen erkennt man es als überflüssig, dieselben abzuleiten, wenn man sich der Minimaleigenschaft von W erinnert. Letztere hat zur Folge, dass kleine Aenderungen von Y und Z nur quadratisch in W eingehn, also Korrekturen 3. Ordnung von Y und Z nur Beiträge 6. Ordnung zu W liefern. Hält man sich daher innerhalb der 4. Ordnung, so folgt, dass man in W die Ausdrücke (46) für Y und Z einsetzen darf.

Es ist weiter von dem Winkeleikonal zum Seidel'schen Eikonal überzugehn. Man hat zu diesem Zweck p und q gemäss (7a) durch die Seidel'schen Variabeln zu ersetzen und gemäss (10) einen quadratischen Ausdruck in diesen Variabeln zu W hinzuzufügen. Nun sind aber einerseits die sämtlichen Beziehungen zwischen neuen und alten Variabeln inclusive der Gleichungen (46) lineare und es ändern daher bei dem Uebergang zu den neuen Variablen die einzelnen Terme der Entwicklung (45) von W ihre Ordnung nicht. Andrerseits wissen wir, dass die Entwicklung von S mit Gliedern vierter Ordnung beginnt. Daher kann S^4 nur aus den Gliedern 4. Ordnung von W bestehn. Es gilt also:

$$S^4 = n_0\left\{(Y^2+Z^2)^2\frac{(1+b)}{8r^3} - \frac{(Y^2+Z^2)(p_0^2+q_0^2)}{4r} - s\frac{(p_0^2+q_0^2)^2}{8}\right\}$$
$$- n_1\left\{(Y^2+Z^2)^2\frac{(1+b)}{8r^3} - \frac{(Y^2+Z^2)(p_1^2+q_1^2)}{4r} - s'\frac{(p_1^2+q_1^2)^2}{8}\right\},$$

was man infolge der Gleichungen (42) auch in die Form umsetzen kann:

$$47) \quad S^4 = \frac{1}{8n_1s'}\left[n_1\frac{Y^2+Z^2}{r} + n_1s'(p_1^2+q_1^2)\right]^2 - \frac{1}{8n_0s}\left[n_0\frac{Y^2+Z^2}{r} + n_0s(p_0^2+q_0^2)\right]^2 + b\frac{(n_0-n_1)}{8r^3}(Y^2+Z^2)^2.$$

Hier darf man innerhalb der beabsichtigten Genauigkeit ohne weiteres für alle Grössen die Werte aus der Gauss'schen Dioptrik einsetzen, insbesondere also die Seidel'schen Variabeln vor und nach der Brechung nach Belieben vertauschen. Um S^4 gleich als Funktion von y_0, z_0, η_1, ξ_1 zu erhalten, wird man demgemäss an Stelle der Gleichungen (7a) die folgenden benutzen:

$$48) \quad p_0 = \eta_1\frac{\lambda_0}{M_0} - \frac{y_0}{n_0\lambda_0} \qquad q_0 = \xi_1\frac{\lambda_0}{M_0} - \frac{z_0}{n_0\lambda_0}$$
$$p_1 = \eta_1\frac{\lambda_1}{M_1} - \frac{y_0}{n_1\lambda_1} \qquad q_1 = \zeta_1\frac{\lambda_1}{M_1} - \frac{z_0}{n_1\lambda_1}.$$

Vor dem Einsetzen dieser Werte in S^4 empfehlen sich noch kleine Umformungen. Man setze zur Abkürzung:

$$49) \quad H = \frac{t}{\lambda_0 n_0} = \frac{t'}{\lambda_1 n_1}, \qquad h = \frac{\lambda_0 s}{M_0} = \frac{\lambda_1 s'}{M_1}.$$

Dann hat man:

$$p_0 = \frac{\eta_1 h}{s} - \frac{y_0 H}{t}, \qquad q_0 = \frac{\xi_1 h}{s} - \frac{z_0 H}{t}$$

50)

$$p_1 = \frac{\eta_1 h}{s'} - \frac{y_0 H}{t'}, \qquad q_1 = \frac{\xi_1 h}{s'} - \frac{z_0 H}{t'},$$

und aus (46) unter Berücksichtigung von (41)—(43):

51) $$Y = \eta_1 h - y_0 H, \qquad Z = \xi_1 h - z_0 H.$$

Benutzen wir wieder die frühere Bezeichnung:

$$y_0^2 + z_0^2 = R_0, \qquad \eta_1^2 + \xi_1^2 = \varrho_1, \qquad y_0\eta_1 + z_0\xi_1 = \varkappa_{01},$$

so folgt unter ständiger Benutzung der Gleichungen (42):

$$Y^2 + Z^2 = H^2 R_0 - 2Hh\varkappa_{01} + h^2\varrho_1$$

52)
$$n_0\left(\frac{Y^2+Z^2}{r}\right) + n_0 s(p_0^2+q_0^2) = H^2 R_0\left[L - (K-L)\frac{s}{t}\right] + h^2\varrho_1 K - 2Hh\varkappa_{01}L,$$

$$n_1\left(\frac{Y^2+Z^2}{r}\right) + n_1 s'(p_1^2+q_1^2) = H^2 R_0\left[L - (K-L)\frac{s'}{t'}\right] + h^2\varrho_1 K - 2Hh\varkappa_{01}L.$$

Setzt man diese Ausdrücke in S^4 ein, so erhält man die fertige Darstellung des gesuchten Eikonals:

$$\begin{aligned}
8S^4 = {} & + R_0^2 H^4\left\{\frac{b}{r^3}(n_0-n_1) + L^2\left(\frac{1}{n_1 s'} - \frac{1}{n_0 s}\right) - 2L(K-L)\left(\frac{1}{n_1 t'} - \frac{1}{n_0 t}\right) + (K-L)^2\left(\frac{s'}{n_1 t'^2} - \frac{s}{n_0 t^2}\right)\right\}, \\
& + \varrho_1^2 h^4\left\{\frac{b}{r^3}(n_0-n_1) + K^2\left(\frac{1}{n_1 s'} - \frac{1}{n_0 s}\right)\right\} \\
53) \quad & + 4\varkappa_{01}^2 H^2 h^2\left\{\frac{b}{r^3}(n_0-n_1) + L^2\left(\frac{1}{n_1 s'} - \frac{1}{n_0 s}\right)\right\} \\
& + 2R_0\varrho_1 H^2 h^2\left\{\frac{b}{r^3}(n_0-n_1) + KL\left(\frac{1}{n_1 s'} - \frac{1}{n_0 s}\right) - K(K-L)\left(\frac{1}{n_1 t'} - \frac{1}{n_0 t}\right)\right\} \\
& - 4R_0\varkappa_{01} H^3 h\left\{\frac{b}{r^3}(n_0-n_1) + L^2\left(\frac{1}{n_1 s'} - \frac{1}{n_0 s}\right) - L(K-L)\left(\frac{1}{n_1 t'} - \frac{1}{n_0 t}\right)\right\} \\
& - 4\varrho_1\varkappa_{01} H h^3\left\{\frac{b}{r^3}(n_0-n_1) + KL\left(\frac{1}{n_1 s'} - \frac{1}{n_0 s}\right)\right\}.
\end{aligned}$$

Die Faktoren der 5 letzten Zeilen geben die Fehler dritter Ordnung bei der Abbildung durch eine einzige brechende Fläche an.

16. Wir schreiten sogleich fort zur Betrachtung einer beliebigen Zahl brechender Flächen. Alle zur i-ten Fläche gehörigen Grössen sollen den Index i erhalten. Der Wert des Brechungsexponenten nach der i-ten Fläche sei n_i. Nach

dem Satze aus § 5, dass sich die Fehler dritter Ordnung einzeln addieren, und durch Vergleich der entstehenden Eikonalentwicklung mit dem früheren allgemeinen Ansatz (18) erhält man:

$$B = \tfrac{1}{2}\sum_i h_i^4\left\{\frac{b_i}{r_i^3}(n_i-n_{i-1})+K_i^2\left(\frac{1}{n_{i-1}s_i}-\frac{1}{n_i s_i'}\right)\right\}$$

$$C = \tfrac{1}{2}\sum_i H_i^2 h_i^2\left\{\frac{b_i}{r_i^3}(n_i-n_{i-1})+L_i^2\left(\frac{1}{n_{i-1}s_i}-\frac{1}{n_i s_i'}\right)\right\}$$

54)
$$D = \tfrac{1}{2}\sum_i H_i^2 h_i^2\left\{\frac{b_i}{r_i^3}(n_i-n_{i-1})+K_iL_i\left(\frac{1}{n_{i-1}s_i}-\frac{1}{n_i s_i'}\right)-K_i(K_i-L_i)\left(\frac{1}{n_{i-1}t_i}-\frac{1}{n_i t_i'}\right)\right\}$$

$$E = \tfrac{1}{2}\sum_i H_i^3 h_i\left\{\frac{b_i}{r_i^3}(n_i-n_{i-1})+L_i^2\left(\frac{1}{n_{i-1}s_i}-\frac{1}{n_i s_i'}\right)-L_i(K_i-L_i)\left(\frac{1}{n_{i-1}t_i}-\frac{1}{n_i t_i'}\right)\right\}$$

$$F = \tfrac{1}{2}\sum_i H_i h_i^3\left\{\frac{b_i}{r_i^3}(n_i-n_{i-1})+K_iL_i\left(\frac{1}{n_{i-1}s_i}-\frac{1}{n_i s_i'}\right)\right\}.$$

Das sind die Seidel'schen Formeln für die Fehler 3. Ordnung eines beliebigen centrierten Linsensystems[1]). Sie gestatten in sehr einfacher Weise diese Fehler zu berechnen, sobald einmal alle Grössen, die bei der Gauss'schen Abbildung in dem Linsensystem in Betracht kommen, bekannt sind. Die früheren auf letztere bezüglichen Formeln seien hier auch nochmals mit einer kleinen Umstellung und in verallgemeinerter Bezeichnung zusammengestellt, dabei werde zugleich die bisher willkürliche Grösse $\lambda_0 = 1$ gesetzt.

55)
$$n_{i-1}\left(\frac{1}{s_i}+\frac{1}{r_i}\right) = n_i\left(\frac{1}{s_i'}+\frac{1}{r_i}\right) = K_i, \qquad n_{i-1}\left(\frac{1}{t_i}+\frac{1}{r_i}\right) = n_i\left(\frac{1}{t_i'}+\frac{1}{r_i}\right) = L_i.$$

56)
$$H_1 = \frac{t_1}{n_0},\ h_1 = \frac{s_1}{s_1-t_1},\ \frac{H_{i+1}}{H_i} = \frac{t_{i+1}}{t_i'},\ \frac{h_{i+1}}{h_i} = \frac{s_{i+1}}{s_i'},\ H_ih_i = \frac{s_it_i}{n_{i-1}(s_i-t_i)}.$$

Bezeichnet man schliesslich mit d_i den Abstand des Scheitels der i+1-ten von dem der i-ten Fläche, so hat man:

57)
$$d_i = s_{i+1} - s_i' = t_{i+1} - t_i'.$$

Ist ein Linsensystem durch die Brechungsexponenten n_i, die Radien r_i, die Abstände d_i und die Deformationen b_i gegeben und sind Objektebene und Eintrittspupille durch Angabe ihrer Abstände vom ersten Scheitel s_1 und t_1 festgelegt, so kann man nach den Formeln (55)—(57) der Reihe nach alle in den Seidel'schen Formeln vorkommenden Grössen berechnen. Innerhalb der Genauigkeit der Gauss'schen Dioptrik sind die Grössen h_i offenbar proportional

1) Der Einfluss der Deformationen ist von Seidel nicht berücksichtigt, indessen von späteren Autoren hinzugefügt worden (vgl. v. Rohr, Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten, Berlin 1904 pag. 338).

den Axenabständen (Höhen), in welchen die einzelnen brechenden Flächen von einem Strahl geschnitten werden, der von einem axialen Objectpunkt ausgeht. Die s_i und s_i' sind die Schnittweiten desselben Strahls. Die Grössen H_i, t_i und t_i' haben eine analoge Bedeutung für einen von der Mitte der Eintrittspupille ausgehenden Strahl. Es sind also im Ganzen zur Bildung der Fehlerausdrücke zwei Strahlen gemäss der Gauss'schen Dioptrik durch das System zu verfolgen.

Will man zu den numerischen Fehlern übergehn, so hat man mit $\frac{M_\varkappa}{\lambda_\varkappa} = \frac{s_\varkappa'}{h_\varkappa}$ ($\varkappa$ Ordnungsnummer der letzten brechenden Fläche) in der durch 21a) gegebenen Potenz zu multiplizieren und die ebenda angegebenen numerischen Faktoren hinzuzufügen.

17. Die Petzvalbedingung. In den Seidel'schen Formeln ist ein spezielles merkwürdiges Theorem enthalten, welches sich auf Astigmatismus und Bildwölbung bezieht. Die Subtraktion des Fehlers D von C giebt:

$$C - D = \tfrac{1}{2} \sum H_i^2 h_i^2 (L_i - K_i) \left\{ L_i \left(\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'} \right) - K_i \left(\frac{1}{n_{i-1} t_i} - \frac{1}{n_i t_i'} \right) \right\}.$$

Aus (55) folgt:

$$\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'} = K_i \left(\frac{1}{n_{i-1}^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) - \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i-1}} - \frac{1}{n_i} \right),$$

$$\frac{1}{n_{i-1} t_i} - \frac{1}{n_i t_i'} = L_i \left(\frac{1}{n_{i-1}^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) - \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i-1}} - \frac{1}{n_i} \right),$$

und damit:

$$L_i \left(\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'} \right) - K_i \left(\frac{1}{n_{i-1} t_i} - \frac{1}{n_i t_i'} \right) = \frac{K_i - L_i}{r_i} \left(\frac{1}{n_{i-1}} - \frac{1}{n_i} \right).$$

Also:

$$C - D = \tfrac{1}{2} \sum H_i^2 h_i^2 (L_i - K_i)^2 \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right) \frac{1}{r_i}.$$

Andrerseits folgt aber aus den Gleichungen (55) auch:

$$K_i - L_i = n_{i-1} \frac{t_i - s_i}{t_i s_i},$$

mithin in Rücksicht auf die letzte Gleichung (56)

58) $$(L_i - K_i) H_i h_i = 1$$

und damit:

$$C - D = \tfrac{1}{2} \sum_i \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right).$$

Drückt man C und D durch die Krümmungsradien ϱ_i und ϱ_i der sagittalen und

tangentialen Bildfläche aus und setzt den Brechungsindex des letzten Mediums (n_1 der Formeln (25) und (26)) gleich 1, so erhält man:

$$59) \qquad \frac{1}{\varrho_t} - \frac{3}{\varrho_s} = 2 \sum_i \frac{1}{r_i}\left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}}\right).$$

Man findet also eine Beziehung zwischen den Krümmungsradien der beiden Bildflächen, welche nur von den Radien, nicht aber von den Abständen, der brechenden Flächen abhängt. Ist das betreffende System frei von Aberration, Koma und Astigmatismus, sodass ein scharfes Bild auf einer Fläche vom Krümmungsradius $\varrho_s = \varrho_t = \varrho$ zu Stande kommt, so giebt der Ausdruck:

$$60) \qquad \frac{1}{\varrho} = \sum \frac{1}{r_i}\left(\frac{1}{n_{i-1}} - \frac{1}{n_i}\right),$$

unmittelbar den Krümmungsradius der Fläche, auf welcher das scharfe Bild liegt. Dieser Satz heisst nach seinem Entdecker das Petzval'sche Theorem.

Unter Petzvalbedingung versteht man die Forderung:

$$61) \qquad 0 = \sum \frac{1}{r_i}\left(\frac{1}{n_{i-1}} - \frac{1}{n_i}\right),$$

welche für ein von Fehlern dritter Ordnung überhaupt freies optisches System erfüllt sein muss.

18. Schlussbemerkung. Von den Seidel'schen Formeln aus kann man die eigentliche praktische Aufgabe angreifen, Linsensysteme zu berechnen, für welche ein oder mehrere Fehler dritter Ordnung verschwinden. Man sieht, dass man es dabei mit lauter rein algebraischen Problemen zu thun hat. In einer späteren Mitteilung sollen ältere und neuere Probleme dieser Art betrachtet werden.

25 JUL. 1905

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

PHILOLOG.-HIST. KL. NEUE FOLGE.

I. Bd. No. 1. **Kehr, P.,** *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 3. **Bonwetsch, N.,** *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Bd. No. 4. **Wellhausen, J.,** *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 5. **Hultsch, Fr.,** *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm,** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 7. **Leo, Fr.,** *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 8. *Asadi's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von Paul Horn. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Bd. No. 1. **Wellmann, M.,** *Krateuas.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Bd. No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben von **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 3. **Schulten, Adolf,** *Die Lex Manciana,* eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 4. **Kaibel, Georg,** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΑΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 5. **Bechtel, Fr.,** *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen,* die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer) *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 7. **Schulten, Adolf,** *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Bd. Nr. 8. **Roethe, Gustav,** *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Bd. Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77. S.) 1899. 5. M.

III. Bd. Nr. 2. **Marquardt, J.,** *Eranšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Bd. No. 3. **Achelis, H.,** *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Bd. No. 1. **Tüselmann, Otto,** *Die Paraphrase des Eutekmios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Bd. No. 2. **Schulten, Adolf,** *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1. Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Bd. No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.,** *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Bd. No. 4 **Rahlfs, Alfred,** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Bd. No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Bd. No. 6. **Lüders, Heinrich,** *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Bd. No. 1. **Roethe, Gustav,** *Brentanos ‚Ponce de Leon', eine Saecularstudie.* 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 2. **Wellhausen, J.,** *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann.** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.,** *Materialien zur Kenntnis des Apabhraṁśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm,** *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl,** *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit zwei Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563—1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pietro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* Im Druck.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Band, No. 2. **Frensdorff, F.,** *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 3. **Schulthess, Fr.,** *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjadenschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln. Im Druck.

VIII. Bd. No. 4. **Schulten, A.,** *Numantia. Eine topographisch-historische Untersuchung.* Mit 3 Karten. Im Druck.

VIII. Bd. No. 5. **Leo, Fr.,** *Der Saturnische Vers.* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5 M. 50 Pf.

MATH.-PHYSIKAL. KL. NEUE FOLGE.

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Sees in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897.

Nachtrag dazu. 4 (S. 49—65 mit Tafel V—VII.) 1898.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4 (VI u. 1898.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung relativer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Schneider ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn und Hayn) und von 1891 Juni 10 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Tafeln. Sternwarte nebst Verzeichniss der grösseren Instrumente. 4. (26 S.) 1898.

I. Bd. No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte Göttingen verbunden mit einer Untersuchung aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.,** *Theorie der astatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1904.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba-Typus.* 4. (153 S.) 1902.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^ten Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1902.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Theories of Heat.* 4. (VI u. 1903.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E.,** *Neuseeländische Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (79 S.) 1904.

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.,** *Ueber die Fossilien der Kreide Helgolands und ihre Ammoniten.* Mit 4 Tafeln. 4. (63 S.) 1904.

III. Bd. No. 3. **Schur und Ambronn,** *Durchmessungen des Sonnendurchmessers an dem Repsoldschen 6 zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* Im Druck.

III. Bd. No. 4. **Brendel, M.,** *Mondtheorie.* Im Druck.

III. Bd. No. 5. **Linke, F.,** *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten.* Mit 4 Tafeln. 4. (30 S.) 1904. 6 M.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. Im Druck.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegelteleoscope. Mit 9 Fig. Im Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

25 JUL. 1905

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 2.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. II.

Theorie der Spiegeltelescope.

Von

K. Schwarzschild.

Mit 9 Figuren im Text.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 2.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. II.

Theorie der Spiegeltelescope.

Von

K. Schwarzschild.

Mit 9 Figuren im Text.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

Trennung der Farben ein. Das ist verbunden mit der Reflexionsfähigkeit des Silbers weit ins Ultraviolett hinein besonders für photographische und Spektralaufnahmen wertvoll.

Diesen Vorzügen steht wenigstens bei den bisherigen Spiegelteleskopen als wesentlicher Nachteil die Beschränktheit ihres Gesichtsfelds gegenüber. Ein parabolischer Spiegel liefert zwar in der Axe ein vollkommenes Bild, aber bereits einen halben Grad von der Axe hat man bei dem Oeffnungsverhältnis $^1/_4$ eine Koma von 29″ Ausdehnung. In der folgenden Untersuchung wird nun die Frage gestellt, ob sich in diesem Punkte nicht dadurch ein Fortschritt erzielen lässt, dass man statt des üblichen parabolischen Spiegels mit vorgesetztem Planspiegel zwei Spiegel von geeignet berechneter Form verwendet. Die Antwort ist eine positive. Es lassen sich Teleskope aus 2 Spiegeln angeben, die bei einem Oeffnungsverhältnis 1 : 3 dieselbe Ausdehnung des gut brauchbaren Gesichtsfelds (2^0—3^0 Durchmesser) liefern, wie sie z. B. den bei dem Unternehmen der photographischen Himmelskarte verwendeten Normalrefraktoren zukommt. Damit scheint sich den Spiegeleleskopen ein erweiterter Anwendungsbereich zu erschliessen.

2. Inhaltsübersicht. Statt unmittelbar die spezielle im Vorstehenden bezeichnete Aufgabe in Angriff zu nehmen, werden wir zunächst die allgemeine Theorie der Fehler dritter Ordnung eines Spiegelsystems entwickeln. Es ist das ein Analogon, und zwar ein vereinfachtes, zu Seidel's Theorie der Fehler von Linsensystemen, die in der vorausgehenden Mitteilung I. § 6 auseinandergesetzt wurde. Als Anwendung ergiebt sich dann Bekanntes über die Fehler des einzelnen (parabolischen) Spiegels und weiterhin eine vollständige Uebersicht über die praktische Verwendbarkeit von Systemen, die aus zwei Spiegeln zusammengesetzt sind. Ein besonders günstiges System dieser Art wird isoliert. Zum Schlusse wird über den Gültigkeitsbereich der Theorie der Fehler 3. Ordnung hinausgegangen, es werden die vorher erhaltenen Spiegelformen bis zu grossen Oeffnungswinkeln weiter verfolgt. Es wird nämlich das Problem gestellt, ein System aus zwei Spiegeln anzugeben, welches nicht nur einen scharfen Brennpunkt besitzt, sondern in demselben auch strenge die Sinusbedingung erfüllt. Es ist das also ein aplanatisches System in Abbe's Bezeichnungsweise, das frei von sphärischer Aberration und Koma ist. Die Spiegelmeridiane ergeben sich aus Differentialgleichungen, die sich merkwürdiger Weise algebraisch integrieren lassen. Für dasjenige System, welches aus der Theorie der Fehler dritter Ordnung in Bezug auf die übrigen Fehler und die allgemeine Anordnung als besonders brauchbar erkannt ist, werden die genauen Spiegelformen aus diesen Integralen berechnet und mit den im Scheitel berührenden Rotationsflächen 2. Grades verglichen.

§ 2 Die Fehler dritter Ordnung eines Spiegelsystems.

Die ganze Entwicklung verläuft in engster Analogie zu der Ableitung der Fehler dritter Ordnung eines Linsensystems in der vorigen Mitteilung I. § 6 Auch die Bezeichnung bleibt fast durchweg dieselbe. Ich werde mich daher begnügen, die Rechenoperationen durchzuführen, ohne nochmals ausführlich auf ihre Begründung einzugehn.

3. Das Eikonal eines einzelnen Spiegels. Der Spiegel sei eine Rotationsfläche. Die x-Axe falle mit der Rotationsaxe zusammen und werde im Sinne der Lichtbewegung positiv gezählt. Der Ueberblick über den Strahlengang wird vereinfacht, wenn man den Spiegel selbst und das ganze System der reflektierten Strahlen an der Tangentialebene im Scheitel des Spiegels gespiegelt denkt, also Fig. 1 durch Fig. 2 ersetzt. Man hat dann den Vorteil, dass die Lichtbewegung immer in einer Richtung erfolgt. Auch tritt die Analogie des Konkavspiegels mit der Convexlinse unmittelbar in Erscheinung.

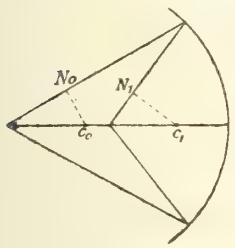


Fig. 1.

Ist der Spiegel sphärisch, so lautet seine Gleichung:

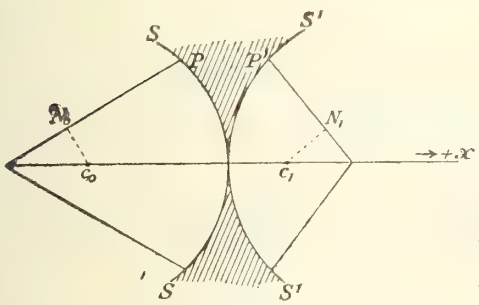


Fig. 2.

$$1) \qquad X-a = \sqrt{r^2-Y^2-Z^2}-r = -\frac{Y^2+Z^2}{2r}-\frac{(Y^2+Z^2)^2}{8r^3}-\cdots$$

Dabei ist a die Abscisse des Spiegelscheitels, r der Radius, welcher für einen Hohlspiegel positiv angesetzt ist, X, Y, Z sind die Koordinaten eines Punktes P auf der Spiegelfläche S. Für den entsprechenden Punkt P' auf der Fläche S' werden die Koordinaten sein:

$$2) \qquad X'-a = a-X, \qquad Y' = Y,\ Z' = Z.$$

Indem wir dem Spiegel eine beliebige nicht sphärische Gestalt zuschreiben, setzen wir bis auf Glieder 4. Ordnung genau:

$$3) \qquad X = a-\frac{Y^2+Z^2}{2r}-\frac{(Y^2+Z^2)^2}{8d^3}(1+b),$$

und bezeichnen b als die Deformation des Spiegels. Es ist übrigens sofort zu erkennen, dass man die Spiegelflächen innerhalb dieser Genauigkeit stets durch Rotationsellipsoide oder -hyperboloide ersetzen kann, deren Gleichung lautet:

$$4) \qquad X = +\frac{1}{1+b}\left(\sqrt{1-\left(\frac{Y^2+Z^2}{r^2}\right)(1+b)}-1\right).$$

Sind $x = c_0$, $x = c_1$, $x = c_0 + M_0$, $x = c_1 + M_1$ die Gleichungen von Objektebene, Bildebene, Eintritts- und Austrittspupille und setzt man in genau derselben Bezeichnung, wie in § 6 der ersten Mitteilung:

$$5) \qquad s = a - c_0, \qquad s' = a - c_1, \qquad t = a - c_0 - M_0, \qquad t' = a - c_1 - M_1,$$

so hat man innerhalb der Genauigkeit der Gauss'schen Dioptrik als Ausdruck der konjugierten Lage der beiden Ebenenpaare:

$$6) \qquad \frac{1}{s} - \frac{1}{r} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{r} = K, \qquad \frac{1}{t} - \frac{1}{r} = \frac{1}{t'} + \frac{1}{r} = L,$$

wo K und L wiederum als Abbe'sche Invarianten zu bezeichnen sind.

Das Vergrösserungsverhältnis in den beiden Ebenenpaaren wird:

$$7) \qquad \frac{l_1}{l_0} = \frac{s'+r}{s-r} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{t'+r}{t-r} = \frac{t'}{t}.$$

Es soll jetzt zunächst das Winkeleikonal zwischen den Ebenen c_0 und c_1 gebildet werden. Es ist:

$$\begin{aligned} W &= N_0 \mathrm{P} + P' N_1 \\ &= (X - c_0) m_0 + Y p_0 + Z q_0 - (X' - c_1) m_1 - Y' p_1 - Z' q_1. \end{aligned}$$

Die Grössen $m_0, p_0, q_0, m_1, p_1, q_1$ bedeuten, wie früher die Richtungskosinus des eintretenden und reflektierten Strahls.

Ersetzt man m durch $\sqrt{1-p^2-q^2}$, X durch den Ausdruck (3), eliminiert X', Y', Z' mit Hülfe von (2) und entwickelt in Reihen bis zu Gliedern 4. Ordnung, so erhält man:

$$W = s - s' - \frac{Y^2+Z^2}{r} - s \cdot \frac{p_0^2+q_0^2}{2} + s' \frac{p_1^2+q_1^2}{2} + Y(p_0 - p_1) + Z(q_0 - q_1)$$

$$- (1+b) \frac{(Y^2+Z^2)^2}{4r^3} + \frac{Y^2+Z^2}{4r} [p_0^2 + q_0^2 + p_1^2 + q_1^2] - \frac{s}{8}(p_0^2+q_0^2)^2 + \frac{s'}{8}(p_1^2+q_1^2)^2.$$

In dieser Entwicklung dürfen Y und Z durch ihre innerhalb der Gauss'schen Theorie gültigen Werte:

$$8) \qquad \frac{2Y}{r} = p_0 - p_1, \quad \frac{2Z}{r} = q_0 - q_1$$

ersetzt werden. Damit ist dann W als Funktion von p_0, q_0, p_1, q_1 hergestellt.

Es ist weiter zu Seidel'schen Variabeln und Seidel'schem Eikonal überzugehn. Letzteres besteht bei der Beschränkung auf Glieder 4. Ordnung S^4 aus den Gliedern 4. Ordnung von W, hat also den Wert:

$$S^4 = -(1+b)\frac{(Y^2+Z^2)^2}{4r^3} + \frac{Y^2+Z^2}{4r}[p_0^2+q_0^2+p_1^2+q_1^2] - \frac{s}{8}(p_0^2+q_0^2)^2 + \frac{s'}{8}(p_1^2+q_1^2)^2,$$

oder in Rücksicht auf (6) etwas umgestellt:

$$9) \qquad S^4 = \frac{1}{8s'}\left[s'(p_1^2+q_1^2) + \frac{Y^2+Z^2}{r}\right]^2 - \frac{1}{8s}\left[s(p_0^2+q_0^2) - \frac{Y^2+Z^2}{r}\right]^2 - b\left(\frac{Y^2+Z^2}{4r^3}\right)^2.$$

Die Einführung der Seidel'schen Variabeln selbst vereinfacht sich gegen die Gleichungen I. (48) ff., die beim Linsensystem galten, dadurch, dass jetzt $n = n' = 1$ ist. Man erhält daher an Stelle von I. (48):

$$10) \qquad \begin{aligned} p_0 &= \eta_1\frac{\lambda_0}{M_0} - \frac{y_0}{\lambda_0} & q_0 &= \xi_1\frac{\lambda_0}{M_0} - \frac{z_0}{\lambda_0}, \\ p_1 &= \eta_1\frac{\lambda_1}{M_1} - \frac{y_0}{\lambda_1} & q_0 &= \xi_1\frac{\lambda_1}{M_1} - \frac{z_0}{\lambda_1}. \end{aligned}$$

Unter Einführung der Abkürzungen:

$$11) \qquad H = \frac{t}{\lambda_0} = \frac{t'}{\lambda_1} \qquad h = \frac{\lambda_0 s}{M_0} = \frac{\lambda_1 s'}{M_1},$$

schreibt sich dies:

$$12) \qquad \begin{aligned} p_0 &= \eta_1\frac{h}{s} - y_0\frac{H}{t} & q_0 &= \xi_1\frac{h}{s} - z_0\frac{H}{t} \\ p_1 &= \eta_1\frac{h}{s'} - y_0\frac{H}{t'} & q_1 &= \xi_1\frac{h}{s'} - z_0\frac{H}{t'}, \end{aligned}$$

womit (8) übergeht in:

$$Y = \eta_1 h - y_0 H \qquad Z = \xi_1 h - z_0 H.$$

Gebraucht man die Bezeichnungen:

$$13) \qquad R_0 = y_0^2+z_0^2, \qquad \varrho_1 = \eta_1^2+\xi_1^2, \qquad \varkappa_{01} = y_0\eta_1 + z_0\xi_1,$$

so folgt unter ständiger Benutzung der Gleichungen (6) in engster Analogie zu I. (52):

$$Y^2+Z^2 = H^2R_0 + h^2\varrho_1 - 2Hh\varkappa_{01}$$

$$s(p_0^2+q_0^2) - \frac{Y^2+Z^2}{r} = H^2R_0\left[L - (K-L)\frac{s}{t}\right] + h^2\varrho_1 K - 2Hh\varkappa_{01}L$$

$$s'(p_1^2+q_1^2) + \frac{Y^2+Z^2}{r} = H^2R_0\left[L - (K-L)\frac{s'}{t'}\right] + h^2\varrho_1 K - 2Hh\varkappa_{01}L.$$

Setzt man diese Ausdrücke in S^4 (Gleichung (9)) ein, so erhält man die gesuchte Eikonalentwicklung:

$$
\begin{aligned}
4S^4 = \quad & -R_0^2 H^4 \left\{ \frac{b}{r^3} + L\left(\frac{3L-2K}{r}\right) + (K-L)^2\left(\frac{s}{t^2} - \frac{s'}{t'^2}\right)\right\} \\
& -\varrho_1^2 h_4 \left\{\frac{b}{r^3} + \frac{K^2}{r}\right\} \\
& -4\varkappa_{01}^2 H^2 h^2 \left\{\frac{b}{r^3} + \frac{L^2}{r}\right\} \\
14) \qquad & -2R_0\varrho_1 H^2 h^3 \left\{\frac{b}{r^3} + \frac{K(2L-K)}{r}\right\} \\
& +4R_0\varkappa_{01} H^3 h \left\{\frac{b}{r^3} + \frac{L(2L-K)}{r}\right\} \\
& +4\varrho_1\varkappa_{01} H h^3 \left\{\frac{b}{r^3} + \frac{KL}{r}\right\}.
\end{aligned}
$$

Wir gehen sofort weiter und bilden:

4. Die Fehler eines beliebigen Spiegelsystems. Nach dem in I. § 5 abgeleiteten Satze ergeben sich dieselben durch Superposition der Fehler der Einzelsysteme, welche durch die Entwicklungskoeffizienten des eben gefundenen Eikonals dargestellt werden. Unterscheidet man die verschiedenen hintereinander gesetzten Spiegel durch Indices $i = 1$ bis $i = k$, so findet man in völliger Analogie zu I. § 6 (54):

$$
\begin{aligned}
B &= \sum_{i=1}^{k} h_i^4 \left\{\frac{b_i}{r_i^3} + \frac{K_i^2}{r_i}\right\} \\
C &= \sum_{i=1}^{k} h_i^3 H_i^2 \left\{\frac{b_i}{r_i^3} + \frac{L_i^2}{r_i}\right\} \\
15) \qquad D &= \sum_{i=1}^{k} h_i^3 H_i^2 \left\{\frac{b_i}{r_i^3} + \frac{K_i(2L_i - K_i)}{r_i}\right\} \\
E &= \sum_{i=1}^{k} h_i H_i^3 \left\{\frac{b_i}{r_i^3} + \frac{L_i(2L_i - K_i)}{r_i}\right\} \\
F &= \sum_{i=1}^{k} h_i^3 H_i \left\{\frac{b_i}{r_i^3} + \frac{K_i L_i}{r_i}\right\}.
\end{aligned}
$$

Die Krümmungsradien ϱ_s und ϱ_t der sagittalen und tangentialen Bildfläche hängen mit C und D durch die Gleichungen zusammen:

$$
16) \qquad \frac{1}{\varrho_t} = 2(D+2C) \qquad \frac{1}{\varrho_s} = 2D.
$$

Alle hier vorkommenden Grössen ergeben sich aus Formeln, die der Gauss'schen Theorie zu entnehmen und den Formeln (55), (56), (57), (58) von I. analog sind:

17)
$$\frac{1}{s_i}-\frac{1}{r_i}=\frac{1}{s_i'}+\frac{1}{r_i}=K_i\,, \qquad \frac{1}{t_i}-\frac{1}{r_i}=\frac{1}{t_i'}+\frac{1}{r_i}=L_i\,,$$
$$H_1=t_1\,, \qquad h_1=\frac{s_1}{s_1-t_1}\,, \qquad \frac{H_{i+1}}{H_i}=\frac{t_{i+1}}{t_i'}\,, \qquad \frac{h_{i+1}}{h_i}=\frac{s_{i+1}}{s_i'}\,,$$

18)
$$d_i=s_{i+1}-s_i'=t_{i+1}-t_i'\,,$$
$$H_ih_i(L_i-K_i)=1.$$

Die Bedeutung der Zeichen sei nochmals erläutert:

r_i ist der Krümmungsradius des i-ten Spiegels (positiv für Conkavspiegel),
b_i ist die Deformation „ (positiv bei Verstärkung der Spiegelkrümmung am Rade).

s_i, t_i, s_i', t_i' sind die Abstände von vier Ebenen vom Scheitel des i-ten Spiegels und zwar sind diese Ebenen der Reihe nach:

Das Gauss'sche Bild der Objektebene, welches von den $i-1$ ersten Spiegeln entworfen wird.
Das Gauss'sche Bild der Eintrittspupille, welches von den $i-1$ ersten Spiegeln entworfen wird.
Das Gauss'sche Bild der Objektebene, welches von den i ersten Spiegeln entworfen wird.
Das Gauss'sche Bild der Eintrittspupille, welches von den i ersten Spiegeln entworfen wird.

Um das Vorzeichen dieser Abstände zu bestimmen, spiegelt man am bequemsten in Wiederholung des durch Fig. 1 und 2 bezeichneten Verfahrens das ganze spätere System an der Tangentialebene im Scheitel jedes Spiegels. Die Abstände sind dann positiv, wenn nach Ausführung dieser Construktion die betreffende Ebene im Sinne der Lichtbewegung vor dem i-ten Spiegel liegt.

Die Grössen h_i sind (im Sinne der Gauss'schen Theorie) den Axenabständen proportional, in welchen die einzelnen Spiegelflächen von einem Strahl getroffen werden, der von der Mitte der Objektebene ausgeht. Für die Grössen H_i gilt dasselbe in Bezug auf einen Strahl, der von der Mitte der Eintrittspupille ausgeht. Die Grössen d_i sind die stets positiven Abstände der Scheitel aufeinander folgender Spiegel. K_i, L_i sind die Abbe'schen Invarianten.

Um die Uebersicht vollständig zu machen, sollen schliesslich auch noch die Formeln zum Uebergang auf die numerischen Fehler nach I. 21a) und 21b) wiederholt werden, wobei wir uns allerdings auf unendlich entferntes Objekt beschränken wollen. Bezeichnet man mit f die Brennweite des Gesamtsystems und setzt:

$$\begin{aligned} B' &= -51.''566\, Bf^3 \\ C' &= -56.654\, Cf \\ D' &= -56.654\, Df \\ E' &= 29.692\, E \\ F' &= 81.076\, Ff^2 \end{aligned} \qquad 19)$$

so ist:

$B'v^3$ der Durchmesser des Zerstreuungskreises der sphärischen Aberration

$E'g^3$ die Verzeichnung

$F'gv^2$ die radiale Erstreckung der Koma 19a)

$(2C'+D')g^2v$ die radiale, $D'g^2v$ die tangentiale Axe der durch Astigmatismus und Bildwölbung erzeugten Streuungsellipse

und dabei bedeutet g den Gesichtsfelddurchmesser mit einem Durchmesser von 6^0 als Einheit, v das Oeffnungsverhältnis des Instruments mit dem Oeffnungsverhältnis $1/10$ als Einheit. Wegen der Bedeutung der Vorzeichen vergleiche man I. No. 11.

5. Die Petzvalbedingung für Spiegelsysteme. Subtrahiert man den Fehler D von C und berücksichtigt (18), so erhält man:

$$C - D = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{r_i}, \qquad 20)$$

oder wenn man die Krümmungsradien der tangentialen und sagittalen Bildfläche einführt:

$$\frac{1}{\varrho_t} - \frac{3}{\varrho_s} = 4 \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{r_i}, \qquad 21)$$

das ist die Petzval'sche Gleichung für Spiegelsysteme. Für ein fehlerfreies Spiegelsystem muss daher die Bedingung erfüllt sein:

$$\Sigma \frac{1}{r_i} = 0,$$

welche besagt, dass ein solches System jedenfalls nur durch eine Kombination von Conkav- und Convexspiegeln (positive und negative r) erhalten werden kann.

§ 3. Der einzelne Spiegel.

6. Wir wollen als erste Anwendung der Formeln des vorigen Paragraphen die Fehler eines einzelnen Spiegels betrachten und uns dabei auf unendlich weit entferntes Objekt ($s = \infty$) beschränken. Indem wir den Index i überall fortlassen, erhalten wir aus den Formeln (17):

$$s = \infty, \qquad K = -\frac{1}{r}, \qquad L = \frac{1}{t} - \frac{1}{r}, \qquad H = t, \qquad h = 1,$$

und damit:

$$B = \frac{b+1}{r^3}, \qquad C = \frac{t^2}{r^3}\left[b + \left(\frac{r}{t} - 1\right)\right]^2, \qquad C - D = \frac{1}{r},$$

$$E = \frac{t^3}{r^3}\left\{b + \left(\frac{r}{t} - 1\right)\left(\frac{2r}{t} - 1\right)\right\}, \qquad F = \frac{t}{r^3}\left\{b - \frac{r}{t} + 1\right\}.$$

Verlegt man nun noch die Eintrittspupille in den Spiegel selbst, bringt also vor dem Spiegel nicht noch einmal eine besondere Blende an, so wird $t = 0$ und es folgt, wenn man gleich zu den numerischen Fehlern übergeht $\left(f = \frac{r}{2}\right)$:

$$B' = -6''{,}4(1+b). \qquad C' = -28''{,}3, \qquad D' = 0.0,$$
$$E' = 0.0, \qquad F' = -20''{,}3. \tag{22}$$

Man wird die Deformation b dazu benutzen, um die sphärische Aberration zum Verschwinden zu bringen, also $b + 1 = 0$ setzen, was gemäss (3) parabolische Gestalt des Spiegels bedeutet. Für den parabolischen Spiegel bleiben dann nur noch die zwei Fehler der sagittalen Bildkrümmung und der Koma vom numerischen Betrage 28″,3 resp. 20″,3. Was diese Fehler bei verschiedenen Oeffnungsverhältnissen und Gesichtsfeldern ausmachen, lehrt folgendes nach (19a) berechnetes Täfelchen:

Oeffnungsverhältnis	Gesichtsfelddurchmesser	Streuung durch Bildwölbung	Streuung durch Koma
1/10	1/2°	0″,4	1″,7
	1°	1,6	3,4
	2°	6,3	6,8
	4°	25,2	13,6
1/8	1/2°	1″,3	18″,7
	1°	5,0	37,4
	2°	20,0	74,9
	4°	83,8	149,8.

7. Zur Beurteilung dieser Zahlen empfiehlt sich der Vergleich mit den gewöhnlichen zweiteiligen Fernrohrobjektiven, wie sie z. B. bei den sog. Normalrefraktoren für die Aufnahmen der photographischen Himmelskarte verwandt werden. Bei diesen Objektiven verschwindet sphärische Aberration, Koma und Verzeichnung, hingegen existieren sagittale und tangentiale Bildwölbung von den numerischen Beträgen $2C' + D' = -104''$ und $D' = -47''$. Die Objektive haben ein Oeffnungsverhältnis $^1/_{10}$ und man betrachtet sie als für ein Gesichtsfeld von $2^0{,}8$ Durchmesser brauchbar (die Karten sind Quadrate von 2^0 Seitenlänge). Unter diesen Bedingungen erhält man als Streuungen durch die Bildwölbung $23''$ in radialer und $10''$ in tangentialer Richtung. Von den viel grösseren Streuungen der verschiedenen Farben, die durch das Vorhandensein des sekundären Spektrums erzeugt werden, ist dabei noch nicht die Rede. Vergleicht man diese Angaben mit dem obigen Täfelchen, so sieht man, dass der parabolische Spiegel vom Oeffnungsverhältnis $^1/_{10}$ mit dem zweiteiligen Objektiv vom selben Oeffnungsverhältnis auch in Beziehung auf das brauchbare Gesichtsfeld sehr wohl konkurrieren kann. An Lichtkonzentration wird er durch das Fehlen des sekundären Spektrums sogar überlegen sein, nur ist er wegen des Komafehlers zu exakten Messungen weniger geeignet, da die Koma ein einseitiges Auswachsen der Bilder hellerer Sterne bedingt und dadurch an den Grenzen des Gesichtsfelds systematische Verschiebungen der helleren gegen die schwächeren Sterne erfolgen können [1]).

Geht man zu einem Spiegel vom Oeffnungsverhältnis $^1/_3$ über, so lehrt das Täfelchen, dass hier das brauchbare Gesichtsfeld nur etwa $^1/_2{}^0$ Durchmesser hat, und zwar ist es die Koma, die bei geringer Entfernung von der Axe gleich bedenkliche Beträge annimmt.

§ 4. Die Systeme aus zwei Spiegeln.

Indem wir zu der Behandlung von Systemen aus zwei Spiegeln übergehn (wobei natürlich keiner eben sein soll), ist uns das Ziel durch die letzte Bemerkung des vorigen Paragraphen vorgezeichnet. Es wird sich darum handeln, auch bei grossem Oeffnungsverhältnis noch ein ausgedehnteres Gesichtsfeld zu erhalten, also neben der sphärischen Aberration vor allem die Koma zu beseitigen.

Auf die Betrachtung der Verzeichnung, als für astronomische Zwecke unwesentlich, soll durchweg verzichtet werden.

8. Explicite Fehlerausdrücke. Die Bedingungen dafür, dass

1) Vgl. H. C. Plummer, Monthly Notices of the Roy. Astr. Soc. Vol. 62. pag. 352 und Vol. 63 pag. 16.

die sphärische Aberration und die Koma verschwinden, schreiben sich für 2 Spiegel:

$$B = h_1^4\left(\frac{b_1}{r_1^3}+\frac{K_1^2}{r_1}\right)+h_2^4\left(\frac{b_2}{r_2^3}+\frac{K_2^2}{r_2}\right) = 0,$$

23)

$$F = h_1^3H_1\left(\frac{b_1}{r_1^3}+\frac{K_1L_1}{r_1}\right)+h_2^3H_2\left(\frac{b_2}{r_2^3}+\frac{K_2L_2}{r_2}\right) = 0.$$

Astigmatismus und Bildwölbung sind bestimmt durch:

$$D = h_1^2H_1^2\left\{\frac{b_1}{r_1^3}+\frac{K_1(2L_1-K_1)}{r_1}\right\}+h_2^2H_2^2\left\{\frac{b_2}{r_2^3}+\frac{K_2(2L_2-K_2)}{r_2}\right\},$$

24)

$$C-D = \frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}.$$

Man sieht aus den beiden ersten Gleichungen, dass man bei beliebiger Anordnung des Spiegelsystems die Deformationen b_1 und b_2 so wählen kann, dass sphär. Aberration und Koma beseitigt werden. Es fragt sich, welche Bildwölbungsfehler C, D dann übrig bleiben.

Man wird also b_1 und b_2 aus den beiden ersten Gleichungen eliminieren und in dem Ausdruck von D einsetzen. Dies geschieht, indem man die Form bildet:

$$B\,.\,H_1H_2 - F(h_1H_2+h_2H_1)+D\,.\,h_1h_2,$$

deren Wert bei dem Verschwinden vom B und F gleich h_1h_2D ist. Man findet sofort auf diese Art:

$$h_1h_2\,.\,D = \frac{h_1^3H_1}{r_1}K_1(K_1-L_1)(h_1H_2-h_2H_1)$$

$$+\frac{h_2^3H_2}{r_2}K_2(K_2-L_2)(h_2H_1-h_1H_2)$$

oder nach (18):

$$h_1h_2D = -(h_1H_2-h_2H_1)\left(\frac{h_1^2}{r_1}K_1-\frac{h_2^2}{r_2}K_2\right).$$

Es sollen nun alle hier vorkommenden Grössen durch die Spiegelradien, den Spiegelabstand d_1 (kurz d) und die durch $t_1 = H_1$ festgelegte Entfernung der Eintrittspupille ausgedrückt werden. Dabei sei das Objekt unendlich weit entfernt: $s_1 = \infty$. Es folgt aus den Gleichungen (17):

$$K_1 = -\frac{1}{r_1}, \quad s_1' = -\frac{r_1}{2}, \quad s_2 = d - \frac{r_1}{2}, \quad K_2 = \frac{1}{d-\frac{r_1}{2}} - \frac{1}{r_2},$$

25)
$$h_1 = 1, \quad H_1 = t_1, \quad h_2 = 1 - \frac{2d}{r_1}, \quad H_2 = t_1 \cdot \frac{t_2}{t_1'} = t_1 + d \cdot \frac{t_1}{t_1'} = t_1 + d\left(1 - \frac{2t_1}{r_1}\right)$$

und damit:

$$h_1 H_2 - h_2 H_1 = d, \qquad \frac{h_1^2}{r_1} K_1 - \frac{h_2^2}{r_2} K_2 = -\frac{2}{r_1^2} + \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{2d}{r_1 r_2}\right]^2,$$

$$D = \frac{d}{1-\frac{2d}{r_1}} \left\{ -\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{2d}{r_1 r_2}\right]^2 + \frac{2}{r_1^2} \right\},$$

$$C = D + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}.$$

Man erkennt, dass die durch t_1 bezeichnete Stellung der Eintrittspupille weggefallen ist, wie das nach dem Satze aus Mitteilung I. No. 11 vorauszusehen war. Es sind also nur die Krümmungsradien r_1, r_2 und die Spiegeldistanz d für die übrig bleibenden Bildfehler massgebend.

Vor der weiteren Diskussion empfiehlt es sich, diese drei Grössen an die Bedingung zu binden, dass die Brennweite des Systems den vorgeschriebenen Wert f haben soll. Indem man die Vergrösserung zwischen Objekt- und Bildebene betrachtet bei unendlich entferntem Objekt, erkennt man sofort, dass der Wert der Brennweite:

$$f = -s_1' \cdot \frac{s_2'}{s_2}$$

ist. Aus den eben abgeleiteten Beziehungen folgt:

26)
$$\frac{1}{f} = \frac{2}{r_1} + \frac{2}{r_2} - \frac{4d}{r_1 r_2}.$$

Eliminiert man hiermit r_2 aus den Ausdrücken von C und D, so erhält man:

27)
$$D = \frac{d}{1-\frac{2d}{r_1}} \left(\frac{2}{r_1^2} - \frac{1}{4f^2}\right),$$

$$C = \frac{1}{4f^2} \cdot \frac{2f-d}{1-\frac{2d}{r_1}}.$$

Das sind bereits die fertigen Ausdrücke für die restierenden Bildfehler. Es erübrigt die Ableitung der Grösse der Deformationen b_1 und b_2 aus den beiden Bedingungen $B = 0$ und $F = 0$. Löst man diese beiden in b_1 und b_2 linearen Gleichungen auf, führt für sämtliche Grössen die in (25) gegebenen

Werte ein und eliminiert schliesslich wiederum r_2 mit Hülfe von (26), so erhält man:

$$b_1 = -1 - \frac{r_1^3}{4df^2}\left(1 - \frac{2d}{r_1}\right),$$

28)

$$b_2 = \frac{1}{d} \cdot \frac{2fr_1^3}{(r_1 - 2f)^3} - \left(\frac{r_1 + 2f}{r_1 - 2f}\right)^2.$$

Wir merken noch die Formel für den Abstand der Bildebene hinter dem letzten Spiegel $(-s_2')$ an:

28a) $$-s_2' = f \cdot \frac{s_2}{s_1'} = f\left(1 - \frac{2d}{r_1}\right).$$

Für die Beurteilung des Strahlengangs ist schliesslich wichtig das Verhältnis $\frac{h_2}{h_1}$ der Höhen, in welchen ein von einem axialen Objekt ausgehender Strahl die beiden Spiegel schneidet, weil dasselbe das erforderliche Verhältnis der Spiegelradien bestimmt. Wir wollen diese Grösse zur Abkürzung mit λ bezeichnen. Es ist:

29) $$\lambda = \frac{h_2}{h} = \frac{s_2}{s_1'} = 1 - \frac{2d}{r_1}.$$

9. Uebersicht über die Systeme und ihre Fehler. Die erste Frage wird sein nach einem (abgesehn von der Verzeichnung) fehlerfreien Spiegelsystem. Es giebt ein solches, denn es verschwinden C und D, wenn:

$$d = 2f \qquad r_1 = \pm 2\sqrt{2}f.$$

wird. Aus den Bedingungen, dass d positiv und das Bild reell sein muss, folgt, dass f positiv, r_1 negativ zu nehmen ist. Für r_2 ergiebt sich nach der Petzvalbedingung der Wert $r_2 = 2\sqrt{2}f$. Ferner wird $-s_2' = (1 + \sqrt{2})f$. Das System und der Strahlengang in denselben wird durch die beistehende Figur veranschaulicht. Es ist klar, dass dasselbe schon dadurch, dass die Länge das doppelte der Brennweite beträgt, impraktikabel ist und dass die gegenseitige Verdeckung der Spiegel die Ausnutzung eines grössern Gesichtsfelds überhaupt nicht zulässt, wie man auch Durchbohrungen in denselben anbringen mag.

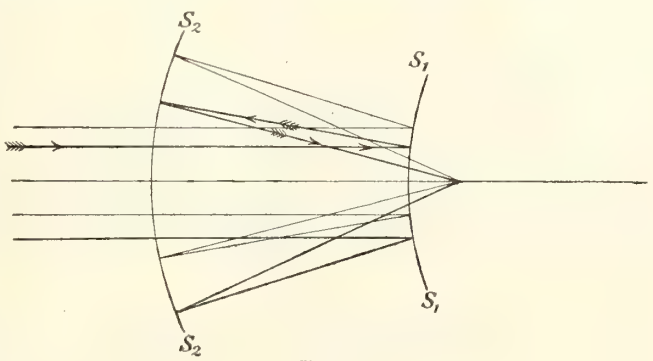


Fig. 3.

Man wird daher den Gedanken an ein fehlerfreies System aufgeben und sich darauf beschränken müssen, aus den praktikabeln Formen solche mit möglichst kleinen Streuungen auszusuchen. Für die praktische Brauchbarkeit bestimmend ist die Bedingung, dass der eine Spiegel den andern nicht zu sehr verdecken darf. Es muss also das Grössenverhältnis des zweiten Spiegels zum ersten hinreichend von 1 verschieden sein. Die Fälle, wo der zweite (d. i. in Wirklichkeit der dem Objekte näher stehende) Spiegel grösser als der erste Lichtauffangende ist, scheiden aus, weil die Grösse des ersten Spiegels das Oeffnungsverhältnis bestimmt und man dann dem zweiten Spiegel einen ungebührlich grossen Durchmesser geben müsste. Es bleiben also nur die Fälle, wo der zweite Spiegel der kleinere ist. Hier hat man zwei Unterfälle zu unterscheiden, je nachdem der zweite Spiegel das vom ersten reflektierte Licht vor seiner Vereinigung abfängt (λ positiv) oder zwischen erstem und zweiten Spiegel ein Brennpunkt liegt (λ negativ). Letzterer Unterfall erweist sich als der in jeder Hinsicht ungünstigere, da die Bedingung $\lambda = 1 - \frac{2d}{r_1} < 0$ bei zulässigen Werten der Spiegeldistanz d zu kleine Werte von r_1, also zu starke Krümmungen und als Folge davon zu starke restierende Bildfehler C und D ergiebt. So bleibt schliesslich nur der erste Unterfall übrig, bei welchem der Strahlengang im wesentlichen mit dem des Cassegrain-Reflektors übereinstimmt. (Vgl. Fig. 9).

Eine Uebersicht über die hier auftretenden Verhältnisse giebt das folgende Täfelchen. Die Brennweite f (hier stets positiv) ist gleich 1 gesetzt.

Die Systeme sind geordnet nach dem Grössen-Verhältnis λ des zweiten kleinen zum ersten grossen Spiegel. Der Durchmesser des letzteren ist zu $^1/_3$ der Brennweite vorausgesetzt $\left(v = \frac{10}{3}\right)$. Unter V ist das infolge der Vorschaltung des kleinen Spiegels übrigbleibende wirksame Oeffnungsverhältnis $\left(V = \frac{1}{3}\sqrt{1-\lambda^2}\right)$ angegeben. Die Grösse $-s_2'$ giebt den Abstand der Platte vom zweiten Spiegel (für $f = 1$ numerisch identisch mit λ). Darunter folgt die Distanz d der beiden Spiegel und ihre Krümmungsradien r_1 und r_2. Die Deformationen b_1 und b_2 sind nach den Formeln (28) erhalten und haben nach ihrer Definition den Unterschied zwischen dem Paraboloid vom Parameter r_1 resp. r_2 und seiner Krümmungskugel im Scheitel zur Einheit. Schliesslich folgen die beiden vornehmlich interessierenden Grössen, nämlich die radialen und tangentialen Streuungen Δy und Δz infolge der Fehler C und D, berechnet nach den Formeln (19), (19a), (27), (29):

$$\Delta y = -5''{,}243\,\frac{1}{\lambda}\left[4 + (1-\lambda)\left(\frac{4}{r_1} - \frac{3}{2}\,r_1\right)\right] \qquad \Delta z = -5''{,}243\,\frac{d}{\lambda}\left(\frac{8}{r_1^2} - 1\right),$$

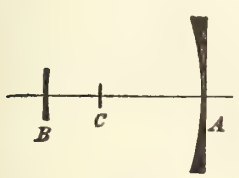
welche für das Oeffnungsverhältnis $^1/_3$ und dem Gesichtsfelddurchmesser von 2^0 ($g = {}^1/_3$) den Werten (27) gemäss (19) und (19a) entspringen.

		I.	II.	III.	IV.
Verhältnis der Spiegelradien	λ:	0,3	0,4	0,5	0,6
Wirksame Oeffnung	V:	$^1/_{3,1}$	$^1/_{3,3}$	$^1/_{3,5}$	$^1/_{3,7}$
Abstand der Platte vom zweiten Spiegel	$-s_2'$:	0,3	0,4	0,5	0,6

		I.			II.			III.				IV.			
tand der Spiegel		1,05	1,4	1,75	0,9	1,2	1,5	0,75	1,0	1,25	1,50	0,6	0,8	1,0	1,2
mmungsradien	r_1	3,0	4,0	5,0	3,0	4,0	5,0	3,0	4,0	5,0	6,0	3,0	4,0	5,0	6,0
	r_2	1,8	1,2	1,0	2,4	1,6	1,33	3	2	1,67	1,5	3,6	2,4	2,0	1,8
rmationen	b_1	− 2,9	−4,4	−6,4	− 4,0	−6,3	−9,3	−5,5	−9,0	−13,5	−19,0	− 7,7	−13,0	−19,7	−28,0
	b_2	+26,4	+2,4	−0,15	+35,0	+4,3	+0,7	+47,0	+7,0	+1,97	+ 0,5	+65,0	+11,0	+ 3,82	+ 1,63
iale Streuung		− 31″	−9″	+12″	−27″	−13″	0″	−25″	−16″	−7″	− 2″	−24″	−17″	−10″	− 6″
gentiale Streuung		+ 2″	+12″	+21″	+1″	+8″	+13″	+1″	+5″	+9″	+12″	+ 1″	+ 3″	+ 6″	+ 8″.

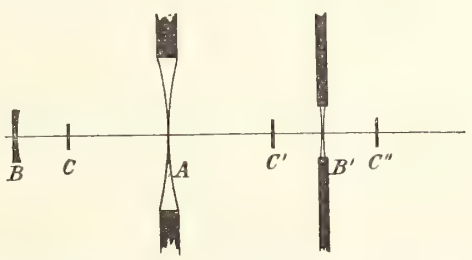
Man erkennt in dieser Tabelle eine Reihe von Systemen, welche ein brauchbares Gesichtsfeld von 2^0 Durchmesser liefern und ihrer ganzen Anordnung nach zulässig sind. Eine schärfere Isolierung der besten Systeme erfolgt durch die Betrachtung der

10. Silhouettierung in den Spiegelsystemen. Darunter verstehe ich die gegenseitigen Verdeckungen der beiden Spiegel und der in der Bildebene befindlichen photographischen Platte. Man gewinnt eine Uebersicht über die ziemlich verwickelten Verhältnisse, indem man das ursprüngliche System mit dem grossen Spiegel A, dem kleinen B und der ebenfalls kreisförmig gedachten Platte C zunächst durch Spiegelung an den Scheitelebenen der beiden Spiegel in der schon oben erläuterten Weise abbildet. So entsteht Figur 5 aus Figur 4. Die Abstände der verschiedenen Blenden sind beigeschrieben.



$AB = d \qquad BC = \lambda$

Fig. 4.

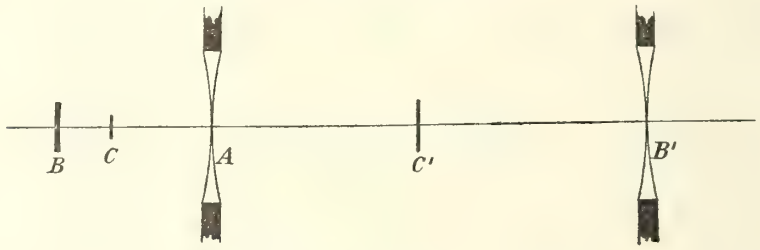


$AB = AB' = d \qquad BC = B'C' = B'C'' = \lambda$

Fig. 5.

Auch sind durch Ausziehen resp. Strichelung die abblendenden Teile von den durchlässigen unterschieden. Man verfahre weiter nach einem von Abbe und

Helmholtz stets verwandten Prinzipe und bilde sämtliche Blenden durch die vor ihnen befindlichen Teile des optischen Systemes nach vorne hin ab, suche also das durch A entworfene Bild von B' und C', sowie das durch B' und A entworfene Bild von C''. Man erhält durch einfache Ueberlegungen nach der Gauss'schen Theorie so aus Figur (5) die in Figur (6) angegebenen Verhältnisse:



$$AB = d \qquad BC = \lambda \qquad AB' = \frac{d}{\lambda} \quad AC' = \frac{d}{\lambda}\left[1 - \frac{1}{d+1-\lambda}\right].$$

Fig. 6.

Bezeichnet man mit dem betreffenden Buchstaben zugleich den Durchmesser der Blende, so gilt dabei:

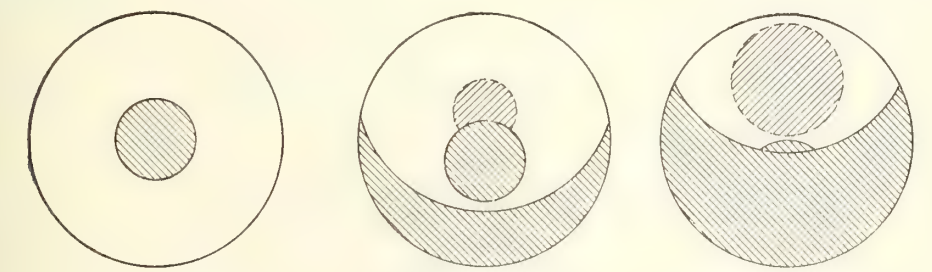
$$B = \lambda A \qquad B' = A \qquad C' = \frac{C}{\lambda}\frac{1}{d+1-\lambda}.$$

Ausser den zwei gleich grossen Aussenblenden A und B' sind also noch drei Innenblenden B, C und C' in den Strahlengang eingeschoben, von denen die beiden letzten von der photographischen Platte selbst herrühren. Das Bild von C'' fällt ins Unendliche und kommt nicht in Betracht.

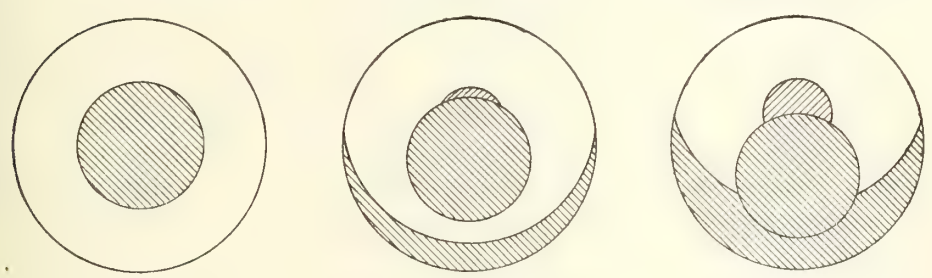
Lässt man jetzt ein Büschel von Parallelstrahlen von irgend einem unendlich entfernten Objektpunkt aus einfallen, so gelangen diejenigen Strahlen bis zur Platte, die in ihrem ungebrochenen gradlinigen Verlauf dieses Blendensystem zu durchsetzen vermögen. Man erhält daher die wirksamen Teile der Spiegel, indem man das ganze Blendensystem auf eine zur Richtung nach dem Objekt senkrechte Ebene projiziert und die Flächenstücke sucht, die nicht von der Projektion einer undurchlässigen Blende bedeckt werden. Bei kleiner Distanz des Objektes von der Axe wird man sich erlauben dürfen, die Projektionsellipsen durch Kreise zu ersetzen und nur auf die Mittelpunktsverschiebung derselben Rücksicht zu nehmen.

Statt einer allgemeinen Diskussion mit ihren Fallunterscheidungen gebe ich einige Beispiele. Sie beziehen sich sämtlich auf das Oeffnungsverhältnis $^1/_3$. Die Figuren 7a)—c) gelten für das System $\lambda = 0{,}3$, $d = 1{,}4$, die Figuren d)—f) für das System $\lambda = 0{,}5$, $d = 1{,}25$. Beide Systeme sind, nach den oben gegebenen Streuungen zu urteilen, für ein Gesichtsfeld von $2^\circ{,}5$—3° Durchmesser brauchbar, sie sind so ausgewählt, dass sie nahezu frei von Bildwölbung

und fast nur mit Astigmatismus behaftet sind. Auf den ersten Blick würde man es für günstiger halten, dem Vorderspiegel nur 0,3 — statt 0,5 — des Radius des grossen Spiegels zu geben, da hiermit ein Gewinn an Lichtstärke im Verhältnis $\frac{1-0{,}3^2}{1-0{,}5^2} = 1{,}21$ verbunden ist und da man ausserdem ungern viel von den praktisch leichter exakt herzustellenden mittleren Spiegelpartieen abblenden wird. Indessen lehrt ein Blick auf die Figuren, dass dieser Vorzug nur in der Axe gilt und dass, wenn man nur wenig aus der Axe herausgeht, das System mit dem kleineren Vorderspiegel ($\lambda = 0{,}3$) an einer viel stärkeren Silhouettierung leidet als das System ($\lambda = 0{,}5$). Insbesondere stört bei ersterem System, dass die photographische Platte schon bei einem Durchmesser von 2^0 selbst stark silhouettierend auf ihre Ränder wirkt, während man doch in Praxis sowohl Raum für die Fassung der Platte braucht, als auch der Uebersicht wegen die Platte gern grösser nehmen wird, als das eigentlich brauchbare Gesichtsfeld.



a) Centrales Object. b) $1^{0{,}5}$ seitlich der Axe, Plattendurchmesser 2^0. c) 2^0 seitlich der Axe, Plattendurchmesser 4^0.



d) Centrales Object. e) 1^0 seitlich der Axe, Plattendurchmesser 4^0. f) 2^0 seitlich der Axe, Plattendurchmesser 4^0.

Die von rechts oben nach links unten schraffierten Teile werden von der photographischen Platte selbst silhouettiert.

Fig. 7.

11. Auswahl des besten Systems. So scheint es mir, dass das System $\lambda = 0{,}5$, $d = 1{,}25$ für die Praxis im Grossen und Ganzen die günstigsten Verhältnisse aufweist, womit nicht gesagt sein soll, dass für besondere Zwecke sich nicht eine der benachbarten Formen mehr empfehle. Ich stelle die Daten seiner Konstruktion hier nochmals zusammen.

Brennweite $f = 1$ Spiegelabstand $d = 1{,}25$.

Durchmesser des grossen Spiegels:		0,333.
„ „ kleinen „:		0,167.
Wirksames Oeffnungsverhältnis		$1/3{,}5$.
Krümmungsradien	r_1:	5,0.
	r_2:	1,67.
Deformationen	b_1:	$-13{,}5$.
	b_2:	$+ 1{,}97$.
Radiale } Streuung 1^0 seit-	Δy:	$-7''$.
Tangentiale } lich der Axe:	Δz:	$+9''$.

Das System liefert 1°4 von der Axe nahe kreisförmige Bilder von etwa 16″ Durchmesser, hat also bei dem Oeffnungsverhältnis $1/3{,}5$ etwa dieselbe brauchbare Gesichtsfeldgrösse wie die erwähnten Normalrefraktoren vom Oeffnungsverhältnis $1/10$. Würde man das Oeffnungsverhältnis auf den abnorm hohen Werth 1 : 1,2 vergrössern, so würde immer noch ein brauchbares Gesichtsfeld von etwa 1°5 Durchmesser übrig bleiben.

§ 5. Das aplanatische Spiegelsystem.

12. Wenn man an die Konstruktion eines Spiegels vom Oeffnungsverhältnis 1 : 3 oder gar 1 : 1 denkt, darf man nicht vergessen, dass die ganze bisherige Theorie der Fehler dritter Ordnung nur eine für paraxiale Strahlen gültige Annäherung ist. Man wird daher versuchen müssen, ein Spiegelsystem beliebig grosser Oeffnung zu errechnen, welches in aller Strenge frei von sphärischer Aberration ist und zugleich strenge die Sinusbedingung erfüllt, da mit letzterer Bedingung nach I. No. 7 und 13 auch das Verschwinden der Koma gesichert ist. Der Brennpunkt des gewünschten Systems muss also nach Abbe's Bezeichnung ein aplanatischer Punkt sein, weshalb das ganze System „aplanatisch“ heissen möge.

Bei der gänzlich veränderten Behandlungsweise soll auch die Bezeichnung unabhängig von der bisher benutzten in der aus Figur (8) ersichtlichen Weise gewählt werden. Die Beziehung wird unten wieder herzustellen sein. Der kleine (früher zweite) Spiegel möge mit S, der grosse zuerst das Licht auffangende mit S' bezeichnet werden. Die beiden Forderungen an das Spiegelsystem lassen sich in folgender Weise formulieren:

1) Es sollen die von einem unendlich fernen Punkt in der Axe des Systems, (die wir horizontal denken wollen) kommenden Strahlen in dem Brennpunkt F vereinigt werden. Ein andrer Ausdruck dieser Bedingung ist, dass die Weglänge von dem unend-

lich fernen Objekt bis zum Brennpunkte für alle Strahlen die gleiche sein soll, nach dem unmittelbar aus der Minimaleigenschaft des Eikonals folgendem Satze, dass die optische Weglänge aller Strahlen, die von einem Punkt ausgehen und in einem zweiten Punkte vereinigt werden, dieselbe ist. Zeichnet man die Bildebene senkrecht zur Axe durch den Brennpunkt und bezeichnet die Strecke auf dem axenparallelen einfallenden Strahl vom Schnittpunkt mit der Bildebene an bis zum Schnittpunkt mit dem Spiegel S' durch x', die Länge des Strahls zwischen S' und S durch ϱ', zwischen S und dem Brennpunkt durch ϱ, so lautet unsere Bedingung also:

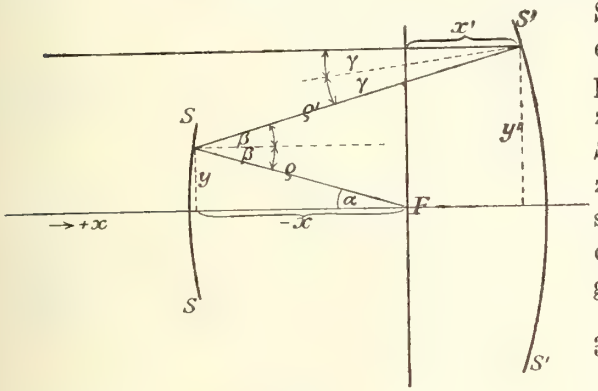


Fig. 8.

$$30) \qquad \varrho+\varrho'+x' = 2(e+1),$$

wobei e eine Konstante bedeutet.

2) Es soll die Sinusbedingung erfüllt sein. Rückt der Objektpunkt weiter und weiter fort, so werden die Sinus der Einfallswinkel offenbar immer mehr proportional den Strahlabständen y' von der Axe bei ihrem Auftreffen auf das Spiegelsystem. Nennt man α den Winkel am Brennpunkt, so lautet die Sinusbedingung daher für unendlich entferntes Objekt:

$$\frac{y'}{\sin\alpha} = \text{const.}$$

Wir wollen diese Konstante gleich 1 setzen, also fordern:

$$31) \qquad y' = \sin\alpha.$$

Hierdurch legen wir nur die Masseinheit, in der wir die Längen messen wollen, fest und zwar, wie aus I. Gleichung (16) leicht zu sehen ist, in solcher Weise, dass die Brennweite des ganzen Systems gleich 1 wird.

13. Die Aufgabe besteht nun darin, die Gleichungen der Meridiankurven beider Spiegel so zu bestimmen, dass diesen beiden Bedingungen genügt wird. Man bezeichne noch mit β und γ die Winkel zwischen dem Strahl und den Normalen auf den Spiegeln. Man denke sich dann die Gestalt der beiden Spiegel dadurch bestimmt, dass man zunächst ϱ als Funktion von α festlegt — hierdurch ist die Gleichung des Meridianschnitts des Spiegels S in Polarkoordinaten gegeben — und ferner auch β und ϱ' oder x, als Funktionen von α giebt, was eine besondere Art der Parameterdarstellung für den Meridianschnitt des Spiegels S' bedeutet.

Man hat unter diesen Festsetzungen zunächst für die Neigung β der Spiegelnormalen von S gegen den Radiusvektor ϱ:

$$32) \qquad \frac{1}{\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial\alpha} = \operatorname{tg}\beta.$$

Ferner liest man aus der Figur die Beziehungen ab:

$$33) \qquad 2\beta = \alpha + 2\gamma,$$

$$34) \qquad x' + \varrho\cos\alpha = \varrho'\cos 2\gamma,$$

$$35) \qquad y' = \varrho\sin\alpha + \varrho'\sin 2\gamma.$$

Die Gleichungen (30)—(35) enthalten die mathematische Formulierung unserer Aufgabe. Eliminiert man zunächst den Winkel γ mit Hülfe von (33), die Strecke x, mit Hülfe von (34) und y' nach (31), so behält man das System:

$$36) \qquad \sin\alpha = \varrho\sin\alpha + \varrho'\sin(2\beta - \alpha).$$

$$37) \qquad \varrho + \varrho' + \varrho'\cos(2\beta - \alpha) - \varrho\cos\alpha = 2(e+1).$$

$$38) \qquad \frac{1}{\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial\alpha} = \operatorname{tg}\beta.$$

Eliminiert man hier noch ϱ', so bleiben die Gleichungen:

$$2(e+1) = \varrho(1-\cos\alpha) + (1-\varrho)\sin\alpha\operatorname{cotg}\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\frac{1}{\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial\alpha} = \operatorname{tg}\beta.$$

Die erste Gleichung ergiebt nach $\operatorname{tg}\beta$ aufgelöst:

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\,\frac{e+1-\varrho+\cos^2\frac{\alpha}{2}}{e+\cos^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Es ergiebt sich also folgende Differentialgleichung 1. Ordnung für den Meridianschnitt des Spiegels S:

$$\frac{1}{\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial\alpha} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\,\frac{e+1-\varrho+\cos^2\frac{\alpha}{2}}{e+\cos^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Dieselbe lässt sich in sehr einfacher Weise integrieren. Setzt man zunächst:

$$\xi = \frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}},$$

so erhält man die Gleichung in algebraischer Form:

38) $$\frac{\xi}{\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial\xi} = \frac{(e+1-\varrho)\xi+1}{e\xi+1}.$$

Führt man weiter die neue Variable η ein durch:

$$\frac{\xi}{\varrho} = \eta, \qquad \frac{\partial\eta}{\partial\xi} = \frac{1}{\varrho} - \frac{\partial\varrho}{\partial\xi}\frac{\xi}{\varrho^2},$$

so folgt:

$$\frac{\partial\eta}{\partial\xi} = \frac{\xi-\eta}{1+e\xi}$$

oder:

$$[1+e\xi]\frac{\partial\eta}{\partial\xi} + \eta = \xi.$$

Integrierender Faktor dieser Differentialgleichung ist:

$$[1+e\xi]^{\frac{1}{e}-1}.$$

Multipliziert man mit demselben und integriert, so findet man:

$$\begin{aligned}\eta(1+e\xi)^{\frac{1}{e}} &= \int d\xi\,\xi(1+e\xi)^{\frac{1}{e}-1}\\ &= \int d\xi\,\frac{(1+e\xi)^{\frac{1}{e}} - (1+e\xi)^{\frac{1}{e}-1}}{e}\\ &= \frac{(1+e\xi)^{\frac{1}{e}+1}}{e(e+1)} - \frac{(1+e\xi)^{\frac{1}{e}}}{e} + c,\end{aligned}$$

wo c die Integrationskonstante ist, oder in etwas anderer Form:

$$\eta = c(1+e\xi)^{-\frac{1}{e}} + \frac{\xi-1}{e+1}.$$

Führt man die ursprünglichen Variabeln α und ϱ wieder ein, so erhält man die Polargleichung für den Spiegel S:

39) $$\frac{1}{\varrho} = \frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{e+1} + c\left(e+\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)^{-\frac{1}{e}}\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)^{\frac{1+e}{e}}.$$

Hiermit ist die Aufgabe im wesentlichen gelöst. Es erübrigt noch, x' als Funktion von α auszudrücken, um die Form des Spiegels S' zu erhalten.

Man hat nach 30):

$$x' = 2(e+1) - \varrho - \varrho'.$$

Aus 36) und 37) folgt durch Elimination von β:

$$\varrho' = 1 + e - \varrho \sin^2\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2}(1-\varrho)^2}{1+e-\varrho\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

und damit:

$$x' = e + 1 - \varrho\cos^2\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2}(1-\varrho)^2}{1+e-\varrho\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

oder:

$$x' = e + 1 - \cos^2\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{\varrho\left(1+e-2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)+\sin^2\frac{\alpha}{2}}{1+e-\varrho\sin^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Setzt man hier für ϱ den Ausdruck 39) ein und fügt die Sinusbedingung 31) hinzu, so geben die Formeln:

40)
$$x' = e + 1 - \frac{\sin^2\alpha}{4(e+1)} - \frac{1}{c(e+1)^2}\left(e+\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)^{2+\frac{1}{e}}\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)^{-\frac{1}{e}}$$
$$y' = \sin\alpha.$$

die rechtwinklichen Coordinaten für den Meridianschnitt des Spiegels S' als Funktionen des Parameters α.

15. Man vergegenwärtige sich noch den Zusammenhang der beiden Constanten c und e mit den geometrischen Abmessungen des Spiegelsystems. Das ist zugleich der Ort, die Beziehung zu der früheren Bezeichnungsweise herzustellen. Für einen in der Axe verlaufenden Strahl hat man aus der Figur 8): $\varrho = SF = \lambda$, wo λ, wie früher, bei der Brennweite $f = 1$ den Abstand des Brennpunktes vom kleinen Spiegel S bezeichnet, und ausserdem $\varrho + x' = \varrho + \varrho' = d$ wo d der Abstand beider Spiegel ist. Andrerseits folgt für $\alpha = 0$ aus den Formeln 39) und 40):

$$\frac{1}{\varrho} = c(1+e)^{-\frac{1}{e}}, \qquad x' = e + 1 - \frac{(e+1)^{\frac{1}{e}}}{c}$$

und durch Vergleich ergiebt sich:

41)
$$e + 1 = d, \qquad c = \frac{d^{\frac{1}{d-1}}}{\lambda}$$

Zur weiteren Vergleichung mit den früheren genäherten Ableitungen sollen die jetzigen Ausdrücke noch in Reihen entwickelt werden. Man erhält direkt aus 39) die folgende Entwicklung von ϱ nach Potenzen von $\sin^2\frac{\alpha}{2}$:

$$42) \qquad \frac{\varrho}{\lambda} = 1 + \sin^2\frac{\alpha}{2}\left(1 + \frac{1-\lambda}{d}\right) + \sin^4\frac{\alpha}{2}\left[\left(1 + \frac{1-\lambda}{d}\right)^2 - \frac{1}{2d}\right] + \cdots$$

Ebenso ergiebt sich aus 40):

$$43) \qquad x' = d - \lambda - \frac{1-\lambda}{d}\sin^2\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{d}\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)\sin^4\frac{\alpha}{2} + \cdots$$

Von hier aus geht man zu rechtwinkligen Coordinaten über, indem man hat:

$$44) \qquad \begin{array}{lll} \text{auf } S\text{:} & x = \varrho\cos\alpha & \text{und auf } S'\text{:} \quad x' = x' \\ & y = \varrho\sin\alpha & \qquad\quad y' = \sin\alpha. \end{array}$$

Unter Benutzung von 39) kann man aus den Gleichungen der letzten Zeile zunächst $\sin\frac{\alpha}{2}$ in eine Potenzreihe nach y resp. y' entwickeln. Diese kann man in (42)—(44) einsetzen und erhält so x und x' nach Potenzen von y und y' entwickelt. Die Ausführung der Rechnung ergiebt:

$$45) \qquad \begin{aligned} x &= -\lambda - \left(\frac{1-\lambda}{d} - 1\right)\frac{y^2}{4\lambda} + \left\{\frac{1}{4d} - \frac{1-\lambda}{2d} + 2\left(\frac{1-\lambda}{2d}\right)^2\right\}\frac{y^4}{8\lambda^3} + \cdots \\ x' &= d - \lambda - \frac{1-\lambda}{4d}y'^2 + \frac{\lambda}{32d}y'^4 + \cdots \end{aligned}$$

Es ist selbstverständlich, dass diese beiden Entwicklungen bis zu Gliedern 4. Ordnung mit den Ausdrücken übereinstimmen, die man aus dem früheren Ansatz für die Spiegelmeridiane 3) erhält, wenn man diejenigen Werte 28) der Deformationen einführt, die sphärische Aberration und Koma zum Verschwinden bringen.

16. Um die praktische Nutzanwendung aus den vorstehenden Resultaten zu ziehen, sollen die Spiegelformen für das oben als besonders brauchbar erkannte System $\lambda = 0{,}5$, $d = 1{,}25$ nach den strengen Formeln berechnet und mit den Krümmungskugeln und den sich ihnen anschmiegenden Rotationsflächen 2. Grades verglichen werden.

Die Spiegelflächen selbst haben bei dieser Wahl der Constanten die Gleichungen:

$$\text{Spiegel } S\text{:}\quad x = -\varrho\cos\alpha,\quad y = \varrho\sin\alpha,\quad \frac{1}{\varrho} = \frac{4}{5}\sin^2\frac{\alpha}{2} + 2\cdot\frac{\left(\cos\frac{\alpha}{2}\right)^{10}}{\left(1-\frac{4}{5}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)^4}$$

$$\text{Spiegel } S'\text{:}\quad x' = \frac{5}{4} - \frac{\sin^2\alpha}{5} - \frac{1}{2}\frac{\left(1-\frac{4}{5}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)^6}{\left(\cos\frac{\alpha}{2}\right)^8},\quad y' = \sin\alpha.$$

Die Gleichungen der Meridiane der Rotationsflächen 2. Grades, welche im Scheitel eine Berührung 4. Ordnung mit den Spiegeln haben, werden nach (4):

$$\text{Spiegel } S\text{:}\quad x = +\frac{1}{16} - \frac{9}{16}\cdot\sqrt{1-\frac{16}{15}y^2}\qquad \text{Ellipsoid,}$$

$$\text{Spiegel } S'\text{:}\quad x' = \frac{23}{20} - \frac{2}{5}\cdot\sqrt{1+\frac{y'^2}{2}}\qquad \text{Hyperboloid.}$$

Die ersten Glieder der Reihenentwicklungen in rechtwinkligen Coordinaten lauten:

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{10}y^2 + \frac{2}{25}y^4$$

$$x' = \frac{3}{4} - \frac{1}{10}y'^2 + \frac{1}{80}y'^4.$$

Die Gleichungen der Krümmungskugeln im Scheitel (resp. ihrer Meridiane) sind:

$$x = \frac{7}{6} - \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 - y^2},\quad x' = \sqrt{25-y'^2} - \frac{17}{4}.$$

Allgemeine Anordnung und Strahlengang in dem System ist aus Figur 9 ersichtlich. Die genauen Abmessungen erhält man aus dem folgenden Täfelchen.

Die numerischen Angaben des Täfelchens beziehen sich auf eine Brennweite des Systems von 1000 mm. Die erste Spalte giebt den Parameterwinkel α, die zweite das in Rücksicht auf den vorgesetzten kleinen Spiegel übrig bleibende wirksame Oeffnungsverhältnis $\sqrt{3}\cdot\sin\alpha$, die Spalten y und y' geben die Axenabstände der Strahlschnittpunkte mit den Spiegeln (das sind also die für das betreffende Oeffnungsverhältnis erforderlichen Spiegelradien) in Millimetern. Unter x und x' sind nicht die x-Coordinaten in dem bisher gebrauchten Sinne gegeben, sondern der Uebersicht wegen gleich die Abstände der Spiegelpunkte von den Berührungsebenen im Spiegelscheitel. Es folgen dieselben Grössen für die Krümmungskugeln und die berührenden Flächen zweiter Ordnung. Schliesslich sind die Abweichungen der Flächen von einander gebildet, wobei als Einheit das Tausendstel Millimeter gewählt ist.

$f = 1000$ mm.

Kleiner Spiegel (S).

α	Oeffnung	y	x	x(Kugel)	x(Ellipsoid)	$x - x(K)$	$x - x(\varepsilon)$
		mm	mm	mm	mm		
5°	1:6,6	43,694	0,573	0,573	0,573	0 μ	0 μ
10°	1:3,3	87,755	2,315	2,312	2,315	3	0
15°	1:2,2	132,555	5,296	5,280	5,296	16	0
20°	1:1,7	178,478	9,635	9,584	9,639	51	− 4
25°	1:1,4	225,922	15,508	15,383	15,525	125	− 17
30°	1:1,2	275,304	23,160	22,895	23,217	265	− 57

Grosser Spiegel (S').

α	Oeffnung	y'	x'	x' (Kugel)	x' (Hyperboloid)	$x' - x'(K)$	$x' - x'(H)$
		mm	mm	mm	mm		
5°	1:6,6	87,156	0,759	0,761	0,759	− 1 μ	0 μ
10°	1:3,3	173,648	3,004	3,015	3,004	− 11	0
15°	1:2,2	258,819	6,641	6,702	6,643	− 61	− 2
20°	1:1,7	342,020	11,518	11,714	11,532	− 196	− 14
25°	1:1,4	422,618	17,431	17,893	17,479	− 462	− 48
30°	1:1,2	500,000	24,128	25,063	24,264	− 935	− 136

Man erkennt, dass die Spiegelflächen bis zu einem Oeffnungsverhältnis von etwa 1:3 praktisch durch Ellipsoide resp. Hyperboloide ersetzt werden können. Auch darüber hinaus bis zu einem Oeffnungsverhältnis 1:1,4 etwa bleibt die Abweichung von den Flächen 2. Grades auf wenige Hundertstel Millimeter beschränkt.

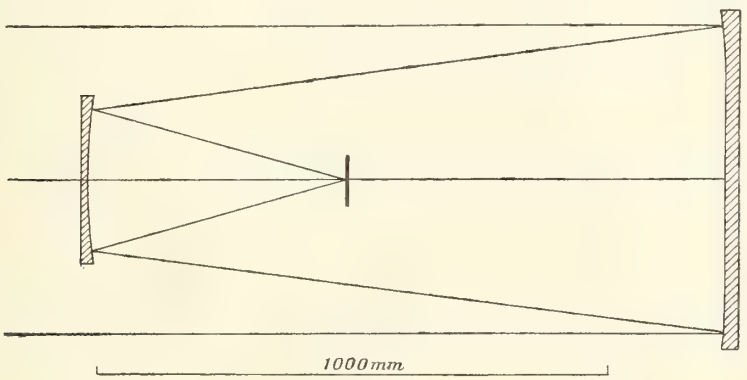


Fig. 9.

Praktisch ist der Anschluss an Flächen 2. Grades von besonderer Bedeutung, weil die Form ihrer Meridianschnitte dadurch kontrolliert werden kann,

dass man in den einen Brennpunkt eine (beim Hyperboloid virtuelle) Lichtquelle bringt und die Vereinigung des Lichtes in dem andern Brennpunkt nach der Foucault'schen Schneidenmethode prüft.

Der Anschluss der Spiegelflächen an die Krümmungskugeln ist übrigens bis zu einem Oeffnungsverhältnis 1:2,8 auch ein so enger (6μ für den kleinen, 20μ für den grossen Spiegel), dass die Herstellung dieser Flächen durch allmähliches Umschleifen ursprünglich sphärischer Spiegel jedenfalls keine grösseren Schwierigkeiten hat, als die Anfertigung eines parabolischen Spiegels von gleichem Oeffnungsverhältnis.

Als letzte Controlle der Brauchbarkeit des Spiegelsystems wurden für das Oeffnungsverhältnis 1:3,3 zwei Randstrahlen, die von einem $1^0{,}5$ seitlich der Axe befindlichen Objectpunkt ausgingen und zur Bequemlichkeit in der Axenebene gewählt wurden, trigonometrisch durch das System hindurch verfolgt. Es ergab sich eine radiale Streuung von 18″. Die Schlussfolgerungen über das brauchbare Gesichtsfeld, die am Ende des vorigen Paragraphen aus der Annäherung gezogen wurden, welche die Theorie der Fehler dritter Ordnung gewährt, entsprechen hiernach für Oeffnungsverhältnisse solcher Grössenordnung in genügender Schärfe dem Resultate einer strengen Durchrechnung.

---

25 JUL. 1905

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

PHILOLOG.-HIST. KL. NEUE FOLGE.

I. Bd. No. 1. **Kehr, P.**, *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 3. **Bonwetsch, N.**, *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Bd. No. 4. **Wellhausen, J.**, *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 5. **Hultsch, Fr.**, *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm**, (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 7. **Leo, Fr.**, *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 8. *Asadi's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von Paul Horn. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Bd. No. 1. **Wellmann, M.**, *Krateuas.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Bd. No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben von **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 3. **Schulten, Adolf**, *Die Lex Manciana*, eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 4. **Kaibel, Georg**, *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΑΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 5. **Bechtel, Fr.**, *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen*, die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer) *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 7. **Schulten, Adolf**, *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren
II. im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Bd. Nr. 8. **Roethe, Gustav**, *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899 8 M.

III. Bd. Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Bruder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77. S.) 1899. 5. M.

III. Bd. Nr. 2. **Marquardt, J.**, *Eränšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Bd. No. 3. **Achelis, H.**, *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Bd. No. 1. **Tüselmann, Otto**, *Die Paraphrase des Eutekmios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1 M.

IV. Bd. No. 2. **Schulten, Adolf**, *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1. Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Bd. No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.**, *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Bd. No. 4 **Rahlfs, Alfred**, *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Bd. No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Bd. No. 6. **Lüders, Heinrich**, *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Bd. No. 1. **Roethe, Gustav.** *Brentanos ‚Ponce de Leon'*, eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 2. **Wellhausen, J.**, *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann.** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.**, *Materialien zur Kenntnis des Apabhraṁśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Präkrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm**, *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl**, *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit zwei Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann**, *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563—1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.**, *Pietro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.**, *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.**, *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.**, *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.**, und **Lietzmann, H.**, *Apollinaristische Schriften.* Im Druck.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.**, *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm**, *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Band, No. 2. **Frensdorff, F.**, *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 3. **Schulthess, Fr.**, *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjaden-Moschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln Im Druck.

VIII. Bd. No. 4. **Schulten, A.**, *Numantia.* topographisch-historische Untersuchung. 3 Karten. Im Druck.

VIII. Bd. No. 5. **Leo, Fr.**, *Der Saturnische* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5 M. 50 Pf.

MATH.-PHYSIKAL. KL. NEUE FOLGE.

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.**, *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. 1897.

Nachtrag dazu. 4 (S. 49—65 mit Taf. V—VII.) 1898.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin**, *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. 1898.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.**, *Ableitung der Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Schwerd ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16,17 (Beobachter: Ambronn und Hayn) und von 1891 (Beobachter: Schur).* Mit Sternwarte nebst Verzeichniss der Instrumente. 4. (26 S.)

I. Bd. No. 4. **Schur, W.**, *Vergleichung der beiden Sternhaufen h und χ Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte Göttingen verbunden mit einer Untersuchung aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit Sternkarte. 4. (88 S.) 1900.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.**, *Theorie der astatischen Seismographen.* 4.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius.** *Theorie der elliptischen Planeten. Die Planeten vom Hecuba-Typus.* 4. (153 S.) 1902.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.**, *Ueber das Reciprocitätsgesetz der den Potenzrest n-ten Grades in quadratischen Zahlkörpern, wenn n eine ungerade Primzahl bedeutet* 4. (82 S.)

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.**, *Contributions to the Dynamical and Analytical Theories of Heat.* 4. 1903.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E.**, *Neuseeländische Amphipoden.* Mit 9 Tafeln 4. (79 S.)

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.**, *Ueber die Fauna der Kreide Helgolands und ihre Ammoniten.* Mit 4 Tafeln. 4 (63 S.)

III. Bd. No. 3. **Schur** und **Ambronn**, *Untersuchungen des Sonnendurchmessers mit dem Repsoldschen 6 zoll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* Im Druck.

III Bd. No. 4. **Brendel, M.**, *Monditheorie*

III. Bd. No. 5. **Linke, F.**, *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten* Mit 4 Taf. 4. (30 S.) 1904. 6 M.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K.**, *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. Im Druck.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.**, *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegelteleoscope. Mit 9 Fig. Im Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 3.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. III.

Ueber die astrophotographischen Objektive.

Von

K. Schwarzschild.

Mit 10 Figuren im Text.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 3.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. III.

Ueber die astrophotographischen Objektive.

Von

K. Schwarzschild.

Mit 10 Figuren im Text.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

Untersuchungen zur geometrischen Optik. III.

Ueber die astrophotographischen Objective.

Von

K. Schwarzschild.

Vorgelegt in der Sitzung vom 8. Juli 1905.

§ 1. Einleitung.

1. Die Bedürfnisse der Himmelsphotographie zwingen den Astronomen, in vielen Fällen den Typus des gewöhnlichen zweilinsigen Fernrohrobjektivs zu verlassen und zur Verwendung verwickelterer optischer Systeme überzugehn. Dabei wird er wünschen müssen, sich von vornherein über die theoretische Leistungsfähigkeit verschiedener Typen ein Urteil zu verschaffen, um dem Optiker in der Auswahl der für den jedesmaligen Zweck geeigneten Anordnung an die Hand gehen können. Volle Aufklärung über die Leistungsfähigkeit eines Objektivs ist freilich nur auf demselben mühsamen Wege der trigonometrischen Durchrechnung zu erhalten, den der Optiker bei der Construktion seinerseits einschlägt. Doch lässt die Betrachtung der Fehler dritter Ordnung, wie sie durch die in der ersten dieser Mitteilungen [1]) abgeleiteten Seidel'schen Formeln gegeben werden, bereits die wesentlichsten Punkte hervortreten. Die folgende Untersuchung will jenem Wunsch entgegen kommen, indem sie eine kritische Beurteilung der astrophotographischen Objektivsysteme so weit durchführt, als dies auf Grund der Theorie der Fehler dritter Ordnung möglich ist.

2. Es lässt sich nun nicht in der Weise vorgehen, dass wir vorhandene Konstruktionen mit numerisch gegebenen Abmessungen auf ihre Fehler dritter

1) Untersuchungen zur geometrischen Optik I. (Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs). Astronomische Mittheilungen der königlichen Sternwarte zu Göttingen. 9. Teil und Abhandlungen der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Math.-Physik. Klasse. Neue Folge. Bd. IV. No. 1.

Ordnung prüfen, vielmehr ist eine allgemeine Einsicht nur zu gewinnen, wenn man sich die Aufgabe stellt, selbst Systeme zu errechnen, die von Fehlern dritter Ordnung möglichst frei sind. Dabei zeigt sich ein eigentümlicher Charakter dieser Probleme. Es ist hier mit einer Abzählung der Unbekannten nicht gethan, man kann nicht so viele Fehler dritter Ordnung zum Verschwinden bringen, als man in dem Linsensystem willkürliche Stücke zur Verfügung hat. Vielmehr können mit den vorhandenen Glassorten bestimmte Fehler für gewisse Systeme trotz genügender Zahl der willkürlichen Stücke überhaupt nicht beseitigt werden, solange man sich wenigstens an praktisch brauchbare Anordnungen hält, und es ist grade die Existenz solcher unvermeidlicher Fehlerreste, welche eine allgemeine Beurteilung der verschiedenen Objektivtypen gestattet. Die weitere Frage, wie über die übrig bleibenden Willkürlichkeiten zu verfügen ist, nachdem in Bezug auf Fehler dritter Ordnung das Erreichbare gethan ist, könnte streng rationell nur durch eine Theorie der Fehler 5. und höherer Ordnung entschieden werden. Die praktische Optik hält sich an historisch gewordene Typen oder sondert durch trigonometrische Durchrechnung besonders gute Anordnungen aus. In Ermangelung einer Theorie der Fehler 5. Ordnung wird sich der Grundsatz empfehlen, immer unter den möglichen Formen solche mit kleinen Krümmungen (grossen Krümmungsradien) der Linsenflächen auszusuchen. Da die Fehler 5. Ordnung mit abnehmenden Krümmungen rasch kleiner werden, so bedeutet dies eine summarische Berücksichtigung der Fehler höherer Ordnung, und man wird auf diese Weise in der That nahe auf die in Praxis verbreitetsten Objektivformen geführt. Die so zustande kommende, wenigstens halbwgs rationelle Ableitung der üblichen Objectivformen bildet die zweite Absicht dieser Untersuchung.

3. Herr A. König hat das Verdienst, im 7. Kapitel des von M. v. Rohr herausgegebenen Buches „Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten“ (Berlin 1904), die erste und bisher einzige Darstellung der Errechnung von Linsensystemen auf Grund der Seidel'schen Formeln gegeben zu haben. Es lag in dem Plane des Buches, die auf diesem Gebiete vorkommenden Aufgaben allgemein zu charakterisieren, nicht aber in speziellen Fällen die Grösse der Fehler dritter Ordnung abzuleiten. Die gegenwärtige Untersuchung bildet für die astrophotographischen Objektive die konkrete Ergänzung zu Herrn König's Behandlung, indem sie für jeden Objektivtypus das Problem möglichst scharf definiert und bis zum fertigen Rechenschema mit numerischer Anwendung durchführt. Die gesonderte Behandlung der astrophotographischen Objektive hat eine innere Berechtigung, insofern bei diesen Objektiven meist ein mittleres Oeffnungsverhältnis mit einem mittelgrossen Gesichtsfeld vereinigt ist (Plattengrösse einigermassen gleich Objektivgrösse) und die Seidel'schen Formeln grade auf solche Fälle gemünzt sind, wo man weder die Oeffnung noch das Gesichtsfeld als sehr klein betrachten darf. Diese Beschränkung hat noch zur praktischen Konsequenz, dass sowohl dicke, als verkittete Linsen ausgeschlossen

werden, weil bei grösseren Dimensionen die einen zu viel Glasmaterial erfordern und zu stark absorbieren, die andern unter nachträglichen Deformationen leiden. Auch wird der Fehler der Verzeichnung öfter bei Seite gelassen, da dessen nachträgliche Bestimmung und Berücksichtigung für den Astronomen keinen erheblichen Arbeitszuwachs bedeutet.

Der freiere Ueberblick über das ganze Gebiet hat auch zur Auffindung gewisser abgeänderter oder neuer Objektivformen geführt, welche sich der näheren Erprobung durch trigonometrische Durchrechnung empfehlen.

4. Bevor auf die eigentliche Aufgabe eingegangen werden konnte, war als eine Art Nachtrag zu Mitteilung I noch die allgemeine Theorie der Farbenfehler zu behandeln, deren Berücksichtigung in Praxis noch vor den Fehlern dritter Ordnung in Betracht kommt. Die Formeln zu ihrer Berechnung sind auf eine — zuerst von Seidel abgeleitete, aber anscheinend seitdem wieder verschollene — einfache Form gebracht, die insbesondere gestattet, die Möglichkeit achromatischer Systeme aus einer Glassorte und die Grösse des sekundären Spektrums allgemein zu beurteilen.

5. Inhaltsübersicht. Die Anordnung des Stoffes wird sich daher folgendermassen gliedern: Im zweiten Paragraphen werden zunächst die Seidelschen Formeln einer Umformung unterworfen, die man als „Elimination der Blenden“ bezeichnet und die sie für die späteren Zwecke geeigneter macht. Der dritte Paragraph giebt in der „Massstabsbedingung“ eine Festsetzung formaler Art. Der vierte Paragraph enthält die Theorie der Farbenfehler, die Behandlung der Frage nach achromatischen Systemen aus einer Glassorte und des sekundären Spektrums. Mit dem fünften Paragraphen beginnt die eigentliche Arbeit, es werden hier die Fehler dritter Ordnung der einzelnen sehr dünnen Linse — des Elementes der späteren Systeme — genauer untersucht. Im sechsten Paragraphen sind die allgemeinen Formeln für die Fehler von Systemen zusammengestellt, die sich aus beliebigen sehr dünnen Linsen zusammensetzen. Die drei folgenden Paragraphen behandeln dann, zu immer verwickelteren Anordnungen aufsteigend, der Reihe nach das einfache sehr dünne System (das gewöhnliche Fernrohrobjektiv), das aus zwei getrennten dünnen Teilsystemen bestehende Objektiv (Petzvalobjektiv und Aplanat), das aus drei solchen dünnen Teilsystemen bestehende Objektiv (Taylortypus). Im 10. Paragraphen sind schliesslich die Hauptresultate zusammengestellt.

Bemerkung zu den Figuren. Bei sämtlichen in den Figuren dargestellten optischen Systemen ist der Massstab so gewählt, dass die Gesamtbrennweite gleich 100 mm wird. Das niedriger brechende Kronglas ist durch nach links ansteigende, das stärker brechende Flint durch nach rechts ansteigende Schraffierung gekennzeichnet. Das Licht ist stets von links einfallend gedacht.

6. Zusammenstellung der Bezeichnungen und der Formeln der Gauss'schen Dioptrik. Zur Bequemlichkeit des Lesers seien hier nochmals die Formeln der Gauss'schen Dioptrik im Anschluss an Mitteilung I Gl.

(55)—(58) und die Bezeichnungen zusammengestellt:

1) $$n_{i-1}\left(\frac{1}{s_i}+\frac{1}{r_i}\right)=n_i\left(\frac{1}{s'_i}+\frac{1}{r_i}\right)=K_i,\quad n_{i-1}\left(\frac{1}{t_i}+\frac{1}{r_i}\right)=n_i\left(\frac{1}{t'_i}+\frac{1}{r_i}\right)=L_i$$

2) $$\frac{h_{i+1}}{h_i}=\frac{s_{i+1}}{s'_i},\quad \frac{H_{i+1}}{H_i}=\frac{t_{i+1}}{t'_i},\quad h_1=\frac{s_1}{s_1-t_1},\quad H_1=\frac{t_1}{n_0}$$

3) $$d_i=s_{i+1}-s'_i=t_{i+1}-t'_i$$

4) $$(L_i-K_i)\,H_ih_i=1$$

Die Bedeutung der Zeichen ist folgende:

n_i ist der Brechungsexponent des Mediums hinter der $i$ten Fläche,

r_i ist der Krümmungsradius der $i$ten Fläche, positiv für gegen das einfallende Licht konvexe Flächen,

s_i, t_i, s'_i, t'_i sind die Abstände von vier Ebenen vom Scheitel der $i$ten Fläche (positiv, wenn die betreffende Ebene im Sinne der Lichtbewegung vor dem Flächenscheitel liegt) und zwar sind diese Ebenen der Reihe nach:

Das Gauss'sche Bild der Objektebene, welches von den $i-1$ ersten brechenden Flächen entworfen wird,

das Gauss'sche Bild der Eintrittspupille, welches von den $i-1$ ersten brechenden Flächen entworfen wird,

das Gauss'sche Bild der Objektebene, welches von den i ersten brechenden Flächen entworfen wird,

das Gauss'sche Bild der Eintrittspupille, welches von den i ersten brechenden Flächen entworfen wird.

Die Grössen h_i sind (im Sinne der Gauss'schen Dioptrik) den Axenabständen („Schnitthöhen") proportional, in welchen die einzelnen brechenden Flächen von einem Strahl getroffen werden, der von der Mitte der Objektebene ausgeht. Die Grössen H_i bedeuten dasselbe für einen von der Mitte der Eintrittspupille ausgehenden Strahl. d_i ist der Abstand zwischen den Scheiteln der $i$ten und der $i+1$ten Fläche. K_i und L_i bezeichnen die Abbe'schen Invarianten.

Ferner bezeichnet bei nichtsphärischen Flächen b_i die Deformation der $i$ten Fläche in dem Sinne, dass $\frac{y^4 b_i}{r_i^3}$ die Abweichung der Fläche von der Kugel vom Radius r_i im Abstand y von der Axe bedeutet und positives b_i mit einer Verstärkung der Flächenkrümmung nach dem Rande zu verbunden ist.

Schliesslich sei auch die Bedeutung der 5 Fehlerkoeffizienten $B \ldots F$ und der „numerischen Fehler" $B' \ldots F'$ für unendlich entferntes Objekt und ein System der Brennweite f nach I. 21 a) wiederholt:

$$B'v^3 = -51'',6\,Bf^3v^3 \text{ (Durchmesser des Zerstreuungskreises der sphärischen Aberration)}$$

$$F'v^2g = 81.1\,Ff^2v^2g \text{ (radiale Erstreckung der Koma)}$$

5) $$(2C'+D')vg^2 = -56.7\,(2C+D)fvg^2 \left(\begin{matrix}\text{radiale}\\ \text{tangentiale}\end{matrix}\right\} \text{Axe der durch Astigmatismus und Bildwölbung erzeugten Ellipse}\Big)$$

$$D'vg^2 = -56.7\,Dfvg^2$$

$$E'g^3 = 29.7\,Eg^3 \text{ (Verzeichnung)}$$

Dabei ist g der Gesichtsfelddurchmesser mit 6^0 als Einheit und v das Oeffnungsverhältnis mit $f/10$ als Einheit.

Das ganze System soll fortan immer als in Luft befindlich vorausgesetzt werden (erster und letzter Brechungsindex gleich 1).

Die Krümmungsradien ϱ_t und ϱ_s des tangentialen und sagittalen Bildes sind dann gegeben durch:

5a) $$\frac{1}{\varrho_t} = 2(2C+D), \quad \frac{1}{\varrho_s} = 2D$$

die halbe Differenz und die halbe Summe der Krümmungen:

5b) $$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varrho_t}-\frac{1}{\varrho_s}\right) = 2C, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varrho_t}+\frac{1}{\varrho_s}\right) = 2(C+D)$$

werden als „Astigmatismus“, resp. als „Bildwölbung“ bezeichnet.

§ 2. Elimination der Blenden.

7. Wenn man auf Grund der Seidel'schen Ausdrücke für die Fehler dritter Ordnung eines Linsensystems die Abmessungen des Linsensystems so bestimmen will, dass diese Fehler verschwinden, so wird man zunächst dafür zu sorgen haben, dass die Fehler möglichst einfach und unmittelbar in ihrer Abhängigkeit von den geometrischen Bestimmungsstücken des Linsensystems erscheinen. Die Formeln I. (54)—(56) stellen in dieser Beziehung noch nicht das erreichbare Ideal dar. Sie verlangen, dass man zwei Strahlen nach den Sätzen der Gauss'schen Dioptrik durch das System verfolge, einen von der Mitte des Objekts ausgehenden und einen von der Mitte der Eintrittspupille ausgehenden. Es ist von Seidel gezeigt worden, dass man den zweiten, von der Blendenstellung abhängigen Strahl sparen und die Fehler des Systems noch einfach genug durch Grössen ausdrücken kann, die — bis auf eine einzige — nur von dem ersten Strahl, also von der Lage der Objektebene und ihrer durch die einzelnen Teile des Systems entworfenen Bilder, abhängen. Es ist selbstverständlich, dass eine von der Blendenstellung abhängige Grösse in den Formeln bleiben muss, da eine Verschiebung der Blenden thatsächlich auf die Fehler Einfluss hat. Diese Umformung versteht man unter „Elimination der Blenden“.

Man suche zunächst die Schnitthöhe H des von der Mitte der Eintrittspupille ausgehenden Strahls durch die Schnitthöhen h des von der Objektmitte kommenden Strahls auszudrücken. Man findet aus den Gleichungen (1)—(4) elementar:

$$\frac{H_{i+1}}{h_{i+1}} - \frac{H_i}{h_i} = \frac{d_i}{n_i h_i h_{i+1}}$$

Führt man die Abkürzung k_i ein durch:

6) $$H_i = k_i . h_i$$

so folgt:

$$7) \qquad k_{i+1} = k_1 + \sum_{i=1}^{i} \frac{d_i}{n_i h_i h_{i+1}},$$

dabei ist:

$$8) \qquad k_1 = \frac{H_1}{h_1} = \frac{t_1}{s_1}(s_1 - t_1).$$

Aus Gleichung (4) folgt ferner:

$$9) \qquad L_i = K_i + \frac{1}{h_i^2 k_i}.$$

Schliesslich leitet man aus (1) — (4) ab:

$$10) \qquad \frac{1}{n_{i-1} t_i} - \frac{1}{n_i t_i'} = \frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'} + \frac{1}{h_i^2 k_i}\left(\frac{1}{n_{i-1}^2} - \frac{1}{n_i^2}\right).$$

Die Formeln (6)—(10) geben alle in den Seidel'schen Fehlerausdrücken vorkommenden Grössen, die ursprünglich von der Lage der Eintrittspupille abhängen, durch Stücke dargestellt, welche durch den Verlauf des durch die Objektmitte gehenden Strahls bestimmt sind. Als von der Blendenstellung abhängig bleibt allein die Grösse k_1 übrig, welche nach (8) unmittelbar aus dem Abstand t_1 der Eintrittspupille von der ersten brechenden Fläche gegeben ist. Setzt man daher diese Werte in die Seidel'schen Fehlerausdrücke ein, so erhält man die gewünschten Endformeln, die trotz ihrer anscheinenden Kompliziertheit sich in Praxis bequemer erweisen:

$$11) \qquad \begin{aligned}
2B &= \sum_i h_i^4 \cdot \frac{b_i}{r_i^3}(n_i - n_{i-1}) + \left(\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'}\right) h_i^4 K_i^2 \\
2C &= \sum_i h_i^4 h_i^2 \cdot \frac{b_i}{r_i^3}(n_i - n_{i-1}) + \left(\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'}\right)(h_i^2 k_i K_i + 1)^2 \\
2D &= \sum_i h_i^4 h_i^3 \cdot \frac{b_i}{r_i^3}(n_i - n_{i-1}) + \left(\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'}\right) h_i^2 k_i K_i (h_i^2 k_i K_i + 2) \\
&\qquad + K_i \left(\frac{1}{n_{i-1}^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \\
2E &= \sum_i h_i^4 h_i^3 \cdot \frac{b_i}{r_i^3}(n_i - n_{i-1}) + \left(\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'}\right) k_i (h_i^2 k_i K_i + 1)(h_i^2 k_i K_i + 2) \\
&\qquad + \frac{1 + h_i^2 k_i K_i}{h_i^2} \left(\frac{1}{n_{i-1}^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \\
2F &= \sum_i h_i^4 k_i \cdot \frac{b_i}{r_i^3}(n_i - n_{i-1}) + \left(\frac{1}{n_{i-1} s_i} - \frac{1}{n_i s_i'}\right) h_i^2 K_i (h_i^2 k_i K_i + 1).
\end{aligned}$$

§ 3. Die Massstabsgleichung.

8. Um unter der einfach- unendlichen Schar geometrisch ähnlicher Linsensysteme jeweils ein bestimmtes festzulegen, könnte man fordern, dass die Brennweite des Systems gleich 1 sei. Doch ist eine andere Festsetzung rechnerisch etwas bequemer. Man bezeichne mit $\varkappa$ die Ordnungsnummer der letzten brechenden Fläche und stelle die Forderung auf, die wir „Massstabsgleichung" nennen wollen:

12) $$\frac{h_1}{s_1} - \frac{h_\varkappa}{s'_\varkappa} = 1.$$

Das hat folgende Bedeutung: Die Vergrösserung V zwischen Objektebene und Bildebene hat offenbar den Wert:

13) $$V = \frac{s'_1}{s_1} \cdot \frac{s'_2}{s_2} \cdots \frac{s'_\varkappa}{s_\varkappa} = \frac{s'_\varkappa}{s_1} \cdot \frac{h_1}{h_\varkappa}.$$

Nennt man andrerseits F den Abstand der vorderen Brennebene des Systems von der ersten brechenden Fläche, G den Abstand der ersten Hauptebene von der ersten brechenden Fläche und f die Brennweite, so ist bekanntlich nach Gauss:

$$G = F - f, \quad V = \frac{f}{F - s_1}.$$

Berücksichtigt man, dass nach (2):

$$\frac{h_1}{s_1} = \frac{1}{s_1 - t_1}$$

ist, so geht die Forderung (12) über in:

13 a) $$f = \frac{s_1 - G}{s_1 - t_1}.$$

Sie besagt daher gleichfalls, dass die Brennweite des Systems gleich 1 sein soll, erstens wenn das Objekt unendlich entfernt ist ($s_1 = \infty$) und zweitens, wenn die Eintrittspupille mit der ersten Hauptebene zusammenfällt ($G = t_1$). Da beide Umstände in Praxis meist mehr oder weniger erfüllt sind, so legt die Forderung (12) die Brennweite im allgemeinen auf einen Wert in der Nähe von 1 fest.

Der praktische Vorzug unserer Forderung beruht auf der Möglichkeit folgender Umformung. Es ist:

$$\frac{n_i h_i}{s'_i} = \frac{n_i h_{i+1}}{s_{i+1}} = \frac{n_{i+1} h_{i+1}}{s'_{i+1}} + \frac{n_{i+1} - n_i}{r_{i+1}} h_{i+1}.$$

Addiert man alle diese Gleichungen für die Werte i von 0 bis $\varkappa - 1$, so folgt:

$$\frac{h_1}{s_1} = \frac{h_\varkappa}{s'_\varkappa} + \sum_1^\varkappa \frac{n_i - n_{i-1}}{r_i} \cdot h_i,$$

oder als zweite Form der Massstabsgleichung:

14) $$1 = \sum_{i=1}^{\varkappa} \frac{n_i - n_{i-1}}{r_i} \cdot h_i.$$

§ 4. Die Farbenfehler.

9. Die Aufgabe dieses Paragraphen ist, über die aus der Dispersion des Glases entspringenden Fehler Rechenschaft zu geben. Wenn man nach den Formeln der Gauss'schen Dioptrik Lage und Grösse des durch ein Linsensystem entworfenen Bildes bestimmt, so erscheinen dieselben abhängig von dem Brechungsexponenten n der verwandten Glassorten, variieren also mit der Wellenlänge der einfallenden Strahlung. Die hierdurch erzeugten Streuungen weissen Lichts sind in Praxis von ähnlicher Grössenordnung, wie die bisher betrachteten Fehler dritter Ordnung für eine einzelne Farbe. Natürlich hängen die Fehler dritter Ordnung selbst ebenfalls von der Wellenlänge ab, doch sind ihre Variationen klein gegen ihre eigenen Beträge, dürfen daher vernachlässigt werden, solange wir uns überhaupt auf Fehler dritter Ordnung beschränken. Daraus entnehmen wir das Recht, die Abhängigkeit von der Farbe nur in soweit in Betracht zu ziehen, als sie sich in den Formeln der Gauss'schen Dioptrik ausspricht.

Die erste chromatische Bedingung, die man einem optischen System auferlegen wird, ist die der Unabhängigkeit der Lage der Bildebene von der Wellenlänge. Es darf sich also die Grösse $s'_\varkappa$ nicht ändern ($\varkappa$ Ordnungsnummer der letzten brechenden Fläche des Systems), wenn man zu einer andern Farbe übergeht. Nun gilt:

$$n_{i-1}\left(\frac{1}{s_i} + \frac{1}{r_i}\right) = n_i\left(\frac{1}{s'_i} + \frac{1}{r_i}\right) = K_i,$$

$$s_{i+1} - s'_i = d_i,$$

und daraus folgt durch Variation, wobei die einzelnen Variationen die mit einer bestimmten Aenderung der Wellenlänge verbundenen Aenderungen der betreffenden Grössen bezeichnen:

$$n_i \frac{\delta s'_i}{s'^2_i} - n_{i-1} \frac{\delta s_i}{s_i^2} = K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right),$$

$$\delta s_{i+1} = \delta s'_i.$$

Multipliziert man die erste Gleichung mit h_i^2 und beachtet die Relation:

$$\frac{h_{i+1}}{h_i} = \frac{s_{i+1}}{s_i'},$$

so findet man:

15) $$n_i\left(\frac{h_{i+1}}{s_{i+1}}\right)^2 \delta s_{i+1} - n_{i-1}\left(\frac{h_i}{s_i}\right)^2 \delta s_i = h_i^2 K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right)$$

und durch Addition über alle diese Gleichungen:

$$n_\varkappa\left(\frac{h_{\varkappa+1}}{s_{\varkappa+1}}\right)^2 \delta s_{\varkappa+1} = n_\varkappa\left(\frac{h_\varkappa}{s_\varkappa'}\right)^2 \delta s_\varkappa' = n_0\left(\frac{h_1}{s_1}\right)^2 \delta s_1 + \sum_{i=1}^{\varkappa} h_i^2 K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right).$$

Da nun wegen der unverrückten Lage des Objektes $\delta s_1 = 0$ ist, so geht die erste chromatische Bedingung $\delta s_\varkappa' = 0$ in die Forderung über:

16) $$0 = \sum h_i^2 K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right).$$

Ist dieselbe nicht erfüllt, so werde ich den Wert der Summe:

17) $$\Phi = -555\,\frac{s_\varkappa'}{h_\varkappa} \sum h_i^2 K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right)$$

als numerischen Betrag des ersten Farbenfehlers bezeichnen. Der Faktor 555 $\frac{s_\varkappa'}{h_\varkappa}$ und das Minuszeichen ist aus einem später ersichtlichen praktischen Grunde gewählt. Der Durchmesser des entsprechenden Zerstreuungskreises ist offenbar, wenn wieder $\frac{v}{10}$ das Oeffnungsverhältnis angiebt, $\delta s_\varkappa' \frac{v}{10}$. Auf das Objekt zurückprojiziert bei der Vergrösserung V giebt dies $\delta s_\varkappa' \frac{v}{10} \frac{1}{V}$ und von der Eintrittspupille aus gesehn im Winkelwert in Bogensekunden:

$$\delta s_\varkappa' \frac{v}{10 \sin 1''} \frac{1}{V(s_1 - t_1)}.$$

Setzt man hier den Wert (13) von V ein und berücksichtigt den Wert (2) von h_1, so geht diese Grösse über in $\frac{\delta s_\varkappa' v}{10 \sin 1''} \frac{h_\varkappa}{s_\varkappa'}$. Demnach ist die Streuung durch den ersten Farbenfehler:

18) $$\frac{\delta s_\varkappa' v}{10 \sin 1''} \frac{h_\varkappa}{s_\varkappa'} = -\frac{1}{5550 \sin 1''} \Phi v = -37''{,}1\, \Phi v.$$

10. Als zweite chromatische Bedingung, mit deren Erfüllung dann in der Tat, soweit die Gauss'sche Dioptrik reicht, Freiheit des Bildes von Farbenfehlern gewonnen ist, muss verlangt werden, dass neben der Lage auch

die Grösse des Bildes von der Farbe unabhängig wird. Diese Bedingung lässt sich in übersichtlicher Form folgendermassen gewinnen.

Die Vergrösserung zwischen Bild und Objekt hat den Wert:

19) $$V = \frac{s_1'}{s_1}\cdot\frac{s_2'}{s_2}\cdot\cdots\frac{s_\varkappa'}{s_\varkappa}.$$

Es folgt durch logarithmische Variation in Rücksicht auf (3):

$$\frac{\delta V}{V} = \sum_{i=1}^{\varkappa}\left(\frac{\delta s_i'}{s_i'} - \frac{\delta s_i}{s_i}\right) = \frac{\delta s_\varkappa'}{s_\varkappa'} - \frac{\delta s_1}{s_1} + \sum_{i=2}^{\varkappa}\delta s_i\left(\frac{1}{s_{i-1}'} - \frac{1}{s_i}\right).$$

Die hier auftretende Summe lässt sich so umformen:

$$\sum_{i=2}^{\varkappa}\delta s_i\left(\frac{1}{s_{i-1}'} - \frac{1}{s_i}\right) = \sum_{i=2}^{\varkappa}\frac{d_{i-1}\delta s_i}{s_i s_{i-1}'} = \sum_{i=2}^{\varkappa}\frac{d_{i-1}}{s_i^2}\frac{h_i}{h_{i-1}}\delta s_i.$$

Nun ist aber nach (7):

$$\frac{d_{i-1}}{h_{i-1}} = (k_i - k_{i-1})\,h_i n_{i-1}$$

Demnach:

$$\sum_{i=2}^{\varkappa}\delta s_i\left(\frac{1}{s_{i-1}'} - \frac{1}{s_i}\right) = \sum_{i=2}^{\varkappa} h_i^2 n_{i-1}\left(\frac{k_i - k_{i-1}}{s_i^2}\right)\delta s_i,$$

oder nach den k_i umgeordnet:

$$= -\frac{h_1^2 k_1}{s_1^2}\delta s_1 + \frac{h_{\varkappa+1}^2 k_\varkappa}{s_{\varkappa+1}^2}\delta s_{\varkappa+1} + \sum_{i=1}^{\varkappa} k_i\left[n_{i-1}\frac{h_i^2}{s_i^2}\delta s_i - n_i\frac{h_{i+1}^2}{s_{i+1}^2}\delta s_{i+1}\right],$$

also infolge von (15):

$$= -\frac{h_1^2 k_1}{s_1^2}\delta s_1 + \frac{h_\varkappa^2 k_\varkappa}{(s_\varkappa')^2}\delta s_\varkappa' - \sum_{i=1}^{\varkappa} h_i^2 k_i K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right).$$

Damit ergiebt sich für die Veränderung der Vergrösserung δV, wofern man noch berücksichtigt, dass $\delta s_1 = 0$ ist, unter einfacher Umformung des Gliedes ausserhalb der Summe:

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta s_\varkappa'}{s_\varkappa' - t_\varkappa'} - \sum_{i=1}^{\varkappa} h_i^2 k_i K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right).$$

Ist die erste chromatische Bedingung erfüllt, also $\delta s_\varkappa' = 0$, so lautet daher die zweite chromatische Bedingung $\delta V = 0$:

20) $$0 = \sum_{i=1}^{\varkappa} h_i^2 k_i K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right).$$

Wenn das nicht der Fall ist, so werde ich allgemein die Grösse:

21) $$\Psi = -\frac{s'_\varkappa \Phi}{h_\varkappa (s'_\varkappa - t'_\varkappa)} - 555 \sum h_i^2 k_i K_i \left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right),$$

als numerischen Betrag des zweiten Farbenfehlers bezeichnen. Da nach (18)

$$\frac{\delta s'_\varkappa}{s'_\varkappa - t'_\varkappa} = -\frac{s'_\varkappa}{h_\varkappa (s'_\varkappa - t'_\varkappa)} \cdot \frac{\Phi}{555}$$

ist, so gilt dann:

$$555 \frac{\partial V}{V} = \Psi.$$

Die zugehörige Streuung durch den zweiten Farbenfehler im Abstand $g \,.\, \mathrm{tg}\, 3^0$ von der Axe wird:

22) $$\frac{\delta V}{V} \cdot g \,\mathrm{tg}\, 3^0 = 38''9 \, g \Psi.$$

11. Die beiden chromatischen Bedingungen:

$$0 = \sum h_i^2 K_i \left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right) \quad \text{und} \quad 0 = \sum h_i^2 k_i K_i \left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right)$$

lassen sich noch auf eine andre einfache, von L. Seidel (Astron. Nachrichten. Bd. 135 pag. 310 und Bd. 137 pag. 115) angegebene Form bringen. Es ist:

$$\frac{h_{i+1}}{h_i} = \frac{s_{i+1}}{s'_i} = 1 + \frac{d_i}{s'_i}, \qquad \frac{h_i}{h_{i-1}} = \frac{s_i}{s'_{i-1}} = \frac{s_i}{s_i - d_{i-1}}.$$

Bestimmt man aus diesen beiden Gleichungen s'_i und s_i und setzt die entstehenden Werte in K_i ein, so erhält man:

23) $$h_i K_i \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}}\right) = \frac{h_{i+1} - h_i}{d_i} - \frac{h_i - h_{i-1}}{d_{i-1}}.$$

Es bleibt diese Formel auch für $i = 0$ und $i = \varkappa$ richtig, wenn man die bisher nicht benutzten Grössen h_0, $h_{\varkappa+1}$, d_0, $d_\varkappa$ gemäss den Gleichungen:

24) $$h_0 = h_{\varkappa+1} = 0, \qquad d_0 = s_1, \; d_\varkappa = -s'_\varkappa$$

ansetzt.

Führt man die Abkürzung ein:

25) $$\frac{\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}}{\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}}} = \mu_i,$$

so wird damit

$$\sum h_i^2 K_i \left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right) = \sum_{i=1}^{\varkappa} h_i \mu_i \left(\frac{h_{i+1} - h_i}{d_i} - \frac{h_i - h_{i-1}}{d_{i-1}}\right),$$

oder durch Umordnung nach den d_i:

$$= \frac{h_{\varkappa+1} - h_\varkappa}{d_\varkappa} h_\varkappa \mu_\varkappa - \frac{h_1 - h_0}{d_0} h_1 \mu_1 - \sum_{i=1}^{\varkappa-1} \frac{(h_i - h_{i+1})(h_i \mu_i - h_{i+1} \mu_{i+1})}{d_i},$$

Unter Berücksichtigung von (24) lautet daher die neue Form der ersten chromatischen Bedingung:

26) $$0 = \frac{h_\varkappa^2}{d_\varkappa} \mu_\varkappa + \frac{h_1^2}{d_0} \mu_1 + \sum_{i=1}^{\varkappa-1} \frac{(h_i - h_{i+1})\ (h_i \mu_i - h_{i+1} \mu_{i+1})}{d_i}.$$

Ganz entsprechend kann die zweite chromatische Bedingung auf die Form gebracht werden:

27) $$0 = \frac{h_\varkappa^2 k_\varkappa \mu_\varkappa}{d_\varkappa} + \frac{h_1^2 k_1 \mu_1}{d_0} + \sum_{i=1}^{\varkappa-1} \frac{(h_i - h_{i+1})\ (h_i k_i \mu_i - h_{i+1} k_{i+1} \mu_{i+1})}{d_i}.$$

12. Eine interessante Anwendung gestattet die Gleichung (26) auf Systeme aus einer Glassorte. Wenn Luft und dieselbe Glassorte immer abwechseln, so erhalten offenbar alle μ_i denselben Wert und die erste chromatische Bedingung nimmt die Form an:

$$0 = \frac{h_1^2}{d_0} + \frac{h_\varkappa^2}{d_\varkappa} + \sum_{i=1}^{\varkappa-1} \frac{(h_i - h_{i+1})^2}{d_i}.$$

Diese Gleichung kann bei vor dem Systeme liegendem Objekt (positivem $d_0 = s_1$) nur befriedigt werden, wenn $d_\varkappa = -s'_\varkappa$ negativ, $s'_\varkappa$ positiv ist, da die übrigen Abstände d ihrem Wesen nach positiv sind. Aus einer Glassorte können daher nie achromatische Objektive, die ein reelles Bild hinter dem System ($s'_\varkappa$ negativ, $d_\varkappa$ positiv) geben, sondern nur Okulare mit virtuellem Bild hergestellt werden, Ueber die einfachsten achromatischen Okulare solcher Art vgl. man C. V. L. Charlier „Ueber achromatische Linsensysteme“ Öfversigt af K. SV. Vet.-Akad. Förhandl. 1898. No. 9. und 1899. No. 7.

13. Ebenso gestattet die Gleichung (26) eine einfache Uebersicht über das sogenannte sekundäre Spektrum. Bisher haben wir zwei verschiedene Wellenlängen betrachtet, denen die Brechungsexponenten n_i und $n_i + \delta n_i$ entsprachen. Wir wollen diese Wellenlängen zur Fixierung der Vorstellung festlegen auf die beiden Fraunhofer'schen Linien C und F ($\lambda = 656{,}3\ \mu\mu$ und $\lambda = 486{,}2\ \mu\mu$). Das zu betrachtende optische System vereinige die Bilder

dieser beiden Farben in derselben Ebene, es sei für sie die erste chromatische Bedingung erfüllt:

$$0 = \sum h_i^2 K_i \left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}} \right).$$

Man betrachte nun aber weiter eine dritte Wellenlänge und zwar speziell diejenige der Fraunhofer'schen Linie G' ($\lambda = 434{,}1\ \mu\mu$) und nenne den zugehörigen Brechungsexponenten $n + \delta n'$. Dann bleibt für diese dritte Farbe nach (17) und (26) der folgende Betrag des ersten chromatischen Fehlers übrig:

28) $$\Phi' = 555 \frac{d_\varkappa}{h_\varkappa} \left[\frac{h_1^2 \mu_1'}{d_0} + \frac{h_\varkappa^2 \mu_\varkappa'}{d_\varkappa} + \sum_{i=1}^{\varkappa-1} \frac{(h_i - h_{i+1})(h_i \mu_i - h_{i+1} \mu_{i+1})}{d_i} \right],$$

wobei μ_i' aus μ_i entsteht, indem man δn_i durch $\delta n_i'$ ersetzt. Diese Grösse nennt man „sekundäres Spektrum". Das sekundäre Spektrum würde mit dem ersten Farbenfehler zugleich verschwinden, wenn sich alle Brechungsindices proportional änderten, wenn:

$$\partial n_i' = \alpha \,.\, \partial n_i$$

(α eine für alle Glassorten gemeinsame Konstante) wäre. Das ist aber bei den vorhandenen Glassorten nicht der Fall, vielmehr gilt ein verwickelterer Zusammenhang.

Man hat zu unterscheiden zwischen den seit Fraunhofer bekannten „alten" Silikatgläsern und den „neuen" Jenenser Borosilikaten. Für die alten Gläser hat sich empirisch die Beziehung ergeben:

29) $$\delta n' = 1{,}674\, \delta n - 0.0018\,(n-1),$$

während die neueren Gläser einen relativ etwas langsameren Anstieg des Brechungsexponenten nach dem Violett zu haben entsprechend der Formel:

29a) $$\delta n' = 1.667\, \delta n - 0.0018\,(n-1).$$

Betrachten wir zunächst ein optisches System nur aus alten Gläsern, so finden wir:

$$\mu' = \frac{\dfrac{\delta n_i'}{n_i} - \dfrac{\delta n_{i-1}'}{n_{i-1}}}{\dfrac{1}{n_i} - \dfrac{1}{n_{i-1}}} = 1{,}674 \frac{\dfrac{\delta n_i}{n_i} - \dfrac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}}{\dfrac{1}{n_i} - \dfrac{1}{n_{i-1}}} + 0.0018,$$

30) $$\mu' = 1{,}674\, \mu + 0.0018.$$

Setzt man dies in (28) ein, so ergiebt sich — in Rücksicht auf die vorausgesetzte Erfüllung der ersten Farbenbedingung — dadurch, dass der frühere Faktor 555 grade als der reziproke Wert von 0.0018 gewählt ist:

31) $$\Phi' = \frac{d_\varkappa}{h_\varkappa}\left[\frac{h_1^2}{d_0}+\frac{h_\varkappa^2}{d_\varkappa}+\sum_{i=1}^{\varkappa-1}\frac{(h_{i+1}-h_i)^2}{d_i}\right].$$

Man sieht hieraus, dass für ein System aus alten Gläsern, welches ein reelles Bild liefert ($d_\varkappa$ positiv), das sekundäre Spektrum niemals verschwinden kann. Für den Fall eines unendlich fernen Objekts ($d_0 = \infty$, $h_1 = 1$) und ein System der Brennweite 1 ($\frac{d_\varkappa}{h_\varkappa} = 1$ gemäss der Massstabsgleichung) findet man durch Nullsetzen der Differentialquotienten von Φ' nach $h_2 \ldots h_\varkappa$ direkt den Minimalwert von Φ':

32) $$\Phi' = 1-\frac{d}{4},$$

wobei d die Dicke des optischen Systems von der ersten bis zur letzten Fläche bedeutet. Da man bei astronomischen Systemen mit der Dicke d nicht über die halbe Brennweite ($d = 0{,}5$) hinausgehen wird, so folgt als Minimalwert $\Phi' = 0.9$. Demnach kann gemäss (18) die Streuung durch sekundäres Spektrum bei Objektiven aus alten Gläsern nicht unter $33''.v$ herabgedrückt werden. Beim Oeffnungsverhältnis 1:5 ($v = 2$) erreicht das sekundäre Spektrum also bereits die Bogenminute.

Für ein sehr dünnes System, bei welchem alle Flächen sehr nahe in der gleichen Höhe geschnitten werden, folgt bei unendlich entferntem Objekt ($d_0 = \infty$):

33) $$h_1 = h_2 = \cdots = h_\varkappa = 1 \quad \text{und} \quad \Phi' = 1 \text{ (Streuung: } 37''.v).$$

Dies ist also der unveränderliche Betrag des sekundären Spektrums für alle sehr dünnen Systeme aus alten Gläsern.

Ersetzen wir nun weiter eine Linse i aus altem Glas durch eine solche aus neuem vom selben Brechungsexponenten für die Fraunhofer'schen Linien C und F, so ändert sich für die Linie G' der Brechungsexponent nach (29) um $-0.007\,\delta n_i$. Daraus folgt die entsprechende Aenderung von Φ':

$$555 \cdot \frac{d_\varkappa}{h_\varkappa} \cdot 0.007\,\frac{\delta n_i}{n_i}\left[\frac{h_i}{\frac{1}{n_i}-\frac{1}{n_{i-1}}}\left(\frac{h_{i+1}-h_i}{d_i}-\frac{h_i-h_{i-1}}{d_{i-1}}\right)\right.$$
$$\left.-\frac{h_{i+1}}{\frac{1}{n_{i+1}}-\frac{1}{n_i}}\left(\frac{h_{i+2}-h_{i+1}}{d_{i+1}}-\frac{h_{i+1}-h_i}{d_i}\right)\right].$$

Um zu einer Abschätzung der Grössenordnung dieses Ausdrucks zu gelangen, wollen wir eine Linse in Luft wählen ($n_{i-1} = n_{i+1} = 1$), die für Glas gültigen Durchschnittswerte $n_i = 1{,}5$, $\delta n_i = 0{,}01$ einführen, und unendlich entferntes Objekt bei der Brennweite 1 betrachten ($d_\varkappa = h_\varkappa$).

Dann erhält der Ausdruck den Wert:

$$0{,}08\left[h_{i+1}\left(\frac{h_{i+2}-h_{i+1}}{d_{i+1}}-\frac{h_{i+1}-h_i}{d_i}\right)+h_i\left(\frac{h_{i+1}-h_i}{d_i}-\frac{h_i-h_{i-1}}{d_{i-1}}\right)\right].$$

Damit nun dieser Zusatz, der der Einführung einer Linse aus neuem Glase entspringt, das sekundäre Spektrum der ursprünglichen Kombination aufhebt, muss er mindestens auf 0.9 (den Minimalbetrag des sekundären Spektrums für altes Glas) ansteigen. Dazu muss entweder eine der Grössen h_i oder eine der Grössen $\frac{h_{i+1}-h_i}{d_i}$ von der Grössenordnung 10 werden, wenn nicht zugleich mehrere derselben gross werden. Die Grössen h_i sind die Schnitthöhen eines von der Objektmitte ausgehenden Strahls, mit der Einfallshöhe als Einheit. Die Grössen $\frac{h_{i+1}-h_i}{d_i}$ sind, wie geometrisch sofort zu ersehen, den Neigungen desselben Strahls gegen die Axe proportional, wobei als Einheit der Winkel des aus dem Systeme austretenden Strahls mit der Axe, der das Oeffnungsverhältnis bestimmt, genommen ist. Die einen oder andern Grössen können nur dann hohe Beträge annehmen, wenn die Krümmungsradien der betreffenden Flächen klein werden. Die Aufhebung des sekundären Spektrums erfordert also bei Verwendung neuen Glases immer noch starke Krümmungen. Es lässt sich natürlich aus dieser rohen Abschätzung nicht erkennen, bis zu welcher numerischen Grenze die Krümmungsradien herabgehen müssen, um das sekundäre Spektrum aufzuheben. Indessen hat die Praxis gezeigt, dass in der Tat diese Grenze eine niedrige ist. Aus der Kleinheit der Krümmungsradien folgt dann, dass das betreffende System nur für ein geringes Oeffnungsverhältnis brauchbar ist. So können die verschiedentlich hergestellten 3-teiligen Fernrohrobjektive ohne sekundäres Spektrum nur bis zu einem Oeffnungsverhältnis 1:15 oder höchstens 1:12 benutzt werden; der von Herrn H. Harting[1]) angegebene Aplanat, der für das Oeffnungsverhältnis 1:10 berechnet ist, beseitigt das sekundäre Spektrum, wenigstens im photographischen Gebiet, noch nicht ganz, sondern setzt die Streuung nur etwa auf die Hälfte herunter. Es bleibt daher die Tatsache bestehn, dass man für die astrophotographische Praxis immer mit einem sehr erheblichen Betrag des sekundären Spektrums zu rechnen hat. So sehr dadurch die Linsensysteme gegenüber den farbenfreien Spiegelteleskopen in Nachteil versetzt werden, so folgt daraus doch für die Konstruktion der Linsensysteme die Bequemlichkeit, dass sonstige kleine Fehler durch das sekundäre Spektrum überdeckt werden und dass man für die meisten astrophotographischen Aufgaben die Vollkommenheit der Systeme für eine einzelne Farbe keineswegs bis zu der Grenze treiben muss, bei welcher die Beugung des Lichts eine Rolle zu spielen beginnt.

1) Zeitschrift für Instrumentenkunde. 1899. Bd. 19. pag. 269.

Es sei hier noch besonders hervorgehoben, dass die bisher benutzten numerischen Werte der sogenannten optischen Korrektion des Chromatismus entsprechen, bei welcher grade die Bilder in den Wellenlängen der Linien C und F vereinigt werden. Würde man statt dessen eine sogenannte aktinische Korrektion vornehmen und die F-Linie mit der violetten Quecksilberlinie ($h = 405{,}1\,\mu\mu$) vereinigen, so würde das sekundäre Spektrum dieselbe Grösse, wie vorhin für die G'-Linie, hier etwa für die D-Linie erreichen. Es geben daher die obigen Zahlen auch eine brauchbare Vorstellung von der Streuung durch sekundäres Spektrum für die in letzterer Weise korrigierten astrophotographischen Objektive [1]).

§ 5. Die dünne Einzellinse.

14. Wir kehren zurück zu den Seidel'schen Formeln für die Fehler dritter Ordnung, in der Gestalt (11), die sich nach Elimination der Blenden ergab, und wenden dieselbe an auf eine einzelne in Luft befindliche Linse, bei welcher die Dicke verschwindend gering ist gegen die Krümmungsradien ihrer Begrenzungsflächen. Die Begrenzungsflächen mögen in der früheren Zählweise die Indices 1 und 2 haben. Es ist dann $n_0 = n_2 = 1$ und es werde n_1 kurz durch n bezeichnet. Das Verschwinden der Linsendicke bedeutet, dass die beiden Linsenflächen von jedem Strahl im selben Axenabstand geschnitten werden. Es ist daher

$$h_1 = h_2 = h, \qquad k_1 = k_2 = k,$$

wobei h und k zur Vereinfachung eingeführt sind. Ferner folgt noch nach (3) aus dem Verschwinden der Linsendicke ($d_1 = 0$):

$$s_2 = s_1'.$$

Damit ist:

$$34) \qquad \frac{1}{s_1} + \frac{1}{r_1} = n\left(\frac{1}{s_1'} + \frac{1}{r_1'}\right) = K_1, \quad n\left(\frac{1}{s_1'} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{s_2'} + \frac{1}{r_1} = K_2.$$

Wir führen nun die „Brennweite“ φ und die „Durchbiegung“ σ der Linse ein:

$$35) \qquad \varphi = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \quad \sigma = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Die Durchbiegung σ verschwindet für eine symmetrische Linse. Man hat dann:

$$\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_2'} = \varphi,$$

1) Vgl. „Bilderzeugung in optischen Instrumenten“ herausgegeben von M. v. Rohr. Berlin 1904. pag. 366.

was wir in der Form schreiben wollen:

$$36) \qquad \frac{1}{s_1} - \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{s_2'} + \frac{\varphi}{2} = R.$$

Dabei spielt R der ganzen Linse gegenüber dieselbe Rolle, wie K_1 und K_2 für die einzelnen Flächen, und soll deswegen „Abbe'sche Invariante der Linse" heissen. Von den Deformationen der Flächen b_1 und b_2 zeigt sich alsbald, dass sie bei einer dünnen Linse nur in der Kombination:

$$37) \qquad \beta = (n-1)\left(\frac{b_1}{r_1^3} - \frac{b_2}{r_2^3}\right),$$

auftreten. Diese Grösse β soll einfach als „Deformation der Linse" bezeichnet werden. Wir wollen fernerhin φ, σ und β als Bestimmungsstücke der dünnen Linse betrachten und den Abstand der Objektebene durch Angabe von R festlegen. Indem man alles durch diese Grössen auszudrücken sucht, erhält man zunächst:

$$38) \qquad K_1 = R + \frac{\sigma + n\varphi}{2(n-1)}, \qquad K_2 = R + \frac{\sigma - n\varphi}{2(n-1)},$$

und ferner:

$$39) \quad \frac{1}{s_1} - \frac{1}{ns_1'} = R \cdot \frac{n^2-1}{n^2} + \frac{\sigma}{2n^2} + \frac{\varphi}{2}, \quad \frac{1}{ns_1'} - \frac{1}{s_2'} = -R \cdot \frac{n^2-1}{n^2} - \frac{\sigma}{2n^2} + \frac{\varphi}{2}.$$

Setzt man dies in die Seidel'schen Formeln (11) ein, so erhält man nach geringer Reduktion die folgenden Ausdrücke für die Fehler der dünnen Einzellinse:

$$40) \qquad \begin{aligned} B &= h^4 P \\ F &= h^4 k P + h^2 Q \\ C &= h^4 k^2 P + 2h^2 k Q + \frac{\varphi}{2} \\ D &= h^4 k^2 P + 2h^2 k Q + \frac{n+1}{n} \cdot \frac{\varphi}{2} \\ E &= h^4 k^3 P + 3h^2 k^2 Q + k \cdot \frac{3n+1}{n} \cdot \frac{\varphi}{2}, \end{aligned}$$

wobei:

$$P = \beta + \frac{n^2}{8(n-1)^2}\varphi^3 - \frac{n}{2(n+2)} R^2 \varphi + \frac{\varphi}{2n(n+2)}\left[\frac{\sigma}{2}\frac{n+2}{n-1} + 2R(n+1)\right]^2$$

40a)

$$Q = \frac{\varphi}{2n}\left[\frac{\sigma}{2}\frac{n+1}{n-1} + R(2n+1)\right]$$

ist. Die Bedeutung der Grössen P und Q wird sofort erhellen.

Man kann diese Fehlerausdrücke in sehr mannigfaltiger Weise umformen. Man kann zum Beispiel P durch Q ausdrücken, indem man die Durchbiegung σ mit Hülfe von Q aus P eliminiert. Es wird dann:

40b) $$P = \beta + \Pi + 2\lambda (Q-\varrho)^2,$$

wofern man zur Abkürzung:

40c) $$\Pi = \frac{n^2}{8(n-1)^2}\varphi^3 - 2(n+1)^2\lambda\varrho^2, \qquad \lambda = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\frac{1}{\varphi}, \quad \varrho = \frac{R\varphi}{2(n+2)},$$

setzt.

In manchen Fällen empfiehlt sich folgende Anordnung. Man setze:

41) $$x = \frac{2(n+1)}{n} + \frac{\sigma}{R}\frac{n+2}{2n(n-1)}, \quad y = \frac{\varphi}{R}\cdot\frac{n+1}{2(n-1)}, \quad z = \frac{n+1}{2n}\frac{1}{h^2kR}, \quad u = \frac{h^4R^2n\varphi}{2(n+2)}$$

Dann ist:

41a)
$$\begin{aligned}
B &= u\left\{\frac{\beta h^4}{u} + x^2 - 1 + \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}y^2\right\}\\
F &= uk\left\{\frac{\beta h^4}{u} + (x+z)^2 - \left(1-\frac{z}{n+1}\right)^2 + \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}(y^2-z^2)\right\}\\
\frac{C+D}{2} &= uk^2\left\{\frac{\beta h^4}{u} + (x+2z)^2 - \left(1-\frac{2z}{n+1}\right)^2 + \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\left(y^2+\frac{2}{n}z^2\right)\right\}\\
E &= uk^3\left\{\frac{\beta h^4}{u} + (x+3z)^2 - \left(1-\frac{3z}{n+1}\right)^2 + \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\left(y^2+\frac{3n+4}{n}z^2\right)\right\}\\
\frac{C-D}{2} &= -\frac{\varphi}{4n}.
\end{aligned}$$

Es sei insbesondere hervorgehoben, dass die Durchbiegung σ der Linse nur in der Grösse x auftritt, sodass man aus dieser Form bequem erkennt, wie sich die Fehler mit der Durchbiegung ändern.

15. Wir wenden uns zur Diskussion spezieller Fälle und nehmen zunächst an, dass die Eintrittspupille mit der Linse selbst zusammenfällt ($k=0$), dass die Linse ohne Blende für sich allein benutzt wird. Dann lauten die Fehler:

42)
$$\begin{aligned}
B &= h^4P\\
F &= h^2Q\\
\frac{C+D}{2} &= \frac{\varphi}{4}\frac{2n+1}{n}\\
\frac{C-D}{2} &= -\frac{\varphi}{4}\frac{1}{n}\\
E &= 0.
\end{aligned}$$

Es bedeuten also (bis auf den Faktor h^4 resp. h^2) P und Q die sphärische Aberration resp. Koma der Linse ohne Blende. Vom praktischen Interesse sind folgende Linsenformen:

a) Die deformierte aplanatische Linse. Man sorgt hier zunächst dafür, dass die Koma verschwindet, setzt also $Q = 0$ oder nach 40a):

$$44) \qquad 0 = \frac{\sigma}{2}\,\frac{n+1}{n-1} + R(2n+1),$$

woraus nach (35) folgt:

$$45) \qquad \frac{1}{r_1} = \varphi\cdot\frac{n^2}{n^2-1} - \frac{1}{s_1}\,\frac{2n+1}{n+1}, \qquad \frac{1}{r_2} = \varphi\cdot\frac{n^2-n-1}{n^2-1} - \frac{1}{s_1}\,\frac{2n+1}{n+1}.$$

Für $n = 1{,}5$ und unendlich entferntes Objekt ($s_1 = \infty$) ergiebt sich speziell:

$$46) \qquad r_1 = {}^5/_9\cdot\frac{1}{\varphi} \qquad r_2 = -\frac{5}{\varphi},$$

sodass also die komafreie Linse für unendlich entferntes Objekt beistehende Gestalt hat. Man sieht weiter aus 40a), dass sich die sphärische Aberration B, resp. die Grösse P durch eine geeignete Deformation β zum Verschwinden bringen lässt. Solche aplanatische Einzellinsen sind neuerdings für Spektrographen im Gebrauch [1]).

Fig. 1.

b) Die Linse kleinster sphärischer Aberration. Bei einer nicht- deformierten Linse ($\beta = 0$) hat man bei gegebener Brennweite nur die Durchbiegung zur Verfügung und wird versuchen müssen, die sphärische Aberration durch geeignete Wahl derselben möglichst klein zu machen. Aus der ersten der Gleichungen (41a) erkennt man, dass dies erreicht wird, indem man x zu Null macht, also nach (41) setzt:

$$47) \qquad 0 = 2(n+1) + \frac{\sigma}{R}\,\frac{n+2}{2(n-1)}.$$

Der übrig bleibende Betrag der sphärischen Aberration ist:

$$48) \qquad B = u\left\{\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\,y^3 - 1\right\}.$$

Die sphärische Aberration kann also nur verschwinden, wenn:

$$\left|\frac{1}{y}\right| > \frac{\sqrt{n(n+2)}}{n+1},$$

oder nach (36) und (41):

$$\left|\frac{R}{\varphi}\right| = \left|\frac{1}{s_1\varphi} - \frac{1}{2}\right| > \frac{\sqrt{n(n+2)}}{2(n-1)}$$

1) Vgl. J. Hartmann, Zeitschrift für Instrumentenkunde. Sept. 1904.

ist. Daraus folgt für positives φ:

49) $$\frac{f}{\frac{1}{2}+\varkappa} > s_1 > -\frac{f}{\varkappa-\frac{1}{2}}$$

und für negatives φ:

49a) $$-\frac{f}{\varkappa-\frac{1}{2}} > s_1 > +\frac{f}{\varkappa+\frac{1}{2}},$$

wobei $f=\frac{1}{\varphi}$ die Brennweite der Linse bedeutet und zur Abkürzung: $\varkappa=\frac{\sqrt{n(n+2)}}{2(n-1)}$ gesetzt ist. Es ergiebt sich also für eine positive Linse vom Brechungsexponenten 1,5, dass die sphärische Aberration nur aufgehoben werden kann, wenn das Objekt zwischen $0{,}36f$ vor und $0{,}44f$ hinter der Linse liegt. In allen andern Fällen bleibt der durch (48) gegebene Restbetrag der sphärischen Aberration.

Speziell für unendlich entferntes Objekt ($s_1=\infty$, $R=-\frac{\varphi}{2}$) folgt aus (47) und (36) für die Linse kleinster sphärischer Aberration:

50) $$\sigma=-\frac{2(n^2-1)}{n+2},\quad \frac{1}{r_1}=\varphi\frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)},\quad \frac{1}{r_2}=\varphi\frac{2n^2-n-4}{2(n-1)(n+2)}$$

Fig. 2.

und für $n=1{,}5$:

51) $$r_1=\frac{7}{12}\frac{1}{\varphi},\quad r_2=-\frac{7}{2}\frac{1}{\varphi},$$

also eine Linse beistehender Form.

Der Restbetrag der sphärischen Aberration selbst wird in diesem Falle:

52) $$B=\frac{\varphi^3 n(8n-1)}{8(n-1)^2(n+2)},$$

woraus für $n=1{,}5$ nach (5) eine Streuung von $55''.v^3$ folgt. Es würde also bei einer derartigen Linse der Zerstreuungskreis der spärischen Aberration schon beim Oeffnungsverhältnis $1:10$ ($v=1$) etwa $1'$ Durchmesser erhalten, sodass eine solche Linse einzeln nicht zu verwenden ist.

c) Die Linse kleinster Bildwölbung. Wir wollen schliesslich noch die Bildwölbung der nicht deformierten Einzellinse betrachten, indem wir jetzt aber der Linse in beliebigem durch k bestimmten Abstande eine Blende vorsetzen. Der dritten Gleichung 41a) entnimmt man, dass man für eine möglichst kleine Bildwölbung die Durchbiegung so zu wählen hat, dass:

53) $$x+2z=0$$

wird. Der übrig bleibende Betrag der Bildwölbung schreibt sich in Rücksicht auf (41):

$$\frac{C+D}{2} = \frac{(n+1)^2}{8n(n+2)} \frac{\varphi}{z^2} \left\{ \frac{n(n+2)}{(n+1)^2} \left(y^2 + \frac{2}{n} z^2 \right) - \left(1 - \frac{2z}{n+1} \right)^2 \right\},$$

was man umschreiben kann in die Form:

54) $$\frac{C+D}{2} = \frac{\varphi}{4n} \frac{1 - \frac{n}{n+2}\varrho - \frac{2}{n+2}\left[\frac{n+1}{2} \frac{1-\varrho}{z} - 1 \right]^2}{1-\varrho},$$

wobei vorübergehend zur Abkürzung:

$$\varrho = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2} y^2$$

gesetzt ist.

Man erkennt, dass $\frac{C+D}{2}$ zum Verschwinden gebracht werden kann, wenn ϱ kleiner als 1 ist, ebenso, wenn $\varrho > 1$, aber $\frac{n}{n+2}\varrho < 1$ ist, dass hingegen für $\varrho > \frac{n+2}{n}$ ein Minimum von $\frac{C+D}{2}$ existiert, welches eintritt für:

55) $$z = \frac{n+1}{2}(1-\varrho)$$

und den Wert hat:

56) $$\frac{C+D}{2} = \frac{\varphi}{4n} \frac{\frac{n}{n+2}\varrho - 1}{\varrho - 1}.$$

Im Ganzen ergiebt sich also, dass die Bildwölbung nur zum Verschwinden gebracht werden kann für $\varrho < \frac{n+2}{n}$ oder $|y| < \frac{n+1}{n}$, woraus ähnlich, wie oben bei der sphärischen Aberration, für den Objektabstand s_1 folgt:

57)
$$(2n-2)f > s_1 > -\frac{2n-2}{2n-1} f \quad \text{für positive Brennweite } f.$$
$$-\frac{(2n-2)}{2n-1} \cdot f > s_1 > +(2n-2)f \quad \text{„ negative „ „}.$$

Z.B. kann die Bildwölbung für eine positve Linse vom Brechungsexponenten 1,5 nur aufgehoben werden, wenn das Objekt zwischen der ganzen Brennweite vor und der halben Brennweite hinter der Linse liegt.

Im Falle unendlich entfernten Objekts

$$\left(s_1 = \infty,\ h = 1,\ k = t_1,\ y = -\frac{n+1}{n-1}, R = -\frac{\varphi}{2}\right)$$

tritt das Minimum der Bildwölbung ein, wie man aus (53) und (55) in Rücksicht auf (41) ableitet, für:

58) $$\sigma = \frac{2(n+1)(3n-1)}{(n+2)}\varphi, \quad t_1 = +\frac{1}{\varphi}\frac{2}{n}\frac{(n-1)^2}{4n-1}.$$

Dabei ist der zugehörige Minimalwert der Bildwölbung:

59) $$\frac{C+D}{2} = \frac{\varphi}{4n}\frac{2n-1}{4n-1}.$$

Ist $n = 1{,}5$, so ergiebt sich für die Radien der Linse und den Blendenabstand:

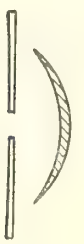


Fig. 3.

$$\frac{1}{r_1} = -6{,}3\,\varphi, \quad \frac{1}{r_2} = -8{,}3\,\varphi, \quad t_1 = \frac{1}{15}\cdot\frac{1}{\varphi}.$$

Das ist eine Anordnung der beigezeichneten Art. Die Streuung durch Bildwölbung wird dann $7''{,}5\,v^2 g$, was z. B. im Vergleich mit dem gewöhnlichen Fernrohrobjektiv (s. u. § 7) einen sehr geringen Rest an Bildwölbung bedeutet.

Eine ähnliche Anordnung zeigt der von Wollaston (1812) angegebene Meniskus, welcher früher als Landschaftslinse Verwendung fand [1]).

16. Es folge schliesslich noch eine Bemerkung über die Farbenfehler der dünnen Linse. Bildet man die in den Farbenfehlern vorkommenden Ausdrücke:

$$\sum h_i^2 K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right) \text{ und } \sum h_i^2 k_i K_i\left(\frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}}\right)$$

für die einzelne Linse in Rücksicht auf (38), so erhält man für die beiden Summen resp. die Werte $h^2\varphi\frac{\delta n}{n-1}$ und $h^2 k\varphi\frac{\delta n}{n-1}$, woraus nach (17) und (21) die Beträge der Farbenfehler selbst abzuleiten wären. Man setzt allgemein:

60) $$\frac{\delta n}{n-1} = \frac{1}{\nu}$$

und nennt ν die reziproke relative Dispersion oder den ν-Wert betreffenden Glassorte. Für eine dritte Farbe schreibt man entsprechend:

$$\frac{\delta n'}{n-1} = \frac{1}{\nu'}.$$

1) Vgl. v. Rohr. Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs pag. 88.

§ 6. Zusammenstellung der Formeln für Systeme aus dünnen Einzellinsen.

17. Indem wir von jetzt ab ausschliesslich Systeme aus dünnen Einzellinsen behandeln, wollen wir eine neue Nummerierung nach Linsen, statt nach brechenden Flächen einführen. Die Linsen sollen die Nummer $i = 1, 2, \ldots \varkappa$ erhalten. Der Brechungsindex innerhalb der $i$ten Linse sei n_i, die Krümmungsradien ihrer beiden Flächen seien r_i und r_i', ihre Deformationen b_i und b_i'. Es bedeute d_i den Abstand zwischen der $i$ten und der $i+1$ten Linse. Ueberhaupt sollen alle auf die $i$te Linse bezüglichen Grössen mit den Index i versehen werden. Die Höhen, in welchen ein Strahl die beiden Flächen einer unendlich dünnen Linse schneidet, werden gleich, so dass jeder Linse ein bestimmter Wert h_i resp. H_i der Schnitthöhe für einen von der Objektmitte resp. Pupillenmitte ausgehenden Strahl zukommt. Unter s_i, s_i', t_i, t_i' seien nun auch die Distanzen der verschiedenen Ebenen von der $i$ten Linse verstanden.

Nach diesen Festsetzungen nehmen die Formeln der vorigen Nummern nach geringen Umsetzungen folgende Gestalt an:

Schema A.

I. Definitionen:

$$\varphi_i = (n_i - 1)\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i'}\right), \quad \sigma_i = (n_i - 1)\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_i'}\right),$$

$$\beta_i = (n_i - 1)\left(\frac{b_i}{r_i^3} - \frac{b_i'}{r_i'^3}\right), \quad \frac{n_i - 1}{\delta n_i} = \nu_i, \quad \frac{n_i - 1}{\delta n_i'} = \nu_i'.$$

II. Gauss'sche Dioptrik:

$$\frac{1}{s_i} - \frac{\varphi_i}{2} = \frac{1}{s_i'} + \frac{\varphi_i}{2} = R_i, \quad s_{i+1} - s_i' = d_i.$$

$$\frac{h_{i+1}}{h_i} = \frac{s_{i+1}}{s_i'}, \quad h_1 = \frac{s_1}{s_1 - t_1}, \quad k_1 = t_1 \frac{(s_1 - t_1)}{s_1}, \quad k_{i+1} = k_1 + \sum_{i=1}^{i} \frac{d_i}{h_i h_{i+1}}.$$

III. Massstabsbedingung:

$$1 = \sum_1^{\varkappa} h_i \varphi_i = \frac{s_1}{h_1} - \frac{s_\varkappa'}{h_\varkappa}.$$

IV. Chromatische Bedingungen:

$$\text{a)} \quad 0 = \sum_1^{\varkappa} h_i^2 \frac{\varphi_i}{\nu_i}.$$

$$\text{b)} \quad 0 = \sum_1^{\varkappa} h_i^2 k_i \frac{\varphi_i}{\nu_i}.$$

V. Fehler dritter Ordnung:

a) $$B = \sum_i P_i h_i^4,$$

$$F = \sum_i P_i h_i^4 k_i + Q_i h_i^2,$$

$$\frac{C+D}{2} = \sum_i P_i h_i^4 k_i^2 + 2 Q_i h_i^2 k_i + \frac{2n_i+1}{n_i}\frac{\varphi_i}{4},$$

$$E = \sum_i P_i h_i^4 k_i^3 + 3 Q_i h_i^2 k_i^2 + \frac{3n_i+1}{n_i}\frac{\varphi_i}{2} k_i,$$

$$\frac{C-D}{2} = -\sum_i \frac{\varphi_i}{4 n_i}.$$

b) $$P_i = \beta_i + \Pi_i + 2\lambda_i (Q_i - \varrho_i)^2.$$

c) $$Q_i = \frac{\varphi_i}{2 n_i}\left[\frac{\sigma_i}{2}\frac{n_i+1}{n_i-1} + R_i(2n_i+1)\right].$$

d) $$\Pi_i = \frac{n_i^2}{8(n_i-1)^2}\varphi_i^3 - 2(n_i+1)^2\lambda_i\varrho_i^2, \quad \lambda_i = \frac{n_i(n_i+2)}{(n_i+1)^2}\frac{1}{\varphi_i}, \quad \varrho_i = \frac{R_i\varphi_i}{2(n_i+2)}.$$

VI. Secundäres Spectrum:

a) $$\Phi' = -555\frac{s'_\varkappa}{h_\varkappa}\sum_1^\varkappa \frac{h_i^2\varphi_i}{\nu'_i}.$$

Speziell für Systeme aus alten Gläsern und unendlich entferntes Objekt:

b) $$\Phi' = \sum_1^\varkappa h_i^2\varphi_i.$$

§ 7. Das dünne zweiteilige Objektiv (das gewöhnliche Fernrohrobjektiv).

18. Als erste Anwendung betrachten wir ein aus zwei dünnen in Kontakt befindlichen Linsen zusammengesetztes System ($d_1 = 0$). Die Eintrittspupille falle mit der Linse zusammen ($t_1 = 0$) und das Objekt sei unendlich weit entfernt ($s_1 = \infty$). Es sind dies die Verhältnisse, wie sie dem üblichen Fernrohrobjektiv entsprechen.

Man erhält sofort:

$$h_1 = h_2 = 1, \quad k_1 = k_2 = 0$$

und hat daher die Massstabsbedingung:

61) $$1 = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Von den chromatischen Bedingungen wird die zweite von selbst erfüllt, die

erste giebt:

62) $$0 = \frac{\varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_2}{\nu_1}.$$

Die Fehler 3. Ordnung werden:

$$B = \Pi_1 + \Pi_2 + 2\lambda_1(Q_1 - \varrho_1)^2 + 2\lambda_2(Q_2 - \varrho_2)^2 + \beta_1 + \beta_2,$$

$$F = Q_1 + Q_2,$$

63) $$\frac{C+D}{2} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \frac{1}{4}\left(\frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2}\right),$$

$$E = 0,$$

$$\frac{C-D}{2} = -\frac{1}{4}\left(\frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2}\right).$$

Wir wenden uns zur Diskussion dieser Formeln. Nachdem die Gesamtbrennweite durch die Massstabsbedingung zur Einheit gewählt ist, legt die Achromatisierung des Bildorts (62) die Brennweiten der Einzellinsen fest zu:

64) $$\varphi_1 = \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2}, \quad \varphi_2 = -\frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2}.$$

Verzeichnung ist nicht vorhanden. Hingegen erhalten die Bildkrümmungen die Werte:

$$2(2C + D) = \frac{1}{\varrho_t} = 3 + \frac{\nu_1 \nu_2}{\nu_2 - \nu_1}\left(\frac{1}{n_1 \nu_1} - \frac{1}{n_2 \nu_2}\right),$$

$$2D = \frac{1}{\varrho_s} = 1 + \frac{\nu_1 \nu_2}{\nu_2 - \nu_1}\left(\frac{1}{n_1 \nu_1} - \frac{1}{n_2 \nu_2}\right),$$

welche man auch schreiben kann:

65) $$\frac{1}{\varrho_t} = 3 + \frac{1}{n_1} - \varphi_2\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right)$$

$$\frac{1}{\varrho_s} = 1 + \frac{1}{n_1} - \varphi_2\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right).$$

Da sich die Brechungsexponenten der verwendbaren Gläser nur wenig unterscheiden $\left(\left|\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right| < 0{,}1\right)$ und man φ_2 nicht zu gross wählen darf, um keine zu kurze Brennweite und zu starke Krümmungen für die zweite Linse zu erfordern, so bleibt das letzte Glied dieser Ausdrücke immer klein und das Fernrohrobjektiv hat in Praxis die unveränderlichen Bildkrümmungen (n_1 etwa gleich 1,5) [1]:

1) Näheres über den Einfluss der Glassorte s. H. Harting. Zeitschrift für Instrumentenkunde. 1899. Bd. 19. pag. 138.

66) $$\frac{1}{\varrho_1} = 3{,}7, \quad \frac{1}{\varrho_2} = 1{,}7.$$

Es sollen die Linsenflächen zunächst als sphärisch (nicht deformiert) vorausgesetzt werden. Dann sind nach Festlegung der Brennweiten die Durchbiegungen der beiden Linsen noch willkürlich. Man wird sie benutzen, um das Objektiv von sphärischer Aberration und Koma zu befreien. Die Bedingung $F = 0$ liefert:

67) $$Q_2 = -Q_1$$

und dies in die Bedingungen $B = 0$ eingesetzt giebt nach kurzer Reduktion die quadratische Gleichung für Q_1:

68) $$0 = \alpha Q_1^2 + \beta Q_1 + \gamma,$$

wobei gilt:

68a) $$\alpha = \frac{n_1(n_1+2)}{\varphi_1(n_1+1)^2} + \frac{n_2(n_2+2)}{\varphi_2(n_2+1)^2}, \quad \beta = \frac{n_2 R_2}{(n_2+1)^2} - \frac{n_1 R_1}{(n_1+1)^2},$$

$$\gamma = \frac{1}{16}\left(\frac{n_1}{n_1-1}\right)^2 \varphi_1^3 + \frac{1}{16}\left(\frac{n_2}{n_2-1}\right)^2 \varphi_2^3 - \frac{\varphi_1}{4}\left(\frac{n_1 R_1}{n_1+1}\right)^2 - \frac{\varphi_2}{4}\left(\frac{n_2 R_2}{n_2+1}\right)^2.$$

Die Abbe'schen Invarianten ergeben sich, nachdem durch (64) die Brennweiten bestimmt sind, aus der Gauss'schen Dioptrik zu:

69) $$R_1 = -\frac{\varphi_1}{2}, \quad R_2 = -\varphi_1 - \frac{\varphi_2}{2},$$

sodass die drei Koeffizienten α, β, γ ohne weiteres zu berechnen sind.

Hat man dann aus (68) und (67) Q_1 und Q_2 gefunden, so erhält man aus den Gleichungen V(c) des Schemas (A) zunächst die Durchbiegungen σ und dann aus den Gleichungen I die Krümmungsradien. Es finden sich die Formeln:

70) $$\left.\begin{matrix}\frac{1}{r_1}\\ \frac{1}{r_1'}\end{matrix}\right\} = \frac{2Q_1}{\varphi_1}\frac{n}{n_1+1} - R_1\frac{2n_1+1}{n_1+1} \pm \frac{\varphi_1}{2(n_1-1)}$$

$$\left.\begin{matrix}\frac{1}{r_2}\\ \frac{1}{r_2'}\end{matrix}\right\} = -\frac{2Q_1}{\varphi_2}\frac{n_2}{n_2+1} - R_2\frac{2n_2+1}{n_2+1} \pm \frac{\varphi_2}{2(n_2-1)}.$$

Dieses Formelsystem ist dem Sinne nach zuerst von C. Moser (Zeitschrift für Instrumentenkunde. 1887 pag. 308) aufgestellt und von Herrn H. Harting (ebenda 1904, pag. 79) auf eine besonders rechenflüchtige, mit der hier erhaltenen nahe übereinstimmende, Form gebracht worden. Man sieht, dass durch eine ver-

hältnismässig sehr kurze Rechnung, wobei man die Gleichungen in der Reihenfolge (64), (69), (68a), (68), (70) benutzt, die Krümmungsradien zu finden sind.

Für die numerischen Werte $n_1 = 1{,}5$, $n_2 = 1{,}6$, $\nu_1 = 60$, $\nu_2 = 36$, wie sie dem gewöhnlichen Kron- resp. Flintglas schematisch entsprechen, ergiebt die Durchrechnung der Formeln, indem man diejenige Lösung der quadratischen Gleichung für Q_1 wählt, welche die grösseren Krümmungsradien liefert:

71) $$\frac{1}{r_1} = +1{,}674, \quad \frac{1}{r_1'} = -3{,}326, \quad \frac{1}{r_2} = -3{,}255, \quad \frac{1}{r_2'} = -0{,}755.$$

Der hierdurch bestimmte beigezeichnete Linsentypus entspricht im Wesentlichen der seit Fraunhofer üblichen Form der Fernrohrobjektive.

Fig. 4.

Das Fernrohrobjektiv hat also (neben dem sekundären Spektrum) als einzige übrig bleibende Fehler Bildkrümmung und Astigmatismus. Aus den oben unter (66) gegebenen Werten der Krümmungen findet man nach (5) die Streuungen:

72) $$104''g^2\nu \text{ in radialer Richtung}$$
$$47''g^2\nu \text{ in tangentialer Richtung.}$$

Demnach ist das Fernrohrobjektiv bei einem Oeffnungsverhältnis 1:10 ($\nu = 1$) nie weiter als für ein Gesichtsfeld von höchstens 3^0 Durchmesser ($g = 1/2$) brauchbar, wobei am Rande die Sterne als Ellipsen von den Axen 26″ resp. 12″ gezeichnet werden. In der That sind diese Streuungen bereits das äusserste zulässige, da sie sich schon sehr deutlich neben dem sekundären Spektrum bemerklich machen und, wie die Erfahrung bei den auf diese Art gebauten Normalrefraktoren für die photographische Himmelskarte gezeigt hat, zu einem Verlust von etwa einer halben Grössenklasse bei den schwächsten Sternen führen.

Der numerische Betrag Φ' des sekundären Spektrums ist übrigens nach (33), wie für jedes dünne Linsensystem aus alten Gläsern, gleich 1 und die daraus hervorgehende Streuung gleich $37''.\nu$.

19. Was würde man durch Einführung deformierter Flächen bei dem Fernrohrobjektiv erreichen können? In Bezug auf Fehler dritter Ordnung könnte offenbar keine Verbesserung erzielt werden, da der einzige Fehler, in welchen die Deformationen nach (63) überhaupt eingehn, die sphärische Aberration, auch ohne dieselben bereits beseitigt ist.

Man kann indessen die Deformationen so wählen, dass man ein Objektiv mit möglichst geringen Krümmungen erhält, was für den Fall sehr grossen Oeffnungsverhältnisses in Bezug auf Fehler höherer Ordnung von Nutzen sein kann.

Man hat zu diesem Zweck die erste Linse, welche die grössere Brennweite besitzt, symmetrisch (ohne Durchbiegung) zu wählen ($r_1 = -r_1'$), also nach der

ersten Formel (70):

$$73) \qquad 0 = \frac{2Q_1}{\varphi_1}\frac{n_1}{n_1+1} - R_1\frac{2n_1+1}{n_1+1}, \quad \frac{1}{r_1} = -\frac{1}{r_1'} = \frac{\varphi_1}{2(n_1-1)}$$

zu setzen. Um das Objektiv von Koma frei zu machen, ist die Bedingung $Q_2 = -Q_1$ beizubehalten. Es ergiebt sich dann aus der zweiten Gleichung (70) für die Radien der zweiten Fläche:

$$74) \qquad \frac{\frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_2'}} = -R_1\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\cdot\frac{2n_1+1}{n_1}\frac{n_2}{n_2+1} - R_2\frac{2n_2+1}{n_2+1} \pm \frac{\varphi_2}{2(n_2-1)}.$$

Nunmehr hat man noch die Deformationen so zu bestimmen, dass die sphärische Aberration verschwindet, dass $B = 0$ wird. Es genügt hierfür, eine, z. B. die erste Fläche zu deformieren, und zwar erhält man nach (63) und nach der Definition von β als Betrag der Deformation:

$$75) \qquad b_1 = -\frac{r_1^3}{n_1-1}[\Pi_1 + \Pi_2 + 2\lambda_1(Q_1-\varrho_1)^2 + 2\lambda_2(Q_1+\varrho_2)^2].$$

Nachdem die Radien aus (73) und (74) bestimmt sind, lässt sich dieser Ausdruck ohne weiteres berechnen.

Für die obigen numerischen Verhältnisse finden sich die Krümmungsradien:

$$76) \qquad \frac{1}{r_1} = -\frac{1}{r_1'} = 2{,}500, \quad \frac{1}{r_2} = -1{,}842, \quad \frac{1}{r_2'} = +0{,}658,$$

sodass namentlich die Flintglaslinse ausserordentlich flach wird.

§ 6. Objective aus zwei dünnen Teilsystemen.

20. Wir gehen weiter zur Behandlung von Linsensystemen, welche dem Typus der am meisten verbreiteten photographischen Objective entsprechen, welche nämlich aus zwei in einem grösseren Abstand befindlichen dünnen Teilsystemen bestehen. Jedes Teilsystem besteht aus mehreren dünnen Einzellinsen. Bei Universalobjektiven hat man bis zu drei Linsen für das Teilsystem verwendet, von denen dann aber jedes Mal mindestens zwei verkittet sind. Bei astronomischen Objektiven, bei denen das Verkitten, wie erwähnt, unthunlich ist, geht man nicht über die Zweizahl der Linsen des Teilsystems, im ganzen also über die Verwendungen von 4 Linsen hinaus.

21. Allgemeines über die Petzvalbedingung. Man wird durch die Vermehrung der Linsenzahl und die Einführung eines endlichen Abstands zwischen den Linsen gegenüber dem gewöhnlichen Fernrohrobjektiv vor allem eine Ver-

minderung der Bildwölbung und des Astigmatismus zu erreichen suchen. Dabei nimmt die Petzvalbedingung eine besondere Stellung ein. Dieselbe lautet für ein beliebiges Linsensystem:

$$0 = \sum \frac{\varphi_i}{n_i}$$

oder:

$$0 = \frac{1}{n} \sum \varphi_i + \sum \varphi_i \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n} \right),$$

wobei n einen Durchschnittswert des Brechungsexponenten der verwandten Glassorten bedeuten soll. Auf der andern Seite lautet die Massstabsbedingung:

$$1 = \sum h_i \varphi_i = \sum \varphi_i + \sum (h_i - 1) \varphi_i.$$

Aus beiden Bedingungen zusammen folgt:

$$1 = \sum \varphi_i \left(h_i - \frac{n}{n_i} \right).$$

Nun ist einerseits $\frac{n}{n_i}$ stets nahe 1. Auf der andern Seite sind die Höhen h_i, in denen der Strahl die einzelnen Linsen schneidet, nicht viel von der Einfallshöhe 1 verschieden, solange das ganze Objektiv dünn ist gegen die Gesamtbrennweite, und zugleich die Brennweiten der Teilsysteme nicht gar zu kurz im Verhältnis zur Gesamtbrennweite sind. Letztere beiden Bedingungen werden aber in Praxis erfüllt sein, weil man zu starke Krümmungen und damit kurze Brennweiten der Einzellinsen wegen der Fehler höherer Ordnung vermeiden muss und weil bei einem im Verhältnis zur Brennweite langen Objektiv das Gesichtsfeld beschränkt ist. So folgt in Praxis im Allgemeinen, dass sowohl h_i, als $\frac{n}{n_i}$ nahe bei 1 liegen, dass ihre Differenz also klein ist, dass zugleich die reziproken Brennweiten φ_i klein sind, und dass daher der Wert der ganzen obigen Summe nicht auf 1 zu bringen ist. Es stösst also die Erfüllung der Petzvalbedingung auf Schwierigkeiten, wenn man nicht von der Forderung geringer Krümmung der Flächen abgehn will.

Freilich wird sich unten zeigen, dass — im Gegensatz zu den Verhältnissen beim sekundären Spektrum — die erforderlichen Krümmungen nicht allzu grosse werden, aber man wird unter diesen Umständen doch zunächst fragen, wie weit man etwa ohne Erfüllung der Petzvalbedingung in der Vervollkomnung eines Linsensystems gelangen kann. Der Ausdruck der Krümmungsradien der Bildflächen 5 b) lässt sich schreiben:

$$\frac{1}{\varrho_t} = 6C - 2(C - D), \quad \frac{1}{\varrho_s} = 2C - 2(C - D).$$

Die zugehörigen Streuungen sind nach (5):

$$56'',6\,[-3\,C+(C-D)]\,g^2 v \text{ und } 56'',6\,[-C+(C-D)]\,g^2 v.$$

Man bringt die Krümmungen und Streuungen auf ihren kleinsten absoluten Betrag, indem man die Krümmungsradien entgegengesetzt gleich macht, mit andern Worten, indem man die Bildwölbung beseitigt und nur den Astigmatismus bestehn lässt. Es folgt dann:

$$C+D = 0,$$

77) $$\frac{1}{\varrho_t} = -\frac{1}{\varrho_s} = (C-D)$$

und die Streuungen werden:

$$\pm 56'',6\,\frac{(C-D)}{2}\,g^2 v.$$

Auf der andern Seite giebt das Petzval'sche Theorem für ein System aus dünnen Einzellinsen:

77 a) $$C-D = -\frac{1}{2}\sum\frac{\varphi_i}{n_i} = -\frac{1}{2}\left[\frac{\sum\varphi_i}{n}+\sum\varphi_i\left(\frac{1}{n_i}-\frac{1}{n}\right)\right].$$

Solange die obigen beiden Bedingungen nicht zu kleiner Brennweiten und nahe gleicher Schnitthöhen (h_i nahe 1) der Einzellinsen erfüllt sind, dürfen wir die letzte dieser beiden Summen vernachlässigen und $\sum\varphi_i$ auf Grund der Massstabsbedingung gleich der Gesamtbrennweite 1 setzen. Dann folgt für $n = 1{,}5$:

77 b) $$C-D = -\frac{1}{3}$$

und die Streuungen werden:

$$\mp 9'',4\,g^2 v.$$

Die Sterne werden also beim Oeffnungsverhältnis $1:10 (v = 1)$ in einem Abstand von 3^0 von der Axe ($g = 1$) Kreise von nur 9″ Durchmesser. Damit können wir aber den Sinn der Petzvalbedingung positiv wenden durch folgende Aussage: Ist ein Linsensystem mit mässigen Abständen und nicht zu kleinen Brennweiten der Einzellinsen von Bildwölbung befreit, so ist damit auch von selbst der Astigmatismus auf einen ziemlich geringen Betrag reduziert, und zwar so weit, dass beim Oeffnungsverhältnis 1:10 resp. 1:5 ein Gesichtsfeld von etwa 8^0 resp. 6^0 Durchmesser astronomisch brauchbar bleibt. Als Grenze der Brauchbarkeit ist hier, den Erfahrungen beim gewöhnlichen Fernrohrobjektiv entsprechend, ein Durchmesser des Streuungskreises von 15—20″ angesetzt.

Daher empfiehlt es sich in der Tat in Praxis, zunächst zu versuchen, ob man nicht ohne Erfüllung der Petzvalbedingung die gewünschte Leistung erzielen kann, indem man nur die Bildwölbung $C+D$ zu null macht, und erst in zweiter Linie die Befriedigung der Petzvalbedingung selbst in Betracht zu ziehn.

22. Wenn wir daher jetzt daran gehn, ein Objektiv aus zwei getrennten dünnen Teilen, deren jeder wieder aus zwei Linsen besteht, zusammenzusetzen, so haben wir bei sphärischen Flächen die 8 Krümmungsradien r_i, r_i' $(i = 1, 2, 3, 4)$ und den Abstand d (zur Bequemlichkeit ohne Index) der beiden Teilsysteme zur Verfügung. Die zu erfüllenden Bedingungen sind jedenfalls die Massstabsbedingung, die beiden chromatischen Bedingungen, die Beseitigung der sphärischen Aberration, der Coma und der Bildwölbung. Es wird sich empfehlen, die Dicke des Linsensystems d von vornherein festzulegen. Dann haben wir hiermit 6 Gleichungen für 8 Unbekannte.

Wir können also noch die Petzvalbedingung und ausserdem eine an sich willkürliche Bedingung hinzufügen, welche die Linsenkrümmungen so klein macht, als es bei Erfüllung der Petzvalbedingung noch möglich ist, oder aber wir lassen die Petzvalbedingung bei Seite, um zwei an sich willkürliche Bedingungen hinzuzufügen, die zu geringen Krümmungen der Linsenflächen führen. Beides soll im folgenden durchgeführt werden.

Wir vereinfachen die Bezeichnung. Jedem dünnen System kommt ein einheitlicher Wert der Grössen h und k zu. Derselbe soll für das vordere Teilsystem ohne Index belassen, für das hintere mit einem Querstrich versehn werden. Ebenso soll die Gesamtbrennweite der Teilsysteme mit ψ resp. $\overline{\psi}$ bezeichnet werden, so dass also:

78) $$\varphi_1+\varphi_2 = \psi, \qquad \varphi_3+\varphi_4 = \overline{\psi}$$

ist.

Nach diesen Festsetzungen lauten die Massstabsgleichung und die chromatischen Bedingungen:

79) $$1 = h\psi+\overline{h}\overline{\psi}',$$

80) $$0 = h^2\left(\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}\right)+\overline{h}^2\left(\frac{\varphi_3}{\nu_3}+\frac{\varphi_4}{\nu_4}\right), \qquad 0 = h^2k\left(\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}\right)+\overline{h}^2\overline{k}\left(\frac{\varphi_3}{\nu_3}+\frac{\varphi_4}{\nu_4}\right).$$

Die Gauss'sche Dioptrik liefert für unendlich entferntes Objekt:

$$s_2' = -\frac{1}{\psi}, \qquad \frac{\overline{h}}{h} = \frac{s_3}{s_2'}, \qquad s_3-s_2' = d,$$

und damit:

81) $$h = 1, \qquad \overline{h} = 1-\psi d.$$

Wir betrachten zunächst diese Bedingungen für sich. Aus den beiden chromatischen Bedingungen folgt:

82) $$0 = \frac{\varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_2}{\nu_2} = \frac{\varphi_3}{\nu_3} + \frac{\varphi_4}{\nu_4}.$$

In Worten: Jedes Teilsystem muss für sich achromatisiert sein. Setzt man zur Abkürzung:

83) $$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \mu, \qquad \frac{\nu_3}{\nu_4} = \bar{\mu},$$

so folgt:

84) $$\varphi_1 = \frac{\psi}{1-\mu}, \qquad \varphi_2 = -\frac{\mu\psi}{1-\mu}, \qquad \varphi_3 = -\frac{\bar{\mu}\bar{\psi}}{1-\bar{\mu}}, \qquad \varphi_4 = \frac{\bar{\psi}}{1-\bar{\mu}}.$$

Es würden also die Brennweiten der Einzellinsen bestimmt sein, sobald die Brennweiten ψ und $\bar{\psi}$ der Teilsysteme bekannt wären. Für letztere hat man zunächst die Massstabsgleichung:

85) $$1 = \psi + (1 - d\psi)\bar{\psi}.$$

Wollen wir weiter die Petzvalbedingung;

86) $$0 = \sum \frac{\varphi_i}{n_i}$$

erfüllen, so erhält man darin eine zweite Gleichung für ψ und $\bar{\psi}$. Setzt man nämlich hier die Werte der Einzelbrennweiten aus (84) ein und benutzt die Abkürzungen:

87) $$\frac{1}{1-\mu}\left(\frac{1}{n_1} - \frac{\mu}{n_2}\right) = \varkappa, \qquad \frac{1}{1-\bar{\mu}}\left(\frac{1}{n_4} - \frac{\bar{\mu}}{n_3}\right) = \bar{\varkappa},$$

so nimmt sie die Gestalt an:

88) $$0 = \psi\varkappa + \bar{\psi}\bar{\varkappa}.$$

Die Auflösung von (85) und (88) nach ψ und $\bar{\psi}$ ergiebt:

89) $$2d\psi\varkappa = -2d\bar{\psi}\bar{\varkappa} = \varkappa - \bar{\varkappa} \pm \sqrt{(\varkappa - \bar{\varkappa})^2 + 4d\varkappa\bar{\varkappa}}.$$

Oder aber wir suchen zu kleinen Krümmungen der Einzelflächen zu kommen. Zu diesem Zweck wird es sich empfehlen, die Gesamtbrennweite 1 durch gleichmässige Verteilung auf die Einzelsysteme zustande zu bringen, also in (85) zu halbieren und:

90) $$\psi = \tfrac{1}{2}, \qquad (1 - d\psi)\,\bar{\psi} = \tfrac{1}{2}, \qquad \bar{\psi} = \frac{1}{2-d}$$

zu setzen.

In beiden Fällen sind durch Verbindung von (89) resp. (90) mit (84) die Brennweiten der Einzellinsen bestimmt.

Zur Erfüllung der weiteren Bedingungen bleiben die Durchbiegungen der vier Linsen übrig. Die Blende, deren Stellung bei der beabsichtigten Korrektion des Linsensystems nach dem in der ersten Mitteilung No. 11 abgeleiteten Satze ohne Einfluss auf die in Betracht kommenden Fehler bleibt, möge zur Vereinfachung der Rechnung mit dem zweiten Teilsystem zusammengelegt werden. Es ist dann $k_3 = k_4 = 0$. Aus (z) folgt:

$$k_1 = k_2\,, \qquad k_3 = k_2 + \frac{d}{h\bar{h}}\,,$$

und damit:

91) $$k_1 = k_2 = -\frac{d}{1 - d\psi}\,,$$

wofür zur Vereinfachung k geschrieben werden soll.

Bei dieser besonderen Lage der Blende nehmen die Fehlerausdrücke für sphärische Aberration, Koma und Bildwölbung (pag. 26) die Form an:

92)
$$\begin{aligned} B &= P + \bar{P}\bar{h}^4\,,\\ F &= Q + \bar{Q}\bar{h}^2 + kP\,,\\ \frac{C+D}{2} &= Pk^2 + 2Qk + \tfrac{1}{4}[\psi(2+\varkappa) + \bar{\psi}(2+\bar{\varkappa})]\,, \end{aligned}$$

wobei zur Abkürzung:

93)
$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2\,, \quad \bar{P} = P_3 + P_4\,,\\ Q &= Q_1 + Q_2\,, \quad \bar{Q} = Q_3 + Q_4\,, \end{aligned}$$

gesetzt ist und die Gleichungen (84) benutzt sind.

Unbekannt sind in den 3 Fehlerausdrücken die vier Grössen $P, \bar{P}, Q, \bar{Q}$, die ihrerseits von den vier Durchbiegungen abhängen. Es ist also möglich, hier die zweite willkürliche Bedingung, die uns noch freisteht, einzufügen. Als solche wollen wir eine Forderung einführen, die sich zunächst durch Einfachheit des Ansatzes empfiehlt. Wir wollen nämlich das erste Teilsystem für sich allein von sphärischer Aberration frei machen, $P = 0$ setzen. Dann lauten die vier zu erfüllenden Gleichungen:

$$P = B = F = \frac{C+D}{2} = 0\,,$$

und daraus folgt:

94) $$P = \bar{P} = 0\,, \qquad Q = -\bar{Q}\bar{h}^2 = -\frac{1}{8k}[2(\psi + \bar{\psi}) + \psi\varkappa + \bar{\psi}\bar{\varkappa}].$$

Es erübrigt, nachdem nun die Grössen $P, \bar{P}, Q, \bar{Q}$, die Fehler der Teil-

systeme bekannt sind. daraus die Fehler der Einzellinsen, die Durchbiegungen und die Radien selbst zu rechnen.

Da die Brennweiten der Einzellinsen schon oben bestimmt wurden, so kann man ohne weiteres die Abbe'schen Invarianten R_i, sowie die Grössen Π_i, λ_i, ϱ_i berechnen. Sind dieselben abgeleitet, so hat man für das erste Teilsystem gemäss Schema *A.* V (pag. 26) die beiden Gleichungen:

$$P = \Pi_1 + \Pi_2 + 2\lambda_1(Q_1 - \varrho_1)^2 + 2\lambda_2(Q_2 - \varrho_2)^2,$$
$$Q = Q_1 + Q_2.$$

Führt man hier: $y = Q_1 - Q_2$ als neue Unbekannte ein, so erhält man:

$$2Q_1 = Q + y, \qquad 2Q_2 = Q - y,$$

und findet durch Einsetzen dieser Werte in den Ausdruck P eine quadratische Gleichung für y. Hat man daraus y und damit auch Q_1 und Q_2 gefunden, so erhält man die Radien der beiden vorderen Linsen durch dieselben Formeln (70), wie oben beim einfachen Fernrohrobjektiv. Eine völlig analoge Rechnung ist für das zweite Teilsystem durchzuführen. Bei der Einfachheit dieser Ableitungen genüge die Zusammenstellung der Endformeln in folgendem

Schema B.

I. $$\mu = \frac{\nu_2}{\nu_1}, \quad \bar{\mu} = \frac{\nu_3}{\nu_4}, \quad \varkappa = \frac{1}{1-\mu}\left(\frac{1}{n_1} - \frac{\mu}{n_2}\right), \quad \bar{\varkappa} = \frac{1}{1-\bar{\mu}}\left(\frac{1}{n_4} - \frac{\bar{\mu}}{n_3}\right),$$

a) Erfüllung der Petzvalbedingung:

$$2d\psi\varkappa = -2d\bar{\psi}\bar{\varkappa} = \varkappa - \bar{\varkappa} + \sqrt{(\varkappa-\bar{\varkappa})^2 + 4d\varkappa\bar{\varkappa}},$$

b) gleiche Verteilung der Leistung:

$$\psi = \tfrac{1}{2}, \qquad \bar{\psi} = \frac{1}{2-d}.$$

II. $$\varphi_1 = \frac{\psi}{1-\mu}, \quad \varphi_2 = -\frac{\mu\psi}{1-\mu}, \quad \varphi_3 = -\frac{\bar{\mu}\bar{\psi}}{1-\bar{\mu}}, \quad \varphi_4 = \frac{\bar{\psi}}{1-\bar{\mu}}.$$

III. $$\frac{Q}{1-\psi d} = -\bar{Q}(1-\psi d) = \frac{2(\psi+\bar{\psi}) + \psi\varkappa + \bar{\psi}\bar{\varkappa}}{8d}, \quad P = \bar{P} = 0.$$

VI. $$R_1 = -\frac{\varphi_1}{2}, \quad R_2 = R_1 - \frac{\psi}{2}, \quad R_3 = -\frac{\varphi_3}{2} - \frac{\psi}{1-d\psi}, \quad R_4 = R_3 - \frac{\bar{\psi}}{2}.$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_i &= \frac{n_i(n_i+2)}{(n_i+1)^2\varphi_i}, \quad \chi_i = \frac{n_i R_i}{(n_i+1^2} \\ \tau_i &= \tfrac{1}{8}\left(\frac{n_i'}{n_i} - 1\right)^2 \varphi_i^3 - \tfrac{1}{2}\varphi_i\chi_i^2(n_i+1)^2 \end{aligned}\right\} i = 1, 2, 3, 4.$$

V. $$A = \chi_1 - \chi_2 - Q(\lambda_1 - \lambda_2), \qquad \overline{A} = \chi_3 - \chi_4 - \overline{Q}(\lambda_3 - \lambda_4),$$

$$B = 2(\lambda_1+\lambda_2)[P+Q(\chi_1+\chi_2)-\tau_1-\tau_2]-Q^2(\lambda_1+\lambda_2)^2, \quad \overline{B} = 2(\lambda_3+\lambda_4)[\overline{P}+\overline{Q}(\chi_3+\chi_4)-\tau_3-\tau_4]-\overline{Q}^2(\lambda_3+\lambda_4)^2$$

$$y(\lambda_1+\lambda_2) = A + \sqrt{A^2+B}, \qquad \overline{y}(\lambda_3+\lambda_4) = \overline{A} \pm \sqrt{\overline{A}^2+\overline{B}},$$

$$2Q_1 = Q + y, \qquad 2Q_3 = \overline{Q} + \overline{y},$$

$$2Q_2 = Q - y, \qquad 2Q_4 = \overline{Q} - \overline{y}.$$

VI. $$\left.\begin{matrix} \frac{1}{r_i} \\ \frac{1}{r_i'} \end{matrix}\right\} = \frac{2Q_i}{\varphi_i}\frac{n_i}{n_i+1} - R_i\frac{2n_i+1}{n_i+1} \pm \frac{\varphi_i}{2(n_i-1)}.$$

In Rücksicht auf eine spätere Anwendung sind in V. beliebige Werte P und $\overline{P}$ beibehalten, statt gleich die hier gültigen speziellen Werte $P = \overline{P} = 0$ einzuführen.

23. Der Petzvaltypus. Für die folgenden numerischen Beispiele habe ich die beiden äusseren Linsen des Systems als aus Kron-, die beiden inneren als aus Flintglas bestehend vorausgesetzt und dem entsprechend die schematischen Werte $n_1 = n_4 = 1{,}5$, $n_2 = n_3 = 1{,}6$, $\nu_1 = \nu_4 = 60$, $\nu_2 = \nu_3 = 36$ gewählt. Der Abstand der beiden Teilsysteme von einander betrage 0,4 der Brennweite.

Rechnet man zunächst nach dem vorigen Schema unter Benutzung von Ib) ein Objektiv mit gleicher Verteilung der Leistung auf beide Hälften, so findet man die reziproken Radien: (Brennweite = 1):

	1.	2.	3.	4. Linse.
$\frac{1}{r}$	+ 2,032	− 0,845	+ 1,286	+ 2,453
$\frac{1}{r'}$	− 0,468	+ 0,405	+ 2,848	− 0,671.

95)

Dieses Objektiv, welches sich durch geringe Krümmung aller Flächen auszeichnet, entspricht im wesentlichen dem sogenannten Petzvaltypus. In der Tat zeigt das erste berühmte von Petzval errechnete Portraitobjektiv, wie aus den Abmessungen desselben zu entnehmen ist[1]), nahe die hier vorausgesetzte Anordnung der Fehler dritter Ordnung. Es ist für das erste Teilsystem allein die sphärische Aberration fast völlig beseitigt ($P = 0$) und es sind für das ganze System sphärische Aberration, Koma

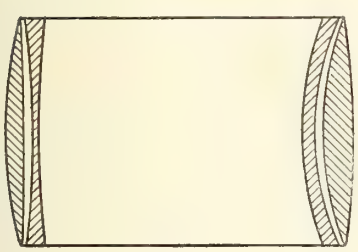


Fig. 5.

1) Vgl. v. Rohr, Theorie und Geschichte des photographischen Objectivs 1899, pag. 250.

und Bildwölbung aufgehoben. Nur hat Petzval die Leistung nicht gleichmässig auf beide Hälften verteilt, sondern die vordere Hälfte etwas stärker beansprucht, indem er ihr etwa $^2/_3$ der ganzen Brennweite gab. Dabei fand sich für die von ihm benutzten Gläser $r_1' = r_2$, sodass die beiden ersten Linsen verkittet werden konnten.

Der einzige Fehler dritter Ordnung (abgesehn von der Verzeichnung), welcher diesen Objektiven vom Petzvaltypus noch anhaftet, ist ein gewisser Astigmatismus. Für das obige Objektiv findet man den Fehler gegen die Petzvalbedingung: $\sum \frac{\varphi_i}{n_i} = 0{,}83$ und die entsprechende Streuung durch Astigmatismus gemäss (77) und (77a): $12''.g^2v$. Genau derselbe Betrag gilt auch für das ursprüngliche Petzvalobjectiv. Es ist daher für den Petzvaltypus das brauchbare Gesichtsfeld beim Oeffnungsverhältnis 1 : 10 resp. 1 : 5 auf einen Durchmesser von etwa 7°, resp. 5° beschränkt.

Der numerische Betrag des sekundären Spektrum wird $\Phi' = 0.90$, so klein, als überhaupt möglich.

Geht man nun über zu dem System mit Erfüllung der Petzvalbedingung, so findet man aus dem Rechenschema unter Benutzung von Ia):

96)

$\frac{1}{r}$	+ 2,645	− 5,147	+ 3,406	− 0.787
$\frac{1}{r'}$	− 5,261	− 1,193	− 0,548	+ 7,119.

Fig. 6.

Hier wird also eine so starke Krümmung besonders der letzten Fläche erfordert, dass das System nicht als allgemein brauchbar gelten kann. Es liegt also hier einer der Fälle vor, wie sie in No. 21 vorausgesehen wurden, wo die Erfüllung der Petzvalbedingung an den allzu grossen erforderlichen Krümmungen scheitert.

24. Modificierter Petzvaltypus. Bei den eben behandelten Systemen war die willkürliche Bedingung eingeführt, dass die sphärischen Aberrationen der Teilsysteme P und $\overline{P}$ für sich verschwinden sollten. Ausser der Uebersichtlichkeit für die Errechnung des Systems empfahl sich dieser Vorgang den Optikern noch deshalb, weil bei einem solchen System das erste Teilsystem für sich ein einigermassen brauchbares (von Koma nicht freies) Objektiv grösserer Brennweite, ein sogenanntes Landschaftsobjektiv, bildet. Da beide Gründe für die astrophysikalische Verwendung keine Rolle spielen, so wird man fragen, ob man nicht durch Aufgeben dieser willkürlichen

Bedingung $P = \overline{P} = 0$ ein System finden kann, welches bei zulässigen Krümmungen die Petzvalbedingung erfüllt.

Die Brennweiten, wie die Grössen R_i, λ_i, ϱ_i, Π_i würden hier dieselben Werte behalten, wie für das eben berechnete System, und nach Ia), II und IV des Schemas (B), sowie Va) des Schema's (A) (pag. 26) zu berechnen sein. Um die schlimmste Krümmung an der letzten Fläche zu beseitigen, habe ich nun die letzte Linse von vorne herein symmetrisch gewählt, $r_4 = -r_4'$ gesetzt. Dann folgt aus der letzten Gleichung VI des Schema's (B):

$$0 = \frac{2Q_4}{\varphi_4} n_4 - R_4(2n_4 + 1).$$

Hiermit war Q_4 gegeben und es fand sich daraus gemäß Schema A. Vb):

$$P_4 = \Pi_4 + 2\lambda_4 (Q_4 - \varrho_4)^2.$$

Aus den Gleichungen (92) folgt andrerseits durch einfache Umstellung als Bedingung des Verschwindens von sphärischer Aberration, Koma und Bildwölbung des ganzen Systems:

$$\begin{aligned} P &= -\overline{P} \cdot \overline{h}^4, \\ Q &= -\overline{Q}\overline{h}^2 + k\overline{h}^4\overline{P}, \\ \overline{P}\,\overline{h}^4 k^2 - 2\overline{Q}\overline{h}^2 k + \tfrac{1}{4}[\psi(2+\varkappa) + \psi'(2+\varkappa')] &= 0. \end{aligned} \tag{97}$$

Da: $\overline{P} = P_3^{\cdot} + P_4 = \Pi_3 + P_4 + 2\lambda_3(Q_3 - \varrho_3)^2$ und $\overline{Q} = Q_3 + Q_4$ ist, P_4 und Q_4 aber bereits bekannt sind, so bildet die letzte der vorstehenden Relationen eine quadratische Gleichung für Q_3. Ist daraus Q_3 gefunden, so hat man auch unmittelbar P_3, sowie $\overline{P}$ und $\overline{Q}$. Die beiden ersten der Gleichungen (97) führen zu P und Q und mit der Kenntnis von P, Q, $\overline{P}$ und $\overline{Q}$ ist man so weit, dass man durch Anwendung von V. und VI. des Schemas (B) die Radien finden kann. Die Ausführung der Rechnung ergab:

98)

	1.	2.	3.	4.
$\frac{1}{r}$	$+3{,}554$	$-4{,}223$	$+2{,}650$	$-3{,}953$
$\frac{1}{r'}$	$-4{,}352$	$-0{,}270$	$-1{,}303$	$+3{,}953$

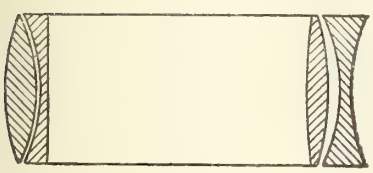


Fig. 7.

Man sieht, dass die maximalen Krümmungen im Vergleich zu dem System Fig. 6 erheblich heruntergegangen sind.

Es ist demnach hier eine Anordnung gewonnen, welche mit erträglichen Krümmungen Freiheit des Bildes von allen Fehlern dritter Ordnung (abgesehen von der Verzeichnung) erzielt. In Fällen, wo

man das Gesichtsfeld über die beim ursprünglichen Petzvaltypus mögliche Ausdehnung hinaus zu vergrössern wünscht, wird dieselbe den Vorzug verdienen. Ueber ihre allgemeine Brauchbarkeit liesse sich erst durch trigonometrische Durchrechnung oder Untersuchung der Fehler 5. Ordnung entscheiden.

Der numerische Betrag des sekundären Spektrums wird hier gleich 1,37.

25. Der Typus des Aplanaten. Während wir bisher die äusseren Linsen aus Kron, die inneren aus Flint gewählt hatten, wollen wir nun noch einmal nach einem System mit gleicher Verteilung der Leistung fragen, bei welchem die Glassorten vertauscht sind, die äusseren Linsen aus Flint, die inneren aus Kron bestehn. Rechnet man daher mit den Werten $n_1 = n_4 = 1{,}6$, $n_2 = n_3 = 1{,}5$, $\nu_1 = \nu_4 = 36$, $\nu_2 = \nu_3 = 60$ das Schema *B*) unter Benutzung der Formel Ib) durch, so erhält man eine Lösung mit folgenden Radien:

99)

	1. Linse	2.	3.	4.
$\frac{1}{r}$	$+4{,}048$	$+4{,}876$	$-0{,}834$	$-4{,}373$
$\frac{1}{r'}$	$+5{,}298$	$+2{,}376$	$-3{,}960$	$-2{,}811$

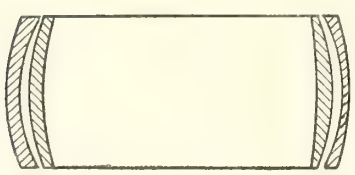


Fig. 8.

Es entspricht diese Form dem von A. Steinheil im Jahre 1875 angegebenen Portraitaplanaten[1]). Auch bei diesem ist das erste Teilsystem für sich von sphärischer Aberration befreit, wie man aus seinen Abmessungen entnehmen kann. Es sind dort indessen die Glassorten und der Abstand der Teilsysteme so gewählt, dass die Innenradien gleich wurden ($r_1' = r_2$ und $r_3' = r_4$) und die Linsen beider Teilsysteme verkittet werden konnten.

Da die Brennweiten der Einzellinsen hier dieselben sind, wie beim Petzvaltypus, so hat der Aplanat auch genau denselben Rest von Astigmatismus und dieselbe Grenze des brauchbaren Gesichtsfelds, wie ein Objektiv vom Petzvaltypus. Ebenso hat das sekundäre Spektrum denselben kleinen numerischen Betrag 0,90.

§ 9. Objektive aus drei getrennten Linsen.

26. Während man bei Objektiven aus zwei getrennten dünnen Teilen im Ganzen mindestens vier Linsen braucht, da man jedes Teilsystem nach der Bemerkung pag. 34 für sich achromatisieren muss, kann man mit 3 Linsen auskommen, wenn man sie alle drei von einander um endliche Abstände d_1 und d_2 trennt. Solche Systeme wollen wir in diesem Paragraphen behandeln. Indem wir uns etwa

1) v. Rohr. Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs, pag. 302.

einen Abstand oder auch die Gesamtdicke des Systems $d = d_1 + d_2$ gegeben denken, haben wir 6 Radien und den andern Abstand zur Verfügung. Als notwendig zu erfüllende Forderungen kommen die Massstabsbedingung, die beiden chromatischen Bedingungen, die Bedingung für Verschwinden von sphär. Aberration, Koma und Bildwölbung in Betracht. Als siebente und letzte Bedingung wählen wir zuvörderst die Petzvalbedingung und späterhin eine Bedingung, die auf kleinere Krümmungen führt. Die Diskussion verläuft in der Weise, dass durch die Massstabsbedingung, die beiden chromatischen Bedingungen und die Petzvalbedingung oder ihren Ersatz, zunächst die Brennweiten und Abstände festgelegt werden, während die drei Durchbiegungen dann zur Beseitigung von sphär. Aberration, Koma und Bildwölbung verwandt werden.

27. Die Massstabsbedingung lautet:

100) $$1 = \varphi_1 h_1 + \varphi_2 h_2 + \varphi_3 h_3.$$

Die erste chromatische Bedingung heisst:

101) $$0 = \frac{\varphi_1 h_1^2}{\nu_1} + \frac{\varphi_2 h_2^2}{\nu_2} + \frac{\varphi_3 h_3^2}{\nu_3}.$$

Legt man den für die schliesslichen Bildfehler gleichgültigen Blendenort mit der mittleren Linse zusammen, so lautet die zweite chromatische Bedingung:

102) $$0 = \frac{\varphi_1 h_1^2}{\nu_1} \cdot k_1 + \frac{\varphi_3 h_3^2}{\nu_3} \cdot k_3.$$

Die Petzvalbedingung verlangt:

103) $$0 = \frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2} + \frac{\varphi_3}{n_3}.$$

Aus der Gauss'schen Dioptrik folgt für unendlich entferntes Objekt:

104) $$h_1 = 1,\ h_2 = 1 - d_1\varphi_1,\quad h_3 = (1 - d_1\varphi_1)(1 - d_2\varphi_2) - d_2\varphi_1,$$

$$k_1 = -\frac{d_1}{h_2},\quad k_3 = +\frac{d_2}{h_2 h_3}.$$

Führt man diese Werte in den drei vorigen Formeln ein und vereinfacht sich die ohnehin etwas verwickelte Aufgabe, indem man die erste und die dritte Linse als aus demselben Glase bestehend annimmt, also:

$$n_1 = n_3,\ \nu_1 = \nu_3$$

setzt, so gehen die vier Gleichungen (100—103) in die folgenden über:

$$
\begin{aligned}
\varphi_1 d_1 &= \varphi_3 d_2 (1-d_2),\\
1 &= \varphi_1 \frac{d_1+d_2}{d_2} + \varphi_2 (1-\varphi_1 d_1),\\
0 &= \varphi_1 \nu (d_1+d_2-d_1 d_2) + \varphi_2 d_2 (1-\varphi_1 d_1)^2,\\
0 &= m(\varphi_1+\varphi_3)+\varphi_2.
\end{aligned}
\tag{105}
$$

Hierbei sind die Abkürzungen eingeführt:

$$
\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\nu_2}{\nu_3} = \mu, \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_2}{n_3} = m. \tag{106}
$$

Es empfiehlt sich, den zweiten Abstand d_2 von vorneherein als Parameter zu geben und aus diesen vier Gleichungen die vier Unbekannten d_1, φ_1, φ_2, φ_3 zu bestimmen. Setzt man:

$$
y = \frac{1}{1-d_2}, \quad z = \frac{d_1}{d_2}, \quad d_2 = \frac{y-1}{y}, \quad d_1 = z \cdot \frac{y-1}{y}, \tag{107}
$$

sodass y den Parameter vertritt und z an Stelle von d_1 unter die Unbekannten zu nehmen ist, so kann man zunächst durch elementare Rechnung die drei Brennweiten aus den Gleichungen (105) eliminieren und behält dann die quadratische Gleichung für z als Funktion von y:

$$
\frac{m}{\mu}\left(\frac{1+\mu}{1+m}\right)^2 (1+yz)\left(1+\frac{z}{y}\right) = \left[1+z\cdot\frac{1+my}{1+m}\right]^2 \tag{108}
$$

Hat man hieraus z und damit die Abstände d_1 und d_2 gefunden, so findet man die Brennweiten aus den Gleichungen, die sich während des Eliminationsprozesses bereits gebildet haben:

$$
1-\varphi_1 d_1 = \sqrt{\frac{\mu}{m}\frac{1+\frac{z}{y}}{1+zy}} = \frac{\mu+1}{m+1}\,\frac{\left(1+\frac{z}{y}\right)}{1+z\cdot\frac{1+my}{1+m}}, \tag{109}
$$

$$
\varphi_2 = -m(1+yz)\varphi_1, \quad \varphi_3 = yz\cdot\varphi_1.
$$

Hiermit ist der erste Teil des Problems erledigt.

28. Es ist jetzt noch die allgemeine Aufgabe zu lösen, die Durchbiegungen dreier Linsen, deren Abstände und Brennweiten gegeben sind, so zu bestimmen, dass spärische Aberration, Koma und Bildwölbung beseitigt werden. Diese drei Bedingungen lauten nach Schema A. V. bei der oben gewählten Lage der Blende ($k_2 = 0$):

$$
\begin{aligned}
0 = \quad B &= P_1 + P_3 h_3^4 + P_2 h_2^4,\\
0 = \quad F &= P_1 k_1 + Q_1 + P_3 h_3^4 k_3 + Q_3 h_3^2 + Q_2 h_2^2,\\
0 = \frac{C+D}{2} &= P_1 k_1^2 + 2Q_1 k_1 + P_3 h_3^4 k_3^2 + 2Q_3 h_3^2 k_3 + \frac{S}{2},
\end{aligned}
\tag{110}
$$

wobei zur Abkürzung:

110a) $$S = \sum \frac{2n_i+1}{n_i} \cdot \frac{\varphi_i}{2}$$

gesetzt ist.

Statt von den drei Gleichungen (109) selbst, geht man besser von den folgenden drei Kombinationen derselben aus:

110b)
$$\begin{aligned} 0 &= k_1 k_3 B - (k_1+k_3) F + \frac{C+D}{2} \\ &= (Q_1 - Q_3 h_3^2)(k_1 - k_3) - Q_2 h_2^2 (k_1+k_3) + P_2 h_2^4 k_1 k_3 + \tfrac{1}{2} S \\ 0 &= k_3^2 . B - 2k_3 F + \frac{C+D}{2} \\ &= 2Q_1(k_1 - k_3) + P_1 (k_3 - k_1)^2 - 2Q_2 h_2^2 k_3 + P_2 h_2^4 k_3^2 + \tfrac{1}{2} S \\ 0 &= k_1^2 . B - 2k_1 F + \frac{C+D}{2} \\ &= 2Q_3 h_3^2 (k_3 - k_1) + P_3 h_3^4 (k_1 - k_3)^2 - 2Q_2 h_2^2 k_1 + P_2 h_2^4 k_1^2 + \tfrac{1}{2} S \end{aligned}$$

Zwischen P_i und Q_i besteht die Beziehung:

$$P_i = \Pi_i + 2\lambda_i (Q_i - \varrho_i)^2,$$

wobei die Grössen Π_i, λ_i, ϱ_i sämtlich mit der Kenntnis der Abstände und Brennweiten des Systems gegeben und von den Durchbiegungen unabhängig sind. Setzt man diese Werte P_i ein, so erhält man drei in den Unbekannten Q_i quadratische Gleichungen, sodass für eine der Grössen Q_i durch Elimination der beiden andern eine Gleichung 8. Grades resultieren würde. Die Aufgabe ist, die Gleichungen für die Unbekannten Q_i auf eine möglichst bequeme Form zu bringen.

Da:

$$\Pi_i = \frac{n_i^2}{8(n_i-1)^2} \varphi_i^3 - 2\lambda_i (n_i+1)^2 \varrho_i^2$$

ist, so gilt:

$$P_i = \frac{n_i^2}{8(n_i-1)^2} \varphi_i^3 + 2\lambda_i (Q_i - \varrho_i)^2 - 2\lambda_i (n_i+1)^2 \varrho_i^2$$

wobei zu beachten ist, dass das letzte Glied aus dem vorletzten entsteht, indem man $Q_i - \varrho_i$ durch $(n_i+1)\varrho_i$ ersetzt. Setzt man diesen Wert von P_i in die Gleichungen (110b) ein, so kann man dieselben durch einfache Umstellung auf die Form bringen:

111)
$$\begin{aligned} &2k_1 k_3 h_2^4 \lambda_2 (Q_2 - \varrho_2)^2 - (k_1+k_2) h_2^2 (Q_2 - \varrho_2) - (Q_1 - \varrho_1)(k_3 - k_1) - (Q_3 - \varrho_3) h_3^2 (k_1 - k_3) = H_2 - J_2 \\ &2k_3^2 h_2^4 \lambda_2 (Q_2 - \varrho_2)^2 - 2k_3 h_2^2 (Q_2 - \varrho_2) + 2(k_3 - k_1)^2 \lambda_1 (Q_1 - \varrho_1)^2 - 2(Q_1 - \varrho_1)(k_3 - k_1) = H_1 - J_1 \\ &2k_1^2 h_2^4 \lambda_2 (Q_2 - \varrho_2)^2 - 2k_1 h_2^2 (Q_2 - \varrho_2) + 2(k_1 - k_3)^2 \lambda_3 (Q_3 - \varrho_3)^2 - 2(Q_3 - \varrho_3)(k_1 - k_3) = H_3 - J_3 \end{aligned}$$

Dabei sind die Grössen H gleich den Werten, welche die linken Seiten der Gleichungen annehmen, wenn man in ihnen $Q_i - \varrho_i$ durch $(n_i+1)\varrho_i$ ersetzt, und die Grössen J haben die Werte:

$$
\begin{aligned}
J_2 &= \frac{S}{2} + k_1 k_3 h_2^4 \frac{n_2^2}{8(n_2-1)^2}\varphi_2^3 - (k_1+k_3)h_2^2(n_2+2)\varrho_2 \\
&\quad + (n_1+2)\varrho_1(k_1-k_3) + (n_3+2)\varrho_3 h_3^2(k_3-k_1), \\
J_1 &= \frac{S}{2} + k_3^2 h_2^4 \frac{n_2^2}{8(n_2-1)^2}\varphi_2^3 - 2k_3 h_2^2(n_2+2)\varrho_2 \\
&\quad + (k_3-k_1)^2 \cdot \frac{n_1^2}{8(n_1-1)^2}\varphi_1^3 + 2(k_1-k_3)(n_1+2)\varrho_1, \\
J_3 &= \frac{S}{2} + k_1^2 h_2^4 \frac{n_2^2}{8(n_2-1)^2}\varphi_2^3 - 2k_1 h_2^2(n_2+2)\varrho_2 \\
&\quad + (k_3-k_1)^2 h_3^4 \frac{n_3^2}{8(n_3-1)^2}\varphi_3^3 + 2(k_3-k_1)(n_3+2)\varrho_3.
\end{aligned}
\tag{112}
$$

Um in den drei Gleichungen (111) die in den Q_i linearen Terme zum Teil zu beseitigen und die Faktoren, mit denen sie multipliziert sind, auf eine einfachere Gestalt zu bringen, führe man an Stelle der Q_i die neuen Unbekannten η_i ein durch:

$$
\begin{aligned}
\eta_1 &= a\left\{\frac{1}{2\lambda_1(k_3-k_1)} - (Q_1-\varrho_1)\right\}, \\
\eta_2 &= a\left\{\frac{1}{2\lambda_2}\,\frac{k_1+k_3}{2k_1k_3} - h_2^2(Q_2-\varrho_2)\right\}, \qquad a = 4\lambda_2\frac{k_1k_3}{k_3-k_1}, \\
\eta_3 &= a\left\{\frac{1}{2\lambda_3}\,\frac{1}{(k_1-k_3)} - h_3^2(Q_3-\varrho_3)\right\}.
\end{aligned}
\tag{113}
$$

Um eine analoge Vereinfachung in den Ausdrücken H herbeizuführen, bilde man zugleich die folgenden Grössen b_i, welche aus den η_i entstehen, indem man $Q_i - \varrho_i$ durch $(n_i+1)\varrho_i$ ersetzt:

$$
\begin{aligned}
b_1 &= a\left\{\frac{1}{2\lambda_1(k_3-k_1)} - (n_1+1)\varrho_1\right\}, \\
b_2 &= a\left\{\frac{1}{2\lambda_2}\,\frac{k_1+k_3}{2k_1k_3} - (n\ +1)\varrho_2 h_2^2\right\}, \\
b_3 &= a\left\{\frac{1}{2\lambda_3}\,\frac{1}{k_1-k_3} - (n_3+1)\varrho_3 h_3^2\right\}.
\end{aligned}
\tag{113 a)}
$$

Damit nehmen die Gleichungen (111) die einfache Form an:

$$\eta_2^2+2(\eta_1-\eta_3) = b_2^2+2(b_1-b_3)-\frac{a^2}{2\lambda_2 k_1 k_3}J_2 = K_2,$$

114) $$\eta_1^2+a_1(\eta_2-1)^2 = b_1^2+a_1(b_2-1)^2-\frac{a^2 a_1}{2\lambda_2 k_3^2}J_1 = K_1,$$

$$\eta_3^2+a_3(\eta_2+1)^2 = b_3^2+a_3(b_2+1)^2-\frac{a^2 a_3}{2\lambda_2 k_1^2}J_3 = K_3,$$

wobei noch die Abkürzungen:

115) $$a_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\left(\frac{k_3}{k_3-k_1}\right)^2,\quad a_3 = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}\left(\frac{k_1}{k_3-k_1}\right)^2$$

eingeführt sind und die Grössen K_i die aus bereits bekannten Grössen unmittelbar zu berechnenden rechten Seiten der Gleichungen bedeuten.

Aus den drei Gleichungen (114) sind nun aber die drei Unbekannten η_i ohne Schwierigkeit zu berechnen. Eliminiert man η_1 und η_3, so findet man für η_2 die Gleichung:

116) $$\eta_2^2-K_2+2\sqrt{K_1-a_1(\eta_2-1)^2}-2\sqrt{K_3-a_3(\eta_2+1)^2} = 0.$$

Das würde auspotenziert die gesuchte Eliminationsgleichung 8. Grades für η_2 ergeben. In Praxis wird man sich lieber genäherte Wurzeln, von denen aus man durch Newton'sche Annäherung weitergehen kann, durch folgendes graphische Verfahren verschaffen: Indem man η_2 als horizontale Abscisse, η_1 und η_3 vertikal als Ordinaten aufträgt, zeichnet man zunächst die beiden Parabeln mit horizontaler Axe:

$$\eta_1 = 2\sqrt{K_1-a_1(\eta_2-1)^2}\qquad \eta_3 = 2\sqrt{K_3-a_3(\eta_2+1)^2}$$

dann subtrahiert man graphisch die Ordinaten und erhält so eine Kurve 4. Ordnung mit der Ordinate:

$$\xi = \eta_1-\eta_3.$$

Ferner zeichnet man die Parabel mit vertikaler Axe:

$$\xi' = K_2-\eta_2^2.$$

Die Schnittpunkte der Kurve 4. Ordnung ξ mit dieser letzten Parabel ξ' liefern die reellen Wurzeln der Gleichung.

Sind auf diese Weise die Grössen η_i gefunden, so geben die Gleichungen (113) rückwärts angewandt die Grössen Q_i. Aus den Grössen Q_i ergeben sich unmittelbar die Radien der Linsen nach den Formeln VI. des Schemas *B*.

In dem nachfolgenden Rechenschema sind die gesamten Formeln in der Reihenfolge, in der sie zu benutzen sind, zusammengestellt. Von den Abkürzungen,

die dabei noch eingeführt sind, wird nur die folgende einer Erläuterung bedürfen. Man kann die Berechnung der Grössen J vereinfachen, indem man zunächst die Grössen:

$$c_2 = +\frac{S}{k_3-k_1} - \frac{k_1 k_3}{k_1-k_3} h_2^4 \frac{n_2^2}{4(n_1-1)^2} \varphi_2^3$$
$$+ 2(n_3+2)\frac{k_1+k_3}{k_1-k_3} h_2^2 \varrho_2 - 2(n_1+2)\varrho_1 + (n_3+2)\varrho_3 h_3^2,$$

117)
$$c_1 = -\frac{S}{k_3} + k_1 \frac{(k_3-k_1)}{k_3} \frac{n_1^2}{4(n_1-1)} \varphi_1^3$$
$$+ 2(n_1+2)\frac{k_3-k_1}{k_3} \varrho_1 - 2(n_3+2)\varrho_3 h_3^2 + 2(n_2+2)\varrho_2 h_2^2,$$
$$c_3 = \frac{S}{k_1} + k_3 \frac{(k_3-k_1)}{k_1} \frac{n_3^2}{4(n_3-1)^2} \varphi_3^3$$
$$+ 2(n_3+2)\frac{k_3-k_1}{k_1} h_3^2 \varrho_3 - 2(n_2+2)\varrho_2 h_2^2 + 2(n_1+2)\varrho_1$$

bildet. Es wird dann nämlich:

118) $$J_2 = \frac{k_3-k_1}{2} \cdot c_2, \quad J_1 = \frac{k_3}{k_1}\frac{(k_3-k_1)}{2}(c_1+c_2), \quad J_2 = \frac{k_1}{k_3}\frac{k_3-k_1}{2}(c_3+c_2).$$

29. Schema C. (Der Index i durchläuft cyklisch die Werte 1, 2, 3)

1.
$$h_1 = 1, \quad h_2 = 1-d_1\varphi_2, \quad h_3 = h_2(1-d_2\varphi_2) - d_2\varphi_1$$
$$k_1 = -\frac{d_1}{h_2}, \quad k_2 = 0, \qquad k_3 = +\frac{d_2}{h_2 h_3}$$
$$R_1 = -\frac{\varphi_1}{2}, \quad R_2 = -\frac{\varphi_1}{h_2} - \frac{\varphi_2}{2}, \quad R_3 = -\frac{1}{h_3} + \frac{\varphi_3}{2}$$
$$\lambda_i = \frac{n_i(n_i+2)}{(n_i+1)^2\varphi_i}, \quad \gamma_i = \frac{h_i^2\varphi_i}{2}$$
$$\vartheta_i = -\gamma_i R_i, \quad s_i = k_{i-1} - k_{i+1}, \quad S = \sum_{i=1}^{3} \frac{2n_i+1}{2n_i} \cdot \varphi_i$$

2.
$$a_2 = 4\lambda_2 \cdot \frac{s_1 s_3}{s_2}, \quad a_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\left(\frac{s_1}{s_3}\right)^2, \quad a_3 = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}\left(\frac{s_3}{s_2}\right)^2$$
$$\beta_1 = \frac{n_1+1}{n_1+2} \cdot \vartheta_1 - \frac{1}{2\lambda_1 s_2}$$
$$\beta_2 = \frac{n_2+1}{n_2+2} \cdot \vartheta_2 - \frac{1}{4\lambda_2}\left(\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_3}\right)$$
$$\beta_3 = \frac{n_3+1}{n_3+2} \cdot \vartheta_3 + \frac{1}{2\lambda_3 s_2}$$
$$b_i = a_i\beta_i$$

3. $$c_i = \frac{S}{s_i} + 2\vartheta_{i+1} - 2\vartheta_{i-1} + 2\vartheta_i \cdot \frac{s_{i-1} - s_{i+1}}{s_i} - \varphi_i \gamma_i^2 \left(\frac{n_i}{n_i - 1}\right)^2 \frac{s_{i-1} \cdot s_{i+1}}{s_i}$$

4. $$K_1 = a_1 a_2 (c_2 + c_1) + b_1^2 + a_1 (b_2 - 1)^2$$
$$K_2 = a_2 \cdot c_2 + b_2^2 + 2(b_1 - b_3)$$
$$K_3 = a_3 a_2 (c_2 + c_3) + b_3^2 + a_3 (b_2 + 1)^2$$

5. $$\eta_1 = \sqrt{K_1 - a_1(\eta_2 - 1)^2}, \quad \eta_3 = \sqrt{K_3 - a_3(\eta_2 + 1)^2}$$
$$2(\eta_1 - \eta_3) = K_2 - \eta_2^2$$

6. $$\varkappa_i = \frac{n_i}{n_i + 1} \frac{b_i - \eta_i}{\gamma_i \cdot a_2}$$
$$\left.\begin{matrix} \frac{1}{r_i} \\ \frac{1}{r_i'} \end{matrix}\right\} = \varkappa_i - R_i \pm \frac{\varphi_i}{2(n_i - 1)}$$

30. Das modifizierte Taylorobjektiv. Nach den vorstehenden Formeln habe ich eine Reihe von Objektiven gerechnet, indem ich die erste und die dritte Linse aus Kron, die mittlere aus Flint annahm und zwei bestimmten Glassorten entsprechend:

$$n_1 = n_3 = 1{,}51345, \quad n_2 = 1{,}56857, \quad \nu_1 = 57{,}6, \quad \nu_2 = 35{,}8$$

setzte. Es waren zunächst die Abstände und Brennweiten nach den Gleichungen (108) und (109) abzuleiten, indem von einem bestimmten Wert des Parameters $y = \frac{1}{1 - d_2}$ ausgegangen wurde. Da d_2 eine kleine positive Grösse sein muss, so hat man y etwas grösser als 1 zu wählen. Da ferner auch d_1 positiv sein muss, kommen nur solche Werte von y in Betracht, die positive Lösungen der Gleichung (108) für $z = \frac{d_1}{d_2}$ ergeben. Die Gleichung (108) lautet im vorliegenden Falle numerisch:

$$(1 + zy)\left(1 + \frac{z}{y}\right) = 0{,}9463\left(1 + z \cdot \frac{0{,}9634 + y}{1{,}9634}\right)^2$$

Man findet, dass dieselbe nur für $y > 1{,}0550$ positive Lösungen hat. Dementsprechend sind die folgenden Werte von y gewählt, aus denen sich dann die darunter stehenden Werte der Abstände und Brennweiten ergaben:

119)

y	1,0550	1,075	1,125	1,150	1,1625	1,175
d_1	∞	0,2054	0,0976	0,0863	0,0825	0,0796
d_2	0,0521	0,0698	0,1111	0,1304	0,1398	0,1489
φ_1	+0,000	+1,296	+2,735	+3,099	+3,242	+3,365
φ_2	−5,584	−5,600	−5,644	−5,664	−5,676	−5,686
φ_3	+5,379	+4,099	+2,703	+2,357	+2,225	+2,113

Die Berechnung der Durchbiegungen nach dem in voriger Nummer gegebenen Schema habe ich für die beiden Werte $y = 1{,}150$ und $y = 1{,}1625$ durchgeführt mit dem Ergebnis:

			1. Linse	2. Linse	3. Linse
120)	$y = 1{,}150$	$\frac{1}{r}$	$+4{,}490$	$-5{,}127$	$-1{,}069$
		$\frac{1}{r'}$	$-1{,}507$	$+4{,}732$	$-5{,}630$
121)	$y = 1{,}1625$	$\frac{1}{r}$	$+4{,}804$	$-4{,}913$	$-1{,}035$
		$\frac{1}{r'}$	$-1{,}469$	$+4{,}968$	$-5{,}340$

Die zweite Form hat die kleineren Krümmungen und, wie man aus der Aenderung der Radien von einer Form zur andern und dem Gang der Brennweiten in Tabelle (119) erkennt, offenbar sehr nahe die kleinsten Krümmungen, die überhaupt bei diesem Typus möglich sind.

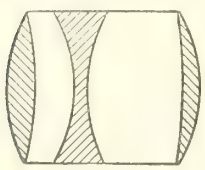


Fig. 9.

Unser Resultat ist also dieses: Aus drei Linsen lässt sich ein achromatisches Objektiv mit nicht allzu starken Krümmungen herstellen, welches von allen Fehlern dritter Ordnung (bis auf die Verzeichnung) frei ist. Im Vergleich zu dem durch (98) gegebenen modifizierten Petzvaltypus ist die gegenwärtige Form im Nachteil, insofern sie stärkere Krümmungen (im Maximum $\frac{1}{r} = 5$, statt 4) verlangt. Ein gegewisser Vorteil ist dagegen die geringe Dicke des Objektivs ($d = d_1 + d_2 = 0{,}222$ gegen 0,4 bei unserem Beispiel für den Petzvaltypus), welche die Abblendung der Strahlen im Objektiv selbst bei grossem Axenabstand des Objekts vermindert. Das sekundäre Spektrum hat den Betrag 1,42, ist also etwa gerade so gross, wie bei dem modifizierten Petzvaltypus.

31. Das eigentliche Taylorobjektiv. Analog wie bei den Systemen aus 4 Linsen wird man aber auch hier zu fragen haben, ob man nicht die Erfüllung der Petzvalbedingung aufgeben und statt dessen die Krümmungen reduzieren soll. Das Objektiv, das man auf diese Weise erhält, entspricht einem zuerst (1893) von dem englischen Optiker H. D. Taylor angegebenen Typus.

Gibt man die Petzvalbedingung auf, so bestehen zwischen den Abständen und Brennweiten der drei Linsen nur die ersten 3 Gleichungen des Systems (105):

$$\begin{aligned} \varphi_1 d_1 &= \varphi_3 d_2 (1 - d_2), \\ 1 &= \varphi_1 \frac{d_1 + d_2}{d_2} + \varphi_2 (1 - d_1 \varphi_1), \\ 0 &= \varphi_1 \nu (d_1 + d_2 - d_1 d_2) + \varphi_2 d_2 (1 - \varphi_1 d_1)^2. \end{aligned} \tag{122}$$

Man wird also etwa die Abstände d_1, d_2 als Parameter geben und daraus die Brennweiten ableiten.

Man findet durch Elimination von φ_1 und φ_3 die quadratische Gleichung für φ_2:

$$123) \qquad \varphi_2^2 - \varphi_2\left[1+\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)\left(1-\frac{1}{\nu}\right)\right] = \frac{1}{\nu}-\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}$$

und nach deren Auflösung die Brennweiten φ_1 und φ_3 aus den sich unmittelbar ergebenden Gleichungen:

$$124) \qquad \varphi_1 d_1 = \varphi_3 d_2(1-d_2) = 1-\nu+\frac{\nu}{\varphi_2}$$

Sind die Brennweiten gefunden, so erfolgt die Bestimmung der Durchbiegungen wieder nach dem Schema (C).

Die Schwierigkeit liegt hier in der Auswahl der beiden willkürlichen Abstände d_1 und d_2. Ich bin in der Weise verfahren, dass ich zunächst die Gesamtdicke des Systems, um in der Nähe des durch (121) gegebenen Objektivs zu bleiben, gleich $^1/_4$ der Brennweite annahm. Als optische Konstanten der Glassorten wurden wieder schematische Werte $n_1 = n_3 = 1{,}5$, $n_2 = 1{,}6$, $\nu_1 = \nu_3 = 60$, $\nu_2 = 36$ verwandt. Es war dann die Gesamtdicke in geeigneter Weise auf die Abstände d_1 und d_2 zu verteilen. Hat man über das Verhältnis $\frac{d_1}{d_2}$ verfügt, so bleibt noch bei der Auflösung der Gleichung (123) zwischen den beiden Wurzeln derselben zu entscheiden. Ich habe hier zunächst diejenige Wurzel verfolgt, welche dadurch charakterisiert ist, dass sie für $d_2 = 0$ unendlich wird. Es lässt sich aus den einfachen Gleichungen (123) und (124) leicht übersehen, wie die Brennweiten bei wechselnden Werten des Verhältnisses $\frac{d_1}{d_2}$ wandern. Meine erste Absicht war, unbekümmert um die Durchbiegungen zunächst einmal eine Anordnung mit möglichst kleinen Brennweiten der drei Linsen aufzusuchen, in der Hoffnung, dass sich dann auch kleine Krümmungen ergeben würden. Dieselbe fand sich für $\frac{d_1}{d_2} = 0{,}311$. Mit den hieraus folgenden Abständen rechnete ich die Brennweiten und begann nach dem Schema (C) die Durchbiegungen zu suchen. Dabei stellte sich heraus, dass die Gleichung 8. Grades für η_2 keine reelle Wurzel hatte. Es liegt dies natürlich an den nach § 5 bestehenden Grenzen für die Fehler der Einzellinse. Da dieser Gedanke also verfehlt war, änderte ich das Verhältnis $\frac{d_1}{d_2}$ willkürlich in die Werte 0,54, 1,00, 1,222. Die beiden ersten dieser Werte ergaben ebenfalls keine reellen Wurzeln der Gleichung 8. Grades, hingegen war durch den letzten Wert die Stelle des ersten Auftretens reeller Wurzeln offenbar eben überschritten.

Es ergaben sich mit diesem letzten Werte die folgenden Objektivabmessungen, welche jedenfalls sehr nahe die kleinstmöglichen Krümmungen aufweisen:

125)

	1. Linse	2. Linse	3. Linse
$\frac{1}{r}$	$+3{,}69$	$-3{,}54$	$+1{,}14$
$\frac{1}{r'}$	$-0{,}22$	$+4{,}08$	$-4{,}24$

$$d_1 = 0{,}1375, \quad d_2 = 0{,}1125$$

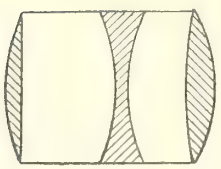


Fig. 10.

Damit ist eine Form des Taylorobjektives gegeben. Eine zweite Form, bei welcher die Linse näher an die erste rückt, die ich aber nicht untersucht habe, würde aus der andern Wurzel der Gleichung (123) abzuleiten sein.

Man sieht, dass die Krümmungen hier keineswegs so weit herabgedrückt werden können, wie beim Petzvaltypus (95), und in der Tat scheint sich auch das grosse Oeffnungsverhältnis, das der Petzvaltypus in Praxis gewährleistet, hier nicht ganz erreichen zu lassen. Indessen bleibt man bei dem Taylorobjektiv der Erfüllung der Petzvalbedingung viel näher, als beim Petzvaltypus[1]). Es findet sich nämlich aus den Zahlen in (125): $\sum \frac{\varphi_i}{n_i} = 0{,}24$. Die zugehörige Streuung ist:

126) $$3'', 2 g^2 v.$$

Für das Oeffnungsverhältnis 1 : 10 würde sich hieraus ein Gesichtsfeld von 13° Durchmesser ergeben. Das Taylorobjektiv übertrifft also den Petzvaltypus in Bezug auf das brauchbare Gesichtsfeld.

Der Betrag des sekundären Spektrums ist: $\Phi' = 1{,}40$.

§ 10. Zusammenfassung.

Mit den vorstehenden Rechnungen ist nun im Wesentlichen das Ziel erreicht, auf einigermassen rationellem, deduktivem Wege die üblichen Formen astrophotographischer Objektive zu gewinnen, zu welchen die praktische Optik von den verschiedensten Gesichtspunkten aus und mit Hülfe der verschiedensten Methoden im Laufe ihrer historischen Entwicklung gelangt ist. Die Resultate der kritischen Uebersicht, welche mit der Deduction verbunden war, lassen sich folgendermassen zusammenfassen:

1) Während sich dies bei unserem Ableitungsmodus hinterher ergibt, geht die praktische Auffindung dieses Typus durch H. Taylor direkt von einer ungefähren Berücksichtigung der Petzvalbedingung aus. (Vgl. v. Rohr, l. c. pag. 237.)

Farbenfehler.

Jedes brauchbare Objektiv erfüllt die beiden Bedingungen der Achromasie, welche fordern, dass sowohl die Lage der Bildebene als die Vergrösserung — nach den Formeln der Gauss'schen Dioptrik gerechnet — für zwei Farben dieselbe sei. Für jede dritte Farbe bleibt dann noch eine Abweichung bestehn, das sog. sekundäre Spektrum. Das sekundäre Spektrum bildet in Praxis den schlimmsten Fehler der astrophotographischen Objektive infolge der Gültigkeit folgender Sätze: Aus Glas von einer Sorte lassen sich überhaupt keine achromatischen Objektive, sondern nur Okulare (Systeme mit virtuellem Bild) konstruieren. Bei Verwendung sog. alter Gläser lässt sich das sekundäre Spektrum nicht unter ein gewisses noch immer sehr erhebliches Mindestmass herabdrücken. Es wird z. B. bei optischer Korrektion des Systems (gleicher Vereinigungsweite für die C und die F-Linie) der kleinstmögliche Durchmesser des Zerstreuungskreises für die G'-Linie gleich $33''.\ v$ (v bezeichnet das Oeffnungsverhältnis mit $f/10$ als Einheit). Für alle sehr dünnen Systeme, wie für das gewöhnliche Fernrohrobjektiv, wird der Durchmesser des Zerstreuungskreises gleich $37''.\ v$. Durch Verwendung neuer Gläser lässt sich das sekundäre Spektrum nur wesentlich verkleinern, wenn man starke Krümmungen der Flächen zulässt und sich damit auf Systeme von geringem Oeffnungsverhältnis beschränkt.

Fehler dritter Ordnung.

In Bezug auf die Beseitigung der Fehler dritter Ordnung ergibt sich folgende Reihenfolge der verschiedenen Objektivtypen. Sämtliche Formen sind von sphärischer Aberration und Koma befreit, sodass die Unterschiede nur in den übrig bleibenden Beträgen der Bildwölbung und des Astigmatismus liegen, wenn wir von der astronomisch unwesentlichen Verzeichnung absehn.

a) Das gewöhnliche Fernrohrobjektiv ist mit starker Bildwölbung und starkem Astigmatismus behaftet. Die Krümmungsradien der tangentialen und der sagittalen Bildfläche sind mit der Brennweite als Einheit:

$$\varrho_t = \frac{1}{3{,}7}, \quad \varrho_s = \frac{1}{1{,}7}$$

Die zugehörigen Streuungen in radialer resp. tangentialer Richtung sind:

$$104''\, g^3 v \text{ resp. } 47''\, g^2 v.$$

(g ist der Gesichtsfelddurchmesser mit 6^0 als Einheit.) In einer Entfernung von $1^0.5$ von der Axe ($g = \frac{1}{2}$) werden die Sterne daher als Ellipsen gezeichnet, deren Axen beim Oeffnungsverhältnis $^1/_{10}$ gleich $26''$ resp. $12''$ sind. Da sich derartige Streuungen schon sehr deutlich neben dem sekundären Spektrum bemerklich machen, so ist das gewöhnliche Fernrohrobjektiv beim Oeffnungsverhältnis $^1/_{10}$ höchstens für ein Gesichtsfeld von 3^0 Durchmesser brauchbar. Eine wesentliche Verringerung der Fehler ist nicht möglich, solange man sich auf ein einzelnes sehr dünnes Linsensystem beschränkt.

Die Petzvalbedingung. Geht man weiter zu den aus mehreren getrennten dünnen Teilen bestehenden Objektiven, so lässt sich neben sphär. Aberration und Koma auch noch die Bildwölbung beseitigen, aber eine Schwierigkeit entsteht, wenn man den letzten Fehler, den Astigmatismus gleichzeitig zum Verschwinden bringen will, infolge der sog. Petzvalbedingung. Dieselbe besagt, dass als notwendige (nicht hinreichende) Bedingung die Gleichung:

$$\sum \frac{\varphi_i}{n_i} = 0$$

gelten muss (φ_i die reziproke Brennweite, n_i der Brechnungsexponent der einzelnen Linse), wenn alle Fehler 3. Ordnung beseitigt sein sollen. Es zeigt sich nun, dass diese Bedingung unter den in Praxis gültigen Verhältnissen nicht ohne stärkere Krümmungen einzelner brechender Flächen erfüllt werden kann. Es hat daher den Anschein, als ob man fehlerfreie Objektive wegen der starken erforderlichen Krümmungen nur unter Verzicht auf grössere Lichtstärke erhalten könnte. Doch ist die Schwierigkeit in Wirklichkeit nicht so bedenklich, denn es erweist sich in vielen Fällen als überflüssig, die Petzvalbedingung zu erfüllen auf Grund des folgenden Satzes: Wenn man sphärische Aberration, Koma und Bildwölbung beseitigt hat, ohne die Petzvalbedingung besonders zu beachten, so bleibt zwar immer der vierte Fehler, der Astigmatismus, bestehn, aber er ist bei den in Praxis gültigen Verhältnissen von selbst auf einen numerisch unbedeutenden Betrag reduziert. Der Durchmesser der Zerstreuungskreise, die von dem Astigmatismusrest herrühren, beträgt nämlich für durchschnittliche Verhältnisse etwa:

$$9'' \,.\, g^2 v,$$

sodass bei einem Oeffnungsverhältnis $1/10$ resp. $1/5$ ($v = 1$ resp. 2) ein Gesichtsfeld von 8^0 resp. 6^0 Durchmesser astronomisch brauchbar bleibt. Nur bei Beanspruchung eines noch grösseren Gesichtsfelds muss also die Petzvalbedingung näher berücksichtigt werden.

Die bisher üblichen astrophotographischen Objektive sind in der Tat sämtlich von der Art, dass sie die Petzvalbedingung nicht erfüllen und mit Astigmatismus behaftet sind.

b) Objektive aus 2 getrennten dünnen Teilen. Sucht man Objektive aus zwei getrennten dünnen Teilen herzustellen, so fordert die gleichzeitige Achromatisierung des Bildorts und der Bildgrösse, dass jeder Teil für sich achromatisiert sein und daher mindestens aus zwei Linsen bestehn muss, sodass im ganzen vier Linsen nötig sind. Schreibt man dem Systeme vor, dass sphärische Aberration, Koma und Bildwölbung beseitigt sein sollen, so bleibt noch so viel Willkürlichkeit in der Anordnung, dass die Optiker — ohne das ausdrücklich auszusprechen — die Forderung hinzugenommen haben, jedes Teilsystem solle für sich von sphärischer Aberration frei sein. Diese

Festsetzung vereinfacht die Uebersicht und ermöglicht, das erste Teilsystem getrennt als sogenanntes Landschaftsobjektiv zu verwenden. Je nachdem man die beiden äusseren Linsen aus Kron, die inneren aus Flint nimmt, oder die umgekehrte Anordnung der Glassorten wählt, erhält man aus der Gesamtheit dieser Bedingungen direkt den Petzvaltypus (Fig. 5) oder den Typus des Steinheilschen Aplanaten (Fig. 8). Beide Typen haben infolge der Nichterfüllung der Petzvalbedingung denselben Rest von Astigmatismus und zwar ist derselbe etwas grösser, als die obige Abschätzung angibt, die Streuung beträgt nämlich:

$$12'' g^2 v$$

und beschränkt das Gesichtsfeld beim Oeffnungsverhältnis 1:10 resp. 1:5 auf 7° resp. 5° Durchmesser. Das sekundäre Spektrum ist bei beiden Typen etwas kleiner, als beim gewöhnlichen Fernrohrobjektiv, und überhaupt nahe auf den möglichen Minimalwert. Der Petzvaltypus zeichnet sich vor dem Aplanaten durch geringere Krümmungen der Flächen aus.

c) Objektive aus drei getrennten dünnen Teilen. Steigt man schliesslich zu Objektiven aus drei getrennten dünnen Teilen auf, so kann man die beiden chromatischen Bedingungen erfüllen, auch wenn man jeden Teil nur aus einer einzelnen Linse bestehen lässt. Sphärische Aberration, Koma und Bildwölbung lassen sich gleichfalls durch geeignete Durchbiegung dreier getrennter Linsen beseitigen. Man findet also hier Objektive aus nur 3 Linsen, die allein noch mit Astigmatismus behaftet sind. Sucht man unter denselben eine Form mit möglichst geringen Krümmungen, so gelangt man zum Taylorobjektiv (Fig. 10). Die Petzvalbedingung ist bei demselben zwar auch nicht strenge, aber doch sehr viel näher erfüllt, als bei Aplanat und Petzvaltypus. Die restierende Streuung durch Astigmatismus beträgt nur:

$$3'',2 \,.\, g^2 v,$$

sodass sich beim Oeffnungsverhältnis 1:10 ein brauchbares Gesichtsfeld von 13° Durchmesser ergeben würde. Das sekundäre Spektrum ist 1,4 mal grösser, als beim gewöhnlichen Fernrohrobjektiv.

d) Beseitigung aller Fehler dritter Ordnung. So viel ergab sich über die üblichen astrophotographischen Systeme. Es wurden nun aber auch trotz der erwähnten Schwierigkeiten Objektivformen gesucht, die auch die Petzvalbedingung strenge erfüllen und somit von den astronomisch in Betracht kommenden Fehlern 3. Ordnung gänzlich frei sind. Es ergab sich erstens eine modifizierte Form des Taylortypus (Fig. 9), bei welcher die Durchbiegungen der Linsen gegen den ursprünglichen Typus etwas verstärkt sind und der kleinste Krümmungsradius $^1/_{5,3}$ der Brennweite beträgt. Ferner fand sich ein modifizierter Petzvaltypus mit strenger Erfüllung der Petzvalbedingung (Fig. 7). Es wurde nämlich die Forderung getrennter sphärischer Korrektion für jedes der beiden Teilsysteme, die beim ursprünglichen Petzvaltypus gilt, fallen gelassen, da sie für astrophotographische

Zwecke belanglos ist, und es liess sich dann die Petzvalbedingung mit Krümmungsradien erfüllen, deren kleinster $^1/_{4,4}$ der Brennweite betrug. Man sieht also, dass die stärkeren Krümmungen, welche die Erfüllung der Petzvalbedingung verlangt, bei geeigneter Anordnung des Systems doch nicht allzu gross ausfallen. Das sekundäre Spektrum ist für die beiden letzten Objektivformen nahe ebenso gross, wie bei dem ursprünglichen Taylortypus.

Schlussbemerkung.

Namentlich mit dem modifizierten Petzvaltypus ist eine Objektivform gefunden, welche allen Anforderungen genügt, die vom Standpunkt der Theorie der Fehler 3. Ordnung aus zu stellen sind. Es ist also in dieser Beziehung ein gewisser Abschluss erreicht. Würde man zu noch komplizierteren Anordnungen übergehn, so würde man zu viele in Bezug auf Fehler dritter Ordnung gleich gute Lösungen finden, zwischen denen auch nach der Kleinheit der Krümmungen nicht recht zu entscheiden wären. An diesem Punkte muss daher die analytische Untersuchung so lange innehalten, bis eine ausführliche Theorie der Fehler 5. Ordnung zu Gebote stehen wird.

Die neueren photographischen Objektive, welche aus mehr als vier oder zum Teil aus dickeren Linsen zusammengesetzt sind, erstreben nicht unmittelbar die grösste Schärfe der Zeichnung für ein mässiges Gesichtsfeld und mittlere Oeffnungen, wie sie für astrophotographische Zwecke verlangt werden muss, sondern suchen für ein sehr grosses Gesichtsfeld und grosse Lichtstärke die Streuungen unter 1′ bis 2′ zu halten. Damit fallen sie ausserhalb des Rahmens der gegenwärtigen Untersuchung.

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Kehr, P.**, *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 3. **Bonwetsch, N.**, *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Bd. No. 4. **Wellhausen, J.**, *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 5. **Hultsch, Fr.**, *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 7. **Leo, Fr.**, *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 8. *Asadi's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von **Paul Horn**. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Bd. No. 1. **Wellmann, M.**, *Krateuas.* Mit zwei Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Bd. No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben v. **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 3. **Schulten, Adolf,** *Die Lex Manciana,* eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 4. **Kaibel, Georg,** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΔΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 5. **Bechtel, Fr.**, *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen,* die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 7. **Schulten, Adolf,** *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Bd. Nr. 8. **Roethe, Gustav,** *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Bd. Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek**. 4. (77 S.) 1899. 5. M.

III. Bd. Nr. 2. **Marquardt, J**, *Eränšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch-kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Bd. No. 3. **Achelis, H.**, *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Bd. No. 1. **Tüselmann, Otto.** *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Bd. No. 2. **Schulten, Adolf,** *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1 Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Bd. No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.,** *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Bd. No. 4. **Rahlfs, Alfred,** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Bd. No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Bd. No. 6. **Lüders, Heinrich,** *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Bd. No. 1. **Roethe, Gustav,** *Brentanos ‚Ponce de Leon'*, eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 2. **Wellhausen, J.**, *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann**. 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.**, *Materialien zur Kenntnis des Apabhraṁśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm,** *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl,** *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit 2 Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

Fortsetzung umstehend.

Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563-1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pedro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 4. 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* 4. (X u. 76 S.) 1904. 8 M.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 2. **Frensdorff, F,** *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 3. **Schulthess, Fr.,** *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjaden-Moschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln. 4. (138 S.) 1905. 12 M.

VIII. Bd. No. 4. **Schulten, A.,** *Numantia.* Eine topographisch-historische Untersuchung. Mit 3 Karten. 4. (X u. 112 S.) 1905. 10 M.

VIII. Bd. No. 5. **Leo, Fr.,** *Der Saturnische Vers.* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 6. **Schwartz, E.,** *Christliche und jüdische Ostertafeln.* Mit 3 Tafeln. Im Druck.

Mathematisch-physikalische Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897. 5 M.

Nachtrag dazu. 4. (S. 49 — 65 mit Tafeln V—VII.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. (171 S.) 1898. 16 M.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung relativer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Sehnenlängen ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn u. Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Plänen der Sternwarte nebst Verzeichniss der grösseren Instrumente. 4. (26 S.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte in Göttingen verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900. 9 M.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E,** *Theorie der automatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1903. 8 M.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba Typus.* 4. (153 S.) 1902. 15 M.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1902. 6 M.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Theories of Heat.* 4. (68 S.) 1903. 6 M.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E,** *Neuseeländische Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (79 S.) 1904. 10 M.

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.,** *Ueber die Untere Kreide Helgolands und ihre Ammonitiden.* Mit 4 Tafeln. 4. (63 S.) 1904. 4 M.

III. Bd. No. 3. **Schur u. Ambronn,** *Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsoldschen 6zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* 4. (126 S. u. 2 Taf.) 1905. 12 M.

III. Bd. No. 4. **Brendel, M.,** *Theorie des Mondes.* Im Druck.

III. Bd. No. 5. **Linke, F,** *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten.* Mit 4 Tafeln 4. (30 S.) 1904. 6 M.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. 4. (31 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegelteleoscope. Mit 9 Fig. 4. (28 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 3. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* III. Ueber die astrophotographischen Objekte. Mit 10 Fig. 1905. Im Druck.

IV. Bd. No. 4. **Verworn, M.,** *Die archaeolithische Cultur in den Hipparionschichten von Aurillac. (Cantal).* 1905. Im Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 4.

Die archaeolithische Cultur

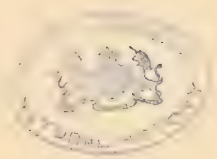
in den

Hipparionschichten von Aurillac (Cantal).

Von

Max Verworn.

Mit 5 Tafeln.



Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 4.

Die archaeolithische Cultur

in den

Hipparionschichten von Aurillac (Cantal).

Von

Max Verworn.

Mit 5 Tafeln.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1905.

Die archaeolithische Cultur in den Hipparionschichten von Aurillac (Cantal).

Von

Max Verworn.

Vorgelegt in der Sitzung vom 22. Juli 1905.

Einleitung.

Die Frage nach Herkunft und Alter des Menschen ist zwar bekanntlich uralt, aber ihre wissenschaftliche Behandlung beginnt erst im vorigen Jahrhundert. Die anfangs so viel angefeindeten Arbeiten von Boucher de Perthes lieferten das erste wichtige Erfahrungsmaterial. Seitdem ist durch Entdeckung massenhafter Steinmanufacte, vieler Kunstwerke und zahlreicher Skelettreste des Menschen in diluvialen Schichten die Existenz des Menschen zur Diluvialzeit über allen Zweifel gesichert worden.

Die Thatsache, dass die aufgefundenen Skeletttheile des Menschen uns unsere diluvialen Vorfahren im wesentlichen bereits auf unserer jetzigen morphologischen Entwicklungsstufe als wirkliche Menschen zeigen, musste es aber schon längst jedem modernen Naturforscher, der auf dem Boden der Descendenzlehre steht, höchst wahrscheinlich machen, dass die Anfänge der Entwicklung unseres Geschlechts und seiner specifisch menschlichen Charaktere weit über das Diluvium zurückreichen, mindestens bis tief in die Tertiärzeit hinein.

Trotz dieser theoretischen Forderung der Naturforschung ist die moderne Wissenschaft nur sehr zögernd an die Frage nach dem tertiären Menschen herangetreten und hat sich allen Angaben über die Spuren desselben ausserordentlich

misstrauisch gegenübergestellt. Durchaus mit Recht, denn in aller wahren Wissenschaft muss jede Erkenntniss erst das kritische Feuer des Zweifels passiert haben, ehe sie Anerkennung finden darf.

Seit einigen Jahren hat die Frage indessen ein anderes Gesicht angenommen. Rutot in Brüssel hat es verstanden, durch eine Reihe epochemachender Untersuchungen über das älteste Diluvium Belgiens die schon mehrfach von belgischen und englischen Forschern wie Neyrinckx, Delvaux, Prestwich u. a. vertretene Ansicht von der Existenz steinzeitlicher Culturen, die uns viel primitivere Verhältnisse zeigen, als sie uns bisher geläufig waren, immer mehr zur Anerkennung zu bringen.

Diese Erfahrungen des ausgezeichneten Brüsseler Geologen haben die Anregung dazu gegeben, in der Frage des tertiären Menschen nunmehr von der culturgeschichtlichen Seite her einen neuen Vorstoss zu machen[1]). Unter den neuen Gesichtspunkten ist die Discussion über die Funde von tertiären Feuerstein-Werkzeugen aus Thenay, Aurillac, St. Prest in Frankreich, Otta in Portugal, dem Kalkplateau von Kent in England, die namentlich in den 80er Jahren des vorigen Jahrhunderts in Frankreich äusserst lebhaft war, wieder aufgelebt und in ein neues Stadium getreten.

In Deutschland hat Klaatsch[2]) das Verdienst, zuerst die Bekanntschaft mit den Rutot'schen Ideen vermittelt und zugleich die Frage der tertiären Feuerstein-Werkzeuge von neuem angeregt zu haben. Das Interesse für diese Dinge ist in Deutschland ganz plötzlich während der letzten zwei oder drei Jahre erwacht und hat sich mit ungewöhnlicher Schnelligkeit und Lebhaftigkeit auszubreiten begonnen, vor allem im Anschluss an die Discussionen, die in der Berliner Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte seit dem Jahre 1903[3]) über die Frage der primitiven Feuersteinculturen stattgefunden haben. Ein lebhaftes Für und Wider die Werkzeugnatur der sogenannten „Eolithen" hat sich entsponnen. Eine Menge neuer und wichtiger Gesichtspunkte sind aufgetaucht.

Ich muss gestehen, dass ich noch vor weniger als einem Jahre der Annahme von der Werkzeugnatur der „Eolithen" mehr als skeptisch gegenüberstand und meinen Bedenken auch in der Sitzung der Göttinger Anthropologischen Gesellschaft vom 22. Juli 1904 gelegentlich Ausdruck gegeben habe.

---

1) Das Studium der Arbeiten Rutots, die seit den 90er Jahren zum grössten Theil in dem „Bulletin de la société Belge de Géologie" und in dem „Bulletin de la société d'Anthropologie de Bruxelles", besonders aber in seinem letzten zusammenfassenden Werke „Le Préhistorique dans l'Europe centrale", Namur 1904 niedergelegt sind, ist heute unentbehrlich für Jeden, der sich mit den primitiven Feuersteinculturen beschäftigen will.

2) H. Klaatsch: „Anthropologische und palaeolithische Ergebnisse einer Studienreise durch Deutschland, Belgien und Frankreich". In Zeitschr. f. Ethnologie, Bd. 35, Jahrg. 1903, pag. 92. Ferner: „Entstehung und Entwicklung des Menschengeschlechts". In „Weltall und Menschheit". Bd. 2.

3) Vergl. die Verhandlungen der Berliner Ges. f. Anthropol., Ethnol. u. Urgesch. in d. Zeitschr. f. Ethnol., Bd. 35, Jahrg. 1903 u. Bd. 36, Jahrg. 1904.

Freilich waren mir damals aus eigener Anschauung nur die Funde von Dr. HAHNE aus dem Diluvium der Magdeburger Gegend bekannt und ich kann sagen, dass ich für einen grossen Theil der HAHNE'schen „Eolithen" im Hinblick auf die starken anorganischen Einflüsse und die Bedingungen ihres Vorkommens auch heute noch meine Skepsis nicht überwinden kann, wenn ich auch anerkenne, dass einzelne Stücke höchst wahrscheinlich die Spuren menschlicher Einwirkung tragen[1]). Inzwischen war Herr RUTOT im vorigen Jahre so liebenswürdig, mir eine grössere Serie typischer Eolithen aus den verschiedenen Stufen des belgischen Diluviums zum Geschenk zu machen, nach deren genauer Analyse ich keinen Zweifel an ihrer Werkzeugnatur mehr hegen konnte. Es war eine starke Erregung, die sich damals meiner bemächtigte. Werden doch durch diese Funde die Spuren primitiver Cultur weit über die bisher nachgewiesenen Grenzen zurück verlegt. Zugleich entstand für mich die Frage, ob solche Spuren auch bereits im Tertiär unzweideutig nachweisbar sein möchten. Die positiven Angaben darüber aus früherer Zeit, die z. Th. mit grosser Bestimmtheit aufgetreten waren, hatten sich keine allgemeine Anerkennung zu verschaffen vermocht. Für mich war zwar die Existenz des Menschen in der Tertiärzeit aus theoretischen Gründen garnicht zweifelhaft, aber etwas ganz anderes war doch die Frage, ob der tertiäre Vorfahre des Menschen bereits Werkzeuge gehabt habe, die uns seine Anwesenheit in jener entlegenen Zeit verrathen könnten. In diesem Punkte war ich noch immer sehr skeptisch. Wenn auch KLAATSCH und RUTOT sich von der Existenz tertiärer „Eolithen" überzeugt zu haben glaubten und von solchen auch einige Abbildungen gegeben hatten[2]), so konnte ich mich doch nicht entschliessen, nach Beschreibungen und Abbildungen allein die Werkzeugnatur derselben anzuerkennen. Hier ist es unerlässlich, für Jemanden, der ein eigenes Urtheil gewinnen will, die Objecte selbst in den Händen zu haben, um sie drehen und wenden und in Bezug auf ihre Einzelheiten genau analysieren zu können. Ausserdem ist es nothwendig, die Objecte und ihr Vorkommen an Ort und Stelle kennen zu lernen, damit man auch hinsichtlich ihres geologischen Alters die Gewissheit gewinnen kann, die man verlangt. So beschloss ich, durch eigene Ausgrabungen an Ort und Stelle mich selbst zu

1) Herr Dr. HAHNE war so freundlich, mir im April 1904 bei einem Besuch in Magdeburg seine Sammlung zu zeigen und seine Stücke zu erläutern, sowie auch Herrn Prof. BRACHT und mich auf einem Besuch der Fundstätte von Schönebeck bei Magdeburg zu begleiten. Auch hat mir Herr Dr. HAHNE später noch zweimal eine Anzahl seiner Stücke in liebenswürdiger Weise zum genaueren Studium übersandt, wofür ich ihm zu grossem Dank verpflichtet bin.

2) Vergl. KLAATSCH in Zeitschr. f. Ethnol. Bd. 35, Jahrg. 1903, pag. 130 u. 131. Diese Abbildungen sind leider sehr ungeeignet, Jemandem, der die Objecte nicht selbst genau kennt, ein Urtheil zu ermöglichen. Bedeutend besser sind die Abbildungen, die KLAATSCH in einer soeben erschienenen Mittheilung über „die tertiären Silexartefacte aus den subvulkanischen Sanden des Cantal" im Archiv für Anthropologie N. F. Bd. III, Heft 3, 1905 publiciert hat. Zweckmässig erscheint mir ausser der photographischen Wiedergabe die Reproduction von Zeichnungen der Objecte unter Verwertung der Photographie, wie sie RUTOT in seinem Buche: „Le Préhistorique dans l'Europe centrale", Namur 1904, gegeben hat.

überzeugen und hoffte um so mehr in der Lage zu sein, mir ein abschliessendes Urtheil in der Frage für oder wider die Werkzeugnatur der tertiären Feuersteine bilden zu können, als ich seit mehreren Jahren durch experimentelle Studien an Feuersteinen verschiedener Herkunft mit den charakteristischen Spuren menschlicher Einwirkung genauer vertraut war[1]). Ich kann sagen, dass ich in der That gänzlich ohne vorgefasste Meinung nach der einen oder anderen Richtung hin meine Reise antrat. Es hätte mich ebenso interessiert, die Frage im negativen wie im positiven Sinne zu beantworten.

Seitdem Boucher de Perthes die palaeolithischen Culturen in Frankreich entdeckt hat, ist Frankreich das klassische Land für die Erforschung der ältesten Spuren menschlicher Cultur geblieben. Aus Frankreich stammen auch die ersten Angaben über das Vorkommen tertiärer Feuersteinwerkzeuge. Hier hat schon im Jahre 1867 der Abbé Bourgeois[2]) auf dem Congrès international d'anthropologie et d'archéologie préhistoriques seine Aufsehen erregende Mittheilung über die angeblich vom Menschen benutzten Feuersteine im Oligocän von Thenay (Loir-et-Cher) gemacht, die später zu unendlichen Discussionen Anlass gegeben haben[3]). Indessen das Ergebniss dieser Discussionen war so wenig befriedigend und die letzte eingehende Untersuchung der Objecte durch Capitan und Mahoudeau[4]) so negativ, dass mir ein Besuch von Thenay nicht die gewünschte Entscheidung zu bringen versprach. Aussichtsvoller schienen mir nach den bisherigen Angaben Untersuchungen in Aurillac (Cantal) zu sein, wo schon vor mehreren Jahrzehnten im oberen Miocän Feuersteine gefunden worden waren, die mit grosser Bestimmtheit von einzelnen Forschern als Werkzeuge angesprochen wurden. Über die gleichaltrige Fundstelle von Otta bei Lissabon lagen keine neueren Angaben vor. Die englischen Funde vom Kalkplateau

1) Das Material für diese Studien stammte zum Theil aus Limnhamn in Südschweden, zum Theil aus der Rügenschen Kreide, zum Theil aus der Lüneburger Heide. Ehe ich meine Reise antrat, stellte ich noch einmal eingehende Versuche an Feuerstein aus Lüneburg an, den ich der Liebenswürdigkeit meines Collegen, Herrn Geheimraths von Koenen verdankte. Ich betrachte experimentelle Studien am Feuerstein als ein ganz unerlässliches Erforderniss für Jeden, der sich mit der Frage der primitiven Feuersteinwerkzeuge beschäftigt. Die experimentelle Untersuchung der Eigenschaften des Feuersteins eröffnet eine solche Fülle von Gesichtspunkten, die unmöglich auf anderem Wege zu gewinnen sind, dass ich ein stetes Hand in Handgehen experimenteller Studien mit culturgeschichtlichen Untersuchungen über die primitiven Culturen selbst bei den kleinsten Einzelproblemen für unentbehrlich halte. Im Experiment haben wir eine stete Controlle für alle Anschauungen und Vorstellungen, die wir auf anderem Wege gewonnen haben und deshalb möchte ich von Jedem, der in der Frage nach der Werkzeugnatur der „Eolithen" ein eigenes Urtheil abgeben will, verlangen, dass er sich in experimentelle Studien am Feuerstein vertieft hat.

2) Bourgeois: „Etude sur des silex travaillés trouvés dans les dépôts tertiaires de la commune de Thenay, près Pontlevoy (Loir-et-Cher)". In Compte rendu du Congrès international d'anthr. et d'archéol. préhist. de Paris 1867.

3) Vergl. besonders: „Matériaux pour l'histoire primitive et naturelle de l'homme". Jahrgänge 1884, 1885, 1886.

4) L. Capitan et P. Mahoudeau: „La question de l'homme tertiaire à Thenay". In Revue de l'École d'Anthropologie de Paris 1901.

von Kent, sowie die Funde von St. Prest bei Chartres in Frankreich sind pliocän, also jünger als die von Aurillac. Mir schien nach alledem Aurillac der geeignetste Angriffspunkt für meine Studien zu sein.

Ehe ich im April 1905 nach Aurillac ging, blieb ich mehrere Tage in Brüssel, um bei Rutot Studien an dem überaus reichen Feuerstein-Material des Musée Royal d'histoire naturelle zu machen, das hinsichtlich der primitiven Culturen nirgends seines Gleichen hat. Es drängt mich an dieser Stelle, Herrn Rutot meinen herzlichsten Dank auszusprechen für das grosse Entgegenkommen, mit dem er mir seine Reihen gezeigt und erläutert hat. Die Anregung, welche ich von dem ebenso ideenreichen wie liebenswürdigen Forscher empfangen habe ist mir äusserst werthvoll gewesen. Abgesehen von den umfangreichen Sammlungen belgischer Steinwerkzeuge aus den verschiedenen Niveaus, die eine wahre Fundgrube für die Erforschung primitiver Culturzustände bilden, habe ich bei Rutot auch bereits eine Reihe von miocänen Feuersteinen aus Aurillac gesehen, die er der Güte der Herren Pierre Marty und Charles Puech in Aurillac verdankt. Schon diese Reihe enthielt Stücke, die ich mir nicht leicht anders als durch die Einwirkung des Menschen beeinflusst denken konnte, und das Gleiche war der Fall mit einer grossen Reihe von Feuersteinen derselben Herkunft, die ich bald darauf bei Capitan in Paris zu sehen Gelegenheit fand. Auch Herrn Capitan bin ich für die freundliche Demonstration seiner reichen Sammlung sehr dankbar. Capitan hat ebenso wie bald darauf Klaatsch selbst in Aurillac gegraben, doch steht die Publication seines Materials noch aus. Zwang mich nun zwar die Betrachtung und Prüfung dieser Funde schon dazu, mich mit dem Gedanken einer miocänen Feuersteincultur in der Auvergne vertraut zu machen, so muss ich doch gestehen, dass meine wissenschaftliche Skepsis, und, wenn man will, auch alt hergebrachte Vorurtheile in dieser wichtigen Frage noch stark genug wirkten, um meine positive Entscheidung immer wieder durch allerlei neu ersonnene Bedenken ins Wanken zu bringen. Ich musste die Dinge an Ort und Stelle sehen, ich musste die Fundverhältnisse selbst kennen lernen, ich musste die Stücke eigenhändig aus der Erde nehmen, sonst konnte ich keine Sicherheit finden. So ging ich nach Aurillac.

Wenn meine Arbeiten während der verhältnissmässig kurzen Zeit meines Aufenthalts in Aurillac — ich war im Ganzen 6 Tage dort — zu einem unerwartet glücklichen Erfolg geführt haben, so verdanke ich das in erster Linie dem ganz aussordentlich gastfreundlichen Entgegenkommen, mit dem die Herren Pierre Marty und Charles Puech bereits für mich vorgearbeitet hatten. Herr Marty, der als Geologe noch kürzlich eine ausgezeichnete Monographie der fossilen Flora des oberen Miocäns von Joursac geschrieben hat, die mir ein äusserst werthvolles Bild von der Natur des Cantal in jener Zeit verschaffte, hat nicht nur die Freundlichkeit gehabt, mich in die geologischen Verhältnisse des Cantal einzuführen, sondern er hatte auch bereits am Puy de Boudieu eine Stelle, die er selber vor Jahren entdeckt hatte, für mich freilegen lassen, so dass ich bei meiner Ankunft bereits die frisch geöffnete miocäne Tuffschicht

vorfand, deren Ausbeutung mir in der Folge das meiste Material geliefert hat. Herr Puech als Geologe und Strassenbau-Ingenieur des Départements Cantal ebenfalls mit den geologischen Verhältnissen der Umgebung von Aurillac bis in die kleinsten Einzelheiten hinein bekannt, hat mir gleichfalls auf unseren Excursionen die Geologie der Gegend eingehend demonstriert, und meine Arbeiten durch den Nachweis der sehr eng lokalisierten Fundstellen am Puy Courny, bei Veyrac, im Gehölz von la Condamine und bei Belbex sowie durch die Besorgung erfahrener Arbeiter auf das Wirksamste gefördert. Beiden Herren sage ich für die weitgehende Gastfreundschaft und Unterstützung bei meinen Arbeiten meinen herzlichsten Dank. Ebenso möchte ich Herrn Grandvaux, der mir gleichfalls mit seinen bei früheren Ausgrabungen gesammelten Erfahrungen zur Seite stand und eigenhändig an meinen Ausgrabungen theilnahm, an dieser Stelle verbindlichst danken.

So habe ich denn unter den günstigsten Verhältnissen meine Ausgrabungen in der Umgegend von Aurillae vornehmen können. Das Ergebnis derselben war, dass ich gleich bei der ersten Ausgrabung am Puy de Boudieu das Glück hatte, auf eine Stelle zu stossen, an der ich eine grosse Anzahl von Feuersteinen fand, deren unbestreitbare Manufactnatur mich anfangs gradezu verblüffte. Ich hatte so etwas nicht erwartet. Nur langsam konnte ich mich an den Gedanken gewöhnen, hier Werkzeuge eines tertiären Menschen in der Hand zu haben. Ich machte mir alle erdenklichen Einwände. Bald zweifelte ich am geologischen Alter, bald wieder an der Manufactnatur der Feuersteine, bis ich widerstrebend einsah, dass alle Einwände die Thatsache nicht zu beseitigen vermochten.

Im Folgenden möchte ich das beweisen. Gleichzeitig spreche ich den Wunsch aus, dass Jeder, der an der Thatsache zweifelt, wie ich es that, selbst gehe und sehe.

Historisches.

Die erste Angabe über tertiäre Feuersteinwerkzeuge aus der Umgebung von Aurillac machte der Geologe Charles Tardy. Es war nach der aufsehenerregenden Mittheilung des Abbe Bourgeois über seine Funde in Thenay im Jahre 1867, dass man sich für die Frage des tertiären Menschen lebhaft zu interessieren begann und an verschiedenen Stellen Frankreichs nach geschlagenen Feuersteinen in tertiären Schichten suchte. So ist offenbar auch Tardy zu seiner Entdeckung gekommen. Tardy legte in der Sitzung der Société d'anthropologie de Paris vom 16. December 1869 eine geschlagene Feuersteinlamelle vor [1]), die einerseits nach einem dem Bulletin der Gesellschaft beigegebenen Holzschnitt zu urtheilen

1) Bulletin de la soc. d'anthropol. de Paris Tome IV (2. Série) 1869.

ganz zweifellos von Menschenhand geschlagen ist und die andrerseits nach dem von RAMES beigefügten geologischen Profil zu urtheilen auch tertiäres Alter besitzt.

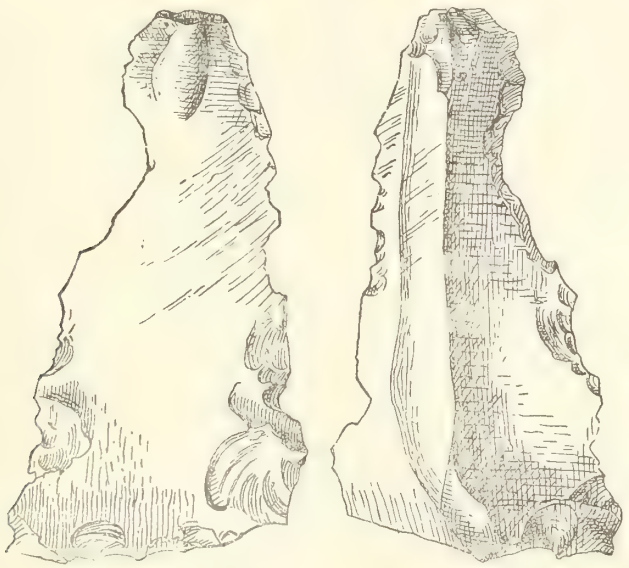


Fig. 1. Erste Abbildung einer abgeschlagenen Feuersteinlamelle aus Aurillac. Nach TARDY.

Indessen ist von MORTILLET im „Préhistorique“ [1]) diese Entdeckung TARDYS mit folgenden Worten abgelehnt worden: „TARDY a signalé un silex incontestablement taillé comme venant du conglomérat trachytique d'Aurillac, mais la coupe qu'il donne montre qu'il n'a pas été trouvé en place. Il provient des alluvions quaternaires. C'est du reste une forme de cette époque“. Damit ist für MORTILLET die Entdeckung TARDYS abgethan. Erst in der Mittheilung, welche RAMES, der bekannte Erforscher der Geologie des Cantal, im Jahre 1877 über tertiäre Feuersteinwerkzeuge vom Puy Courny bei Aurillac an Mortillet sandte, findet dieser die wirkliche Entdeckung der tertiären Werkzeuge. Mir ist diese Darstellung und Begründung MORTILLETS nicht ganz verständlich, denn aus dem von TARDY beigegebenen Profil ist ganz und garnicht zu entnehmen, dass der Feuersteinspahn nicht am Platz gefunden wäre, und ebensowenig ist seine Form, wie wir heute ganz gut wissen, speciell charakteristisch für die diluviale Cultur. Wenn also keine anderen Gründe vorhanden sind, welche den Fund TARDYS in Zweifel ziehen, so scheint mir keine Veranlassung zu bestehen, die Entdeckung der tertiären Feuersteinwerkzeuge von Aurillac TARDY abzusprechen

1) GABRIEL et ADRIEN de MORTILLET: „Le Préhistorique origine et antiquité de l'homme“ Troisième édition pag. 69, Paris 1900.

und Rames zuzuschreiben. Das wäre um so ungerechter, als Rames den von Tardy gefundenen Feuerstein selbst zuerst nicht als bearbeitet anerkannt hat[1]), während Hamy, Mortillet, Broca, Leguay, Roujou, Pruner-Bey und Andere sofort die Spuren absichtlicher Beeinflussung erkannten[2]).

Indessen Rames gebürt das Verdienst, die geologischen Verhältnisse der Umgebung von Aurillac in eingehendster Weise studiert und aufgeklärt zu haben. Rames war selbst in Aurillac geboren und lebte in seiner Vaterstadt. Er kannte geologisch seine Gegend wie keiner vor ihm. Seine Arbeiten bilden die Grundlage für die monographische Bearbeitung der Geologie des Cantal durch Boule, der ebenfalls aus Aurillac stammt. Rames hat auch seit dem Jahre 1877 stets die Frage der tertiären Feuersteine im Auge behalten und sowohl 1878 wie auch 1889 auf den Ausstellungen in Paris Proben davon ausgelegt. In seiner Arbeit über die Geologie des Puy Courny bei Aurillac aus dem Jahre 1884[3]) vertritt er ebenfalls die Manufactnatur der Feuersteine, die er am Puy Courny, bei Veyrac und im Bois de la Condamine gefunden hatte. Seine Beobachtung, dass von dem verschiedenartigen Feuersteinmaterial, welches die oligocänen Schichten für die Herstellung von Werkzeugen lieferten, in der Miocänzeit nur bestimmte harte und zum Schlagen besonders geeignete Varietäten Verwendung gefunden haben, hat Boule[4]) später in sehr einfacher Weise dadurch erklärt, dass in der Miocänzeit die Erosion der Thäler nur diejenigen oligocänen Schichten freigelegt hatte, die dieses bestimmte Feuersteinmaterial enthalten, dass sie aber noch nicht tief genug vorgeschritten war, um auch anderes Material zu entblössen. Es stand also in Wirklichkeit während der Miocänzeit garkein anderes Material für die Herstellung von Werkzeugen zur Verfügung.

G. de Mortillet hat im Anschluss an seine schon 1873 geforderte Annahme eines tertiären „précurseur de l'homme“ [5]) die tertiären Feuersteinwerkzeuge auf diesen „précurseur“ bezogen, dem er 1879 den Namen „Anthropopithecus“, dann aber, weil dieser Name schon vergeben war, den Namen „Homosimius“ gab, um damit seine intermediäre Stellung zwischen Menschen und Affen zum Ausdruck zu bringen. Mortillet glaubte sich sogar berechtigt, obwohl von diesem „Homosimius“ nur die Feuersteinwerkzeuge bekannt waren, bereits 3 Arten zu unterscheiden, den „Homosimius Bourgeoisii“ (von Thenay), den „Homosimius Ribeiroi“ (von Otta) und den „Homosimius Ramesii“

---

1) Roujou: „Silex taillé découvert en Auvergne dans le miocène supérieur par M. Charles Tardy“. In Matériaux pour l'hist. prim. et nat. de l'homme 1870.

2) Bull. de la soc. d'anthropol. de Paris 1869 pag. 703.

3) J.-B. Rames: „Géologie du Puy Courny. Eclats de silex tortoniens du Bassin d'Aurillac (Cantal)“. In Matériaux pour l'hist. prim. et nat. de l'homme 1884 pag. 385.

4) Revue d'anthropologie 1889 p. 217.

5) Gabriel de Mortillet: „Le Précurseur de l'homme“. In Compte rendu de l'Association française, Lyon, 1873.

(von Aurillac)[1]). Aus den Werkzeugen ferner glaubte er schliessen zu dürfen, dass dieser „Homosimius" kleiner gewesen sei als der Mensch. Es braucht kaum erwähnt zu werden, dass diese Speculationen, soweit sie sich auf die Existenz tertiärer Feuersteinwerkzeuge stützen, vollkommen willkürlich sind, dass sie dagegen, soweit die rein theoretische Forderung einer Übergangsform zwischen Menschen und Affen in Betracht kommt, nichts neues enthalten, da schon Karl Vogt, Haeckel, Darwin und Huxley das gleiche Postulat aufgestellt haben. Was die Feuersteine vom Puy Courny betrifft, so hat Mortillet ein ihm von Rames geschenktes Exemplar abgebildet[2]), das in der That in deutlichster Weise die Charaktere zeigt, die wir als specifische Schlagerscheinungen kennen: „plan de frappe", „conchoïde" („bulbe de percussion"), „éraillure", „ondulations" etc.

Das Interesse für die Frage der tertiären Steinwerkzeuge, das die Funde des Abbe Bourgeois angeregt hatten, war inzwischen in Frankreich so gewachsen, dass man beschloss, die Tagung der „Association française" im Jahre 1884 in Blois, der unmittelbaren Nähe des Fundortes der Feuersteine von Thenay abzuhalten, um die Frage der tertiären Manufacte an Ort und Stelle eingehend discutieren zu können. Das Ergebnis dieser Discussion, die auch die Feuersteine von Aurillac mit berührte, bestand darin, dass der Congress die Frage in suspenso liess, ob es sich bei den tertiären Feuersteinen wirklich um die Beeinflussung durch Menschenhand handelt. Chantre, der Präsident der Section für Anthropologie, fasste das Resultat der Debatte in dem Satz zusammen: „qu'au point de vue de l'âge des terrains, la question est incontestablement éclairée, on est bien en face d'un terrain tertiaire inférieur; quant à la question des silex la discussion reste encore ouverte"[3]). Auch Cartailhac hielt sich noch nachträglich verpflichtet, seine Ansicht im gleichen Sinne zu präcisieren: „En résumé, tous les faits remarqués à Thenay, à Puy Courny, à Otta s'expliquent aisément par l'action humaine. Certaines pierres de ces gisements offrent même les caractères convenus de la taille intentionnelle. Mais dans tous les cas, à mon avis, il n'y a pas une certitude suffisante; il n'est pas absolument établi qu'il faille écarter les causes purement naturelles. Les trâces irrécusables de nos ancêtres tertiaires, sont encore à découvrir"[4]). Und ebenso spricht sich Nadaillac in seinem Buche über den tertiären Menschen aus: „Si un être, homme ou anthropoïde, a véritablement vécu, les preuves se multiplieront comme elles se sont multipliées pour l'homme quaternaire. Alors, mais seulement alors l'affir-

---

1) Revue d'anthropologie 15. Jan. 1879. Ferner „le Préhistorique" III. Aufl. 1900.

2) G. de Mortillet: „Silex tertiaire taillé". In l'Homme, Paris 1884, pag. 14, wie in „le Préhistorique" III. Aufl. 1900, pag. 89. Mehrere Exemplare sind ferner abgebildet in Mortillet „Musée préhistorique" II. Edition Planche IV, Paris 1903.

3) „L'Association française en congrès à Blois. Travaux de la section d'anthropologie". In Matériaux pour l'hist. prim. et nat. de l'homme, 1884, pag. 496.

4) Matériaux pour l'hist. prim. et nat. de l'homme 1885, pag. 189.

mation ou la négation absolues seront possible. Jusque-là, il faut se garder de tout jugement hâtif“ [1]).

Auch in der nächsten Zeit wurde die Discussion über die Frage der Manufactnatur der fraglichen Feuersteine noch fortgesetzt. Arcelin veröffentlichte 1885 eine Mittheilung [2]), in der er an der Hand von Feuersteinen, bei denen er die Einwirkung menschlicher Thätigkeit für ausgeschlossen hielt, den Nachweis zu führen suchte, dass alle typischen Charaktere der absichtlichen Bearbeitung des Feuersteins, wie „Cône de percussion“ und „Retouchen“ auch durch rein unbeabsichtigte und zufällige Naturfactoren ohne Dazuthun des Menschen oder eines menschenähnlichen Wesens zu stande kommen können. Er geriet durch diese Mittheilung in eine Debatte mit G. de Mortillet [3]), die auf der Tagung der Association française in Grenoble 1885 lebhaft fortgesetzt wurde [4]). Obwohl Arcelin an der Sitzung nicht persönlich theilnehmen konnte, hatte er doch 31 Feuersteine verschiedener Herkunft geschickt, die nach seiner Meinung die typischen Erscheinungen der absichtlichen Bearbeitung erkennen lassen sollten, trotzdem der Mensch zu ihrer Formgebung nicht beigetragen hatte. Indessen musste Chantre, der diese Steine vorlegte, selber erklären, „que les silex de M. Arcelin ne rappellent en aucune façon ceux de Thenay et du Puy Courny“. Zu einer Einigung führte auch die Discussion auf dieser Tagung nicht. Es war vielleicht ein Fehler, dass die Feuersteine von Thenay und von Aurillac in den Erörterungen jener Zeit meistens zusammen geworfen wurden. Beide sind in Wirklichkeit ganz verschieden, und was für die eine Gruppe festgestellt wird, gilt deshalb durchaus noch nicht ohne weiteres auch für die andere.

In den folgenden Jahren trat eine gewisse Ermüdung und Stagnation ein in der Erörterung der tertiären Feuersteine, obwohl Rames mit den Herren Chibret und Grandvaux seine Nachforschungen an verschiedenen Punkten der Umgegend von Aurillac mit Erfolg fortsetzte, wobei er unter anderem zwei geschlagene Feuersteinstücke von vollkommen gleicher Gestalt fand, die selbst bis in die Einzelheiten, wie Dimensionen, Gewicht, Lage und Krümmung der Facetten etc. wie Zwillinge einander glichen [5]).

In neuerer Zeit haben verschiedene Forscher Aurillac besucht, um an Ort und Stelle die Frage zu studieren. Charles Puech, der wohl bei den meisten

---

1) Nadaillac: „l'Homme tertiaire“. Paris 1885.

2) Adrien Arcelin: „Silex tertiaires“. In Matériaux pour l'hist. prim. et nat. de l'homme 1885, pag. 193.

3) G. de Mortillet: „Silex tertiaires intentionnellement taillés“. In Mat. pour l'hist. prim. et nat. de l'homme 1885, pag. 252. — Ferner Sitzung der Société d'anthropologie de Paris 5. März 1885, siehe Matériaux etc. 1885, pag. 283. — Ferner Arcelin: „Silex tertiaires“. In Mat. p. l'hist. etc. 1885, pag. 303.

4) „L'Association française en congrès à Grenoble. Traveaux de la section d'Anthropologie“. In Mat. pour l'hist. prim. et nat. de l'homme 1885, pag. 385.

5) „Silex tertiaires des environs d'Aurillac“. In l'Homme 1885, pag. 664 sowie in Mat. p. l'hist. etc. 1886, pag. 60.

dieser Besuche die Honneurs seiner Heimatstadt gemacht hat, berichtet darüber in einer kleinen Schrift[1]). Von den Besuchern haben sich Girod und Massénat durchaus ablehnend gegen die Annahme einer Manufactnatur verhalten. Adrien de Mortillet hat sich ganz auf den Standpunkt seines Vaters gestellt. Boule, der aus Aurillac gebürtig die eingehendste Kenntnis seines Heimathlandes in geologischer Hinsicht besitzt und ausser der Aufnahme des Blattes Aurillac der geologischen Karte von Frankreich auch einige monographische Arbeiten über die Geologie des Cantal publiciert hat, verwirft vollkommen die Ansicht von der Manufactnatur der tertiären Feuersteine, und hat seiner gegentheiligen Auffassung bei verschiedenen Gelegenheiten Ausdruck gegeben[2]). Auf dem geologischen Ausflug des internationalen Congresses von Paris im Jahre 1900 führte Boule wie Puech berichtet, die Mitglieder auch nach dem Puy Courny, zeigte ihnen an einer freigelegten Stelle die miocäne Schicht und fragte sie nach ihrer Meinung über die Feuersteine, worauf der Präsident der Londoner Geologischen Gesellschaft Whittacker und Prof. Armstrong lachend erwiderten, dass man auch in England solche Theorien über tertiäre Feuersteinmanufacte geäussert hätte, aber ohne Erfolg. Damit war die Sache wieder einmal sehr einfach erledigt.

Inzwischen haben in den letzten Jahren Capitan und bald darauf Klaatsch wiederholt Ausgrabungen bei Aurillac gemacht. Capitan, der vorher nichts von der Manufactnatur der „Eolithen“ wissen wollte, hat sich nach einem Besuch bei Rutot vollkommen von ihr überzeugt, und erkennt heute rückhaltlos die Manufactnatur der tertiären Feuersteine von Aurillac an, während er an den Feuersteinen von Thenay keine absichtliche Einwirkung feststellen konnte. Eine Publication von Capitan über seine Ausgrabungen bei Aurillac ist noch nicht erfolgt. Dagegen hat Klaatsch bereits zwei Mittheilungen mit einigen Abbildungen veröffentlicht. Seine ersten kurzen Bemerkungen[3]) gaben den Anlass zu der Discussion in der anthropologischen Gesellschaft zu Berlin. Seine zweite Mittheilung[4]) ist soeben erst erschienen. Klaatsch tritt namentlich in seiner zweiten Arbeit ohne Bedenken für die Manufactnatur der tertiären Feuersteine vom Puy Courny und Puy de Boudieu bei Aurillac ein.

Schliesslich hat auch Rutot, dem wir die Anregung zu unseren heutigen Vorstellungen über die primitiven Culturen verdanken, in seinem letzten zusammenfassenden Buch[5]) dem „Gisement du Puy Courny“, von dem er durch Marty und Puech eine Reihe von Probestücken erhielt, eine eingehende Besprechung und einige Abbildungen gewidmet, in denen er bereits mehrere Typen von pri-

1) Charles Puech: „Le problème de l'origine de l'homme. Les Silex tortoniens du Bassin d'Aurillac“. Aurillac 1902.

2) Revue d'Anthropologie 1889. — Le Cantal miocène 1896.

3) H. Klaatsch: „Anthropologische und palaeolithische Ergebnisse einer Studienreise durch Deutschland, Belgien und Frankreich“. In Zeitschr. f. Ethnol. 35. Jahrg. 1903. — Ferner Ebenda pag. 488.

4) H. Klaatsch: „Die tertiären Silexartefacte aus den subvulkanischen Sanden des Cantal“. In Arch. f. Anthropologie N. F. Bd. III, 1905.

5) Rutot: „Le préhistorique dans l'Europe centrale“. Namur 1904.

mitiven Werkzeugen wie „percuteurs“, „retouchoirs“, „racloirs“, „grattoirs“ etc. unterscheidet und zur Darstellung bringt.

Eine Publication von Puech, der selbst mehrfache Ausgrabungen in der Nähe von Aurillac unternommen hat und einige sehr charakteristische Stücke in seiner Sammlung besitzt, ist in Vorbereitung.

Die geologischen Verhältnisse.

Es kann hier nicht meine Aufgabe sein, eine umfassende Schilderung der Geologie des Cantal zu geben. Eine solche ist bereits in eingehender Weise von berufenen Fachmännern geliefert worden. Ich kann mich hier darauf beschränken, diejenigen Verhältnisse kurz zu erörtern, welche für die Bestimmung des geologischen Alters der Schicht in Betracht kommen, aus der die Feuersteinmanufacte stammen.

Die Grundlage für die Kenntniss der Geologie des Cantal haben die Arbeiten von Rames[1]) gelegt. Auf dieser Basis hat dann hauptsächlich sein Schüler Boule[2]) die heutigen Erfahrungen über die geologischen Verhältnisse jener Gegend auf- und immer mehr ausbauen können. Weitere Beiträge zur Geologie des Cantal, die besonders für die Erforschung der tertiären Flora verschiedener Horizonte von grosser Wichtigkeit waren, lieferte Pierre Marty[3]) und Laurent[4]). Im Jahre 1900 unternahm der internationale Geologen-Congress unter Führung von Michel Lévy und Boule eine Excursion nach der Auvergne, über deren Ergebniss Charles Puech[5]) ausführlich berichtet.

Diese und zahlreiche speciellere Untersuchungen haben folgende Tatsachen ergeben. Die alte Grundlage der Ablagerungen im Cantal bilden Gneisse und Glimmerschiefer, über denen noch Schichten der Kohlenformation lagern. Dann fehlen alle späteren Formationen bis zum Tertiär. Die tertiären Schichten beginnen mit oligocänen Süsswasser- und Brackwasserablagerungen des Sannoisien, Tongrien und Aquitanien, die zahllose Süsswasser- und Land-Schnecken einschliessen und die durchzogen werden von Feuersteinbänken. Dieser oligocäne

1) J. B. Rames: „Géogénie du Cantal.“ Aurillac 1873. — Derselbe: „Géologie du Puy Courny.“ In Matériaux pour l'hist. prim. et nat. de l'homme 1884.

2) M. Boule: „Le Cantal miocène.“ In Bulletin des services de la carte géologique de la France Nr. 54, Tome VIII, 1896—1897. — Derselbe: „Géologie des environs d'Aurillac,“ ibid. Nr. 76 Tome XI, 1899—1900.

3) Pierre Marty: „Flore miocène de Joursac (Cantal).“ Paris 1903. — Derselbe: „Végétaux fossiles des cinérites pliocènes de Las Clausades (Cantal).“ In Revue de la Haute-Auvergne, Aurillac 1905.

4) Laurent: „Flora pliocène des cinérites du Pas-de-la-Mougudo, avec une introduction par P. Marty.“ In Annales du Muséum d'histoire naturelle de Marseille Tome IX, 1904—1905.

5) Charles Puech: „Le Congrès géologique international en Auvergne.“ In Revue de la Haute-Auvergne, Aurillac 1901.

Süsswasser-Feuerstein lieferte das Material für die in den darüber liegenden Schichten auftretenden Manufacte.

Unmittelbar über den oligocänen Schichten finden sich nämlich die von den französischen Geologen dem obersten Miocän, von den Deutschen Geologen dem untersten Pliocän zugerechneten fluviatilen Sande und Gerölle und lacustren Kalktuffe des Pontien mit ihrer charakteristischen Fauna von Dinotherium giganteum, Mastodon longirostris, Rhinoceros Schleiermacheri, Hipparion gracile, Tragocerus amaltheus, Gazella deperdita und Cervus sp., sowie einer sehr reich entwickelten Flora. Es ist natürlich völlig indifferent, ob man diese Schichten noch dem Miocän oder dem Pliocän zuweist. Das ist eine rein conventionelle Sache, da ja die geologischen Formationen nicht durch scharfe Grenzen von einander getrennt sind, sondern in einander übergehen. Es ist also gleichgültig, wo wir den Strich machen wollen. Der Horizont ist ja genau und scharf charakterisiert durch seine Fauna und Flora. Um aber einen bestimmten Ausdruck für die Schichten zu haben, schliesse ich mich dem Gebrauch der französischen Geologen an, die diese Verhältnisse des Cantal erforscht haben und bezeichne die betreffenden Schichten im Folgenden als oberstes Miocän.

In diese Zeit fallen die ersten mächtigen Ausbrüche der Cantalkratere. Die von den Vulkanen in die Thäler herabfliessenden Basalt-, Trachyt- und Labradoritmassen, Aschenregen und Schlammströme erscheinen daher theils unter, theils überlagert von den miocänen Schichten, zum Theil sind die miocänen Schichten direkt von ihnen aufgewühlt und eingeschlossen. Der nebenstehende

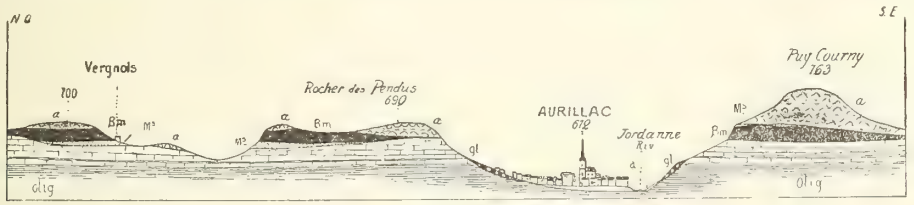


Fig. 2. Profil nach BOULE.

Olig. Oligocène; M^s. Alluvions du Miocène supérieur; β^m basalte miocène; α conglomérat andésitique; a^1 alluvions quaternaires; gl. moraines quaternaires.

Querschnitt durch das Thal der Jordanne bei Aurillac zeigt z. B. am Puy Courny miocäne Sande über, am Rocher des Pendus und bei Vergnols unter dem miocänen Basaltstrom. Am Puy de Boudieu liegen die miocänen Sande in Form von einzelnen grossen Linsen im andesitischen Tuff. Hier sind sie direkt vom vulcanischen Schlamm überfluthet, aufgewühlt und eingeschlossen worden. Sie haben sich zum Theil ganz mit den sie überflutenden Schlammströmen vermischt, so dass ihr Material direkt im Schlammtuff eingebettet zu finden ist, wie das ja geschehen musste, als sich die Schlammströme in die miocänen Flussthäler ergossen.

In diesen miocänen Schichten, speciell in den fluviatilen Sand- und Geröll-

massen finden sich nun an den verschiedensten Stellen der Umgebung von Aurillac die vielbesprochenen Feuersteinmanufacte. Sie liegen hier vermischt mit Feuersteinen die nicht bearbeitet sind und die offenbar das Rohmaterial für die Bearbeitung lieferten. Der Procentsatz von bearbeiteten Stücken ist an

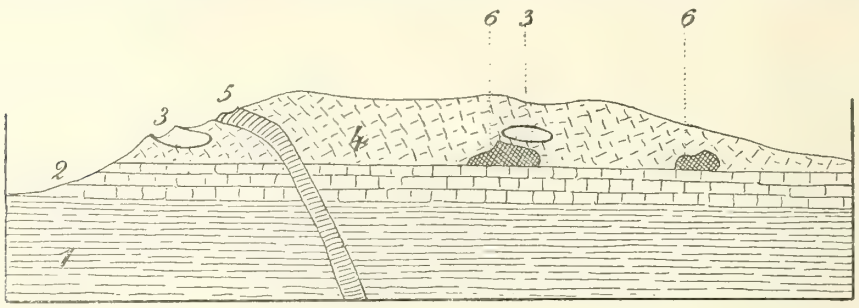


Fig. 3. Profilschnitt durch den Puy de Boudieu. Nach einer Skizze von Pierre Marty. 1: argile rouge sannoisienne. — 2: marnes calcaires et bancs de silex stampiens (Limnaea pachygaster, Planorbis cornu). — 3: Sables quartzeux pontiens à Eolithes, englobés dans le conglomérat andésitique. — 4: Conglomérat andésitique pontien. — 5: Basalte plaisancien. — 6: Brèche andésitique en placage.

verschiedenen Stellen verschieden gross. Es ist bis zu einem gewissen Grade vom Zufall abhängig, ob man an einer Stelle grade viel Manufacte findet oder nicht. Ich habe speciell am Puy de Boudieu, wo ich das Glück hatte, auf eine besonders ergiebige Stelle zu stossen, auch die Beobachtung gemacht, dass die bearbeiteten Stücke häufig zu mehreren, 5, 10, 15 Exemplaren ziemlich nahe an einander liegen, nur durch geringe Tuff- oder Kiesmassen von einander getrennt, während wieder auf 50—80 zm im Umkreis eines solchen Nestes keine oder nur vereinzelte Stücke vorkommen. Was ihr Aeusseres betrifft, so erscheinen die unbearbeiteten Stücke meist rundlich abgerollt. Die bearbeiteten dagegen zeigen meist nur wenig oder gar keine Spuren der Abrollung. Der Grad der Kantenabrollung bei den bearbeiteten Stücken ist aber an verschiedenen Fundstellen ein sehr verschiedener. So habe ich z. Th. an Puy Courny und bei Belbex ganz vorwiegend Stücke gefunden, deren Kanten sehr deutliche Spuren der Abrollung zeigten, während ich am Puy de Boudieu fast ausschliesslich vollkommen scharfkantige Stücke ausgrub, die z. B. so scharf waren, als wären sie eben erst geschlagen. Demgegenüber sind alle Quarzgerölle die mit den miocänen Feuersteinen zusammen vorkommen, fast völlig rund gerollt. Da es wie bereits Lissauer[1]) bei der Discussion vom 21. März 1903 in der Berliner anthropologischen Gesellschaft mit Recht betont hat, sehr wichtig ist, den Procentsatz der bearbeiteten und der nicht bearbeiteten Stücke zu kennen, so habe ich bei meinen Ausgrabungen an den verschiedenen Fundstellen sämmtliche Feuersteine gezählt. Dabei hat sich ergeben, dass

1) Zeitschrift für Ethnologie Bd. 35, Jahrg. 1903, pag. 487.

am Puy de Boudieu	von rund	425	Feuersteinen	ca.	148	d. h.	ca.	30 %
„ Puy Courny	„ „	120	„	„	24	„	„	20 „
bei Veyrac	„ „	75	„	„	11	„	„	15 „
„ Belbex	„ „	200	„	„	16	„	„	8 „

sichere Merkmale der Bearbeitung zeigten. Indessen dürften sich aber diese Procentsätze in Wirklichkeit noch ganz bedeutend zu Gunsten der bearbeiteten Stücke verschieben. Wenn ich nämlich den Procentsatz an sicher nicht bearbeiteten Stücken feststelle, wie er sich mir an der Hauptausgrabungsstelle am Puy de Boudieu ergeben hat, so ist er ein auffallend geringer: etwa 15—20 %. Die übrigen 50—55 % sind derart, dass ich nicht mit Sicherheit sagen kann, ob sie bearbeitet sind oder nicht. Das muss bei der Beurtheilung mit berücksichtigt werden. Ferner habe ich vermuthlich manche Steine, die auf den ersten Blick nicht bearbeitet erschienen, weggeworfen, während sie doch vielleicht bei genauerer Betrachtung Spuren der Bearbeitung hätten erkennen lassen, denn ich muss gestehen, dass ich in mehreren Fällen Spuren der Bearbeitung an einzelnen Stellen eines Steins erst nachträglich bei wiederholtem Ansehen erkannt habe.

Ueber dem Miocän mit seinen Süsswasserbildungen und Eruptivmassen liegen die Schichten des unteren (Plaisancien), mittleren (Astien) und oberen (Sicilien) Pliocän, die wiederum wie z. B. bei Ceyssac (Haute Loire), bei Varenne am Saut de la Pucelle (Puy de Dôme), bei Mougudo, bei Saint Vincent (Cantal) durch ganz spezifische auf einander folgende Floren und auch durch pliocäne Faunen, wie die des Elephas meridionalis und des Mastodon arvernensis charakterisiert sind. Auch während der Pliocänzeit haben gewaltige Eruptionen von Andesit, Phonolith- und Basaltmassen stattgefunden, die sich immer mehr centralisierten am grossen Krater des Cantal, dem Puy de Griou. Sie liegen oben auf den Höhen über den miocänen Tuffmassen, die an einzelnen Stellen unmerklich in die mächtigen pliocänen mit Süsswasserschichten wechselnden Tuffablagerungen übergehen, und bilden die grossen Andesit- und Basaltdecken der Plateaux.

Gegen Ende der Pliocänzeit ist die vulcanische Thätigkeit im Cantal erloschen. Die erkalteten Vulcane des Hochlandes werden Ausgangspunkte für die Bildung und Ausbreitung von Gletschern, die sich weithin erstrecken und dem Lande während der Diluvialzeit durch ihre Vertiefung der Flussthäler sowie durch ihre Anhäufung von Moränen seine heutige Oberfläche geben. Man kann hier zwei Eiszeiten sehr scharf unterscheiden, die ältere z. B. auf der Ebene von Arpajon nahe bei Aurillac, in der die obere Diluvialterrasse („glaciaire des plateaux“) abgelagert wurde, und die jüngere, in der die „terrasse inférieure“ („glaciaire du fond des vallées“) entstand. Beide sind getrennt durch eine Zwischeneisschicht. In der oberen Terrasse scheinen primitive diluviale Feuersteinwerkzeuge vorzukommen. Aus der unteren Terrasse besitzt Herr Puech eine grosse Sammlung von palaeolithischen Coups de poing und Moustierspitzen. In der recenten Oberflächenschicht schliesslich erscheinen neolithische Werkzeuge.

Schéma géologique du Cantal

par Pierre Marty.

Ère	Période	Étage	Industrie	Formations géologiques	Fossiles
Actuelle			Âge des métaux. Néolithique	Tufs calcaires Tourbe Limon	
Quaternaire			Tarandien (silex taillés)	Remplissage de la grotte du Cheylar, près Murat	Cervus tarandus
			Chelléen et Strépyien? (amygdales et éolithes)	Alluvions postglaciaires Moraines du fond des vallées	
			Mesvinien? Reutelien? (Eolithes)	Sables interglaciaires du fond des vallées	
Tertiaire	Pliocène	Sicilien		Glaciaire des plateaux. Basalte des plateaux	Hippopotamus (major?)
		Astien		Augit-andésites Phonolithes	
		Plaisancien		Conglomérat andésitique avec cinérites à empreintes végétales et coulées interstratifiées d'andésite et de basalte	Flores fossiles de Capels, Las Clausades, Niac, la Mougudo, St. Vincent etc.
	Miocène	Pontien	Eolithes miocènes du Cantal	Conglomérat andésitique. Argiles à Diatomées, Labradorites, Trachytes, Phonolithes, Basaltes, Sables quartzeux du Puy Courny et du Puy de Boudieu	Flore fossile de Joursac. Faune de Joursac et du Puy Courny à Hipparion gracile, Dinotherium giganteum, Mastodon longirostris, Rhinoceros Schleiermacheri etc.
	Oligocène	Aquitanien		Calcaire et bancs de silex (formations d'eau douce)	Helix Ramondi, Planorbis cornu, Limnaea pachygaster
		Stampien		Marnes blanches, bancs de silex argiles vertes (formations d'eau saumâtre)	Limnaea pachygaster, Planorbis cornu, Potamides Lamarckii, etc.
		Sannoisien		Argiles rouges, sables quartzeux avec galets de silex arkoses (formation d'eau douce)	Entelodon, Acerotherium Gaudryi etc.
Primaire	Carbonifère			Houille, grès, conglomérat, orthophyres	Flore fossile de Champagnac
Primitive				Gneiss, micaschiste, talcschiste, granite granulite, microgranulite, porphyrite, etc.	

Die nebenstehende Tabelle, für deren liebenswürdige Zusammenstellung ich Herrn PIERRE MARTY zu grossem Danke verpflichtet bin, veranschaulicht am besten das relative Alter der einzelnen Schichten und giebt einen vorzüglichen Ueberblick über die geologischen Verhältnisse des Cantal, wie er dem Stande der heutigen Erfahrungen entspricht.

Die Feststellung tertiärer Spuren des Menschen ist für unsere ganzen Anschauungen über die Vorgeschichte des Menschen in mehr als einer Beziehung von so grosser Bedeutung, dass sie gegen allen Zweifel gesichert werden muss. Es scheinen mir im vorliegenden Falle aber nur zwei Arten von Einwänden denkbar zu sein. Entweder man bezweifelt das geologische Alter der in Rede stehenden Feuersteine oder man zieht ihre Manufactnatur in Frage. Ich möchte daher die Besprechung der geologischen Verhältnisse nicht abbrechen, ohne vorher noch einmal die ganz einwandsfreie Bestimmung des Alters der Feuersteinmanufacte betont zu haben. Ich habe schon gesagt, dass ich selber anfangs, als ich mich gegen die Manufactnatur der Feuersteine nicht mehr verschliessen konnte, gegen ihre Altersbestimmung Einwände zu machen suchte. Indessen es war mir nicht schwer, diese Einwände zu widerlegen. Auch KEILHACK und NOETLING[1]) haben bei der Discussion über die von KLAATSCH gesammelten Feuersteine von Aurillac in der Sitzung der anthropologischen Gesellschaft zu Berlin Bedenken über das tertiäre Alter der Feuersteine geäussert. NOETLING, der die Manufactnatur selbst nicht bezweifelt, gesteht zwar, dass er die Fundorte nicht aus eigener Anschauung kennt, aber KEILHACK macht eine derartige Angabe nicht. Dennoch möchte ich vermuthen, dass auch KEILHACK die geologischen Verhältnisse nicht an Ort und Stelle untersucht hat, denn sonst hätte er sich als Geologe wohl leicht seiner Bedenken entledigen können. In der That ist in Bezug auf das Alter der Feuersteine niemals von den Geologen, die den Ort besucht haben, der geringste Zweifel geäussert worden. Alle haben immer die Altersbestimmung bestätigt und mir ist auch nicht bekannt, dass ausser KEILHACK und NOETLING überhaupt irgend Jemand einen Zweifel daran geäussert hätte. Die geologischen Verhältnisse des Cantal sind so oft, so eingehend und so umfassend untersucht worden, dass sie seit längerer Zeit schon in allen wesentlichen Zügen vollkommen aufgeklärt sind. NOETLING weiss das offenbar nicht, denn er fordert, ohne seine Bedenken zu begründen, „dass das tertiäre Alter der Artefacte führenden Schichten von Puy Courny erst noch mit Sicherheit zu erweisen ist.“ KEILHACK dagegen begründet seine Bedenken, indem er sagt: „Der Vulkanismus hat in Mitteleuropa, z. B. in der Eifel, noch bis in die Lösszeit hineingespielt; am Laacher See finden wir Löss abwechselnd mit Bimstein. Daher ist es durchaus nicht ausgeschlossen, dass der Vulkanismus in diesen Theilen Frankreichs ebenfalls bis in die Zeit des späteren Diluviums hinein angedauert hat, so dass also die Ueberlagernng durch eine Lavadecke für die Sicherstellung des tertiären Alters in keiner Weise ausreicht“. Dann wird angeführt das Zusammenvorkommen

1) Zeitschr. f. Ethnologie Bd. 36, Jahrg. 1904, pag. 301.

der bearbeiteten Feuersteine mit einer miocänen oder altpliocänen Fauna. Das wird in den meisten Fällen wohl ein genügendes Kriterium sein, aber nicht, wo es sich wie hier um eine Sache von so enormer Wichtigkeit handelt; da muss man sicherere Kriterien haben. Denn da die tertiären Säugethierreste sich in einer vom Wasser abgelagerten Schicht finden, so ist von vornherein die Möglichkeit nicht wegzuleugnen, dass sie sich auf sekundärer Lagerstätte befinden und dass sie aus ihrer primären, thatsächlich tertiären Lagerstätte in einer späteren Zeit hinweggeführt und an ihrer jetzigen Stelle wieder abgelagert worden sind."

Diese beiden Bedenken Keilhacks möchte ich kurz beseitigen.

Was zunächst die Möglichkeit betrifft, dass die Eruptionen bis in die späte Diluvialzeit fortgedauert haben könnten und dass daher die unter dem Basalt liegenden Schichten mit Feuersteinmanufacten diluvial sein könnten, so ist dieselbe einfach dadurch ausgeschlossen, dass die beiden durch ihre Fauna und ihre Manufacte gut charakterisierten Diluvialterrassen der Umgegend von Aurillac nirgends von vulkanischen Massen überdeckt sind. Es haben also zur Diluvialzeit keine Eruptionen mehr stattgefunden. Die unter den vulkanischen Ablagerungen liegenden Schichten sind daher älter als das Diluvium. Ferner beweist die Thatsache, dass wir mehrere durch Süsswasserschichten mit scharf charakterisierten Floren von einander getrennte Basalt- und Andesit-Eruptionen unterscheiden können, einwandsfrei, dass die Schichten mit den bekannten Feuersteinmanufacten, die theils unter, theils unmittelbar über dem tiefsten Basalt gelegen sind, nicht dem spätesten Tertiär angehören können. Auch der Umstand, dass diese Manufactschichten nur an den Rändern der vulkanischen Decke, da wo Flussthäler dieselbe angeschnitten haben, in einer bestimmten Höhenlage frei liegen, während sie auf den Plateaux, wo das nicht der Fall ist, und wo die jüngeren Eruptionsmassen sich ausgebreitet haben, von letzteren bedeckt sind, beweist ihr höheres tertiäres Alter. Sodann finden wir diese Manufactschichten immer unmittelbar über dem Oligocän oder auf dem das Oligocän unmittelbar bedeckenden Basalt der ältesten Eruption. Da aber über diesen ältesten Eruptionsmassen noch Schichten angetroffen werden, die z. B. bei Joursac eine typische spätmiocäne Flora mit der charakteristischen Fauna des Hipparion, Dinotherium, etc. vereint enthalten, so können diese manufactführenden Schichten nicht jünger sein, als das obere Miocän, und damit fällt auch der zweite Einwand Keilhacks, dass die in den Manufactschichten gefundenen Knochen der genannten Fauna erst secundär eingeschwemmt sein könnten, von selbst hinweg. Die Verhältnisse sind in der That so klar, wie nur irgend möglich und ich kann nur jedem, der noch Bedenken hegt, vorschlagen, selbst hinzugehen und mit eigenen Augen zu sehen.

Nach alledem ist die Thatsache, dass die Feuersteinmanufacte aus der gleichen Zeit stammen, wie die Knochenreste der fossilen Fauna, welche sie begleiten, d. h. aus dem Ende der Miocänzeit, gegen jeden Zweifel gesichert. Will man also noch Zweifel an der Existenz eines menschenähnlichen Wesens

in der Miocänzeit äussern, so können sie sich nur auf die Manufactnatur der Feuersteine beziehen. Das Folgende mag über die Berechtigung solcher Zweifel entscheiden.

Die Kriterien der Manufactnatur.

Es ist bekanntlich viel darüber gestritten worden, was man als Merkmal absichtlicher Bearbeitung des Feuersteins ansehen soll. Die Archive und Zeitschriften der praehistorischen Archaeologie sind zeitweilig angefüllt gewesen mit Discussionen über diesen Gegenstand. Man ist bemüht gewesen, ein charakteristisches Zeichen zu finden, an dem man stets den absichtlich bearbeiteten vom zufällig durch anorganische Factoren beeinflussten Feuerstein unterscheiden könnte. In der That wäre ein solches Merkmal von der grössten Bedeutung, denn es würde alle Zweifel darüber, ob ein Feuerstein Manufact ist oder nicht, ohne weiteres beseitigen. Indessen das Resultat aller Discussionen ist nicht sehr befriedigend gewesen, jedenfalls nicht so, dass es die Zweifel zu beseitigen vermöchte. Ich will daher im Folgenden zunächst den Standpunkt praecisieren, den ich in dieser Frage einnehme. Dabei werde ich mich hinsichtlich der Ausdrücke für die Schlagerscheinungen am Feuerstein mit einigen Modificationen im wesentlichen an die Terminologie halten, die SCHWEINFURTH [1]) in seinen Studien über die aegyptischen Eolithen vorgeschlagen hat.

Zwei Reihen von Erscheinungen sind es hauptsächlich, die man als Zeichen absichtlicher Bearbeitung des Feuersteins angesprochen hat: Einerseits die Schlagerscheinungen, die am abgeschlagenen Stück (éclat) sowohl wie an dem Kernstein (nucleus), von dem es abgesprungen ist, zu sehen sind, andrerseits die Reihen von einseitig gerichteten Schlagmarken (retouches) an den Kanten von Feuersteinstücken.

Die Schlagerscheinungen am abgeschlagenen Stück sind bereits von MORTILLET [2]) als Merkmale absichtlicher Spaltung (taille intentionnelle) des Feuersteins gewürdigt worden und zwar hat MORTILLET bekanntlich das Zusammenvorkommen von drei typischen Schlagerscheinungen als untrügliches Zeichen absichtlicher Spaltung hingestellt. Diese drei Schlagerscheinungen sind folgende. Am abgeschlagenen Stück, das ich kurz als „Abschlag“ (éclat) bezeichnen möchte und das in verschiedenen Formen als Spahn oder als Scheibe erscheinen kann, nimmt man wahr: die Schlagfläche (plan de frappe), die Schlagbeule (conchoïde de percussion, auch vielfach bulbe de percussion genannt) und

1) G. SCHWEINFURTH: „Steinzeitliche Forschungen in Oberägypten.“ — In Zeitschr. f. Ethnologie Bd. 36, Jahrg. 1904.

2) G. et A. de MORTILLET: „Le préhistorique origine et antiquité de l'homme.“ III Ed. Paris 1900.

die Narbe (esquillement de percussion) (Fig. 4). Die letztere ist übrigens durchaus nicht eine durch das Vorbeifahren des Behausteins hervorgebrachte Absplitterung[1]), sondern eine direkte Prellerscheinung. Wo diese drei Momente an demselben Abschlag zusammen vorkommen, meint Mortillet, da ist jeder Zweifel an der absichtlichen Spaltung des Feuersteins ausgeschlossen. Es

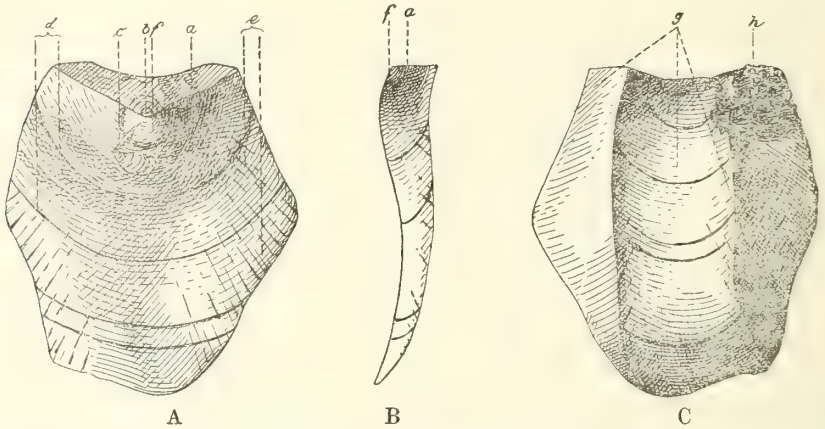


Fig. 4. Schema eines Abschlags. A von vorn, B von der Seite, C von hinten. a Schlagfläche mit Treffpunkt und Kegelsprüngen b, f Schlagbeule, c Schlagnarbe, d Wellenringe, e Strahlensprünge, h Splitterbrüche, g Schlagmarken.

giebt indessen sogar eine noch grössere Zahl von typischen Schlagsymptomen. Wer selbst Feuerstein bearbeitet und Abschläge untersucht hat, kennt z. B. die Wellenringe, die sich mehr oder weniger deutlich auf der Sprungfläche oder Vorderseite des Abschlags finden. Da ihre Concavität stets dem Treffpunkt zugekehrt ist, so geben sie eins der besten Kriterien für die Feststellung der Richtung, in welcher der Schlag erfolgte, das besonders in den Fällen von grösstem Werte ist, wo der obere Theil des Abschlags mit der Schlagfläche und Schlagbeule abgebrochen ist oder wo es sich um die Reste von Schlagmarken auf der Rückseite des Abschlages oder am Nucleus handelt. Der Grad der Ausprägung dieser Wellenringe hängt von verschiedenen Faktoren ab, unter anderem von der Intensität des Schlages. Wo diese gering oder durch weiche Krusten an der Schlagfläche gedämpft ist, können die Wellenringe so schwach sein, dass sie kaum zu erkennen sind. Sodann hat Hahne[2]) bereits auf eine Erscheinung aufmerksam gemacht, die in kegelförmig vom Treffpunkt des Schlages ausstrahlenden Sprüngen besteht und die man als das Phaenomen der Kegelsprünge bezeichnen kann. Namentlich bei etwas durchsichtigem Feuerstein sind diese Kegelsprünge, die durch Abspringen der äusseren Partieen bisweilen zur Isolierung eines deutlichen Schlagkegels führen, häufig besonders gut

1) Schweinfurth: „Steinzeitliche Forschungen in Oberaegypten.“ In Zeitschr. f. Ethnologie Bd. 36, Jahrg. 1904, pag. 775.

2) Vergl. Zeitschr. f. Ethnologie Bd. 36, Jahrg. 1904, pag. 776 u. 825.

zu sehen. In engster Beziehung zu diesen Kegelsprüngen und den Wellenringen steht ferner eine Schlagerscheinung, die merkwürdiger Weise bisher garnicht beachtet zu sein scheint. Es sind dies auf der Vorderseite des Abschlags vorhandene Curven von kurzen Rissen oder Sprüngen, die radial vom Treffpunkt ausstrahlen und stets genau senkrecht zur Richtung der Wellenringe verlaufen. Diese Strahlensprünge, wie ich sie nennen möchte, sind je nach dem Material mehr oder weniger deutlich entwickelt, am deutlichsten stets an den Seiten der Sprungfläche, und fehlen oft ganz auf der Höhe der Schlagbeule. Weiterhin hat die Krümmung der Sprungfläche bisher zu wenig als Schlagerscheinung Berücksichtigung gefunden. Die Sprungfläche ist niemals eine Ebene. Sie zeigt am Abschlag stets zwei Krümmungen, eine convexe, die auf der Schlagbeule ihre Höhe hat, und eine concave, die sich nach abwärts hin anschliesst und am unteren Rande am stärksten wird. Bei breiten scheibenförmigen Abschlägen ist diese Concavität auch nach den Seitenrändern hin entwickelt. Sie bildet gewissermassen eine flache Delle, welche die hügelförmige Schlagbeule auf der Sprungfläche als seichte Vertiefung umgiebt. Treffpunkt, Kegelsprünge, Strahlensprünge, Wellenringe und Krümmung der Sprungfläche stehen in einem mathematisch bestimmbaren Abhängigkeitsverhältniss von einander. Das scheint mir besonders wichtig für eine physikalische Analyse der Schlagerscheinungen, die leider von mineralogischer Seite bisher noch nicht gegeben worden ist. Schliesslich möchte ich noch auf die Schlagerscheinung der Splitterbrüche hinweisen, die bisweilen auf dem oberen Ende des Abschlags zu sehen sind, wenn derselbe nicht beim ersten Schlage abgesprungen ist, sondern erst nach mehrfachem Aufschlagen des Hausteins. Von der Schlagbeule, den Strahlensprüngen, den Wellenringen und der Krümmung der Sprungfläche finden sich die Negative auch an der Schlagmarke des Nucleus.

Nach alledem könnte es scheinen, als ob sich zu den Mortillet'schen Kriterien der absichtlichen Spaltung des Feuersteins noch eine ganze Anzahl neuer Symptome gesellten, welche die Entscheidung über die Manufactnatur noch wesentlich erleichterten und sicherten. Dem ist aber keineswegs so. Alle hier angeführten Schlagerscheinungen sind nur Symptome einer und derselben Einwirkung und wenn sich ihre Zahl selbst noch verhundertfachen liesse, so würde damit die Entscheidung darüber, ob absichtliche Spaltung des Feuersteins vorliegt oder nicht, doch nicht im geringsten Maasse sicherer werden als wenn nur eins oder wenige dieser Symptome vorhanden wären. Diese sämmtlichen Erscheinungen sind nur Ausdruck der Einwirkung eines Druckes und entstehen mehr oder weniger deutlich immer, wenn irgend ein Druck, Stoss oder Schlag mit genügender Kraft annähernd punktförmig auf eine Feuersteinfläche gerichtet ist. Sie sagen also nicht das Geringste aus über die Art der den Druck hervorbringenden Faktoren. Wenn daher die Möglichkeit besteht, dass in der Natur auch durch anorganische Faktoren solche punktförmig einwirkenden Druckkräfte hervorgebracht werden können, dann sind die sämmtlichen Schlagerscheinungen als Kriterien für die absichtliche Spaltung des Feuersteins gänzlich unzuverlässig.

Über diese Möglichkeit lässt sich streiten. Dass die durch Wechsel von extremen Temperaturen, von Feuchtigkeit und Trockenheit, vor allem durch Frost entstehende Zerspaltung des Feuersteins niemals die oben geschilderten Symptome hervorbringt, ist heute wohl allgemein anerkannt. Anders steht es schon mit der Frage, ob stark bewegtes Wasser, z. B. in plötzlich anschwellenden Gebirgsbächen, bei Wasserfällen, am Meeresstrande nicht gelegentlich Steine so gegeneinander werfen kann, dass sie mit den typischen Schlagerscheinungen zerspringen. Mir scheint eine solche Möglichkeit nicht ganz ausgeschlossen zu sein, wenn ich auch vermuthe, dass derartige Fälle, wenn sie wirklich vorkommen, immerhin zu den Seltenheiten gehören werden. Ebenso könnte ich mir denken, dass durch Herabfallen schwerer Steine und Geröllmassen, etwa an Abhängen, an denen die Erosion arbeitet, gelegentlich Feuersteine unter den typischen Druckerscheinungen zerschlagen werden. Immerhin wird auch dieser Fall nicht eben häufig sein. Schliesslich erscheint mir auch die Möglichkeit gegeben, dass die Bewegungen der Gletscher Steine derartig gegeneinander pressen, dass sie unter Entwicklung der characteristischen Drucksymptome zerspringen. Kurz, die Möglichkeit, dass rein anorganische Factoren an Feuersteinen die oben genannten Druckerscheinungen hervorbringen können, möchte ich nicht ohne weiteres bestreiten. Dann aber sind Schlagbeulen, Schlagnarben, Schlagflächen, Wellenringe, Kegelsprünge etc. an sich entgegen der Ansicht Mortillet's keine einwandsfreien Kriterien absichtlicher Spaltung.

Nicht eben viel besser steht es mit dem zweiten Kriterium der absichtlichen Feuersteinbearbeitung, das erst in neuerer Zeit seit der Beschäftigung mit den Eolithen mehr in den Vordergrund getreten ist, mit den *Reihen von einseitig gerichteten Schlagmarken* (retouches) an den Kanten von Feuersteinen. Diese Schlagmarken sind die Negative von kleinen Abschlägen und führen durch alle Grössenübergänge zu den Schlagmarken der grossen Abschläge hinüber, ebenso wie ja auch die positiven Abschläge in allen denkbaren Grössen vorkommen können. Die Entstehung aller beruht immer auf demselben Princip und bei allen sind immer die typischen Schlagsymptome zu sehen. Sie können aber durch die verschiedensten Druckwirkungen entstehen, genau so wie die grossen Abschläge und Schlagmarken, nur dass für ihre Herstellung geringere Druckwerthe genügen. Von den Factoren, die bei absichtlicher Einwirkung Reihen von gleichgerichteten kleineren Schlagmarken hervorbringen, sind für die Beurtheilung steinzeitlicher Manufacte besonders drei Manipulationen wichtig, das ist die Benutzung einer Kante zum Schaben oder Kratzen, das Behauen mit einem Feuerstein und das Abpressen mit Horn oder Knochen. Da es unter Umständen von grossem Werth für die Beurtheilung der Kulturhöhe sein kann, festzustellen, welche Manipulation an einem Feuersteinstück zum Ausdruck gekommen ist, so habe ich lange Zeit experimentelle Studien angestellt, um differenzial-diagnostisch brauchbare Kriterien zu finden. Ich muss gleich hier sagen, dass sich solche unbedingt für jeden Fall entscheidende Kriterien nicht geben

lassen, denn da es sich ja bei allen drei Fällen in letzter Linie immer um Wirkungen des Druckes handelt, so wird die Erscheinung auch im Princip überall dieselbe sein. Aber wenn man daher auch im einzelnen Falle gelegentlich zweifelhaft sein kann, welcher Manipulation die Randbeeinflussung ihre Entstehung verdankt, so lassen sich doch gewisse quantitative Unterschiede finden in Bezug auf Grösse und Tiefe der einzelnen Schlagmarken, in Bezug auf Gleichmässigkeit ihrer Sprungfläche und Ausbildung der Wellenringe, ferner in Bezug auf Regelmässigkeit der Anordnung zu Reihen und in dem Verlauf der Randlinie etc., die in der Regel eine Entscheidung gestatten. Es kommt daher darauf an, eine möglichst feine Diagnostik zu entwickeln, die sich auf diese kleinen quantitativen Verschiedenheiten stützt und im gegebenen Falle durch sorgfältige Kritik der vorliegenden Combination aller in Betracht kommenden Momente es gestattet, die Randbeeinflussung auf eine bestimmte Art der Einwirkung zu beziehen. Die Ausbildung einer solchen Diagnostik, die nur durch experimentelle Studien geschehen kann, ist natürlich nicht mit einem Schlage zu gewinnen. Sie wird Zeit zu ihrer Entwicklung brauchen. Ich möchte die folgenden Angaben daher auch nur als Beitrag zu einer solchen Diagnostik betrachtet sehen, besonders da ich hier nicht die Ergebnisse meiner experimentellen Studien in extenso mittheilen kann.

1. Gebrauchsspuren, verursacht durch Schaben. Die Materialien, die in den früheren Abschnitten der Steinzeit, besonders mit Feuersteingeräthen bearbeitet sein werden, dürften Holz, Knochen und Häute sein. Ferner würde wohl noch die dem Schaben nahe stehende Thätigkeit des Erdaufkratzens oder Grabens zu berücksichtigen sein, bei welcher Erde, Sand, Kies, kleine Steine auf die Kante des Werkzeugs einwirken. Ich habe für meine Experimente Holz, Knochen und Kies benutzt. Die Unterschiede in der Wirkung, welche diese drei in Bezug auf ihre Härte so sehr verschiedenen Materialien an der Feuersteinkante hervorbringen, sind nicht so gross, wie man erwarten könnte. Ich will daher auf diese hier gar keinen Werth legen. Viel wichtiger sind andere Momente beim Schaben. Das ist zunächst die Stärke des Druckes, den man beim Schaben ausübt. Dieser Druck setzt sich aus zwei Componenten zusammen. Die eine Componente wirkt in der Richtung der zu schabenden Fläche ein, also, da die Schabefläche mit ihrer Schabekante unter einem Winkel auf die zu schabende Fläche aufgesetzt wird, der gewöhnlich kleiner ist als ein rechter, etwa spitzwinklig gegen die Schabefläche. Sie ist bedingt durch das Beugen oder Strecken des Armes, das in der Regel in pectopetaler oder in pectofugaler Richtung geschehen wird. Die andere Componente wirkt senkrecht dazu und ist bedingt durch die Kraft, mit der die Schabekante auf den zu schabenden Gegenstand aufgedrückt wird. Beide Componenten können in Bezug auf ihre Grösse bedeutenden Variationen unterliegen und dementsprechend ist auch die Resultante und damit der Effect an der Schabekante verschieden gross, aber die Grösse variiert nur innerhalb geringer Grenzen. Es ist charakteristisch für die Gebrauchspur, dass sie immer nur kleine Marken am Rande

erzeugt, die durchschnittlich nicht grösser als 1—2 mm sind und selbst bei grösstem Kraftaufwand und bei härtestem Object selten 5 mm überschreiten. Es ist selbstverständlich, dass die Gebrauchsmarken sich nur auf derjenigen Seite des Randes befinden, die der Schaberichtung entgegengesetzt ist, so dass man an der Lage derselben stets die Schaberichtung in Bezug auf den Feuerstein erkennen kann. Was nun ferner wichtig ist, das ist die Abhängigkeit der zweiten Druckcomponente, d. h. der Kraft, mit der die Schabekante aufgedrückt wird, von der Handlichkeit des Stückes. Liegt der Schaber gut in der vollen Hand, so kann er mit grösserer Kraft aufgedrückt werden, als wenn er schlecht passt oder mit spitzen und scharfen Kanten die Vola manus schneidet. Ist der Schaber klein, so kann er nicht in die volle Hand genommen werden, sondern nur zwischen die Fingerspitzen. In diesem Falle ist eine bei weitem nicht so grosse Kraftentfaltung möglich als mit der vollen Hand. Daraus ergiebt sich wieder ein Moment für die Diagnostik. Kleine und unhandliche Schaber werden niemals so grosse Gebrauchsmarken am Schaberande zeigen wie grosse und handliche Exemplare. Ein weiteres Characteristicum der Gebrauchsabnutzung ist die eigenthümliche Gestalt des Querschnitts der Schabekante. Wenn man mit einer scharfen Kante beginnt zu schaben, so sind die ersten Absprünge und ihre Gebrauchsmarken verhältnissmässig gross und der neuentstandene Kantenwinkel ist noch ziemlich klein. Die folgenden Absprünge werden immer kleiner, so dass sie nur immer den vordersten Abschnitt der vorhergehenden Gebrauchsmarken entfernen. Auf diese Weise wird der Kantenwinkel am Rande immer grösser. Nach wenigen Minuten des Gebrauchs springt beim Schaben, selbst bei grösstem Kraftaufwand, überhaupt nichts mehr vom Rande des Feuersteins ab. Die letzten Gebrauchsmarken sind schon winzig klein und äusserst eng aneinander. Die Kante ist stumpf und zeigt auf dem Querschnitt eine etwa bogenförmig und steil abfallende Linie (Fig. 5). Von der Fläche sieht man, wie sich die kleineren und kleinsten Gebrauchsmarken nach einander auf die grösseren und grössten aufgelagert haben. Das ist um so deutlicher ausgeprägt, je handlicher das Stück ist und je intensiver seine Benutzung war. Die Schabekanten gewinnen dadurch eine gewisse Gleichmässigkeit ihres Verlaufes. Es fehlen an ihnen scharfe, aus dem Rande hervorragende Spitzen; wo Spitzen vorhanden sind, da sind sie stumpf. Die Gebrauchsmarken liegen ziemlich regelmässig und parallel neben einander, sie sind verhält-

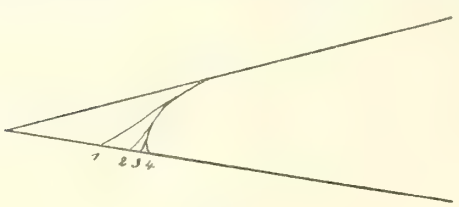


Fig. 5.

Schema der Gebrauchsabnutzung einer Feuersteinkante im Querschnitt. 1, 2, 3, 4 die Querschnitte der Flächen, in denen nach einander die Absprünge erfolgen. Die ersten Absprünge sind grösser, die letzten werden immer kleiner. Schliesslich springt nichts mehr ab, die Kante hat eine abgerundete Form angenommen, an der man noch die Reste der nach einander erfolgten Absprünge erkennen kann.

nissmässig flach und ohne tiefe Wellenringe und zeigen selten Splitterbrüche an ihrem auslaufenden Muschelrande.

2. Randbearbeitung durch Behauen. Schlägt man mit einem Behaustein wiederholt in derselben Richtung auf eine Feuersteinkante, indem man mit den Schlägen längs der Kante fortschreitet, so entstehen Reihen von Schlagmarken, die sich sehr gut characterisieren lassen, obwohl sie je nach der Stärke der Behauung, je nach der Gestalt und Anwendung des Behausteins (ob spitz oder stumpf, ob mit Kante oder Fläche verwendet) sehr verschieden sein können. Was für die Behauung besonders bezeichnend ist, das ist die Ungleichmässigkeit der Schlagmarken in Bezug auf ihre Grösse. Es finden sich an einer behauenen Kante immer sehr grosse und sehr kleine Schlagmarken neben einander. Dabei sind die grösseren Schlagmarken durchschnittlich ziemlich tief und haben meist auch tiefe Wellenringe. Ferner lösen sich bei der Behauung die Abschläge sehr häufig nicht vollständig ab, sondern bleiben mit ihrem Ende an der Schlagmarke sitzen, so dass die auslaufenden Ränder der Schlagmarken nur Sprünge mit nicht abgelösten Splittern vorstellen. Das häufige Vorkommen von solchen Splitterbrüchen ist daher characteristisch für die Behauung. Der Verlauf der Randlinie kann sich ebenfalls sehr characteristisch gestalten, besonders bei Behauung mit der Spitze oder Kante eines Behausteins, die ja die Regel bilden wird. Die Randlinie zeigt dann im Gegensatz zur gebrauchten Kante kleinere oder grössere, spitze und scharfe Zacken. Solche hervorragenden Spitzen fehlen aber vollständig bei Behauung des Randes mit der Fläche eines Behausteins. In diesem Falle besitzt die Kante eine ziemlich gleichmässig fortlaufende Randlinie und daran zahllose kleine und kleinste Schlagmarken neben den grossen. Das kann leicht eine Gebrauchsspur vortäuschen und man wird in einzelnen Fällen zweifelhaft sein können, ob eine Kante, nachdem sie durch spitze Behauung bearbeitet wurde, zum Schaben benutzt oder durch Behauung mit der Fläche des Behausteins noch nachgearbeitet worden ist. Da indessen durch stärkere Behauung der Kante mit der Fläche des Behausteins der Vortheil der Randbearbeitung, die Schärfung des Randes zum Schaben, ebenso wie durch den Gebrauch wieder verloren geht, so wird man da, wo sich auf grosse und tiefe Schlagmarken kleine und kleinste superponieren, stets eher an die Gebrauchsabnutzung eines bearbeiteten Randes denken als an eine nachträgliche Bearbeitung mit einem flachen Behaustein.

3. Randbearbeitung durch Abdrücken. Diese Art der Randbearbeitung ist vielleicht am wenigsten augenfällig zu characterisieren, aber da sie jedenfalls eine in den ältesten Abschnitten der Steinzeit noch nicht verwendete Methode ist, so hat das für den vorliegenden Zweck keine besondere Bedeutung. Im Allgemeinen pflegen die Druckmarken bedeutend flacher zu sein als die Schlagmarken und durchschnittlich etwas grösser als die Gebrauchsmarken. Auch sind die Druckmarken

gewöhnlich etwas regelmässiger als die Schlagmarken und zeigen häufiger Splitterbrüche als die Gebrauchsmarken. Am meisten unterscheiden sie sich aber wohl von den letzteren durch die Beschaffenheit der Randlinie. Die Randlinie ist bei ihnen im Gegensatz zur Gebrauchsspur stets mehr oder weniger scharfzackig. Die Zacken können sehr verschieden gross sein und sehr verschieden weit von einander stehen, je nachdem das Druckinstrument in engen oder weiten Abständen aufgesetzt worden ist, aber selbst bei gleichmässigstem Verlauf der Randlinie findet man doch bei genauer Betrachtung immer kleine scharfe und spitze Vorsprünge, die beim Gebrauch stets abgestumpft sein würden. Eine Lupenuntersuchung kann hier im zweifelhaften Fall wohl immer die Entscheidung geben. Freilich wird bei nachträglich abgerollten Stücken hier wie auch sonst die Differentialdiagnose sehr erschwert, oft wohl überhaupt unmöglich gemacht werden.

Ich habe hier nur andeutungsweise eine Reihe von Characteren namhaft machen können, die im gegebenen Falle für eine Entscheidung über die Art der künstlichen Beeinflussung sich brauchbar erweisen. Sicherlich wird ein ferneres experimentelles Studium in dieser Hinsicht unsere Differenzial-Diagnostik noch wesentlich erweitern und vertiefen. Aber — und hier komme ich auf den springenden Punkt — sind denn derartige einseitige Randbeeinflussungen, wenn man sie an einem gegebenen Fundstück beobachtet, überhaupt immer mit Sicherheit auf eine absichtliche Manipulation mit dem Feuerstein zu beziehen? Da muss ich gestehen, dass ich das nicht ohne weiteres behaupten möchte. Ich halte es auch bei dieser Gruppe von Beeinflussungen, die in der neuesten praehistorischen Litteratur eine so grosse Rolle spielt, nicht für ausgeschlossen, dass sie gelegentlich durch rein anorganische Factoren hervorgebracht werden könnte. Ich kann mir vorstellen, dass z. B. scharfkantige Feuersteinstücke aus einer Lehmwand hervorragen und dass von oben her Kiesmassen darüber fallen. Dann müssen, namentlich wenn das öfter geschieht, ganze Reihen von gleichseitig gerichteten Schlagmarken am Rande entstehen. Oder ich kann mir denken, dass bei Druckwirkungen, wie sie etwa vom Gletschereise auf Kies-, Lehm-, Geröllschichten etc. hervorgebracht werden, scharfrandige Feuersteinstücke in einer bestimmten Richtung gegen Kies- oder Sandmassen gepresst werden, so dass am Rande einseitig gerichtete Absprünge erfolgen. Wenn das aber auch nur gelegentlich einmal der Fall sein kann, dann bilden solche Reihen von einseitig gerichteten Schlagmarken an der Kante eines Feuersteins an sich ebensowenig einen einwandsfreien Beweis für seine Manufactnatur, wie die Existenz einer Schlagbeule oder der anderen Schlagerscheinungen.

Wie steht es dann aber mit der Entscheidung über die Manufactnatur? Es könnte danach scheinen, als ob es überhaupt keine Kriterien gäbe, nach denen man mit Sicherheit einen Feuerstein als Manufact erkennen könnte! Indessen dem ist nicht so. Was ich bestreite, ist nur die Berechtigung der Annahme, dass ein einziges Moment (Schlagerscheinungen oder Reihen einseitiger Rand-

beeinflussung) an sich schon unbedingt und allgemein beweisend für die Manufactnatur sei. Ich stelle dem gegenüber die unabweisliche Forderung auf, dass von Fall zu Fall eine kritische Diagnose gestellt werden muss, die sich gründet auf eine tief eindringende Analyse der Erscheinungen am gegebenen Stück und der Fundbedingungen. Die Diagnose des individuellen Stückes aber darf sich nicht bloss auf ein, sondern muss sich auf eine ganze Reihe von Momenten gründen, genau so wie die Diagnose des Arztes bei manchen inneren Krankheiten. Nur wenn die Diagnose sich auf die characteristische Combination von mehreren Symptomen stützt, kann sie sicher sein. Steht mir nur ein einziges Symptom zur Verfügung, so kann ich in den meisten Fällen keine sichere Diagnose stellen. Worum wir uns bemühen müssen, ist also nicht die Auffindung eines einzelnen, immer und überall entscheidenden Kriteriums für die Manufactnatur; ein solches Kriterium existiert in Wirklichkeit nicht und jede Jagd danach ist vergeblich. Worum wir uns bemühen müssen, ist vielmehr die Entwicklung einer kritischen Diagnostik, die in analoger Weise ausgebildet ist wie die Diagnostik des Arztes. Je feiner wir diese Diagnostik durch Beobachtung und Experiment entwickeln, um so mehr wird sich die Zahl der zweifelhaften Fälle für uns vermindern. Die kritische Analyse der gegebenen Combination von Symptomen ist es allein, die uns in den Stand setzt, die Entscheidung zu treffen.

Ich will das an einem Beispiel erläutern: Finde ich in einer interglacialen Geröllschicht einen Feuerstein, an dem eine deutliche Schlagbeule zu sehen ist, sonst aber kein weiteres Symptom absichtlicher Bearbeitung, so werde ich zweifelhaft sein, ob ich ein menschliches Manufact vor mir habe. Finde ich dagegen einen Feuerstein, der auf der einen Seite die typischen Schlagerscheinungen zeigt und der auf der Rückseite noch die Negative von zwei, drei, vier anderen, in der gleichen Richtung abgesprengten Abschlägen trägt, befinden sich ferner an einer Kante des Stückes zahlreiche, parallel nebeneinander verlaufende kleine Schlagmarken, die alle ohne Ausnahme von der gleichen Seite des Randes her abgeschlagen sind, erscheinen schliesslich die übrigen Kanten des Stückes vollkommen haarscharf ohne eine Spur von Schlagmarken oder Spuren der Abrollung: dann kann ich mit unerschütterlicher Sicherheit sagen: es ist ein Manufact. So wenig, wie durch Zusammenwirken rein anorganischer Factoren je ein palaeolithischer Faustkeil oder ein neolithisches Steinbeil entsteht, ohwohl alle einzelnen Momente, die zu seiner Bildung nothwendig sind, wie Schlag, Druck, Schliff etc. für sich auch in der anorganischen Natur auftreten können, so wenig kommt durch anorganische Kräfte je ein Feuersteinstück zu Stande, das den oben geschilderten Complex von Symptomen besitzt.

Derartige völlig einwandsfreie Stücke habe ich nun in grösserer Zahl am Puy de Boudieu eigenhändig aus der ungestörten Schicht genommen. Damit ist der unerschütterliche Be-

weis für die Existenz von feuersteinschlagenden Wesen im Ausgang der Miocänzeit geliefert.

Die Fundobjecte.

Die einzigen Spuren menschenähnlicher Wesen, die ich in den miocänen Flusssanden des Cantal habe finden können, sind Feuersteinwerkzeuge. Somatische Reste dieser Wesen sind bis jetzt nicht aufgefunden worden. Auch andere Spuren habe ich trotz sorgfältiger Durchforschung der Fundschicht nicht beobachtet. Die kleinen Stückchen schwarzbrauner Substanz, die KLAATSCH[1]) in seiner letzten Mittheilung erwähnt, habe ich ebenfalls am Puy de Boudieu im Tuffsand mehrmals gefunden. Sie sind unverbrannte Theilchen von Lignit, die typische Holzstructur zeigen und über der Flamme zu weisser Asche verbrennen. Irgend welche Spuren absichtlicher Beeinflussung lassen sie nicht erkennen. Auch anderes Steinmaterial als Feuerstein ist zu den Werkzeugen nicht benutzt worden, obwohl z. B. Quarzgerölle z. Th. von mehr als Faustgrösse in grosser Zahl an allen fünf Fundorten vorkommen, an denen ich gegraben habe, am Puy de Boudieu, am Puy Courny, bei Veyrac, im Bois de la Condamine und bei Belbex. An diesen Quarzgeröllen habe ich, obwohl ich mein Augenmerk stets auf sie richtete, niemals Spuren absichtlicher Einwirkung finden können. Sie sind stets mehr oder weniger rundlich abgerollt.

Nur Feuerstein ist als Material für Werkzeuge benutzt worden. Dieser aber in grossem Umfange. Am Puy de Boudieu, meiner Hauptausgrabungsstelle, für deren Nachweis ich Herrn PIERRE MARTY ganz besonders dankbar bin, habe ich den Eindruck gewonnen, dass nicht nur bei weitem die grösste Zahl aller Feuersteine durch die Hände der menschenähnlichen Wesen gegangen ist, sondern auch, dass dieselben später keine weitere Verschleppung erfahren haben, da sie zum grössten Theil noch ihre haarscharfen Kanten besitzen. Hier sind die Werkzeuge offenbar am Orte, wo sie geschlagen sind, auch vom Schlammstrom oder Aschenregen eingebettet worden. Die Schollen von miocänem Flusssand und Schotter, die am Puy de Boudieu vom vulkanischen Tuff eingeschlossen und bedeckt liegen, sind offenbar Reste des alten miocänen Fluss- oder Bachufers, die an Ort und Stelle erhalten worden sind. Dadurch gewinnt grade diese Fundstelle erhöhte Bedeutung.

Das Rohmaterial für die Werkzeuge lieferten die in den miocänen Fluss- und Bachthälern an der Oberfläche liegenden Feuersteine, die vom Wasser aus

1) KLAATSCH: „Die tertiären Silexartefacte aus den subvulkanischen Sanden des Cantal". Im Arch. f. Anthropol. Neue Folge Bd. III, Heft 3, 1905.

den darunter liegenden oligocänen Schichten mit ihren Feuersteinbänken herausgewaschen worden waren. Dieses Ausgangsmaterial besass und besitzt noch heute zum allergrössten Theil die Gestalt von Platten mit parallelen Oberflächen, deren Grösse ganz ausserordentlich variiert von handtellergrossen, zwei bis drei cm dicken Stücken bis zu 50 und mehr cm grossen und 15—20 cm dicken Platten, die z. Th. an den Kanten rundlich abgewaschen, z. Th. noch mit deutlichen Bruchkanten versehen sind. Alle Platten besitzen eine mehr oder weniger dicke weichere Verwitterungs- oder Kalkkruste. Die Plattenform des Ausgangsmaterials ist wichtig, denn sie beherrscht ganz wesentlich die Form der Werkzeuge, insofern als die letzteren entweder direkt kleine Platten vorstellen oder aus Abschlägen von solchen Platten hergestellt worden sind. Fast überall erkennt man an den Werkzeugen aus den Resten der Kruste ihre Abstammung von der Plattenform.

Characteristisch für die bearbeiteten und unbearbeiteten Feuersteine aus der miocänen Schicht ist die Patina. Während die Feuersteinplatten in ihrer primären oligocänen Lage überall weiss erscheinen, haben sie in ihrer secundären miocänen Lagerstätte fast ausnahmslos eine mehr oder weniger dunkle, glänzende Patina, die vom dunklen Braungelb bis zum tiefen Schwarz variiert. Ganz überwiegend sind die intensiv schwarzglänzenden Stücke. Bei Belbex sind auch schöne blutroth gefärbte Feuersteine nicht selten. An dieser typischen Patina sind die miocänen Feuersteinwerkzeuge stets leicht von den späteren aus den diluvialen Schichten zu unterscheiden. Die letzteren sind immer weiss oder hellgelb.

Was nun besondere Beachtung verdient, ist die Thatsache, dass man in der miocänen Schicht nicht selten bearbeitete Feuersteine findet, an denen man Schlagmarken von verschieden gefärbter Patina sieht. Das eine System von Schlagmarken erscheint dunkel, das andere hell patiniert und zwar grenzt sich die Farbe an den Rändern der Schlagmarken vollkommen scharf ab. Anfangs glaubte ich, dass es sich hier um Steine handele, die beim Abbrechen der Tuffmassen oder der z. Th. fest verkitteten Geröllmassen verletzt worden sind. In der That habe ich mich überzeugt, dass viele Feuersteine von den Arbeitern beim Herauslösen aus dem ziemlich harten Material mit der Picke zerschlagen oder beschädigt werden. So konnte ich z. B. feststellen, dass auch die heller gefärbten Spuren von Schlägen, die man bisweilen auf der Kruste von Feuersteinen aus Aurillac in den Sammlungen beobachtet, und die auch ich anfangs auf einzelnen meiner Stücke in deutlicher Ausprägung fand, von den Arbeitern herrühren. Sie sind also nicht, wie manche Forscher geglaubt haben, Spuren alter Schläge, die in der Miocänzeit absichtlich auf die Oberfläche der Steine ausgeführt wurden. Infolgedessen habe ich die grösste Vorsicht angewendet, um jede Verletzung der Feuersteine beim Herauslösen zu verhindern. Indessen fand ich doch bald, dass auch an Steinen, an denen jede Verletzung beim Herausnehmen aus der Schicht vollkommen ausgeschlossen war, bei Steinen, die ich in

grosser Zahl eigenhändig, ohne sie direkt zu berühren, aus der Schicht löste, häufig genug zweierlei Patina auf den Schlagmarken vorkommt. Im Übrigen kann man bei einiger Übung fast immer mit Sicherheit entscheiden, ob eine Schlagmarke alt oder neu ist. Da also die Thatsache, dass auch an vielen unverletzt herausgenommenen Stücken zweierlei Patina vorkommt, ausser allem Zweifel steht, so ergiebt sich, dass diese Stücke wiederholt während der Miocänzeit bearbeitet worden sind. Nach ihrer ersten Bearbeitung und Benutzung lagen sie längere Zeit unbenutzt auf der Erde. Später wurden sie gelegentlich wieder aufgenommen, wieder bearbeitet und wieder benutzt.

Ausser der typischen Patina zeigen manche der Stücke auch mehr oder weniger umfangreiche Sinterbedeckungen und Dendritenbildungen an einzelnen Stellen der Oberfläche. Wenn solche Sinteransätze und Dendriten sich bei Stücken mit zweierlei Patina auf den hellen wie auf den dunklen Schlagmarken finden, so beweisen sie natürlich ganz schlagend, dass die Schlagmarken mit hellerer Patina nicht erst beim Ausgraben entstanden sein können.

Was schliesslich die Grösse der Werkzeuge betrifft, so ist es nicht richtig, was Mortillet[1]) darüber sagt: „leurs instruments sont petits“. Es giebt in Wirklichkeit Werkzeuge von sehr verschiedener Grösse, kleine und zierliche von wenigen Centimetern und grosse, schwere, massige von 15 und 20 Centimetern Durchmesser. Wohl von allen kann man sagen, dass sie auch uns noch gut in die Hand passen. Ich finde in Grösse und Handlichkeit keinen Unterschied gegenüber den palaeolithischen Werkzeugen. Damit fällt selbstverständlich auch die Berechtigung von Mortillet's Schluss, den er aus der angeblichen Kleinheit der Werkzeuge auf die Körpergrösse seiner hypothetischen „homosimiens“ zieht, „c'est que ces animaux étaient d'une taille inférieure à celle de l'homme“. In den Werkzeugen liegt kein Grund für eine solche Annahme.

Ich lasse nun die Beschreibung und Abbildung einiger typischen Fundstücke folgen.

1. Abschläge.

Abgeschlagene Stücke kommen in sehr grosser Zahl vor. Ich habe unter 199 bearbeiteten Stücken, die ich im Ganzen an allen Fundorten gesammelt habe, 98 Stücke mit Schlagbeule gefunden. Das ist also ungefähr 50 %. Indessen ist die Zahl der Abschläge in Wirklichkeit noch viel grösser, denn unter den 98 Stücken sind diejenigen nicht mitgerechnet, deren oberer, die Schlagbeule tragender Theil abgebrochen ist, die aber an anderen Schlagerscheinungen, wie Strahlensprüngen, Krümmung der Sprungfläche etc. als echte Abschläge kenntlich sind.

Die Grösse variiert innerhalb weiter Grenzen. Es finden sich kleine scharfe Splitter von wenigen Millimetern und schwere dicke Stücke von 10 Centimetern.

1) Mortillet: „Le préhistorique etc.“. III. Edition, Paris 1900, pag. 97.

Dazwischen kommen alle Grössen vor, wie das ja bei der Bearbeitung von Feuerstein selbstverständlich ist. Am häufigsten sind Stücke von etwa 4—5 Centimetern.

Die typischen Schlagerscheinungen, wie Schlagfläche, Schlagbeule, Schlagnarben, Strahlensprünge, Krümmung der Sprungfläche sind deutlich ausgeprägt. Nur die Wellenringe auf der Sprungfläche sind meistens nicht stark entwickelt und die Kegelsprünge wohl niemals zu sehen. Letzteres liegt aber offenbar an der Undurchsichtigkeit des Materials, und seiner starken, dunklen Patinierung.

Der Rücken der Abschläge trägt mitunter noch die Rinde, zum allergrössten Theil aber die Schlagmarken früherer Abschläge, die fast immer in der gleichen Richtung abgesprengt sind. Bisweilen verlaufen vier oder fünf Schlagmarken parallel über den Rücken und häufig sind die Negative der Schlagbeulen noch gut erhalten. Daneben sieht man nicht selten starke Splitterbrüche von früheren, in gleicher Richtung erfolgten Schlägen. Die Formen der Abschläge sind zwar ziemlich mannigfaltig, doch herrschen bei weitem die breiten Lamellen vor, während die langen schmalen seltener sind. Sehr häufig kehrt eine unregelmässige Trapezform mit characteristischer Krümmung der Sprungfläche wieder, bei der die schmale Parallelseite oben gelegen ist. Die etwas grösseren Abschläge lassen fast immer die Reste der Kruste am oberen und unteren Ende erkennen und zeigen ihre Absprengung von einer Platte auf den ersten Blick. Wie ich mich durch experimentelle Studien mit dem gleichen Material an Ort und Stelle überzeugen konnte, ist die vorherrschend breite und oft trapezförmige Gestalt der Abschläge ganz durch die Plattenform des Ausgangsmaterials bedingt. Ich habe von den alten Platten der miocänen Schicht eine ganze Anzahl mit Hausteinen aus demselben Material behauen und habe dabei Abschläge bekommen, die in gradezu lächerlicher Weise die Formen der alten wiederholen. Bei diesen Versuchen an trockenem sowohl wie an erdfeuchtem Material habe ich mich überzeugt, dass ein sehr grosser Kraftaufwand dazu gehört, um Abschläge abzusprengen. Der Feuerstein ist sehr hart und die verhältnissmässig weiche Kruste dämpft die Intensität des Schlages ganz beträchtlich. Man muss mit aller Kraft den Haustein auf die Platte schlagen, um nur einigermassen grosse Abschläge zu erhalten. Aus dieser Dämpfung des Schlages durch die Kruste erklärt sich die Thatsache, dass an den alten wie an den neuen Abschlägen die Schlagbeulen nie sehr hoch und die Wellenringe nur selten deutlich entwickelt sind. Übrigens zeigen die palaeolithischen Abschläge aus der unteren Diluvialterrasse, von denen mir Herr Puech eine Anzahl schenkte, die gleichen Eigenthümlichkeiten wie die tertiären und die modernen und stimmen in ihren Formen ebenfalls vollkommen mit diesen überein.

Ich habe auf Tafel I und II eine Anzahl der alten miocänen Abschläge abgebildet.

2. Kernsteine.

Wo so viel Abschläge zu finden sind, da müssen nothwendiger Weise auch die Kernsteine vorhanden sein, von denen die Abschläge abgesprengt sind. In der That findet man eine grosse Zahl von Feuersteinplatten, an deren Rändern man die charakteristischen Schlagmarken mit dem Negativ der Schlagbeule wahrnimmt. Es ist merkwürdig, dass die früheren Beobachter davon nichts erwähnen, denn solche Kernsteine kommen in allen Grössen vor, in denen die Platten überhaupt auftreten. Man hat eben einfach eine beliebige Platte genommen und von ihrem Rande einen oder mehrere Abschläge abgesprengt. Bisweilen finden sich eine ganze Anzahl grosser Schlagmarken nebeneinander um den Rand der Platte herum, vorwiegend in der gleichen Schlagrichtung, hin und wieder jedoch auch in entgegengesetzter Richtung verlaufend. Manche von den Schlagmarken fordern geradezu heraus zu versuchen, ob nicht dieser oder jener Abschlag noch heute hineinpasst. Davon kann natürlich nicht die Rede sein, aber die Ähnlichkeit von negativer und positiver Sprungfläche ist manchmal frappierend. Einzelne Kernsteine sind nicht grösser als 5 oder 10 cm im Durchmesser und stellen zweifellos Werkzeuge vor zum Schaben oder Hacken. Auch unter den grösseren machen einige den Eindruck von groben Werkzeugen und es ist unmöglich, nachträglich festzustellen, ob man die Platte behauen hat, um Abschläge zu gewinnen oder um ein grobes Werkzeug herzustellen.

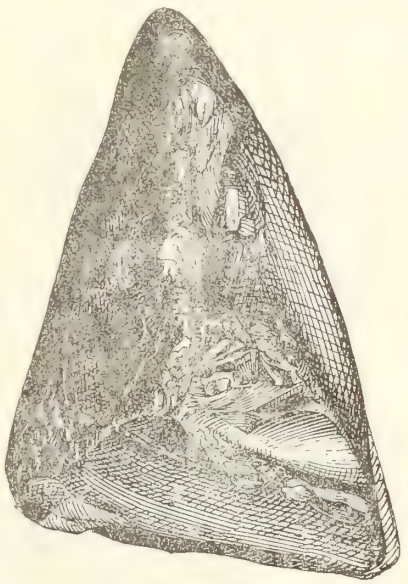
3. Hausteine.

Zum Absprengen der Abschläge waren Hausteine nöthig. Es müssen sich also Steine finden, an denen die characteristischen Wirkungen wiederholten Aufschlagens an einer oder mehreren Ecken zu sehen sind. Da ist es mir aufgefallen, dass solche stark zerarbeiteten Steine von erforderlicher Grösse, die man sofort als Hausteine ansprechen muss, verhältnissmässig selten sind. Gewiss, ich habe einige Stücke gefunden, die sich auf den ersten Blick als Hausteine präsentieren durch die starke Zersplitterung und Zerarbeitung einer Ecke, von der zahlreiche Schlagmarken nach allen Richtungen hin ausstrahlen und die mit zahllosen kleinen Sprüngen und Splitterbrüchen besät ist (Fig. 6). Aber häufig sind solche Hausteine nicht. Da nun doch eine sehr grosse Zahl von Kernsteinen und Abschlägen vorhanden ist, die darauf hinweist, dass die Spaltung des Feuersteins in grossem Umfange betrieben wurde, und da sich kein anderes Material findet, mit dem die Spaltung der Platten vorgenommen sein könnte, so bleibt nur der Schluss übrig, dass ein Haustein immer nur für wenige Schläge benutzt und dann weggeworfen wurde, so dass sich an ihm keine stärkere Zerarbeitung in der typischen Form bemerkbar macht. Damit stimmt auch die Thatsache überein, dass man so viele Kernsteine findet, von denen nur ein oder zwei Abschläge abgespalten sind. Man hat offenbar, wenn das Bedürfniss nach einem Abschlag auftrat, eine Platte vom Boden aufgenommen und mit einem passenden Feuersteinstücke, das grade an der Erde lag, einen Abschlag

davon abgespalten, um ihn für einen bestimmten Zweck zu verwerthen, die Platte und den Haustein aber hat man wieder weggeworfen. Es lag ja genug Material am Bachrande auf der Erde herum.

4. Ambosse.

Rutot[1]) ist zu der Überzeugung gelangt, dass die grossen Platten mit zahlreichen Schlagmarken am Umfange, von denen ihm Pierre Marty einige übersandt hat, Ambosse sind, auf denen man Fruchtkerne oder Knochen aufgeschlagen hat. Auf diese Weise erklärt sich Rutot die Schlagmarken an den Rändern, indem er meint, dass die Schläge bisweilen von dem Object abgeglitten sind und, indem sie den Stein trafen, einen Abschlag vom Rande der Platte abgesprengt haben. Rutot schreibt mir darüber: „A ce propos je vous dirai que M. Marty m'a envoyé deux dalles du Puy de Boudieu, dont je ne possédais pas encore de bon specimen et que j'interprétais comme „enclumes". L'examen de ces spécimens m'a complètement confirmé dans ma manière de voir, ce sont évidemment des enclumes tout à fait semblables à telles que je possède du Reutélien, du Strépyien et du Néolitique. La théorie de ces enclumes est simple. C'étaient des dalles assez épaisses sur lesquelles on appuyait les objects durs à briser: os, fruits etc. Or ces objects durs, os, fruits, etc. ont des contours arrondis et souvent des surfaces grasses et glissantes, de sorte que beaucoup de coups partés au moyen du percuteur n'arrivant pas normalement à la surface de l'os à briser, par exemple, le percuteur, par sa force vive faisait ricochet à la surface et venait frapper plus ou moins violemment les bords des enclumes. Il se détachaient donc ainsi, par l'usage, de nombreux éclats sur les bords de l'enclume,



Figur 6[2]).
Haustein, von der zum Schlagen benutzten Seite aus gesehen.

1) Rutot: „Le préhistorique dans l'Europe centrale". Namur 1904, pag. 18. Ferner neuere briefliche Mittheilung 1905.

2) Die folgenden Figuren, bei deren Herstellung mich Herr Prof. Kallius mit Rath und That unterstützt hat, sind in folgender Weise entstanden. Die zum Theil auch für die beigegebenen Tafeln benutzten photographischen Platten wurden schwach auf Chlorsilber-Zeichenpapier copiert und fixiert. Dann wurden vom Zeichner mit unlöslicher Tusche die Kanten und Schatten in Linienmanier für zinkographische Reproduction nachgezeichnet und schliesslich die Photographie selbst durch Behandeln des Papiers mit Ferricyankalium und Natriumhyposulfid wieder entfernt. Die Figuren sind alle in natürlicher Grösse.

tantôt d'en le haut, tantôt d'en le bas, suivant que l'enclume était posée sur une face ou sur l'autre et ce sont ces éclats, naturellement portant le bulbe de percussion, qui ont servi á nos ancêtres pour le raclage et pour le grattage, grâce à leurs bords tranchants. Ainsi s'expliquent à la fois la présence des enclumes et en même temps le grand nombre d'éclats utilisés avec le bulbe de percussion".

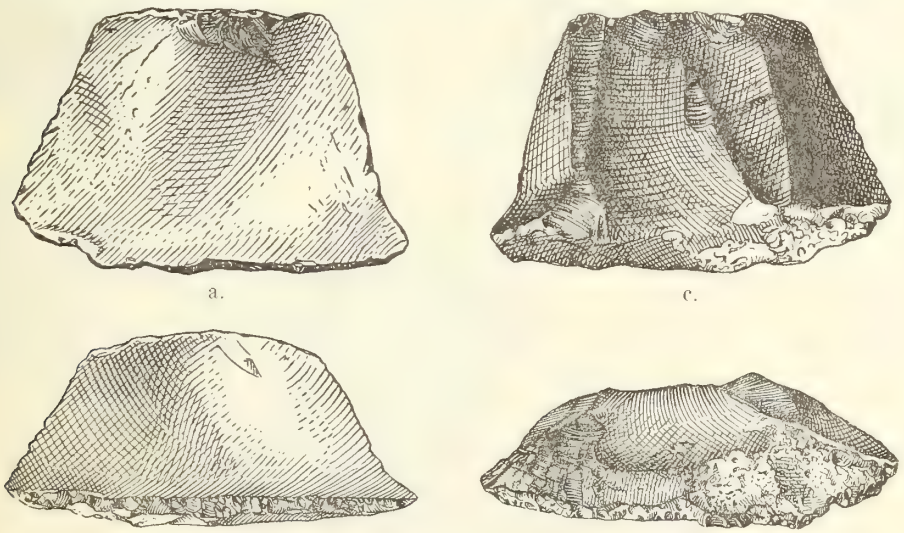
Dieser Theorie des ausgezeichneten Brüsseler Geologen und Praehistorikers konnte ich auf Grund meiner Beobachtungen und Experimente an Ort und Stelle leider nicht beipflichten. Ich gebe zwar gern zu, dass die grossen Feuersteinplatten beim Zerschlagen von Knochen und Früchten gelegentlich als Unterlagen gedient haben mögen. Das wird man ebensowenig bestreiten wie beweisen können. Allein zu der Annahme, dass bei diesen Manipulationen die grossen Abschläge abgesprungen seien, deren Negative man am Rande sieht, kann ich mich nicht entschliessen. Wie ich mich an Ort und Stelle durch Experimente überzeugt habe, ist das Material dieser grossen Platten ausserordentlich hart. Ausserdem dämpft, wie schon oben bemerkt, die Kruste des Feuersteins die Intensität des Schlages ganz bedeutend. Infolgedessen musste ich meine ganze Kraft aufwenden, um mit dem Haustein Abschläge von der mittleren Grösse der alten abzusprengen und doch waren trotzdem noch viele Schläge vergeblich. Das habe ich nicht blos an einem, sondern an allen Stücken beobachten können, die ich zu meinen Versuchen benutzte. Dass aber eine auch nur annähernd solche Kraft, wie sie erforderlich ist, um den Stein zu spalten, auf die Unterlage wirkt, wenn der Haustein von dem schlüpferigen Knochen abgleitet, oder selbst wenn der Schlag statt den Knochen oder die Frucht direct die Platte trifft, halte ich für gänzlich ausgeschlossen. Es finden sich unter den zahllosen Abschlägen im übrigen so grosse und schwere Stücke in so bedeutender Zahl, dass an ein zufälliges Abspringen derselben von einer Platte bei ihrer Benutzung als Unterlage garnicht zu denken ist. Alle diese Massen von Abschlägen können daher unmöglich zufällig von solchen Platten abgesprungen sein, sondern sind ganz zweifellos absichtlich abgeschlagen und die grossen Platten sind ihre Kernsteine, wenn ich es auch, wie ich nochmals betonen will, nicht für ausgeschlossen halte, dass solche Platten gelegentlich auch als Unterlage Verwendung gefunden haben mögen. Ich bin überzeugt, dass der kritische Erforscher der altdiluvialen Culturen Belgiens, sobald er die miocäne Cultur von Aurillac an Ort und Stelle untersucht haben wird, sich ebenfalls dieser Auffassung nicht mehr verschliessen dürfte.

5. Schaber.

Die Schaber in ihren mannigfaltigen Formen bilden den wichtigsten Bestandtheil des miocänen Arbeitsgeräthes. Eine Unterscheidung zwischen Schaber und Kratzer, wie sie die Praehistoriker französischer Sprache machen („racloir" und „grattoir"), möchte ich hier nicht treffen, da einerseits in der deutschen Sprache beide Begriffe sich schwer von einander abgrenzen lassen und da anderer-

seits aus dem Werkzeug selbst kaum etwas Sicheres über die feinere Art seiner Verwendung geschlossen werden kann. Ferner scheint es mir ganz unmöglich, mit einiger Sicherheit aus dem Werkzeug zu entnehmen, ob damit in pectopetaler oder in pectofugaler Richtung geschabt, und selbst oft misslich zu entscheiden, ob es mit der rechten oder mit der linken Hand geführt worden ist. Was man aus dem Werkzeug sicher ersehen kann, ist lediglich seine Gebrauchsrichtung in Bezug auf die Schabekante. Diese ergiebt sich aus der Richtung der Gebrauchs- oder Schlagmarken am Rande.

Der grösste Theil der Schaber besteht aus grossen oder kleinen Abschlägen, doch sind auch einzelne Schaber aus natürlichen Bruchstücken, ja grössere selbst



a. c. b. d.

Fig. 7.

Typischer Abschlag, der an der breiten Seite nur Gebrauchsspuren zeigt. a Vorderseite mit hoher Schlagbeule. b Kante schräg zur Vorderseite gesehen. Man sieht die zahllosen kleinen, sämmtlich nach der gleichen Seite verlaufenden Gebrauchsspuren. c Rückseite mit den Resten von 5 früheren Schlagmarken und rechts unten am Rande einen kleinen Rest der Feuersteinkruste. d Schabekante schräg zur Rückseite gesehen, Reste der Kruste, Gebrauchsabnutzung. Vergl. Tafel III Fig. 1.

aus kleineren Platten hergestellt. Ihre Grösse variiert von zierlichen, wenige Centimeter grossen Stücken bis zu ungefügen, handgrossen Werkzeugen.

Einzelne Schaber zeigen nur Gebrauchsspuren am Schaberande, während die anderen Ränder haarscharf sind (Fig. 7). Bei anderen ist der Schaberand durch eine Anzahl gleichgerichteter Schläge bearbeitet. Die für die Behauung characteristischen Zeichen der Schlagmarken (siehe oben pag. 27) sind alle schön und deutlich entwickelt, die Splitterbrüche noch heute vollkommen scharf (Fig. 8). Als Zweck der Randbearbeitung ist fast immer entweder die Abschälung der Kruste oder eine bestimmte Formgebung des Randes klar und zweifellos zu erkennen. Zur Randbearbeitung gesellt sich bei manchen Stücken noch eine deutlich sichtbare

Handanpassung durch Entfernung scharfer Kanten und Spitzen, an Stellen, wo sie verletzen oder hindern mussten.

Je nach der Formgebung des Schaberandes drängt sich die schon mehrfach

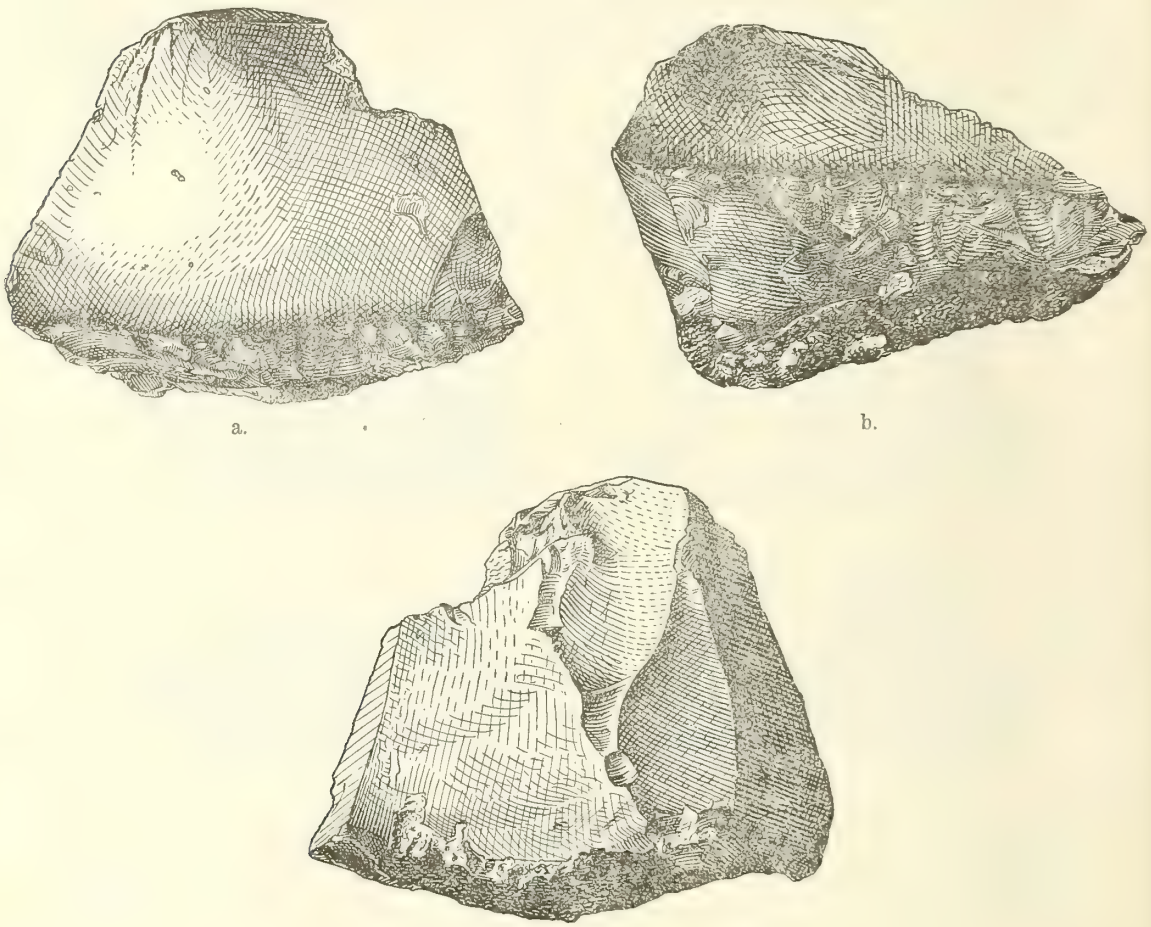


Fig. 8c.

Grosser dicker Abschlag mit bearbeiteter Schabekante. a Vorderseite mit Schlagbeule und Schlagfläche. Am unteren Rande sieht man zahlreiche sämmtlich in der gleichen Richtung verlaufende Schlagmarken dicht neben einander. b Ansicht der Schabekante schräg zur Vorderseite. Unmittelbar unter der Kante ist die Kruste durch zahlreiche Schläge abgeschält. Etwas weiter nach unten ist die Kruste in ganzer Ausdehnung noch erhalten. c Rückseite mit den Schlagmarken von 5 früheren Abschlägen und deutlichen Splitterbrüchen links oben. Vergl. Taf. III Fig. 2.

gebrauchte Eintheilung der Schaber in Gradschaber, Rundschaber, Spitzenschaber und Hohlschaber auf.

Die Gradschaber zeigen eine mehr oder weniger grade verlaufende Schabekante. Der gewöhnliche Typus besteht aus einem Abschlag, dessen eine, meist

dem Treffpunkt gegenüberliegende Kante zum Schaben benutzt oder durch Entfernung der Rinde zugerichtet ist. Bisweilen ist die Bearbeitung des Randes eine erstaunlich sorgfältige, wie in Fig. 3 Taf. III. In der Regel ist das nicht der Fall. Im Gegentheil sehr häufig sind bei der Randbehauung nicht unerhebliche Zacken am Rande entstanden und stehen geblieben. Vergl. Fig. 9 Taf. IV Gradschaber von grossen Dimensionen und groben Formen sind aus kleinen Platten hergestellt, bei denen man die Ränder behauen hat, um sie handlich zu machen. Ihr Schaberand ist durch eine Reihe von Schlägen abgeschrägt und geschärft. In manchen Fällen wird man, wie oben schon bemerkt, zweifelhaft

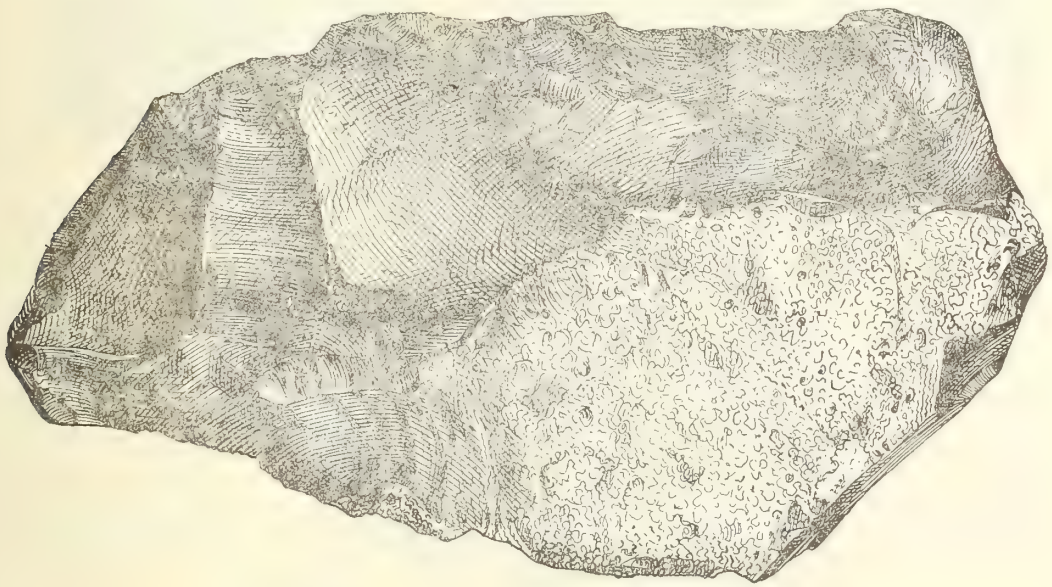


Fig. 9.

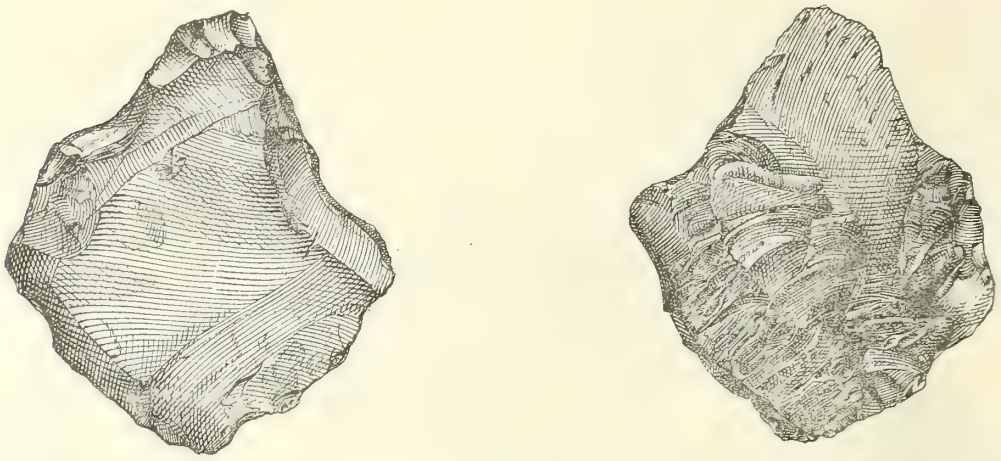
Grosser Rundschaber. Durch mehrere starke Schläge, die parallel neben einander gesetzt sind, ist die Schabekante zugerichtet worden und zeigt nun schwach convexe Form.

sein, ob man einen Schaber oder einen Kernstein vor sich hat, besonders wenn die Ränder durch grössere Schlagmarken zerzackt und unregelmässig erscheinen.

Unter den Rundschabern kommen ebenfalls grobe, die ganze Hand füllende Werkzeuge vor. Bei ihnen ist die Schabekante durch Behauung mehr oder weniger regelmässig convex gestaltet worden. In dem in Fig. 9 abgebildeten Werkzeug liegen die einzelnen Schlagmarken an der Schabekante so regelmässig nebeneinander, dass man an palaeolithische oder sogar neolithische Gegenstände erinnert wird.

Die Spitzenschaber sind Werkzeuge, bei denen die Schabekante eine Spitze bildet, so dass sie zum Ausschaben von Spalten oder Rinnen etwa in Holz oder zwischen Knochen geeignet erscheinen. Sie sind vielleicht von allen Werkzeugen diejenigen, bei denen durch die absichtliche Ausarbeitung der Spitze die Andeutung einer Formgebung, wenigstens der Gebrauchskante des Werkzeuges, am

meisten bemerkbar wird. In der That ist die Spitze bisweilen in einer Weise herausgearbeitet, dass man von einer gewissen Sorgfalt bei der Herstellung sprechen möchte. Durch zahlreiche einseitig gerichtete Schläge ist die Kante



a. Fig. 10. b.

Typischer Spitzenschaber mit stumpfer Spitze aus einem platten Feuersteinstück durch Herausarbeiten der Spitze hergestellt. Wie der Vergleich der Vorderseite a mit der Rückseite b zeigt, sind die Schläge, welche die Spitze herausarbeiteten, sämmtlich in der gleichen Richtung und zwar von der Rückseite b her ausgeführt worden. Vergl. Taf. IV Fig. 1.

meist wohl unter Benutzung einer Ecke so umgeformt worden, dass die Absicht, eine Spitze herzustellen, ganz unzweideutig hervortritt (Fig. 10). Ich möchte übrigens als Spitzschaber nur solche Werkzeuge bezeichnen, bei denen die Schlag-

a. Fig. 11. b.

Typischer Hohlschaber aus einem Abschlag hergestellt. a Vorderseite mit Schlagbeule. Unten die concave Schabekante. b Rückseite mit den Schlag- und Gebrauchsmarken der concaven Schabekante. Bearbeitung und Gebrauch geschah von der Vorderseite her. Um die Concavität herum ist die Kruste des Feuersteins erhalten. Vergl. Taf. IV Fig. 7.

marken zu beiden Seiten der Spitze in gleicher Richtung verlaufen. Diejenigen Werkzeuge, die auf beiden Seiten der Spitze entgegengesetzte Schlagmarken zeigen, scheinen mir für andere Zwecke gedient zu haben. Die Spitze selbst kann aber innerhalb weiter Grenzen variieren. Sie kann scharf oder stumpf, kurz oder

lang, dünn oder dick sein. In allen Fällen aber ist der Typus leicht zu erkennen. Vergl. Fig. 1, 2, 3, 4 Taf. IV.

Die Hohlschaber bilden gewissermassen den Gegensatz zu den Spitzschabern. Bei ihnen ist die Schabekante kreisbogenförmig eingebuchtet (Fig. 6, 7, 8 Taf. IV), so dass sie zum Abschaben von cylindrisch gestalteten Gegenständen, wie Zweigen, Knochen etc. dienen konnten. In der Regel sind die Hohlschaber

Fig. 12.

Grösseres spitzes Werkzeug zum Hacken oder Graben. Aus einer natürlichen Feuersteinplatte durch Herausarbeiten der Spitze hergestellt. Man sieht auf der Fläche des Stückes die Feuersteinkruste und oben die durch zahlreiche, sämmtlich in gleicher Richtung ausgeführte Schläge herausgearbeitete Spitze. Vergl. Taf. IV Fig. 4.

dadurch hergestellt worden, dass man bei einem Abschlag eine Kante durch eine Anzahl einseitig gerichteter Schläge hohl ausarbeitete. (Fig. 11). Bisweilen ist der Zweck auch schon durch einen einzigen kräftigen Schlag erreicht worden. Characteristisch sind aber in diesem Fall die feinen Gebrauchsspuren, die den ganzen Hohlrand, der natürlich infolge des einzigen Schlages haarscharf sein

musste, in einseitiger Richtung umsäumen. Die Einbuchtung kann einen sehr verschiedenen Radius haben, sie kann stark gewölbt, sie kann flach, sie kann klein, sie kann gross sein. Nicht selten finden sich an einem Stück zwei solcher Einbuchtungen an verschiedenen Rändern (Fig. 8 Taf. IV), wie auch KLAATSCH beobachtet hat, oder ein Rand eines Abschlages ist als Hohlschaber, ein anderer, als Gradschaber bearbeitet (Fig. 5 Taf. IV). Derartige zusammengesetzte Werkzeuge habe ich mehrere gefunden.

Im übrigen gehen die einzelnen Schaberformen vielfach in einander über. Eine ängstliche Einhaltung eines Schemas liegt jener Zeit noch gänzlich fern, wenn auch die Verfolgung eines bestimmten Zweckes bei der Herstellung eines Werkzeuges in der Formung seines Schaberandes schon ganz zweifellos hervortritt.

6. Grobe Werkzeuge zum Schlagen, Hacken oder Graben.

Unter den bearbeiteten Platten finden sich nicht selten Stücke, die aus der Planmässigkeit der Bearbeitung einzelner Partieen des Randes erkennen lassen, dass sie offenbar zu einem bestimmten Zweck gedient haben. Indessen lässt sich dieser Zweck nicht immer ohne weiteres angeben. Am deutlichsten sind wohl diejenigen Werkzeuge, an denen ähnlich wie bei den Spitzschabern eine Spitze herausgearbeitet ist durch Behauung zweier aneinander stossender Kanten. (Fig. 12). Diese zu beiden Seiten der Spitze gelegenen Kanten zeigen daher eine mehr oder weniger deutliche Concavität mit zahlreichen grösseren und kleineren Schlagmarken, während eine solche eingehende Randbearbeitung am übrigen Umfang des Stückes fehlt. Da es sich hier um 15—20 cm grosse Platten handelt, ist natürlich alles grob und in grossem Maassstabe ausgearbeitet, doch fällt der Typus sofort in die Augen, besonders wenn man ihn mehrmals wiederkehren sieht. Fig. 1 Taf. V ist ein characteristischer Vertreter desselben. Diese Werkzeuge, die mitunter an dem der Spitze gegenüberliegenden Rande auch noch eine Handanpassung durch Abschlagen der scharfen schneidenden Kante erkennen lassen, haben jedenfalls als primitivste Faustkeile („coups de poing“) zum Schlagen oder Hacken gedient, sei es bei der Bearbeitung von Holz, sei es beim Aufgraben der Erde zum Hacken und Picken, sei es endlich zum Aufschlagen von Knochen. Keinesfalls aber sind Steine damit bearbeitet worden, denn es fehlen an den Spitzen die characteristisch gerichteten Schlagmarken, Splitterbrüche und Kegelsprünge, die den Behausteinen für die Feuersteinbearbeitung eigenthümlich sind.

7. Instrumente zum Stechen, Bohren, Ritzen.

Als Stech- oder Bohrinstrumente kann man vielleicht von den Spitzenschabern diejenigen Werkzeuge sondern, bei denen eine Spitze herausgearbeitet ist dadurch, dass zwei aneinanderstossende Kanten in entgegengesetztem Sinne behauen sind. Die Spitze gewinnt dadurch einen mehr oder weniger deutlich rhombischen Querschnitt. Auch hier ist die Spitze sehr verschieden gestaltet, bald kürzer, bald länger, bald spitzer, bald stumpfer. Da sich diese spitzen

Werkzeuge mit gekreuzter Randbearbeitung zu beiden Seiten der Spitze mehrfach wiederholen, so muss wohl eine specielle Absicht für die Herstellung grade dieses Typus angenommen werden, der sich ja durch die gekreuzte Lage seiner beiden Spitzenkanten weniger zum Schaben eignen würde als die gewöhnlichen Spitzenschaber. Diese Instrumente könnten vielleicht zur Herstellung von Löchern gedient haben, etwa in der Haut von Thieren. Einige von ihnen, die ziemlich flach sind und bei denen infolgedessen auch die Spitze platt und scharf erscheint, mit sehr langgestreckt rhombischem Querschnitt machen mir den Eindruck, als ob sie etwa zum Aufritzen weicher Gegenstände gedient haben könnten. Da ich für die Verwendung von scharfen Splittern als Schneideinstrumente keinen Anhalt gefunden habe, so wäre es nicht ausgeschlossen, dass diese spitzen Werkzeuge eine Art primitiven Schneideinstruments vorstellen. Die Thätigkeiten des Ritzens und Schneidens können ja bei Anwendung primitiver Instrumente sehr nahe miteinander verwandt sein.

Indessen, ich möchte für die hier vorliegende Gruppe von spitzen Instrumenten keine definitive Deutung geben. Es muss erst noch mehr Material gesammelt werden. Dann klärt sich vielleicht auch ihre Bedeutung auf. Es ist ja überhaupt misslich, auf so entlegene, den unsrigen so fremdartige Culturzustände unsere Begriffe des Werkzeugs zu übertragen und die primitiven Instrumente mit den heutigen zu vergleichen. In vielen Fällen wird ja zwar die Deutung ohne weiteres aus den Eigenschaften des Werkzeuges klar hervorgehen wie bei den verschiedenen Schaberformen und den Hausteinen, in anderen Fällen aber wird sie ganz im Dunkeln tasten. So findet sich denn auch im Miocän von Aurillac eine ganze Reihe von Feuersteinen, die zweifellos bearbeitet sind, von denen wir aber nicht recht angeben können, ob sie einem bestimmten Zweck gedient haben, und welches dieser Zweck gewesen sein mag. Ich möchte daher in der Deutung derartiger Objecte vorläufig etwas zurückhaltend sein.

Die Cultur der Miocänzeit.

Ist die Manufactnatur von Feuersteinen im oberen Miocän über allen Zweifel erwiesen, so stellt sich sofort eine Fülle von Fragen ein über die alten Verfertiger dieser Werkzeuge. Man will einen Schritt weiter kommen; man will etwas Näheres vom Leben, von der Culturstufe, von der somatischen Beschaffenheit dieser alten Bewohner des Cantal erfahren, und viele neue Probleme entstehen. Leider bleiben die meisten dieser Fragen vorläufig unbeantwortet und wenn man nicht etwa der Phantasie die Zügel schiessen lassen will, wie das leider selbst von wissenschaftlichen Forschern wie Mortillet schon in ungerechtfertigtem Maasse geschehen ist, dann ist es verschwindend wenig, was man in diesen Fragen heute schon sagen kann.

Einigermassen bekannt ist uns durch die Untersuchungen der französischen Geologen, vor allem durch die Studien von PIERRE MARTY[1]), das Milieu, in dem die alten Bewohner des Cantal lebten. Durch die sorgfältige Erforschung der fossilen Flora von Joursac, die genau gleichaltrig ist mit den manufactführenden Schichten am Puy Courny, am Puy de Boudieu etc. hat PIERRE MARTY eine Menge von Anhaltspunkten gewonnen für die Bestimmung der klimatischen Verhältnisse, die zu jener Zeit im Cantal herrschten. Aus diesen geologischen und palaeontologischen Erfahrungen ergiebt sich etwa folgendes Bild.

Das Land, eine flache Gegend, die ziemlich weit vom Miocänmeere entfernt lag, war in etwa 800 Metern Meereshöhe theilweise von offenen, kräuterreichen Flächen, theilweise von Wäldern und Dickichten bedeckt, die aus Coniferen (Wachholder, Kiefer, Lärche, Fichte, Tanne) und Laubbäumen (Birke, Erle, Buche, Hainbuche, Hopfenbuche, Haselnuss, Eiche, Pappel, Rüster, Zürgel, Feige, Brotfruchtbaum, Lorbeer, Sassafras, Mannaesche, Ahorn, Kreuzdorn, Wallnuss, Hickory, Mehlbeere, Kirsche, Akazie, Weide etc.) gemischt waren. Das Klima war ziemlich milde und trocken. Die mittlere Jahrestemperatur betrug 15° und die jährliche Regenmenge nur etwa 60 cm., kleine Flüsse und Bäche hatten die Thäler noch nicht so tief ausgewaschen wie heute. Teiche und Seen mit Fischen lagen an den Waldrändern. An den Bachufern und Seen stellte sich das Rhinoceros, das Mastodon, das Dinotherium, das Hipparion, sowie der Hirsch und die Gazelle zur Tränke ein. Die Thäler der Flüsse und Bäche waren bedeckt mit Quarzgeröllen aus den nahen Bergen und dazwischen lagen platte Feuersteine, die aus den Kalkschichten der flachen Uferhänge herausgewaschen waren. An diesen Fluss- und Bachufern hielten sich die alten Bewohner der Gegend auf. Hier stand ihnen Wasser zur Verfügung, hier fanden sie Feuersteine, aus denen sie ihre primitiven Werkzeuge machten. Wir wissen nicht, ob sie noch reine Vegetarianer waren, oder ob sie bereits den Hirsch und die Gazelle oder gar die grösseren Thiere erlegten, um sich ihr Fleisch zu verschaffen. Die letztere Möglichkeit ist keineswegs ausgeschlossen. Die rohen spitzen Schlaggeräthe (pag. 41 Fig. 12) können dabei sehr wohl als Hiebwaffen, grosse scharfkantige Feuersteine als Wurfwaffen gedient haben. Jedenfalls gebrach es aber nicht an vegetabilischer Nahrung. Wallnüsse, Haselnüsse, Bucheckern, Eicheln, die Frucht des Brotbaums, Mehlbeeren und Kirschen, grosse Wachholderbeeren, zahlreiche Kräuter, Wurzeln und Pilze lieferten Nahrungsmittel genug. So etwa waren die äusseren Verhältnisse beschaffen, unter denen die alten Bewohner des Cantal lebten.

Hier bestand am Ausgang der Miocänzeit bereits eine Cultur, die wie wir aus der Beschaffenheit der Feuersteinwerkzeuge mit Erstaunen sehen, nicht mehr in den ersten Anfängen war, sondern schon eine lange Entwicklung voraussetzt. Was uns am meisten überrascht und was nach allen bisherigen Anschauungen, selbst nach der grossen Erweiterung unserer Erfahrungen über die primitiven Feuersteinkulturen durch

1) PIERRE MARTY: „Flore miocène de Joursac (Cantal)". Paris, Baillière et Fils 1903.

Rutot nicht zu erwarten war, das ist die Thatsache, dass diese miocäne Bevölkerung des Cantal bereits den Feuerstein zu spalten und zu bearbeiten verstand. Den Nachweis dieser Thatsache halte ich für das wichtigste Ergebnis meiner Untersuchungen in Aurillac. Rutot[1]) datiert auf Grund seiner Erfahrungen in Belgien die Erfindung der absichtlichen Spaltung des Feuersteins erst von der Zeit des „Mesvinien", legt aber merkwürdiger Weise auf diesen höchst wichtigeu Culturfortschritt garkeinen Werth: „Comme on le voit, l'industrie mesvinienne, entièrement constituée d'outils, ne présente en réalité aucune nouveauté ni modification sensible par rapport aux industries éolitiques plus anciennes". Das spärliche Vorkommen von Abschlägen mit Schlagbeule und anderen Schlagerscheinungen in früheren Perioden führt Rutot nicht auf absichtliche Spaltung, sondern auf zufälliges Abspringen beim Schlagen zurück, sei es, dass die Abschläge vom Haustein, sei es, dass sie von dem als Unterlage dienenden Feuerstein[2]) absprangen. Durch meine Untersuchungen in Aurillac hat sich mir indessen ganz unzweifelhaft ergeben, dass bereits im oberen Miocän die Kenntnis der künstlichen Spaltung des Feuersteins vorhanden war, und ich erblicke in dieser Technik einen höchst wichtigen Culturfortschritt. Das ausserordentlich zahlreiche Vorhandensein von Abschlägen, das Überwiegen von Werkzeugen, die aus solchen Abschlägen hergestellt sind, die beträchtliche Grösse und Schwere vieler Abschläge, der grosse Kraftaufwand, welcher bei der schweren Spaltbarkeit des Feuersteins von Aurillac erforderlich ist, um selbst kleinere brauchbare Abschläge abzuspalten, alles das macht es mir unmöglich, die zahllosen Abschläge als das Product zufälliger Absplitterung vom Haustein oder Ambos aufzufassen und zwingt mich vielmehr, darin einen ganz unabweisbaren Beleg für die Kenntnis absichtlicher Feuersteinspaltung zu sehen. Übrigens wäre es ja auch höchst auffällig, wenn die alten Bewohner des Cantal die Kenntnis der Randbearbeitung von Feuersteinen durch Behauen mit einem anderen Stein gehabt, die Absprengung von etwas grösseren Abschlägen, die ja genau auf demselben technischen Princip basiert, dagegen nicht gekannt hätten. Mir scheint, die Erfindung des einen ist von der des anderen nicht gut zu trennen. Sie mussten beide gleichzeitig gemacht werden, ganz gleichgültig, welchen Zweck man zuerst mit der Behauung verfolgte.

Liegt der Zweck der Gewinnung von Abschlägen, wie die ganz allgemein übliche Verwendung derselben zur Herstellung von Werkzeugen beweist, ohne weiteres auf der Hand, so wirft die grosse Reihe von Werkzeugen, die ich in Aurillac sammelte, auch einiges Licht auf den Zweck, den man bei der Randbearbeitung verfolgte. Es kann kein Zweifel sein, dass man dabei die Herstellung geeigneter Schabekanten im Auge hatte. Das geschah aber in doppeltem Sinne. Einmal handelte es sich lediglich darum, die unebene und bröcklig-mürbe Kruste des Feuersteins vom Schaberande zu entfernen, um

1) Rutot: „Le Préhistorique dans l'Europe central". Namur 1904.

2) Siehe oben pag. 35.

eine scharfe, harte Kante zu erhalten. Bei zahlreichen Stücken, die ich sammelte, springt diese Absicht sofort in die Augen und es drängt sich die Vermutung auf, dass hierin vielleicht der primäre Zweck aller Randbearbeitung lag. Die gleiche Absicht lag jedenfalls vor, wenn man wie Rutot das besonders betont, den gebrauchten Schaberand durch Behauen mit einem Stein wieder anfrischte, um ihn, nachdem er durch den Gebrauch stumpf geworden war, wieder scharf zu machen. Das andere Mal dagegen kam es darauf an, der Schabekante eine bestimmte, für den speciellen Gebrauch geeignete Form zu geben.

In der Ausbildungsstufe dieser Randbearbeitung aber finden wir ein weiteres Moment, das uns bei der miocänen Cultur überrascht. Es zeigt sich hier bereits eine weitgehende Differenzierung und Anpassung der Werkzeuge für specielle Zwecke. Die Typen der Gradschaber, der Rundschaber, vor allem aber der Spitzschaber und Hohlschaber, die wir in langen Reihen mit ihren charakteristischen Merkmalen immer wiederkehren sehen, sind bereits so scharf specialisiert, dass man unbedingt auf eine Verwendung für ganz verschiedenartige Zwecke schliessen muss, wenn es sich auch in letzter Instanz immer um die Thätigkeit des Abkratzens und Abschabens handelte. Wir wissen nicht, was man mit diesen verschiedenen Schaberformen geschabt haben mag. Etwas anderes als entweder Holz oder Knochen, Fleisch und Haut wird kaum in Betracht kommen. Auf alle Fälle müssen wir aber aus dem Vorhandensein von zahllosen Schabern, die eins der verbreitetsten und wichtigsten Werkzeuge vorstellen, auf die Existenz anderer Culturerscheinungen schliessen, sei es auf die Bearbeitung von Holz zu Geräthen, sei es auf Jagdmethoden sowie auf die Zerlegung des Wildes und Gewinnung des Fleisches oder der Häute. Sehr wahrscheinlich ist beides zutreffend, indessen bleiben alle Speculationen darüber vorläufig müssig. In der Anpassung der Schabekante für bestimmte Zwecke des Schabens sehen wir aber zugleich die erste Andeutung der Formgebung überhaupt. Wer eine Reihe von Spitzschabern und eine Reihe von Hohlschabern vor sich sieht, kann an dieser ersten Absicht einer primitiven Formgebung nicht mehr zweifeln. Man nahm einen Abschlag und formte eine Partie des Randes durch Behauen in ganz specifischer Weise. Das Charakteristische bei dieser ersten Spur der Formgebung ist aber im Gegensatz zur Formgebung der palaeolithischen und jeder späteren Zeit, dass die Formgebung lediglich einen Nützlichkeitszweck verfolgte und sich daher nur auf die zum Gebrauch bestimmte Partie des Randes beschränkte. Jede Äusserung eines aesthetischen Sinnes bei der Herstellung der Werkzeuge, wie er sich bei uns durch unendlich lange fortgesetzte Gewöhnung entwickelt und befestigt hat und ganz unwillkürlich selbst in die Betrachtung der primitiven Werkzeuge fortwährend von selbst einmischt, fehlt in der miocänen Cultur noch vollständig. Es ist lediglich der Zweck, der die Form bestimmt. Daher hat das Werkzeug als Ganzes irgend eine beliebige zufällige Form. Absichtlich geformt ist nur die Partie, die einen bestimmten Zweck erfüllen soll. Das ist ein charakteristisches Moment für diese Culturstufe.

Schliesslich kommt bei der Bearbeitung der Feuersteinwerkzeuge in der Miocänzeit ausser der Gewinnung von Abschlägen und der Herstellung geeigneter Schabekanten noch eine dritte Absicht bisweilen zum Ausdruck, auf die ebenfalls RUTOT schon hinwies, das ist die Anpassung an die Hand durch Wegschlagen spitzer und scharfer Vorsprünge und Kanten. In einzelnen Fällen ist diese Erscheinung an den stehen gebliebenen Resten sowie an der genau feststellbaren Richtung und Zahl der Schlagmarken so augenfällig zu erkennen, dass kein Zweifel an dieser Absicht entstehen kann.

Eine grosse Anzahl von Werkzeugen lässt, wie bereits bemerkt, an der verschieden starken Patinierung verschiedener Systeme von Schlagmarken deutlich erkennen, dass sie mehrmals und zwar zu verschiedenen Zeiten gebraucht wurde und zwischendurch wieder lange Zeit unbenutzt am Boden lag. Das legt den Schluss nahe, dass man die Werkzeuge nach dem Gebrauch nicht aufbewahrte. Darauf weist auch das verhältnissmässig seltene Vorkommen stark zerarbeiteter Hausteine und stärker angefrischter Schaber hin. Man liess offenbar nach dem Gebrauch das Werkzeug einfach liegen. Bei neuem Bedarf fand man ja immer wieder genügend Feuersteinmaterial, um sich leicht ein neues zu machen oder man nahm auch ein altes, schon gebrauchtes Werkzeug, das grade am Boden lag, auf, um es für den augenblicklichen Zweck von neuem zurecht zu schlagen. Durch eine solche Praxis würde auch die grosse Menge von Werkzeugen verständlich, die man auf kleinem Raume zusammen findet.

Die Herstellung grosser Instrumente mit deutlich herausgearbeiteter Spitze, die häufig keine deutlichen Gebrauchsspuren zeigt, deutet darauf hin, dass man damit weiches Material geschlagen oder gehackt kat. Es lässt sich nicht sagen, was das gewesen sein mag. Vielleicht hat man Holz oder Erde damit gehackt, vielleicht auch hat man diese Steine als Waffen gebraucht, denn nichts hindert uns, den Gebrauch von Waffen etwa zum Töten von Thieren bereits bei der miocänen Bevölkerung anzunehmen. Indessen das bleibt unbewiesen und ebenso bleibt uns der Zweck mancher anderer Werkzeuge vorläufig verschlossen. Soviel aber ist gewiss, dass die Existenz aller dieser ihrem Zweck nach noch nicht zu deutenden Geräthe uns zwingt, die Differenzierung der Culturverrichtungen bei der miocänen Bevölkerung noch höher anzusetzen als sie uns die sicher nachweisbaren Culturerscheinungen schon zeigen. Jedenfalls lehren uns die Thatsachen, dass wir uns auch bezüglich der miocänen Cultur vor dem Fehler hüten müssen, der in der Geschichte der praehistorischen Forschung so oft begangen wurde, so oft eine ältere Culturstufe entdeckt wurde, dass wir die Entwicklungshöhe der betreffenden Culturstufe zu tief einschätzen. Das tertiäre Alter der Cultur darf uns in diesem Falle unter keinen Umständen dazu verführen.

Ausser dem Feuerstein ist kein anderes Steinmaterial zur Herstellung der Werkzeuge benutzt worden. Diese äusserst zweckmässige Auswahl des passendsten Materials bei genügender Anwesenheit von anderem Steinmaterial zeigt bereits eine genaue Kenntniss der Eigenschaften der ver-

schiedenen Gesteinsarten und vor allem der grossen Vorzüge des Feuersteins. Wie sich aus den Untersuchungen Rutots mit aller Deutlichkeit ergiebt, ist man in den älteren diluvialen und den tertiären Zeiten direkt dem Feuerstein nachgegangen und hat sich nur da aufgehalten, wo ausser den anderen Lebensbedingungen, wie Nahrung und Wasser, auch Feuerstein vorhanden war.

Noch nicht mit Sicherheit zu beantworten ist dagegen die Frage, ob die tertiäre Bevölkerung des Cantal ausser Stein auch anderes Material zu Werkzeugen, Geräthen, Waffen verarbeitete. Das ganz überwiegende Vorherrschen der Schaber und Kratzer unter den Steinwerkzeugen erregt allerdings den Verdacht, dass das der Fall war, und auch aus anderen Gründen wird man wohl annehmen dürfen, dass wenigstens Holz, d. h. Zweige, vielleicht auch andere Pflanzentheile wie Binsen, Schilf, Gras, Bast etc. in primitiver Weise verwendet wurden. Im Falle der Kenntniss der Fleischnahrung würde auch an die Häute der erlegten Thiere zu denken sein. Sogar die Verwendung von Knochen halte ich durchaus nicht für ausgeschlossen. Für die mir seit langen Jahren aus eigener Erfahrung bekannte Culturstufe von Taubach, die dem „Mafflien" Rutots angehört, habe ich mich selbst durch Prüfung der im Roemer-Museum zu Hildesheim und im Germanischen Museum zu Jena befindlichen gesicherten Funde überzeugt, dass die damalige Bevölkerung bereits Thiere zu Nahrungszwecken erlegte, im Feuer zubereitete und ihre Knochen zu primitiven Geräthen benutzte. Ich sehe keinen Grund, der dagegen spräche, dass in einer früheren tertiären Cultur, die, soweit wir nach den Feuersteinwerkzeugen urtheilen können, nicht wesentlich tiefer stand, als die altdiluviale von Taubach, die gleiche Praxis bereits bestanden hätte. Indessen das bleibt vorläufig eine blosse Möglichkeit.

Noch eine Fülle von anderen Fragen, die uns auf den Lippen schweben, muss vorläufig unbeantwortet bleiben. Wie verhielt es sich mit der Wohnung, mit der Kleidung, mit dem Zusammenleben, mit der Sprache und vielem anderen? In allen diesen Fragen fehlt uns bisher jeglicher Anhaltspunkt und alles Speculieren darüber bleibt werthlos.

Nur bezüglich der Frage nach der somatischen Beschaffenheit der miocänen Bewohner des Cantal möchte ich mir noch ein paar Bemerkungen gestatten. Ich habe schon oben (pag. 32) darauf hingewiesen, dass die Mortillet'sche Schlussfolgerung aus den Geräthen auf die geringe Körpergrösse ihrer Hersteller völlig hinfällig ist, weil die Voraussetzung einer besonderen Kleinheit der Werkzeuge nicht zutrifft. Ich möchte im Gegentheil mit grösster Wahrscheinlichkeit aus der Beschaffenheit der Feuersteinwerkzeuge auf eine im wesentlichen der unsrigen gleiche Grösse und Form der Hand und damit des übrigen Körpers schliessen. Die Existenz grosser, unsere ganze Hand füllender Schaber und Hacken, vor allem aber die vollkommene Handgerechtigkeit, welche fast alle Werkzeuge auch für unsere Hand besitzen, scheint mir diesen Schluss in hohem Grade zu rechtfertigen. Die Werkzeuge der verschiedensten Grösse, deren Benutzungsseite und

Handlage sich aus den Gebrauchsspuren bisweilen mit völliger Klarheit ergiebt, liegen zum grössten Theil so vorzüglich und bequem in unserer Hand, die ursprünglich vorhandenen scharfen Spitzen und schneidenden Kanten sind an den für unsere heutige Handlage nothwendigen Stellen bisweilen in so zweckmässiger Weise entfernt, dass man glauben könnte, die Werkzeuge wären direkt für unsere Hände gemacht.

Leider haben wir bisher keine Skelettreste von den miocänen Bewohnern des Cantal gefunden und so bleiben alle weiteren Speculationen über die somatischen Verhältnisse derselben ohne jede Grundlage. Mortillet hat in ihnen eine Zwischenform zwischen Menschen und Affen erblickt, die er als „Homosimius" bezeichnete. Aber was heisst das? Wenn es auch sehr wahrscheinlich ist, dass diese tertiären Formen den thierischen Ahnen des heutigen Menschen noch näher gestanden haben werden als die heutigen Menschen selbst, wer sagt uns, dass sie nicht schon die wesentlichen Charaktere des heutigen Menschen in ihrem Körperbau besassen, dass nicht die Entwicklung der specifisch menschlichen Charaktere weit hinter dem oberen Miocän zurückliegt? Vielleicht waren die miocänen Bewohner des Cantal schon so hoch entwickelt, dass wir ihnen unbedenklich den Titel „Mensch" zuertheilen könnten. Eine solche Annahme würde nicht mehr und nicht weniger Wahrscheinlichkeit haben als Mortillets Annahme einer neutralen Zwischenform. Auf der andern Seite was würde uns hindern, in diesen tertiären Wesen eine Nebenlinie der direkten Vorfahrenreihe des Menschen zu sehen? Alles das sind Möglichkeiten, die sich vorläufig weder beweisen noch widerlegen lassen, aus dem einfachen Grunde, weil wir garkeine Berechtigung haben, eine bestimmte Culturstufe auf eine bestimmte somatische Entwicklungsstufe zu beziehen. Solange wir keine somatischen Reste der tertiären Bewohner des Cantal finden, solange bleibt alle Speculation über ihre systematische Stellung ganz ohne Bedeutung. Aus demselben Grunde ist auch jede Verknüpfung mit dem Pithecanthropus von Trinil ohne Werth. Vom einen kennen wir nur die Cultur aber keine somatischen Reste, vom andern nur einen somatischen Rest aber keine Spur seiner Cultur. Es bleibt immer eine Gleichung mit zwei Unbekannten. Dabei kommt nichts heraus. Wir brauchen Geduld und mehr Material.

Halten wir uns also zunächst an das Erfahrungsmaterial bezüglich der Cultur. Dann können wir die eine wichtige Thatsache feststellen, dass die miocäne Bevölkerung des Cantal eine Cultur besass, die unmöglich den Anfang der menschlichen Culturentwicklung gebildet haben kann. Die Auswahl des besten Steinmaterials, die Kenntniss der künstlichen Spaltung und Randbearbeitung des Feuersteins, die Differenzierung specifischer Werkzeugtypen für specielle Zwecke, der Beginn einer zweckmässigen Formgebung der für den Gebrauch bestimmten Kanten, das alles sind Culturerscheinungen, die bereits eine lange Reihe von Erfahrungen voraussetzen.

Berücksichtigt man nun die sehr auffallende und bedeutsame Thatsache, dass die Feuersteintechnik vom Ende des Miocän durch das ganze Pliocän

und das untere Diluvium hindurch unverändert geblieben ist und erst mit dem jüngeren Abschnitt des Diluviums, der durch das Auftreten des Mammuth charakterisiert ist, also im „Strépyien“ und „Chelléen“ eine Weiterentwicklung erfahren hat, so wird man zu dem Schluss gedrängt, dass die Culturfortschritte in jenen entlegenen Zeiten sich äusserst langsam vollzogen haben. Dadurch rücken aber die ersten Anfänge der Cultur weit unter das obere Miocän zurück, zum mindesten bis ins ältere Tertiär. Auf alle Fälle muss vor dem oberen Miocän eine vermuthlich sehr lange Culturperiode angenommen werden, in der man noch nicht verstand, den Stein zu spalten und zu bearbeiten, in der man sich als Werkzeug lediglich des Steines bediente, wie ihn die Natur lieferte. Auch in dieser Periode wird die Auswahl des Gesteinsmaterials und die Auswahl der Form des Steins für einen speciellen Zweck schon einen Entwicklungsfortschritt bedeuten. So zwingen uns unsere neuen Erfahrungen, die Anfänge der Cultur in immer grauere Ferne zurück zu verlegen.

Die Eintheilung der steinzeitlichen Culturstufen.

Im Hinblick auf die im vorigen Capitel festgestellten Thatsachen scheint es mir nothwendig, unser Eintheilungsschema der steinzeitlichen Culturstufen etwas weiter auszubauen.

Ich möchte dabei von vornherein gleich betonen, dass es sich hier nur um die Charakterisierung und Eintheilung der Culturstufen handeln soll, nicht um die Eintheilung der zeitlichen Perioden der Steinzeit. Das ist beides streng auseinander zu halten. Ich hebe das nur hervor, weil seit Mortillet beides vielfach durcheinander gemengt worden ist. Dadurch kann immer nur Confusion entstehen.

Es ist eins von den vielen Verdiensten Rutots, mit allem Nachdruck darauf hingewiesen zu haben, dass Zeitbestimmungen für die einzelnen steinzeitlichen Culturen immer nur auf Grund geologischer Kriterien getroffen werden können, niemals auf Grund der Typen von Culturgeräthen. Das ist ja auch ohne weiteres klar, denn in den verschiedenen Gegenden der Erde haben vielfach die gleichen Culturen zu ganz verschiedenen Zeiten bestanden. Es leben noch heute einzelne Völker mit rein steinzeitlicher Cultur.

Etwas ganz anderes ist es, wenn es sich darum handelt, eine bestimmte Culturstufe zu charakterisieren. In diesem Falle kommen geologische Verhältnisse garnicht in Betracht, sondern allein das Culturinventar. Diese beiden Dinge können wir nicht scharf genug auseinander halten, denn überall, wo sie vermischt werden, entsteht, wie die Geschichte der praehistorischen Forschung zeigt, immer nur wieder Verwirrung.

Hier möchte ich nur auf die Charakterisierung und Unterscheidung der steinzeitlichen Culturstufen eingehen.

Bis in die erste Hälfte des verflossenen Jahrhunderts kannte man nur eine einzige steinzeitliche Cultur. Erst die Entdeckungen von BOUCHER de PERTHES gaben den Anstoss zur Unterscheidung von zwei Culturstufen in der Steinzeit, die bekanntlich von JOHN LUBBOCK 1866 als „palaeolithische" und „neolithische" Periode bezeichnet wurden. Später ist diesen beiden noch eine „eolithische" Periode hinzugefügt worden und zwar zuerst von MORTILLET, der Culturstufen und Zeitstufen vermischend damit die Periode der tertiären Culturen bezeichnete. In den letzten Jahren ist nun die Bezeichnung der „eolithischen" Periode sehr viel verwendet worden, aber wieder in anderem als dem ursprünglichen Sinne und auch nicht immer übereinstimmend. Von den englischen Forschern wurden als „Eolithen" die primitiven Feuersteinmanufacte des Kalkplateaus von Kent bezeichnet und RUTOT hat diese Bezeichnung neuerdings auch in sein System der steinzeitlichen Culturstufen aufgenommen und auf die älteren diluvialen Werkzeuge ausgedehnt. Während aber die einen unter einem „Eolithen" einen Feuerstein verstehen, der nur Gebrauchs- aber keine Bearbeitungsspuren zeigt, schliessen andere, wie RUTOT, in den Begriff „Eolith" ausserdem auch künstlich abgeschlagene und mit Randbearbeitung versehene Feuersteine mit ein und sehen das Charakteristische des „Eolithen" nur in dem Fehlen einer bestimmten Form. In dieser schwankenden Bezeichnungsweise liegt zweifellos ein Missstand.

Mir scheint nun, dass mit der Erfindung der künstlichen Feuersteinspaltung und Randbearbeitung ein ganz ausserordentlicher Culturfortschritt sich vollzogen hat gegenüber der Culturstufe, auf der man einfach die Steine als Werkzeuge verwendete, in der Form, wie die Natur sie bot. Eine Culturstufe, wie ich sie im vorstehenden Capitel bereits für das obere Miocän nachgewiesen habe, kann unmöglich das erste Morgenroth der Culturentwicklung repräsentieren. Eine solche Culturstufe setzt eine lange Entwicklung voraus, Stufen, auf denen die Erfahrungen über die Eigenschaften des verschiedenen Steinmaterials noch nicht gesammelt sind, auf denen man den Stein noch nicht bearbeitet, sondern einfach von der Erde aufnimmt und verwendet, wie man ihn findet. Ich halte es daher für unbedingt nothwendig, innerhalb der ungeheuer langen Culturentwicklung, die der palaeolithischen Cultur voraus geht, einen Schnitt zu machen da, wo die künstliche Bearbeitung des Feuersteins beginnt und den Ausdruck „eolithische" Cultur auf die Stufe zu beschränken, die vor dieser Erfindung liegt. Dann kann man die Stufe, die durch die Kenntnis der künstlichen Spaltung und Randbearbeitung bei noch fehlender Entwicklung einer Gesammtform des Werkzeuges ausgezeichnet ist, zweckmässig als „archaeolithische" Cultur zwischen eolithische und palaeolithische einschieben.

Danach möchte ich folgendes Schema einer Entwicklung der steinzeitlichen Culturen entwerfen, dem ich hier zunächst nur die Benutzungsweise des Steins zu Grunde lege ohne Rücksicht darauf, dass selbstverständlich daneben noch anderer Culturbesitz sich entwickelte.

Schema der Steinculturen.

Eolithische Cultur.	Der Stein wird als Geräth verwendet, wie ihn die Natur bietet, ohne irgendwelche künstliche Bearbeitung. Die Geräthe sind als solche nur an ihren Gebrauchsspuren kenntlich.
Archaeolithische Cultur.	Der Stein wird künstlich gespalten. Die Abschläge werden durch Randbearbeitung zu Geräthen, hauptsächlich zu Schabern hergerichtet, die nur am Gebrauchsrande die Andeutung einer ihrem speciellen Zweck entsprechenden Formgebung zeigen.
Palaeolithische Cultur.	Der Stein wird durch Spaltung, Rand- und Flächenbehauung zu conventionellen Geräthformen verarbeitet, welche die erste Andeutung eines aesthetischen Sinnes zum Ausdruck bringen.
Neolithische Cultur.	Der Stein wird durch Spalten, Behauen, Schleifen, Polieren und künstliche Durchbohrung zu Geräthen von vollendeter Formgebung verarbeitet.

Es ist selbstverständlich, dass die niederen Werkzeugtypen sich auch in allen höheren Culturstufen als remanente Formen erhalten können. So finden wir z. B. eolithische Typen auch in archaeolithischen, palaeolithischen, neolithischen und noch höheren Culturen in Formen von Behausteinen, Kornquetschern, Reibsteinen etc. Ich besitze aus einer Ansiedelung der Völkerwanderungszeit in der Nähe von Göttingen drei Steine von rein eolithischem Charakter, die zusammen neben einer Heerdgrube lagen. Sie dienten, wie aus ihren Gebrauchsspuren ganz unzweideutig hervorgeht, zum Schärfen der Sichel. Die Massenhaftigkeit von eolithischen Typen kann unter Umständen in einer höheren Culturstufe so gross sein, dass man fast eine eolithische Cultur vor sich zu haben glaubt. So kann z. B. in archaeolithischen Culturen die künstliche Spaltung des Feuersteins zur Gewinnung von Abschlägen überflüssig werden, weil an Ort und Stelle genug natürliche Bruchstücke mit scharfen Kanten vorhanden sind, wie das in Rutots „Reutelienstufe“ der Fall ist. Dass es sich hier trotzdem um eine archaeolithische Cultur handelt, erkennt man dann nur an der Verwendung der Randbearbeitung. Im Uebrigen hat die ganze Cultur eolithischen Charakter. Ja, wir müssen sogar sagen, dass eine völlig reine eolithische Cultur bisher noch nicht einmal gefunden worden ist. Um solche zu suchen, müssen wir offenbar viel weiter zurückgehen in der Erdgeschichte als bisher, denn die älteste Cultur, die wir bis jetzt mit Sicherheit kennen, die Cultur des obersten Miocän ist bereits eine Cultur von sehr ausgesprochenem archaeolithischem Typus. Dass aber in der Entwicklungsgeschichte der menschlichen Cultur rein eolithische Culturen der archaeolithischen Stufe des oberen Miocän irgend wann einmal vorausgegangen sein müssen, das beweist nicht nur das Vorhandensein von remanenten eolithischen Typen in höheren Stufen, sondern auch die bekannte von Schweinfurth[1]) und Anderen beobachtete Thatsache, dass auch Affen gelegentlich

1) G. Schweinfurth: „Kieselartefacte in der diluvialen Schotter-Terrasse und auf den Plateau-Höhen von Theben.“ In Zeitschr. f. Ethnol. Bd. 34, Jahrg. 1902, pag. 302.

Steine, wie sie die Natur ihnen bietet, als Werkzeuge zum Schlagen benutzen. Herr Prof. Schweinfurth theilt mir auf meine Anfrage freundlichst mit, dass die von ihm beobachteten Paviane auf Granitblöcken sassen und auf diesen mit den massenhaft umherliegenden Klopfsteinen aus demselben Material ihre Fruchtkerne aufklopften. Uebrigens sei das eine allen Jägern, die in Afrika reisten, wohlbekannte Erscheinung. Hier haben wir also bei Affen eine rein eolithische Benutzungsweise des Steins, die noch nicht einmal zur Kenntniss und Auswahl des Feuersteins gelangt ist. Einen derartigen Ausgangspunkt werden wir auch für die Entwicklung der menschlichen Steincultur anzunehmen haben. Aber wenn wir diese ersten primitiven Stadien der Culturentwicklung finden wollen, dürfen wir nicht im oberen Tertiär oder gar im Diluvium danach suchen. Sie können nur in Schichten erwartet werden, die weit hinter dem oberen Miocän zurückliegen. Freilich wird es, je weiter wir zu den wirklichen Anfängen der Culturentwicklung hinabsteigen, um so schwieriger die Spuren des Gebrauchs an den Werkzeugsteinen zu erkennen, denn sie werden nur schwach sein, da die Steine bei der Massenhaftigheit des Materials kaum lange genug gebraucht sein werden, um stärkere Abnutzungsspuren zu tragen. Immerhin dürfen wir erwarten, dass sich auch in Bezug auf diese feinsten Zeichen der Werkzeugnatur unser Blick noch wesentlich schärfen wird, wie es ja auch erforderlich war für die Entdeckung und Anerkennung der spättertiären und altdiluvialen Feuersteingeräthe. Erkennen wir ja doch auch hier die Werkzeuge von rein eolithischem Charakter schon heute allein an ihren Gebrauchsspuren. Jedenfalls ist es unsere Aufgabe in Zukunft das Augenmerk mehr auf die unter dem obersten Miocän gelegenen Landablagerungen zu richten, die unter Bedingungen entstanden, welche die Existenz menschenähnlicher Wesen gestatteten. Will es der Zufall, so finden wir auch somatische Reste.

Tafelerklärung.

Die Figuren auf den folgenden Tafeln sind sämmtlich Reproduktionen von photographischen Aufnahmen in natürlicher Grösse. Wer jemals versucht hat primitive Feuersteinwerkzeuge, an denen nicht die Gesammtform, sondern die kleinen Einzelheiten das wesentliche Moment bilden, photographisch darzustellen, wird wissen, mit welchen Schwierigkeiten das verbunden ist und wie man vielfach überhaupt auf die Wiedergabe von einzelnen Erscheinungen verzichten muss, wenn man nicht endlose und unübersichtliche Reihen von Aufnahmen desselben Objekts in verschiedener Lage reproducieren will. Ich bin daher meinem Freunde und Collegen Prof. Kallius zu ganz besonderem Dank verpflichtet, dass er mir seine Zeit und Mühe geopfert hat, um mich bei diesen photographischen Aufnahmen zu unterstützen. Die Photographie habe ich zur Darstellung der Objekte auf den Tafeln gewählt, weil ich jede subjective Beeinflussung der wirklichen Verhältnisse durch Abzeichnen oder Hervorheben des Wichtigen und Weglassen des Nebensächlichen vermeiden wollte. Die Figuren sind sämmtlich unretouchiert wiedergegeben worden, wie der photographische Apparat sie sah. Einzelne Typen von Objekten habe ich im Text als Zinkätzungen noch einmal reproduciert. Auch diese Figuren sind wie die Tafelfiguren sämmtlich in natürlicher Grösse.

Tafel I.

Zwölf mittelgrosse und kleinere Abschläge von der Vorderseite (a) und Rückseite (b). Die Vorderseite zeigt ausnahmslos die sehr deutliche Schlagbeule (Bulbus), zum Theil auch die Schlagnarbe (Fig. 3, 8, 11, 12), die Rückseite fast überall deutlich die Schlagmarken früherer Abschläge. No. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12 stammt vom Puy de Boudieu, No. 8 von Veyrac, No. 11 von Belbex.

Tafel II.

Fünf grössere und mittelgrosse Abschläge ebenso, sämmtlich vom Puy de Boudieu.

Tafel III.

Gradschaber, die sämmtlich aus Abschlägen hergestellt sind. a Vorderseite, b Rückseite, c Schabekante.

Fig. 1. Ein Abschlag mit starker Schlagbeule, dessen breite Kante als Schabekante gedient hat und sehr deutlich (c) die sämmtlich nach derselben Seite gerichteten Spuren der Gebrauchsabnutzung zeigt, während die Schmalseiten haarscharf sind ohne jede Ausschartung. Auf der Rückseite (b) sind die Schlagmarken von 5 vorhergehenden Abschlägen zu sehen, die sämmtlich in der gleichen Richtung abgespalten sind, und an der Schabekante noch ein Stück der Rinde.

Fig. 3. Ein grosser dicker Abschlag mit Schlagbeule (a). Die Schmalseiten sind völlig scharf und ohne jede Ausschartung, die breite Kante unten ist durch zahllose ausnahmslos in gleicher Richtung aufgesetzte Schläge von ihrer Rinde befreit worden und zeigt ausser der Bearbeitung auch Gebrauchsabnutzung. Bei c ist im unteren Abschnitt noch der Rest der Rinde erkennbar. Auf der Rückseite (b) erscheinen die Schlagmarken von 5 vorhergehenden Abschlägen sowie links oben Splitterbrüche.

Fig. 4. Ein grösserer Abschlag, von dem die Schlagbeule abgeschlagen ist, der aber, wie die Rückseite (b) zeigt, an zwei bei der Spitze zusammenstossenden Rändern durch zahlreiche gleichgerichtete Schläge zum Schaben bearbeitet ist und Gebrauchsspuren aufweist. Ausserdem ist auf der Rückseite durch zahlreiche Schläge eine über die Fläche nach oben steigende Gratkante entfernt und abgestumpft worden. Deutliches Beispiel der Handanpassung. Das Stück könnte auch als Spitzschaber gedient haben.

Fig. 2. Ein Abschlag, dessen breite Kante durch einseitig gerichtete Schläge bearbeitet ist und Gebrauchsspuren zeigt (c). Die eine Schmalseite (a links, b rechts) ist ebenfalls durch einseitige Randbearbeitung zu einem flachen Hohlschaber umgeformt worden, so dass das Stück zugleich Gradschaber und Hohlschaber vorstellt.

Tafel IV.

Spitzenschaber und Hohlschaber.

Fig. 1. Spitzschaber, der aus einem Abschlag mit parallelen Flächen durch Herausarbeiten der Spitze mittels zahlreicher gleichgerichteter Schläge hergestellt ist. Von beiden Flächen (a und b) dargestellt, um die einseitige Bearbeitung kenntlich zu machen.

Fig. 2. Desgleichen mit kürzerer Spitze.

Fig. 3. Desgleichen mit schärferer Spitze.

Fig. 4. Grosser aus einer natürlichen Platte hergestellter Spitzschaber, der vielleicht auch als Hacke gedient haben mag, mit sehr deutlich durch zahlreiche gleichgerichtete Schläge herausgearbeiteter Spitze.

Fig. 5. Flacher Hohlschaber a von vorn, b von hinten gesehen, der aus einem Abschlag durch einseitige Bearbeitung des einen Randes (bei a links, bei b rechts) hergestellt ist.

Fig. 6. Hohlschaber a von vorn, b von hinten. Ebenfalls aus einem Abschlag gemacht.

Fig. 7. Hohlschaber mit sehr stark concaver Schabekante. Ebenfalls aus einem Abschlag hergestellt. a von vorn (deutliche Schlagbeule), b von hinten.

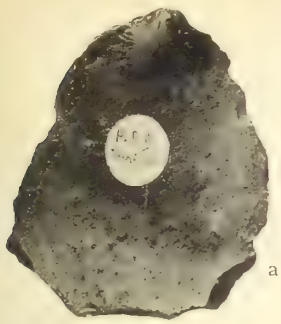
Fig. 8. Desgleichen.

Fig. 9. Schaber mit unregelmässiger Schabekante. Ebenfalls aus einem Abschlag mit deutlicher Schlagbeule (a) hergestellt, der auf der Rückseite noch die Rinde trägt, die nur an der Schabekante durch zahlreiche Schläge von der Vorderseite her entfernt ist.

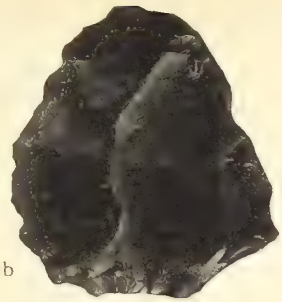
Tafel V.

Fig. 1. Grösseres spitzes Instrument zum Hauen oder Hacken, das aus einer natürlichen Platte hergestellt ist. Die Spitze ist durch sorgfältiges Behauen mit zahllosen gleichseitig gerichteten Schlägen herausgearbeitet worden, wie die Vorderansicht (b) der Spitze zeigt.

Fig. 2. Grösserer Schaber, der durch einseitige Behauung fast des ganzen Umfangs hergestellt ist.



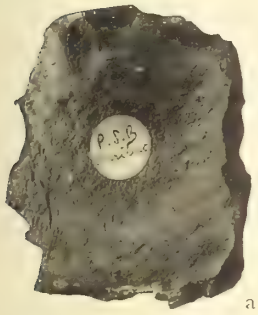
1 a



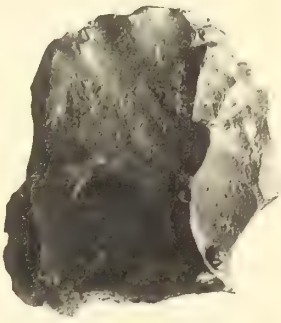
1 b

2 a

2 b

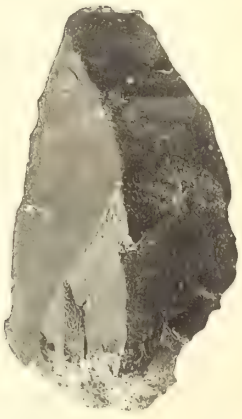


3 a



3 b

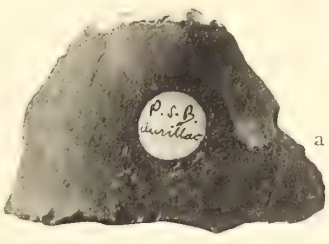
4 a



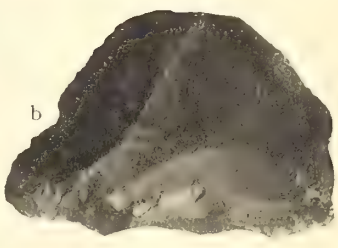
4 b

5 a

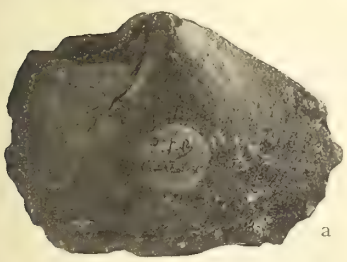
5 b



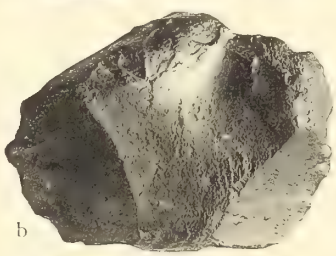
6 a



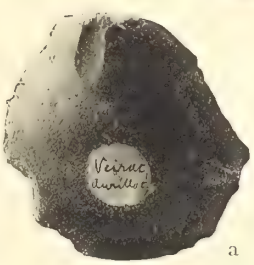
6 b



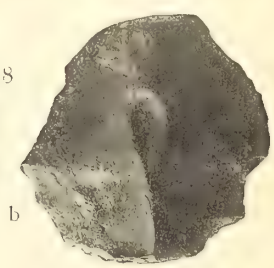
7 a



7 b

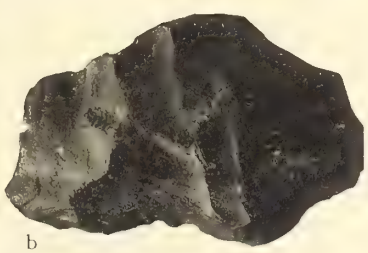


8 a

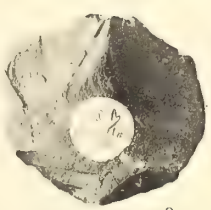


8 b

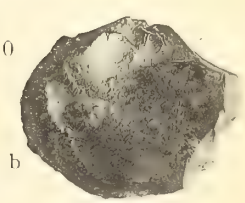
9 a



9 b

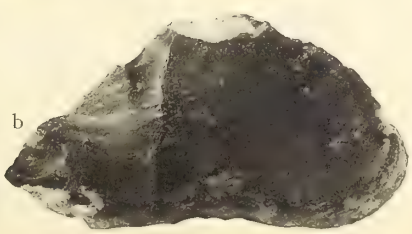


10 a

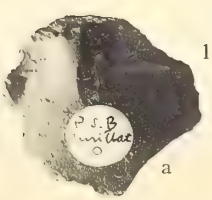


10 b

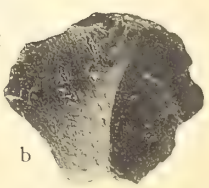
11 a



11 b

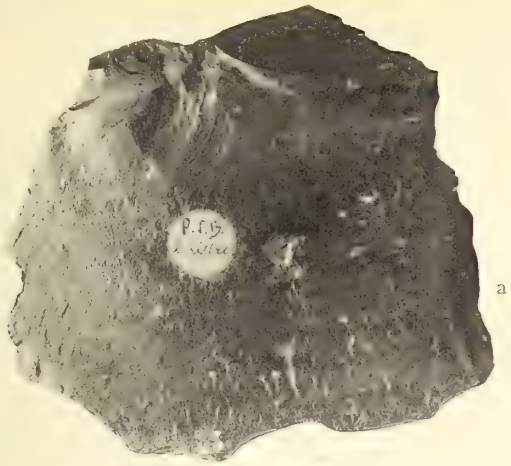


12 a

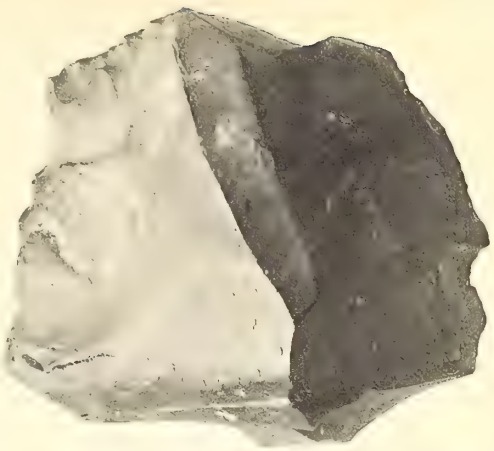


12 b

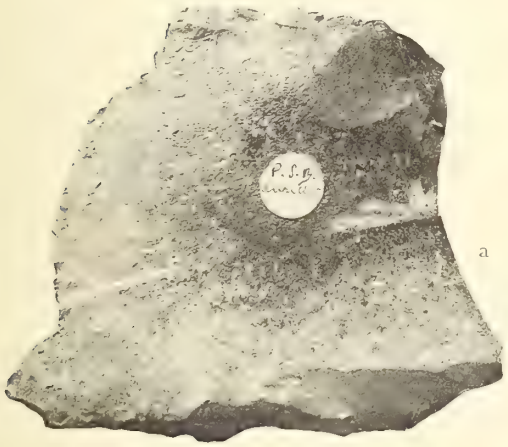
Weidmannsche Buchhandlung, Berlin. Lichtdruck von A. Frisch, Berlin W. 35.



1 a

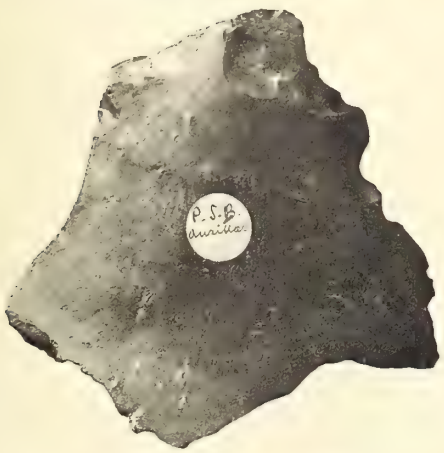


1 b

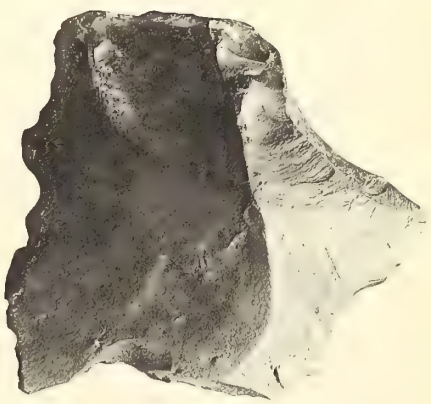


2 a

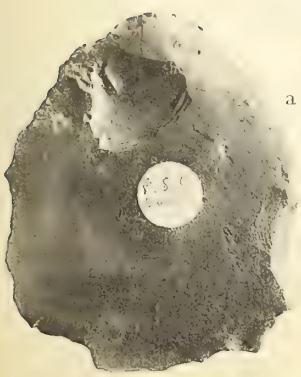
2 b



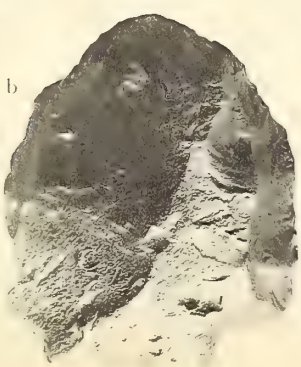
3 a



3 b

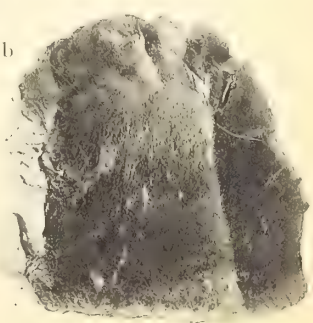


4 a



4 b

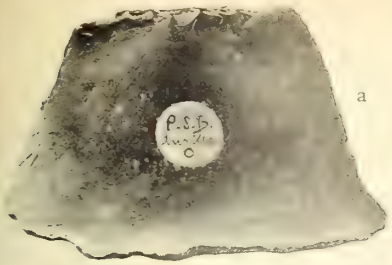
5 a

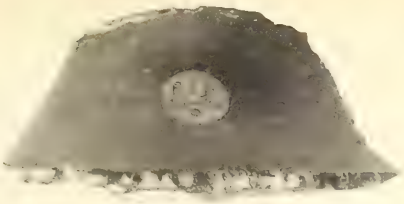


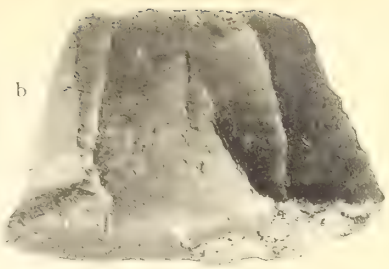
5 b

Weidmannsche Buchhandlung, Berlin.

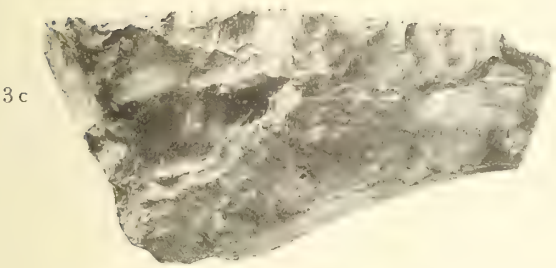
Lichtdruck von A. Frisch, Berlin W. 35.

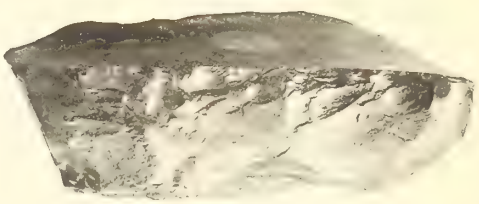


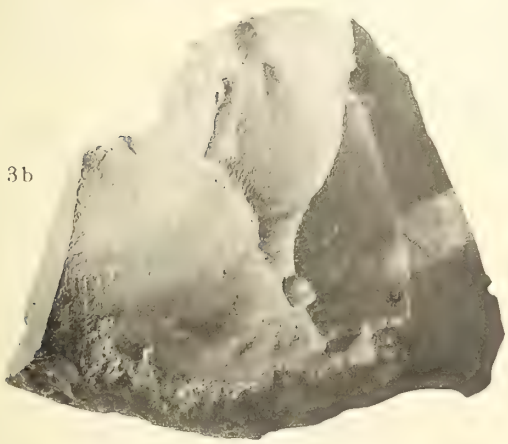


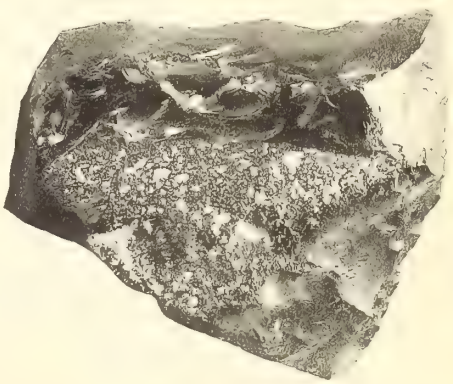


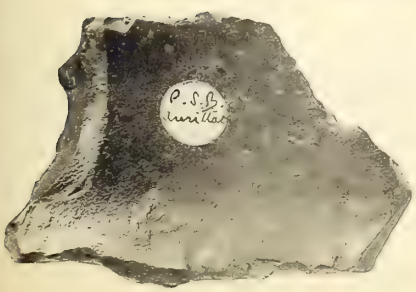
1

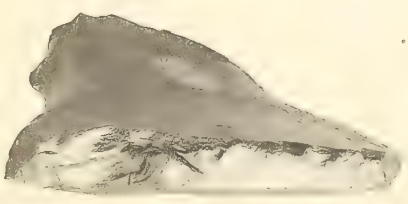


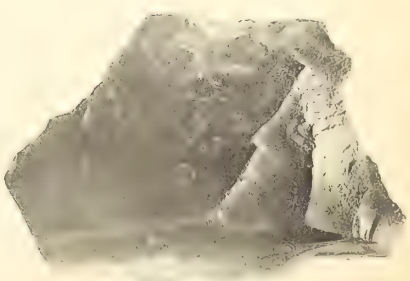








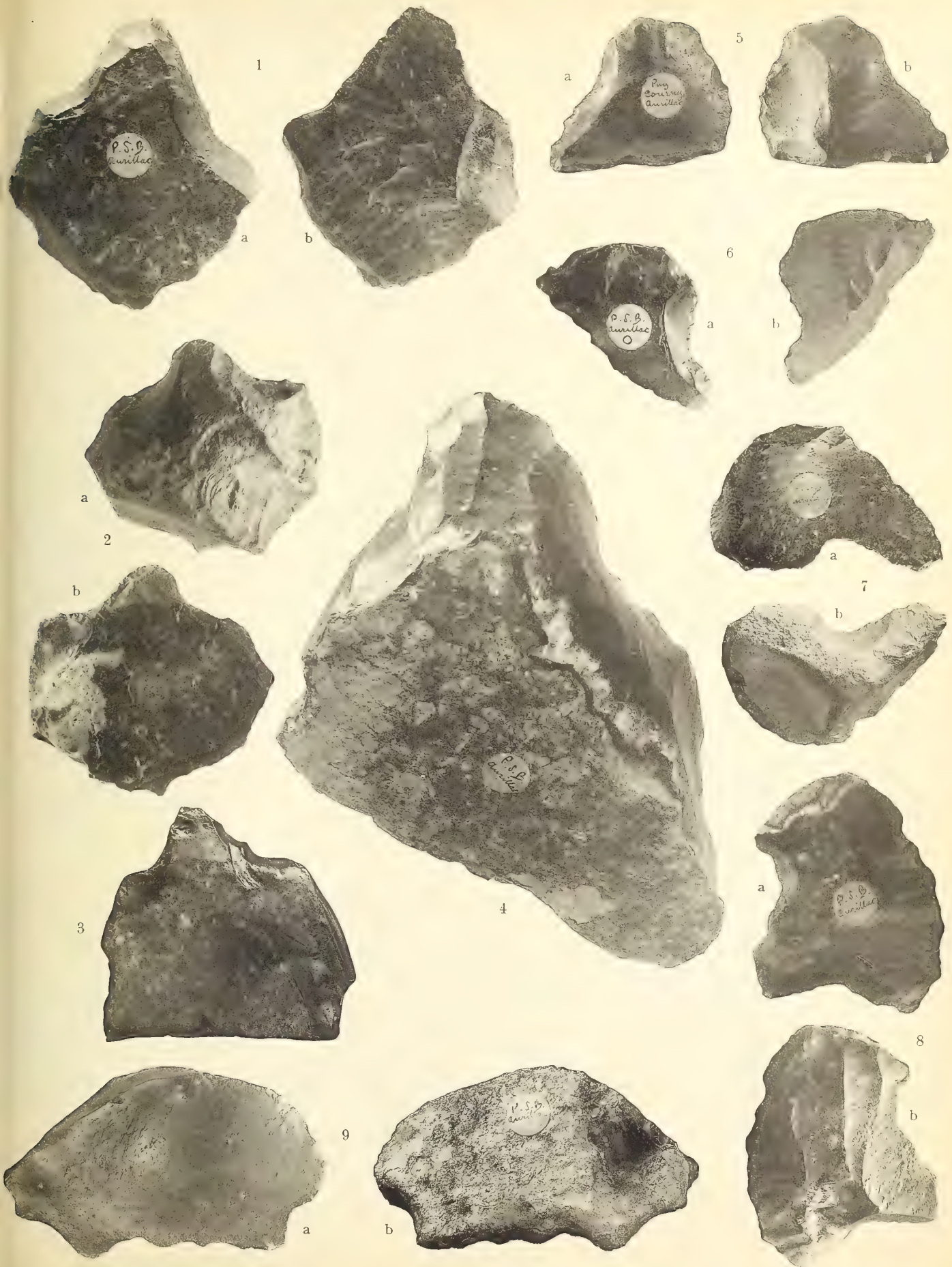




2

Weidmannsche Buchhandlung, Berlin.

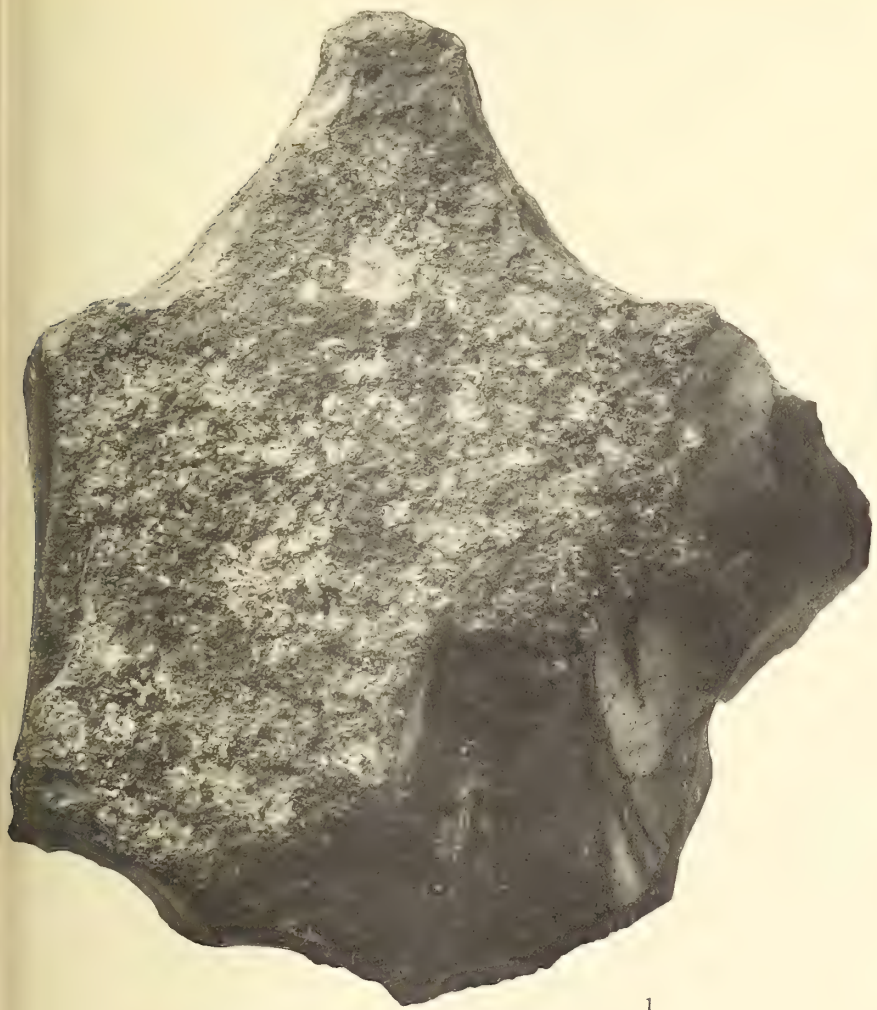
Lichtdruck von A. Frisch, Berlin W. 35.



Weidmannsche Buchhandlung, Berlin.

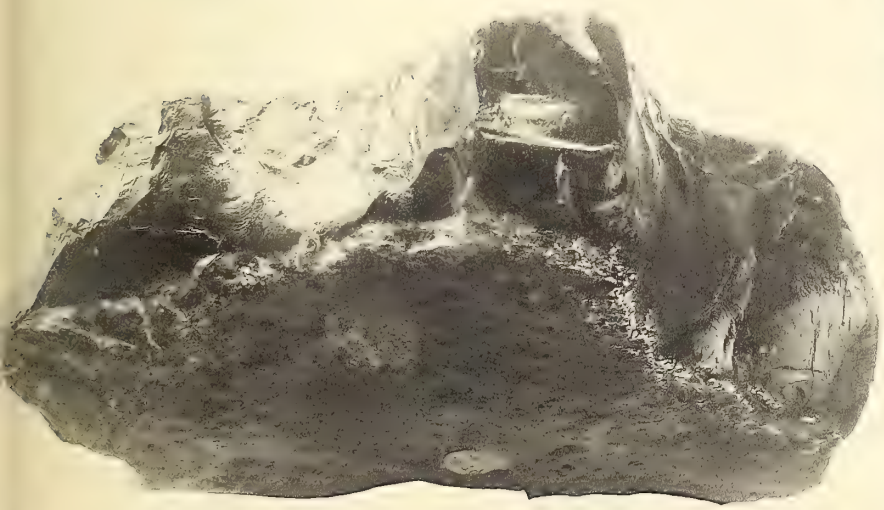
Lichtdruck von A. Frisch, Berlin W. 35.

a



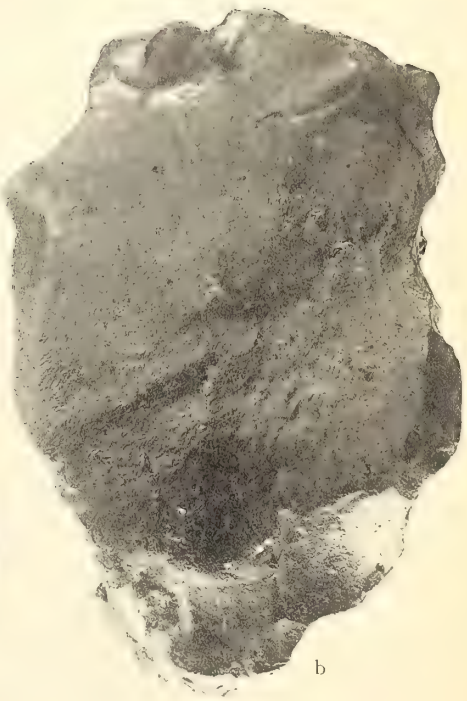
1

b



a

2



b

Weidmannsche Buchhandlung, Berlin.

Lichtdruck von A. Frisch, Berlin W. 35.

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Kehr, P.,** *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 3. **Bonwetsch, N.,** *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Bd. No. 4. **Wellhausen, J.,** *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 5. **Hultsch, Fr.,** *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I Bd. No. 7. **Leo, Fr.,** *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 8. *Asadî's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von **Paul Horn.** 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Bd. No. 1. **Wellmann, M.,** *Krateuas.* Mit zwei Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Bd. No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben v. **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 3. **Schulten, Adolf,** *Die Lex Manciana,* eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 4. **Kaibel, Georg,** *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΔΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 5. **Bechtel, Fr.,** *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen,* die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 7. **Schulten, Adolf,** *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Bd. Nr. 8. **Roethe, Gustav,** *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Bd. Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek.** 4. (77 S.) 1899. 5. M.

III. Bd. Nr. 2. **Marquardt, J.,** *Ērānšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch-kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Bd. No. 3. **Achelis, H.,** *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Bd. No. 1. **Tüselmann, Otto,** *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Bd. No. 2. **Schulten, Adolf,** *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1 Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Bd. No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.,** *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Bd. No. 4. **Rahlfs, Alfred,** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Bd. No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Bd. No. 6. **Lüders, Heinrich,** *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Bd. No. 1. **Roethe, Gustav,** *Brentanos ‚Ponce de Leon'*, eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 2. **Wellhausen, J.,** *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann.** 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.,** *Materialien zur Kenntnis des Apabhraṁśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm,** *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl,** *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit 2 Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

Fortsetzung umstehend.

Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563-1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pedro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 4. 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* 4. (X u. 76 S.) 1904. 8 M.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 2. **Frensdorff, F.,** *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 3. **Schulthess, Fr.,** *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjaden-Moschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln. 4. (138 S.) 1905. 12 M.

VIII. Bd. No. 4. **Schulten, A.,** *Numantia.* Eine topographisch-historische Untersuchung. Mit 3 Karten. 4. (X u. 112 S.) 1905. 10 M.

VIII. Bd. No. 5. **Leo, Fr.,** *Der Saturnische Vers.* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 6. **Schwartz, E.,** *Christliche und jüdische Ostertafeln.* Mit 3 Tafeln. Im Druck.

Mathematisch-physikalische Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897. 5 M.

Nachtrag dazu. 4. (S. 49 — 65 mit Tafeln V—VII.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. (171 S.) 1898. 16 M.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung relativer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Sehnenlängen ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn u. Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Plänen der Sternwarte nebst Verzeichniss der grösseren Instrumente. 4. (26 S.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte in Göttingen verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900. 9 M.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.,** *Theorie der automatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1903. 8 M.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba Typus.* 4. (153 S.) 1902. 15 M.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1902. 6 M.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Theories of Heat.* 4. (68 S.) 1903. 6 M.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E.,** *Neuseeländische Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (79 S.) 1904. 10 M.

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.,** *Ueber die Untere Kreide Helgolands und ihre Ammonitiden.* Mit 4 Tafeln. 4. (63 S.) 1904. 4 M.

III. Bd. No. 3. **Schur u. Ambronn,** *Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsoldschen 6zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* 4. (126 S. u. 2 Taf.) 1905. 12 M.

III. Bd. No. 4. **Brendel, M.,** *Theorie des Mondes.* Im Druck.

III. Bd. No. 5. **Linke, F.,** *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten.* Mit 4 Tafeln 4. (30 S.) 1904. 6 M.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. 4. (31 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegelteleoscope. Mit 9 Fig. 4. (28 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 3. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* III. Ueber die astrophotographischen Objekte. Mit 10 Fig. 1905. Im Druck.

IV. Bd. No. 4. **Verworn, M.,** *Die archaeolithische Cultur in den Hipparionschichten von Aurillac. (Cantal).* 1905. Im Druck.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 5.

Vermessung der Umgebung des Orionnebels.

Von

Dr. Br. Meyermann.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1906.

ABHANDLUNGEN
DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.
NEUE FOLGE BAND IV. Nro. 5.

Vermessung der Umgebung des Orionnebels.

Von

Dr. Br. Meyermann.

Berlin.
Weidmannsche Buchhandlung.
1906.

Vermessung der Umgebung des Orionnebels.

Von

Dr. Br. Meyermann.

Mit einer Tafel.

Vorgelegt in der Sitzung vom 13. Januar 1906.

Die vorliegende Arbeit behandelt die Ausmessung der relativen Lage der Sterne bis 8.5 Grösse im Gebiete des Orionnebels. Die Tatsache, dass in unmittelbarer Nähe grosser Nebel häufig ein auffallender Sternenmangel herrscht, legt die Vermutung nahe, dass dieser Erscheinung ein tieferer ursächlicher Zusammenhang zu Grunde liegt. Zur Aufklärung der Frage wird namentlich das Studium der Eigenbewegungen dienen können und hierfür soll in Bezug auf den Orionnebel die nachfolgende Arbeit einen Beitrag liefern. Da die Lösung der Aufgabe nur von der Beobachtung einer grossen Anzahl schwacher über das Nebelgebiet zerstreuter Sterne zu erwarten ist, so wird sich dieselbe schliesslich nur durch Ausmessung photographischer Aufnahmen erreichen lassen. Meiner Arbeit liegt die Absicht zu Grunde, für ein solches Vorhaben eine grössere Anzahl von Fixpunkten zu liefern, an welche auf der Platte die schwächeren Sterne angeschlossen werden können. Eine solche ausgedehnte Vermessung würde vielleicht schon jetzt einen Ueberblick geben können über die vorhandenen Eigenbewegungen, denn es existiert bereits eine Vermessung der Sterne bis 15. Grösse, die sich über das ganze Gebiet des Nebels erstreckt, von G. P. Bond in den Annalen des Harvard College Observatoriums Band V. Es finden sich dort von 1101 Sternen die α- und δ-Differenzen gegen den Centralstern Θ Orionis. Die Messungen sind angestellt worden in Zonen von je 10′ Breite. Bei feststehendem Refraktor wurden die α-Differenzen durch die Sterndurchgänge durch feste Fäden, die δ-Differenzen durch Schätzen mit Hülfe einer feinen Glasskala im Gesichtsfelde bestimmt. Durch das Zusammensetzen der vielen Zonen leidet zwar die Genauigkeit der schliesslich sich ergebenden α- und δ-Differenzen gegen den Centralstern, doch könnten diese trotzdem schon zu einem gewissen Urteil über Eigenbewegungen führen, wenn sie mit neuen exakten Messungen verglichen würden. Pickering hat in seiner Bearbeitung des Orionnebels (Annl. des Har-

vard Col. Obs. Bd. 32) dem Verzeichnisse Bonds noch 146 weitere Sterne hinzugefügt, deren Positionen jedoch nicht auf mikrometrischen Messungen beruhen. Bezüglich der Sterne im centralen Gebiete des Nebels sei erinnert an die Sternverzeichnisse von J. Herschel (Results of astr. obs. made 1834—38 at the Cape of good Hope, London 1847), Lassell (Mem. of the astr. Society, London XXIII), Liapunow-Struve (Observations de la grande nébuleuse d'Orion, Petersburg 1862).

Ueber die Göttinger Messungen sei schon hier erwähnt, dass sie im allgemeinen unter ungünstigen Verhältnissen stattgefunden haben. Die mittlere Declination von $-5^{0}.5$ beschränkt für unsere Breite den Stundenwinkel und damit den Teil des Jahres, in dem überhaupt gemessen werden kann, schon wesentlich. Da ausserdem die letzten Winter ausserordentlich wenig Beobachtungsnächte aufwiesen, und ich die Arbeit möglichst schnell abschliessen wollte, war ich gezwungen, oft auch bei zweifelhaftem Wetter zu messen, um im Beobachtungsmaterial keine Lücken übrig zu behalten. Auch die Zahl der Beobachtungen in einer Nacht ist dadurch oft grösser geworden, als dies mit Rücksicht auf die eintretende Ermüdung unter normalen Verhältnissen hätte geschehen dürfen. Es ist dies besonders in der Beobachtungsperiode 1903/04 der Fall, in deren erster Hälfte von September bis Dezember 22 nur 2 Abende brauchbar waren. In den wenigen dann folgenden klaren Nächten habe ich meist 20—30 und mehr Distanzen gemessen.

Die Zahlen zur Angabe der Bild-Ruhe und Schärfe werden wahrscheinlich nicht ohne weiteres mit den üblichen zu vergleichen sein, da sie wohl stark subjektiv beeinflusst sind durch die Lage der Dinge, und ich jedenfalls daher leichter geneigt war, die Bilder als genügend (3) anzusehen, als ich es in einem andern Falle getan hätte.

Die Messungen selbst sind nach dem an der hiesigen Sternwarte stets benutzten Verfahren angestellt. Bezüglich des Näheren verweise ich auf das von Schur in den Mitteilungen der Sternwarte Bnd. IV S. 3—14 gesagte.

Im Folgenden beginne ich mit den Beobachtungen, die zur Ableitung der Reduktions-Konstanten gemacht worden sind, und zwar erstrecken sich diese Untersuchungen auf:

1) Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur.
2) „ „ Distanzmessungen von den Aenderungen der Ocularstellung.
3) „ „ Distanzmessungen von der Temperatur.
4) Systematische Correktionen der Messungen.
5) Ableitung des definitiven Skalenwertes.

Darauf folgen dann:

6) Die Messungen der Oriondistanzen.
7) Die Ableitung der Sternpositionen.
8) Der Vergleich mit früheren Beobachtungen.

I. Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur.

Die Ableitung der Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur geschah in der gleichen Weise, wie sie bisher nach Verabredung zwischen Professor Schur und Ambronn am hiesigen Heliometer ausgeführt wurde. Es wird durch symmetrisch ausgeführtes Hinein- und Herausschrauben des Ocularstutzens auf geeignet enge Doppelsterne focusiert bei sehr verschiedenen Temperaturen, und die betreffende Ocularstellung an der Auszugskala abgelesen. Diese Ablesungen geben nur dann die Verschiebungen der Focalebene gegen den Index der Auszugskala, wenn das System Auge-Ocular für alle Temperaturen als unveränderlich betrachtet werden kann. Es wäre für mich wahrscheinlich ratsamer gewesen, eine feste Marke im Gesichtsfelde anzubringen und auf diese zuerst das Ocular zu focusieren. Denn die bekannten Bedenken gegen das obige Verfahren fallen bei mir besonders ins Gewicht infolge einer grossen Accommodationsfähigkeit des Auges, durch welche die deutliche Sehweite des letzteren wahrscheinlich in besonderem Masse unkontrolierbaren persönlichen Einflüssen unterworfen ist. Da mir dies jedoch erst auffiel, nachdem ein Teil der Beobachtungen fertiggestellt war, bin ich bei dem begonnenen Verfahren geblieben, um einen Wechsel innerhalb der Beobachtungsreihe selbst zu vermeiden.

Die Temperatur des Heliometers wurde bestimmt durch 3 Thermometer, von denen sich das eine (0) in unmittelbarer Berührung mit den Metallteilen des Objektivkopfes, das zweite (o) am Ocularende, gegen die strahlende Wärme des Beobachters durch eine Metallhülse geschützt, und das dritte J am oberen Ende der Instrumentensäule befindet. Die an ihnen abgelesenen Temperaturen wurden in der Weise zum Mittel vereinigt, dass 0 das Gewicht 4, o und J je das Gewicht 1 erhielten. Auf diese Weise ist die vor allen Dingen wesentliche Temperatur des Objektives hinreichend berücksichtigt. Im übrigen ist im vorliegenden Falle die Art der Mittelbildung von nicht sehr grossem Einfluss auf das Mittel, da es sich um Nachtbeobachtungen handelt, bei denen die Unterschiede in den Angaben der Thermometer nicht die grossen Werte erreichen, wie sie z. B. bei Sonnenbeobachtungen die Regel bilden.

In folgender Zusammenstellung gebe ich die ausgeführten Focusbestimmungen wieder. In der Rubrik: Focus steht das Mittel aus je 10 Einstellungen, unter Temperatur das Mittel der, wie oben angegeben, gefundenen Temperaturen zu Anfang und zu Ende einer jeden Beobachtungsreihe.

Focusierungen auf Doppelsterne.

Datum	Stern	Temperatur	Focus	Bildgüte R.	Bildgüte S.	Datum	Stern	Temperatur	Focus	Bildgüte R.	Bildgüte S.
1902 Oct. 22	ζ Aquar.	+ 7.1	21.58	3	3	Mai 27[2])	ζ urs min.	+ 15.1	(21.62)	4	4
22	ε Ariet.	+ 6.1	21.56	3	3	Juni 25	λ Ophi.	+ 16.8	21.84	3	3
23	ζ Aquar.	+ 6.0	21.68	3	3	Juli 11	221 Ceph.	+ 18.6	21.83	3	3
23	ε Ariet.	+ 5.7	21.56	3	3	Sept. 6	π Aquil.	+ 21.9	22.03	3	3
29	12 Lync.	+ 3.3	21.69	3	3	Oct. 20	ε Ariet.	+ 5.6	21.62	2-3	2-3
31	ε Ariet.	+ 6.4	21.60	4	4	23	ε Ariet.	+ 8.4	21.52	1-2	1-2
Nov. 16	ζ Aquar.	+ 4.2	21.68	3-4	3-4	Dez. 30	42 Ceti.	— 4.1	21.39	3	3
17	12 Lync ?	+ 1.0	21.50	3	3	1904 Jan. 2	42 Ceti	— 2.5	21.46	3-4	3-4
18	12 Lync.	— 4.2	21.59	3	3	März 15	12 Lync.	— 0.2	21.41	2	2
20[1])	5 Lyrae.	— 2.3	(21.79)	3	3	16	12 Lync.	+ 0.7	21.37	3	3-4
21	5 Lyrae.	— 2 4	21.55	2	1	20	Σ 941	+ 6.9	21.55	3	3
21	ε Ariet.	— 6.5	21.42	2-3	2-3	28	Σ 941	+ 8.5	21.72	3	3
Dez. 9	ε Ariet.	— 7.4	21.22	3	2-3	Juni 13	70 p Ophi.	+ 17.4	21.97	3	3
13	ε Ariet.	— 6.0	21.31	2	2	13	70 p Ophi.	+ 17.1	21.84	3	3
1903 Jan. 13	ε Ariet.	— 4.3	21.40	3	3	14	70 p Ophi.	+ 19.8	22.05	3	3
16	ε Ariet.	— 2.2	21.38	3-4	3-4	14	70 p Ophi.	+ 19.8	21.98	3	3
18	ε Ariet	— 3.2	21.34	3	3	29	λ Ophi.	+ 11.7	21.75	3	3
31	ζ Cancri	+ 1.3	21.51	3	3	29	λ Ophi.	+ 11.2	21.96	3	3
März 10	ζ Cancri	+ 2.0	21.54	3	3						
13	ζ Cancri	+ 3.2	21.57	3	2-3						

Die Bestimmungen erstrecken sich über ein Temperaturintervall von fast 30°.

Schliesst man an die beobachteten Ablesungen N_t nach der Methode der kleinsten Quadrate die Formel an:

$$N_t = N_0 + c \cdot t$$

wobei N_0 die Ablesung bei 0°, c den Temperaturcoefficienten der Ocularstellung für 1° bedeutet, so erhält man:

$$N_0 = 21.497 \pm 0.017 \text{ m. F},$$

und

$$c = 0.0236 \pm 0.0017 \text{ m. F}.$$

Die entsprechenden Ausdrücke lauten bei Schur:

$$N_0 = 21.18 \pm 0.02$$
$$c = +0.0192 \pm 0.0018$$

bei Ambronn:

$$N_0 = 21.40 \pm 0.02$$
$$c = +0.0252 \pm 0.0012$$

1) Nov. 20. kurz nach dem Oeffnen.

2) Mai 27. Stern nur wegen seiner grossen Distanz zu trennen, sonst heute focusieren unmöglich (beide Focusierungen sind bei der Ausgleichung nicht mit verwertet).

Da die Kurzsichtigkeit der drei Beobachter bekannt ist, lassen sich die bezüglichen Normalstellungen in solche für ein normales Auge umrechnen. Die Brennweite des Oculars ist etwa 1 cm. Nach einem beim Heliometer gefundenen Kneifer Schurs benutzte dieser für das rechte Auge ein Glas von 4.25 Dioptrien, Professor Ambronn gebraucht ein solches von 2.0 und ich von 1.25 Dioptrien. Hiermit ergeben sich für die drei Beobachter die Correctionen an obigen Normalstellungen auf normales Auge zu:

$$\begin{aligned} \text{Schur} &= +0.4 \\ \text{Ambronn} &= +0.2 \\ \text{Meyermann} &= +0.1 \end{aligned}$$

In zufällig völliger Uebereinstimmung würde sich hieraus die Ocularstellung für ein normalsichtiges Auge zu 21.60 ergeben.

Es geht hieraus hervor, dass alle drei Beobachter bei 0° etwa auf den gleichen Punkt des Lichtkegels eingestellt haben. Auffallend ist die Differenz der Coefficienten c, welche sich erklären liesse durch

1) eine Abhängigkeit der Augen der Beobachter von der Temperatur,

2) Aenderungen in der Konstitution des Strahlenbüschels mit der Temperatur, die so gross wären, dass einer verschiedenen Auffassung derselben durch die verschiedenen Beobachter genügend Raum gegeben wäre.

Zu 1) möchte ich bemerken, dass ich eine solche Abhängigkeit für sehr gut möglich halte. In welcher Weise ein Auge von der Temperatur beeinflusst wird, lässt sich hier nicht entscheiden, doch kann man sich denken, dass die nur wenig durch direkte Blutcirkulation temperierte Hornhaut in ihren optischen Eigenschaften abhängig ist von der Temperatur der Aussenluft, und dass ferner die Grenzen der Accommodationsfähigkeit nach einer oder nach beiden Seiten hin beeinflusst werden.

Bezüglich 2) verweise ich auf das im Abschnitte III zu sagende.

II. Abhängigkeit der Distanzmessungen von der Aenderung der Ocularstellung.

Ist eine Distanzmessung ausgeführt bei der Temperatur t und mit der Ocularstellung 0 statt mit der dieser Temperatur entsprechenden Normalstellung N_t, so ist die Distanz zu reduzieren wegen der Differenz $N_t - O$ und zwar nach dem Ausdrucke:

$$F(N_t - O)\frac{S}{100}$$

wo $F = \frac{1}{f}$ die reciproke Brennweite des Heliometers und S die gemessene

Distanz bedeutet. Derselbe ergibt sich unmittelbar aus der Annahme, dass die Ebene, in der man misst, stets in derselben Entfernung vor dem Ocular liegt. Dieser Ausdruck stimmt im allgemeinen mit dem aus direkten Messungen gefundenen nicht überein in sofern, als der Faktor F von dem theoretischen durch die reciproke Brennweite gegebenen Werte abweicht. Wir wollen statt F den Wert Fz, wo z eine von 1 wenig verschiedene Grösse sein wird, setzen. Man bestimmt z in der Weise, dass man eine grosse Distanz misst in zwei Ocularstellungen, die möglichst weit vor und hinter der Normalstellung liegen. Man kann einigermassen voraussagen, wie der Faktor z ausfallen wird. Geht man nur 1 mm aus der Normalstellung heraus, so ist das Sternbild bereits wesentlich geändert. Sicherlich wird das Auge unwillkürlich versuchen, nach der Seite des scharfen Bildes hin zu accommodieren. Es wird die Differenz der abgelesenen Ocularstellungen $O_1 - O_2$ wesentlich grösser ausfallen als die Distanz der Ebenen, in denen die Messungen vorgenommen sind, d. h. es wird sich der Coefficient aus den Messungen kleiner als 1. ergeben. In der Tat ergibt sich:

für Schur $z = 0.960$

für Ambronn $z = 0.895$

Die so gefundenen Coefficienten werden bei der Reduktion allgemein angewendet, doch kann es zweifelhaft sein, ob ihre Anwendung bei den kleinen Abweichungen $N - O$, wie sie die Regel bei den eigentlichen Beobachtungen bilden, gerechtfertigt ist. Nimmt man an, dass der schärfste Punkt im Strahlenbüschel gut definiert ist, so wird sich ein normal accommodierendes Auge bei kleinen Abweichungen des Okulars von der Normalstellung noch fast ganz auf diesen Punkt einstellen, eine Reduktion wäre dann überhaupt unangebracht. Im vorliegenden Falle würde z. B. das Auge bei Abweichungen bis 0.1 mm aus der Normalstellung nur zu Accommodationen gezwungen werden, wie sie durch Brillengläser bis zu 1. Dioptrie veranlasst würden. Andererseits ist es auch denkbar, dass das Auge innerhalb eines Teiles des durch die sphärische Abweichung des Objektivs gegebenen Spielraums in seiner Ruhestellung verbleibt und nicht nach einer Normalstellung hin zu accommodieren versucht. In diesem Falle wäre der Faktor 1 anzuwenden.

Ich habe den Faktor an 7 Abenden durch Messungen des Polbogens bestimmt. Hierbei bin ich jedoch nur 0.7 bis 0.8 mm aus der Normalstellung gegangen, die Grenze, an welcher die Bilder anfingen sich zu verändern, und habe während der Messungen auf Kosten der Genauigkeit derselben das Auge nicht besonders angestrengt auf die Sterne focusiert. Es ergibt sich aus den unten (S. 9—10) mit angeführten und durch ein Ausrufungszeichen hervorgehobenen Messungen der zur Reduktion verwendete Faktor $z = 1.026$.

III. Abhängigkeit der Distanzmessungen von der Temperatur.

Zur Ableitung dieses Temperaturcoefficienten wurden wie üblich Messungen des zu allen Jahreszeiten zugänglichen Polbogens verwendet.

Die Messungen des Polbogens.

Datum	Sternzeit	Barom. und Lufttemp.	J	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ	Red. Distanz	Bildgüte R.	S.
	h								
1902 Oct. 29	2 17	748.5 + 0,9	+ 3.6	21.60	169.4134	+ 490	169.4624	3	3
31	0 28	749.0 + 3.5	+ 6.2	21.60	3966	544	4510	3	3
Nov. 5	22 6	747.0 + 4.7	+ 6.2	21.60	3977	650	4627	3	3
17	22 9	758.3 — 4.3	— 0.6	21.60	3913	550	4463	3	3
18	21 41	755.2 — 6.5	— 3.5	21.50	3043	630	4573	3	3
20	23 3	752.2 — 6.9	— 2.6	21.80	4063	335	4398	3	3
21	21 38	752.2 — 6.5	— 2.6	21.55	3788	611	4399	2	1
Dez. 5	22 40	756.8 — 16.7	— 11.3	21.41	3996	490	4486	3	4
5	4 3	756.8 — 19.6	— 15.7	21.41	3800	571	4371	3	3
13	4 14	755.4 — 7.5	— 6.0	21.40	3725	703	4428	2-3	1-2
1903 Jan. 13	2 22	756.6 — 6.2	— 3.9	21.40	3952	665	4617	3	3
16	1 56	760.2 — 4.1	— 2.5	21.46	3983	572	4555	2	1-2
Febr. 18	8 52	763.0 — 0.5	+ 1.1	21.50	4058	627	4685	2	2
26	10 5	759.9 + 2.4	+ 4.4	21.60	4189	508	4697	3	3
März 13	9 30	749.6 + 0.7	+ 3.2	21.60	4126	516	4642	2-3	2-3
14	9 14	749.7 + 0.8	+ 3.5	21.60	4132	547	4680	3	3
22	10 52	751.8 + 9.4	+ 10.6	21.80	4413	394	4807	3	3
25	9 19	743.4 + 10.5	+ 13.2	21.90	4289	473	4762	3	3
Mai 7	15 13	744.2 + 6.7	+ 9.0	21.80	4253	463	4716	3	3
23	15 27	754.3 + 15.0	+ 16.2	21.90	4375	542	4917	3	3
27	14 7	749.6 + 13.3	+ 16.0	22.00 ?	3921	389	4310	3	3
28	15 31	746.4 + 18.2	+ 19.5	22.00	4541	560	5101	3	3
29	15 29	744.0 + 18.5	+ 21.3	22.00	4521	588	5109	3	2
30	14 43	742.9 + 18.3	+ 21.0	22.00	4575	526	5101	3	3-4
Juni 6	16 9	753.0 + 7.8	+ 13.3	21.80	4378	622	5000	3	3
9	16 4	744.1 + 16.3	+ 17.8	21.90	4266	649	4915	2-3	2-3
28	16 43	752.3 + 17.3	+ 21.8	21.80	4336	836	5172	3	3
Sept. 6	22 29	748.5 + 18.0	+ 20.3	22.00	4472	554	5026	2-3	2-3
Dez. 3	3 38	749.8 — 4.6	— 3.7	21.40	3834	687	4521	3	3
1904 Jan. 2	0 35	751.8 — 5.5	— 2.5	21.45	3923	463	4386	3-4	2-3
März 17	7 56	744.1 + 4.3	+ 4.4	21.55	4248	662	4910	3	3
26	9 14	748.6 + 7.5	+ 7.5	20.90 !	3789	526	4315 !	3	3
26	9 19	748.6 + 7.5	+ 7.5	21.70 !	4366	526	4892	3	3
26	9 22	748.6 + 7.5	+ 7.5	22.50 !	5022	526	5548 !	3	3
28	9 22	750.4 + 6.8	+ 9.7	21.00 !	3815	536	4351 !	3	3
28	9 26	750.4 + 6.8	+ 9.6	21.70 !	4478	536	5014	3	3
28	9 30	750.4 + 6.8	+ 9.5	22.40 !	4781	536	5317 !	3	3
31	9 25	743.7 + 2.5	+ 6.1	20.90 !	3641	488	4129 !	3-4	3-4
31	9 28	743.7 + 2.5	+ 6.1	21.70 !	4243	488	4731	3-4	3-4
31	9 32	743.7 + 2.5	+ 6.1	22 50 !	4645	488	5133 !	3-4	3-4
Mai 15	15 3	749.7 + 9.0	+ 9.6	22.40 !	4737	508	5245 !	3	3
15	15 15	749.7 + 9.0	+ 9.6	21.80 !	4433	508	4941 !	3	3
15	15 17	749.7 + 9.0	+ 9.6	21.20 !	4122	508	4630 !	3	3

Datum	Sternzeit	Barom. und Lufttemp.	J	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ	Red. Distanz	Bildgüte R.	Bildgüte S.
Mai 20	15 13	752.4 + 5.7	+ 9.0	22.60 !	4793	+ 476	5269 !	4	3-4
20	15 20	752.4 + 5.7	+ 9.0	21.80 !	4344	476	4820	4	3-4
20	15 27	752.4 + 5.7	+ 9.0	21.00 !	3698	476	4174 !	4	3-4
26	14 0	747.5 + 19.5	+ 21.7	22.00	4463	446	4909	3-4	3
26	14 5	747.5 + 19.5	+ 21.7	22.00	4476	446	4922	3-4	3
26	14 8	747.5 + 19.5	+ 21 7	22.00	4468	446	4914	3-4	3
30	14 56	752 0 + 13.3	+ 16.9	22.00	4520	447	4967	3	3
Juni 3	14 47	752.0 + 13.3	+ 17.1	21.98 !	4293	431	4724	2-3	2-3
3	15 2	749.5 + 12.3	+ 17.1	22.60 !	4789	431	5220	2-3	2-3
3	15 8	749.1 + 12.4	+ 17.1	21.00 !	3609	431	4040 !	2-3	2-3
7	15 28	747.1 + 12.5	+ 16.1	21.90 !	4308	533	4841	3	3-4
7	15 42	747.0 + 12.0	+ 15.8	21.10 !	3984	533	4517 !	3	3-4
7	15 58	747.0 + 11.8	+ 15.8	22.70 !	4864	533	5397 !	3	3-4
14	15 25	746.8 + 17.5	+ 20.6	22.00	4495	542	5037	3	3
14	15 28	746.8 + 17.5	+ 20.5	22.00	4622	542	5164	3	3
Juli 16	18 4	751.4 + 23.9	+ 26.3	22.10	4308	736	5044	3	3

Unter Σ ist die Summe aller an die Distanzen anzubringenden Correctionen o h n e die Correctionen für Temperatur und Eigenbewegung gegeben.

Aus ihnen ergibt sich der Temperaturcoefficient s zu

$$0.001185 \pm 0.000100$$

für 1^0 und 100 Skalenteile.

Die entsprechenden Werte sind für:

$$\text{Schur } s = 0.000790 \pm 0.000042$$
$$\text{Ambronn } s = 0.000909 \pm 0.000033$$

Die Unterschiede in diesen drei Werten sind zwar nur gering, sie überschreiten aber alle den mittleren Fehler und müssen daher doch wohl als reell angesehen werden. Es lässt sich nun untersuchen, in wie weit die Unterschiede in den Coefficienten c der Normalstellung (S. 6) den Unterschieden in den eben gefundenen Temperaturcoefficienten entsprechen. Die Beziehungen, welche zwischen diesen beiden Coefficienten bestehen, lassen sich erkennen, wenn wir uns deren Zusammensetzung in folgender Weise vergegenwärtigen.

Es seien der Ausdehnungscoefficient:

des Rohres $= \gamma$
der Skalen $= \alpha$
der Brennweite für Axialstrahlen und eine bestimmte Farbe $= \beta$

Die Aenderung der Objektweite des Systems Auge-Okular $= x$.

Es sei ferner die Verschiebung desjenigen Punktes, welcher als der schärfste aufgefasst wird, gegen eine bestimmte Ausgangslage der Brennebene $= y$ und f die Brennweite.

Dann ist die Aenderung der Normalstellung gegeben durch:

$$c = f\,(\beta - \gamma) + y + x.$$

Der Temperaturcoefficient s ist gegeben durch den Ausdruck:

$$s = f\,(\beta - \alpha) + y.$$

Demnach ist

$$s - c = f(\gamma - \alpha) - x.$$

Die Differenz der beiden Coefficienten hängt daher für ein und denselben Beobachter nur von der Instrumentalkonstanten $f(\gamma - \alpha)$ und dem persönlichen Coefficienten x des Auges ab. Ferner ist $y = s + (\alpha - \beta) f$.

Da die Grössen α, β, γ, c und s bekannt sind, lassen sich x und y aus ihnen finden, und es fragt sich, ob wir hierfür im vorliegenden Falle Werte erhalten, die einigen Anspruch auf Realität erheben können. Andernfalls wäre man genötigt anzunehmen, dass beim focusieren ganz andere Verhältnisse obwalten als beim distanzmessen.

Im vorliegenden Falle sind die Coefficienten

$$\begin{aligned} c \text{ für Sch.} &= 0.0192 \pm 0.002{,}7 \\ \text{A.} &= 0.0252 \pm 0.001{,}8 \\ \text{M.} &= 0.0236 \pm 0.001{,}7. \end{aligned}$$

Die Coefficienten s, auf dieselbe Einheit gebracht durch Multiplikation mit f sind für

$$\begin{aligned} \text{Sch. } & 0.0205 \pm 0.0011 \\ \text{A. } & 0.0237 \pm 0.0009 \\ \text{M. } & 0.0310 \pm 0.0026 \end{aligned}$$

Demnach ist $s - c = f(\gamma - \alpha) - x =$

$$\begin{aligned} &-0.0013 \pm 0.002.9 \text{ für Sch.} \\ &+0.0015 \pm 0.002.0 \text{ „ A.} \\ &-0.0074 \pm 0.003.1 \text{ „ M.} \end{aligned}$$

Da das Rohr und die Scala denselben Ausdehnungscoefficienten haben (cf. Schur: Mitteilungen VI S. 52.) so ist $\alpha = \gamma$ und die eben erhaltenen Zahlen geben sofort den persönlichen Factor x an.

Die Augen der drei Beobachter wären demnach verschieden stark von der Temperatur abhängig und zwar würden die Augen bei abnehmender Temperatur bei Schur und mir weitsichtiger. Für mich scheint der Coefficient wirklich vorhanden zu sein. Mir ist freilich direkt eine solche Abhängigkeit noch nie aufgefallen, obschon sich die Sehweite bei dem kleinsten zulässigen Werte von $x =$ 0.004 und einem Temperaturunterschiede von 30° etwa um 1.3 Dioptrien ändern müsste.

Um einen Ueberblick zu haben, innerhalb welcher Grenzen die mit y bezeichneten Aenderungen etwa liegen können, habe ich mit den von Schur (S. 57) angeführten Konstanten des Objectivs [nach Schwarzschild, Mitteilungen No. IX S. 19] die Grösse der Zerstreuungskreise für die Wellenlängen C, D und F bei

0^0 und 20^0 berechnet. Dieselben sind

	bei 0^0	20^0
für	$C + 0''.69$	$+ 0''.78$
	$D + 0.04$	$+ 0''.03$
	$F - 1''.41$	$- 1''.48.$

Der Strahlengang für die einzelnen Wellenlängen ändert sein Querschnittsbild demnach so gut wie garnicht. Die gegenseitige Lage der Brennweiten ändert sich dagegen merkbarer. Die Verschiebuug beträgt auf 1^0

für $C + 0.030$ mm
$D + 0.050$
$F - 0.075.$

Die Ausdehnung des Metallrohres beträgt 0.0325 mm. Demnach ist $\alpha - \beta$

für $C + 0.002.5$
$D - 0.017.5$
$F - 0.042.5$

und folglich y

		C	D	F
für	Schur	$+ 0.024.3$	$+ 0.004.3$	$- 0.020.7$
	Ambronn	$+ 29.1$	$+ 9.1$	$- 15.9$
	Meyermann	$+ 33.1$	$+ 13.1$	$- 11.9$

Es zeigt sich also, dass zur Erklärung der Unterschiede in den Temperaturcoefficienten der Messungen die Annahme genügt, dass jeder Beobachter auf eine andere zwischen D und F gelegene Wellenlänge einstellt und bei allen Temperaturen in der Brennebene dieser Wellenlänge bleibt. Für mich käme allerdings eine sehr weit nach F liegende Wellenlänge in Betracht. Nimmt man jedoch noch hierzu die Verschiedenheiten, die in der Auffassung des ganzen Strahlenbüschels und seiner Aenderungen bestehen können, so ist wohl ein genügender Spielraum gegeben, um die Differenzen zwischen den Coefficienten der drei Beobachtungen zu erklären, so dass man zu der Annahme anderer Einstellungen beim focusieren und messen nicht genötigt ist.

Interessant ist hier noch zu bemerken (mit Bezug auf Ambronn, Mitteilungen No. VII. S. 26), dass die zeitliche Aenderung des Coefficienten c bei Schur hauptsächlich in einer Aenderung der Auffassung des schärfsten Punktes durch ihn bedingt ist, da sich der Temperaturcoefficient entsprechend ändert, respective konstant bleibt bei fälschlich konstant angenommenem Coefficienten c.

Es sei hier ferner noch darauf hingewiesen, dass bei Verschwinden des Coefficienten x die Reduktion für den betreffenden Beobachter sich etwas vereinfachen lässt. Es kann dann die Reduktion auf die Normalstellung ganz unterbleiben und direkt von der abgelesenen Okularstellung mit dem aus dem Temperaturcoefficienten der Messungen sich ergebenden Faktor auf die Normalstellung bei 0^0 reduziert werden, was um so unbedenklicher geschehen kann, als die Ab-

weichungen $N-O$ meist unter 0.1 mm betragen. Für Ambronn z. B. würde durch dies Verfahren bei einer Distanz von 100 Skalenteilen und einer Abweichung $N-O$ von ± 0.1 mm ein Fehler von nur $\mp 0''.0076$ entstehen.

Dies meint wohl auch Schur mit seinem Vorschlage auf S. 50 unten in Mitteilungen Bd. VI.

IV. Systematische Korrektionen der Distanzmessungen.

Zur Bestimmung einer eventuell vorhandenen systematischen Korrektion der Messungen habe ich Distanzen des Löwenbogens und des Hydrakreises gemessen, Es zeigt sich, dass systematische Fehler in der Tat existieren, dass dieselben aber zur Genüge dargestellt werden, wenn man nach dem Vorschlage von F. Cohn (A. N. Bd. 142, S. 193) zu allen Distanzen eine Konstante addiert.

Misst man zwischen n auf einem grössten Kreise liegenden Sternen alle möglichen Distanzen $\left(\text{also } \frac{n(n-1)}{2}\right)$, und ist $a_{i,k}\begin{pmatrix} i,k = 1, 2, \ldots n \\ i < k \end{pmatrix}$ die zwischen den Sternen i und k gemessene Distanz, so ergibt sich die Konstante aus dem Ausdrucke:

$$c = \sum_{(i,k)} (n + 2i - 2k)\, a_{ik}\begin{pmatrix} i,k = 1, 2, [\ldots] n \\ i < k \end{pmatrix}.$$

Die Sterne des Löwenbogens finden sich angeführt von Schur in den A. N. Bd. 142, S. 225. Benutzt habe ich die Sterne 1 bis 5, wobei allerdings die Distanz 4—5 fortfällt, da ich bei ihr versehentlich einen der beiden Sterne mit einem in unmittelbarer Nähe stehenden verwechselt habe. Ich merkte diesen Irrtum wegen des geringen Unterschiedes der gemessenen und der gesuchten Distanz erst bei der definitiven Bearbeitung der Beobachtungen. Im Folgenden gebe ich die Beobachtungen selbst.

Löwenbogen.

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemper.	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R	Bildgüte S
1904					1—2				3	3
Mai 7	14^h 6.6	738.5 + 6.8	+ 9.6	21.80	78.5676	+ 29	78.5705	78.5655	3	3
15	14 28.1	749.6 + 9.5	+ 10.3	21.80	78.5574	+ 26	5600		3	3
20	14 51.0	752.4 + 5.1	+ 9.8	21.80	78.5656	+ 4	5660		3	3
1904					1—3					
Mai 7	14 12.9	738.5 + 6.7	+ 9.5	21.80	98.8261	+ 43	98.8304	98.8391	3	3
15	14 34.1	749.6 + 9.5	+ 10.2	21.80	98.8328	+ 38	8366		3	3
20	14 43.5	752.4 + 5.6	+ 10.0	21.80	98.8430	+ 32	8462		3	3
30	14 6.0	752.3 + 14.9	+ 17.9	22.00	98.8500	— 69	8431		3	3-4

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemper.	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R	Bildgüte S
					1—4.					
1904 Mai 7	14h19.6	738.5 + 6.6	+ 9.4	21.80	129.5428	+ 71	129.5499	129.5488	3	3
16	13 51.1	750.5 + 11.8	+ 16.5	21.90	129.5443	— 39	5404		3	4
20	14 36.0	752.4 + 5.9	+ 10.5	21.80	129.5498	+ 64	5562		3	3
					1—5.					
1904 Mai 16	14 2.1	750.5 + 11.5	+ 16.0	21.90	145.9478	— 15	145.9463	145.9538	3	3
20	14 29.5	752.4 + 6.0	+ 10.7	21.80	145.9523	+ 59	9582		3	3
30	14 12.5	752.2 + 14.7	+ 17.5	22.00	145.9651	— 83	9568		3	3-4
					2—3.					
1904 Mai 7	14 27.6	738.5 + 6.5	+ 9.3	21.80	20.3745	— 18	20.3727	20.3694	3	3
16	14 8.6	750 5 + 11.3	+ 15.7	21.90	20.3701	— 33	3668		3	3
20	14 23.0	752.4 + 6.2	+ 10.9	21.80	20.3709	— 22	3687		3	3
					2—4.					
1904 Mai 7	14 33.6	738.5 + 6.3	+ 9.1	21.80	51.0378	— 3	51.0375	51.0320	3	3
16	14 16.6	750.6 + 11.1	+ 15.5	21.90	51.0354	— 36	0318		3	3
20	14 15.0	752.4 + 6.4	+ 11.1	21.80	51.0277	— 10	0267		3	3
					2—5.					
1904 Mai 16	14 20.6	750.6 + 11.0	+ 15.3	21.90	67.4281	— 20	67.4261	67.4225	3	3
20	14 10.5	752.4 + 6.5	+ 11.4	21.80	67.4192	+ 9	4201		3	3
Juni 4	14 46.0	752.0 + 14.4	+ 17.9	21.80	67.4215	— 1	4214		3	3
					3—4.					
1904 Mai 7	13 49.6	738.5 + 7.2	+ 9.9	21.80	30.7210	— 45	30.7165	30.7174	3	3
16	14 26.6	750.7 + 10.8	+ 15.1	21.90	30.7213	— 62	7151		3	3
20	14 3.8	752.4 + 6.6	+ 11.6	21.80	30.7253	— 48	7205		3	3
					3—5.					
1904 Mai 7	13 42.1	738.5 + 7.4	+ 10.0	21.80	47.1202	— 54	47.1148	47.1099	3	3
16	14 31.6	750.7 + 10.6	+ 14.9	21.90	47.1242	— 68	1174		3	3
20	13 57.0	752.4 + 6.7	+ 11.9	21.80	47.1080	— 47	1033		3	3
30	14 19.0	752.1 + 14.5	+ 17.1	22.00	47.1133	— 92	1041		3	3-4
					4—5.					
1904 Mai 16	14 38.1	750.7 + 10.5	+ 14.6	21.90	17.5681	— 7	17.5674	17.5691	3	3
20	13 55.5	752.4 + 6.8	+ 12.0	21.98	17.5694	— 12	5682		3	3
30	14 29.5	752.0 + 15.0	+ 16.9	22.00	17.5731	— 15	5716		3	3-4

Diese Distanzen wurden mit den von Schur gegebenen Korrektionen auf einem grössten Kreis reduziert. Die so erhaltenen Distanzen sind dann die folgenden:

1—2	78.5222
1—3	98.8346
1—4	129.5386
1—5	145.9448
2—3	20.2999
2—4	51.0230
2—5	67.4160
3—4	30.7094
3—5	47.1046

Wegen des Fehlens der Distanz 4—5 habe ich die Gruppen 1 bis 4 und 1 bis 5

ohne 4 getrennt ausgewertet und aus den Resultaten das Mittel genommen. Ich erhalte

$$C = +0.0063 \pm 20.$$

Hydrakreis.

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemper.	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R	Bildgüte S
1905					c—f.					
Jan. 7	6h30	753.2 — 0.8	+ 0.5	21.51	177.2693	+ 1622	177.4315	177.4433	3	2-3
8	6 21	753.0 + 0.1	+ 1.4	21.52	2868	1671	4539		3	3
14	6 8	762.1 — 8.4	— 5.7	21.37	2580	1974	4554		3	3
14	6 20	762.1 — 8.4	— 5.7	21.37	2758	1871	4629		3	3
15	6 17	755.2 — 9.0	— 5.7	21.35	2452	1893	4345		3-4	3
15	7 44	754.7 — 9.8	— 7.5	21.35	3059	1452	4511		2-3	3
15	8 16	754.4 — 10.2	— 7.6	21.30	3019	1415	4434		2-3	3
20	5 47	753.5 — 1.8	— 1.3	21.48	2374	1990	4364		3	3
20	7 0	753.4 — 2.5	— 1.7	21.48	2884	1455	4339		3-4	3-4
21	6 50	753.4 — 2.5	— 1.8	21.48	2756	1499	4255		3	3
22	8 43	757.0 — 5.8	— 3.7	21.40	3161	1322	4483		3	2-3
23	7 9	756.6 4.4	— 2.2	21.45	2987	1442	4429		3	3
23	9 52	756.3 — 5.4	— 3.4	21.45	3248	1184	4432		3	3
1905					d—f.					
Jan. 7	6 46	753.7 — 0.8	+ 0.5	21.51	122.4630	1038	122.5668	122.5703	3	2-3
8	6 48	752.7 — 0.0	+ 1.5	21.52	4888	1017	5905		3	3
14	5 27	762.2 — 8.2	— 5.3	21.37	4044	1713	5757		3	3
14	6 28	762.0 — 8.4	— 5 8	21.37	4592	1236	5828		3	3
15	6 25	755.1 — 9.1	— 5.8	21.35	4376	1253	5629		3	3
15	7 54	754.5 — 10.0	— 7.6	21.35	4748	978	5726		2-3	3
15	8 8	754.4 — 10.1	— 7.6	21.30	4711	980	5691		2-3	3
20	5 59	753.4 — 2.0	— 1.4	21.48	4344	1289	5633		3	3
20	7 9	753.3 — 2.5	— 1.8	21.48	4688	964	5652		3-4	3-4
21	6 57	753.4 — 2.5	— 1.8	21.48	4593	1001	5594		3	3
22	9 32	757.1 — 6.3	— 4.1	21.40	4936	832	5768		3	2-3
23	7 19	756.6 — 4.4	— 2.3	21.45	4661	959	5620		3	3
23	9 59	756.2 — 5.4	— 3.5	21.45	4868	808	5675		3	3
1905					c—d.					
Jan. 7	7 2	754.2 — 1.3	+ 0.4	21.51	54.8966	426	54.9392	54.9342	3	2-3
8	6 35	752.8 0.0	+ 1.5	21.52	8868	465	9333		3	3
14	5 36	762.2 — 8.2	— 5.3	21.37	8663	710	9373		3	3
14	6 37	762.0 — 8.4	— 5.9	21.37	8853	520	9373		3	3
15	6 35	755.1 — 9.2	— 6.3	21.35	8828	525	9353		2-3	3
15	7 36	754.7 — 9.8	— 7.4	21.35	8908	451	9359		2-3	3
15	8 24	754.3 — 10.2	— 7.6	21.30	8891	367	9258		2-3	3
20	6 9	753.4 — 2.1	— 1.5	21.48	8755	535	9290		3	3
20	6 52	753.4 — 2.5	— 1.7	21.48	8861	441	9302		3	3
22	9 1	757.0 — 6.0	— 3.9	21.40	8986	362	9348		3	2-3
23	7 54	756.5 — 4.5	— 2.6	21.45	8911	468	9379		3	3
23	9 34	756.3 — 5.3	— 3.2	21.45	8985	352	9337		3	3
1905					c—b.					
Jan. 14	5 52	762.1 — 8.3	— 5.5	21.37	528683	673	52.9356	52.9320	3	3
14	6 54	762.0 — 8.4	— 6.0	21.37	8850	500	9350		3	3
15	6 50	755.0 — 9.3	— 6.7	21.35	8810	509	9319		2-3	3
15	7 6	755.0 — 9.4	— 6.8	21.35	8813	489	9302		2-3	3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemper.	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R	Bildgüte S
Jan. 15	8h38	754.2 — 10.4	— 7.6	21.30	52.8882	+ 405	52.9287		2-3	2-3
20	6 26	753.4 — 2.3	— 1.6	21.48	8829	518	9347		3	3
20	6 36	753.4 — 2.4	— 1.7	21.48	8814	493	9307		3	3
22	9 8	757.1 — 6.0	— 4.0	21.40	8961	356	9317		3	2-3
23	8 8	756.5 — 4.5	— 2.7	21.45	8925	377	9302		3	3
23	9 20	756.4 — 5.3	— 3.0	21.45	8963	353	9316		3	3
1905					b—d.					
Jan. 14	5 44	762.1 — 8.3	— 5.4	21.37	107.6437	1374	107.7811	107.7714	3	3
14	6 45	762.0 — 8.4	— 5.9	21.37	6858	1010	7868		3	3
15	6 43	755.0 — 9.2	— 6.5	21.35	6684	1022	7706		2-3	3
15	7 29	754.8 — 9.7	— 7.3	21.35	6804	882	7686		2-3	3
15	8 31	754.3 — 10.3	— 7.6	21.30	6795	811	7606		2-3	2-3
20	6 18	753.4 — 2.3	— 1.6	21.48	6646	1038	7684		3	3
20	6 43	753 4 — 2.5	— 1.7	21.48	6775	926	7701		3	3
22	9 16	757.1 — 6.1	— 4.0	21.40	6997	708	7705		3	2-3
23	8 1	756.5 — 4.5	— 2.6	21.45	6870	742	7612		3	3
23	9 27	756.3 — 5.3	— 3.1	21.45	7076	682	7758		3	3
1905					e—f.					
Jan. 20	7 17	753.3 — 2.5	— 1.8	21.48	47.6073	272	47.6355	47.6400	3-4	3-4
21	7 5	753.4 — 2.5	— 1.8	21.48	6078	290	6368		3	3
21	7 47	753.4 — 2.5	— 1.9	21.48	6127	266	6393		3	3
21	7 54	753.5 — 2.5	— 1.9	21.48	6141	263	6404		3	3
21	8 32	753.5 — 2.5	— 2.0	21.48	6183	256	6439		3	3
22	9 39	757.1 — 6.4	— 4.2	21.40	6172	291	6463		3	2-3
23	7 30	756.5 — 4.4	— 2.4	21.45	6105	290	6395		3	3
23	10 6	756.3 — 5.5	— 3.5	21.45	6077	302	6379		3	3
1905					e—d.					
Jan. 20	7 28	753.3 — 2.5	— 1.8	21.48	77.4279	544	77.4823	77.4862	3-4	3-4
21	7 14	653.4 — 2.5	— 1·8	21.48	4322	584	4906		3	6
21	7 38	753.4 — 2.5	— 1.9	21.48	4300	526	4826		3	3
21	8 0	753.5 — 2.5	— 1.9	21.48	4375	495	4870		3	3
21	8 25	753.5 — 2.5	— 2.0	21.48	4432	469	4901		3	3
22	9 25	757.1 — 6.2	— 4.1	21.40	4474	436	4910		3	2-3
23	7 38	756.5 — 4.5	— 2.5	21.45	4352	524	4876		3	3
23	10 15	756.2 — 5.5	— 3.6	21.45	4366	417	4783		3	3
1905					e—c.					
Jan. 20	7 38	753.3 — 2.6	— 1.8	21.48	131.5783	928	131.6711	131.6771	3-4	3-4
21	7 21	753.4 — 2.5	— 1.9	21.48	5780	978	6758		3	3
21	7 30	753.4 — 2.5	— 1.9	21.48	5760	952	6712		3	3
21	8 7	753.5 — 2.5	— 1.9	21.48	5982	867	6849		3	3
21	8 19	753.5 — 2.5	— 2.0	21.48	5977	848	6825		3	3
22	8 53	757.0 — 6.0	— 3.8	21.40	5885	886	6771		3	2-3
23	7 45	756.5 — 4.5	— 2.5	21.45	5865	931	6796		3	3
23	9 43	756.3 — 5.4	— 3.3	21.45	5935	808	6743		3	3

Die Positionen der Sterne dieses Kreises finden sich angegeben von Auwers. Venus-Exped. Bd. V. S. 362. Die Korrektionen zur Reduktion der Distanzen auf den durch die Sterne *c* und *f* gehenden grössten Kreis und die hiermit reduzierten Distanzen sind die folgenden:

$c—f$	0.0000	177.4433
$c—e$	0.4938	131.1833
$c—d$	0.0437	54.8906
$d—f$	0.0196	122.5507
$d—e$	1.1987	76.2875
$e—f$	1.3825	46.2575
$b—d$	0.0000	107.7714
$b—c$	0.0550	52.8770

Aus diesen Werten ergibt sich als konstante systematische Korrektion

$$c = +0.0038 \pm 16.$$

Aus beiden Beobachtungsreihen geht hervor, dass auch bei mir dieser merkwürdige systematische Fehler deutlich ausgeprägt ist und zwar mit dem gleichen Vorzeichen und fast in gleicher Stärke wie bei Schur. Als Mittel aus meinen Bestimmungen finde ich

$$c = +0.0051 \pm 18.$$

Diese Korrektion ist an alle Distanzen vor ihrer weiteren Bearbeitung anzubringen.

V. Ableitung des definitiven Skalenwertes.

Zur Bestimmung des Skalenwertes dienten die Messungen des Polbogens und des Hydrakreises.

Bei der zwecks Ableitung des Temperaturcoefficienten der Distanzen (s. S. 10) vorgenommenen Ausgleichung der Messungen des Polbogens erhielt ich dessen Länge für 1903.35 zu: 169.4600 ± 0.0022 m. F.

Meine Beobachtungen erstrecken sich über einen zu kurzen Zeitraum, um aus ihnen auch etwas über die Grösse der zeitlichen Aenderung des Bogens folgern zu können. Die sich über viele Jahre erstreckenden Beobachtungen Schurs und Ambronns ergeben für diese Eigenbewegung einen Wert, der wesentlich grösser ist als der von Auwers (Venus Exped. V. S. 348) und Peter (V. J. S. 1896. S. 54) angegebene. Ich habe mich deshalb zur Reduktion der wahren Distanz auf die Zeit meiner Beobachtung des von Ambronn (Mitteilungen VII. S. 52) gegebenen Ausdruckes bedient:

$$\Delta = 6779.71 + 0.''050\,(T - 1875) = 6781.''13.$$

Meine Beobachtungen geben:

$$\Delta = 169.^s4600 + \text{system. Korrektion} = 169^s.4651.$$

Demnach ist

$$1^s = 40.''01499 \pm 0.''00017.$$

Zur Ableitung des Skalenwertes aus den Beobachtungen des Hydrakreises bediente ich mich zunächst der von Auwers (Venus Exped. V. S. 362) gegebenen Distanzen und Eigenbewegungen, wie sie bisher auch von anderen Beobachtern benutzt worden sind. Schon die erste oberflächliche Reduktion mit einem vorläufigen Skalenwerte, welche ich vornahm, um einen Ueberblick über eventuell vorhandene systematische Korrektionen zu erhalten, zeigte eine auffallende Uebereinstimmung zwischen den bei Schur und mir auftretenden Abweichungen von den nach Auwers berechneten Werten, und auch bei den von Ambronn gefundenen Abweichungen zeigt sich eine entsprechende, allerdings weniger ausgeprägte, Uebereinstimmung. Folgende Zusammenstellung lässt dies deutlich erkennen:

Dist.	Ambronn. 1890	Schur. 1890	Meyermann. 1905
c—f	+ 0″.19	− 0.37	− 1.38
c—e	− 0.39	0.00	− 0.64
d—f	− 0.35	+ 0.20	+ 0.03
b—d	− 0.35	− 0.10	− 0.95
e—d	− 0.11	+ 0.29	+ 0.94
c—d	− 0.50	− 0.28	− 1.35
c—b	+ 0.11	+ 0.25	+ 0.54
e—f	− 0.29	− 0.13	− 0.58

Der mittlere Fehler einer einzelnen Distanzmessung beträgt bei mir im Durchschnitt ± 0″.24, der einer Distanz nur 0.″07. Von dem Fehler des angenommenen vorläufigen Skalenwertes konnten die grossen Abweichungen bei mir nicht stammen, schon wegen des Zeichenwechsels und des Fehlens jeden Ganges.

Die Werte Ambronns beruhen auf einer geringeren Anzahl Beobachtungen als die Schurs, und haben nach Professor Ambronns eigener Meinung gegenüber denen von Schur weniger Gewicht. Sie haben daher bei den folgenden Rechnungen das Gewicht $^1/_3$ erhalten. Aus der auffallenden Uebereinstimmung zwischen den Abweichungen bei Schur und mir nach Vorzeichen und Grösse geht überzeugend hervor, dass die Auwerschen Eigenbewegungen nicht richtig sein können, und zwar so stark, dass sich die Abweichungen schon bei Schur bemerklich machten. Es handelte sich nun für mich darum, die Eigenbewegungen selbständig unter Benutzung der Heliometerbeobachtungen zu bestimmen. Ich habe dies in folgender Weise getan. In dem Polbogen habe ich unter der Voraussetzung, dass mir die wahre Eigenbewegung desselben bekannt ist, ein Mittel, um die Messungen verschiedener Beobachter aus verschiedenen Zeiten mit einander in Verbindung zu setzen. Nachdem ich für mich die systematische Korrektion und aus dem Polbogen den Skalenwert abgeleitet hatte, führte ich eine völlig analoge Rechnung für die Beobachtungen Schurs aus.

Die systematische Korrektion für Schur findet F. Cohn (A. N. Bd. 142

S. 218) zu $+0.^s0039$. Mit der oben angegebenen E. B. ist der Polbogen für 1891.37

$$\Delta = 6780.''53 = 169.^s4420 \text{ (Schur)}.$$

Es ist demnach ein Skalenteil für Schur

$$1^s = 40.''01683.$$

Der entsprechende Wert für mich war

$$1^s = 40.01499.$$

Mit diesen Zahlen werden die Hydrabeobachtungen reduziert. Die folgende Zusammenstellung gibt die so erhaltenen Distanzen, die Zeit zwischen den Beobachtungen und die sich hieraus ergebenden Eigenbewegungen.

Distanz	Schur	Meyermann	M.—Sch.	Zwischenzeit	Eigenbewegung
c—f	7100.346	7100.582	+0.″236	14.^{a}56	+0.″0162
c—e	5269.527	5269.251	−0.276	14.71	−0.0187
d—f	4904.586	4904.843	+0.257	14.70	+0.0175
b—d	4312.537	4312.667	+0.130	14.69	+0.0089
e—d	3101.051	3100.805	−0.244	14.87	−0.0164
c—d	2198.008	2198.391	+0.383	14.85	+0.0258
c—b	2118.438	2118.273	−0.165	14.86	−0.0111
e—f	1906.965	1906.514	+0.549	14.87	+0.0369

Auch die Beobachtungen Ambronns wurden in gleicher Weise zur Berechnung der Eigenbewegungen verwendet. Aus ihnen ergeben sich die folgenden Werte

Distanz	Meyermann—Ambronn	Zwischenzeit	Eigenbewegung
c—f	+1″.05	13.^{a}7	+0.″0765
c—e	−0.44	14.9	−0.0295
d—f	−0.04	14.9	−0.0027
b—d	+0.10	14.9	+0.0067
e—d	−0.42	15.0	−0.0280
c—d	+0.35	14.8	+0.0236
c—b	−0.11	15.0	−0.0073
e—f	+0.58	15.0	+0.0387

Die folgende Zusammenstellung dieser Eigenbewegungen mit den von Auwers gegebenen zeigt den auffallenden Unterschied derselben. Unter der Rubrik „Mittel“ finden sich die Mittel aus den E. B. M.-Sch. und M.-A., wobei die letzteren das Gewicht $^1/_3$ erhalten haben.

	Auwers	M.—Sch.	M.—A.	Mittel	Mittel-Auwers
c—f	−0″.0391	+0″.0162	+0″.0765	+0″.0313	+0″.0704
c—e	−0.0527	−0.0187	−0.0295	−0.0214	+0.0313
d—f	+0.0148	+0.0175	−0.0027	+0.0125	−0.0023
b—d	−0.0422	+0.0089	+0.0067	+0.0084	+0.0506
e—d	+0.0289	−0.0164	−0.0280	−0.0193	−0.0482
c—d	−0.0440	+0.0258	+0.0236	+0.0253	+0.0693
c—b	+0.0100	−0.0111	−0.0073	−0.0101	−0.0201
e—f	+0.0081	+0.0369	+0.0387	+0.0375	+0.0294

Aus diesen Differenzen ist zu ersehen, dass ich bei der Rechnung mit den Auwers'schen Werten durch die Reduktion der Distanzen von 1885 bis 1905 zu Werten gelangen würde, die von den meinigen um Beträge bis über 1″ abwichen und damit ausserhalb der zulässigen Fehlergrenzen liegen. Obgleich in den von mir abgeleiteten Eigenbewegungen die zufälligen und eventuell noch vorhandenen systematischen Fehler der 3 Beobachter stecken, glaube ich sie doch, wegen der homogenen Art des Ursprungs den aus den Meridianbeobachtungen abgeleiteten Werten vorziehen zu sollen. Ich habe demnach die von mir aus den Heliometer-Beobachtungen abgeleiteten Eigenbewegungen zur Reduktion der Meridiankreis-Distanzen von 1885.0 auf 1905.05 verwendet.

In folgender Zusammenstellung finden sich die Distanzen auf 1905.05 reduziert mit den Eigenbewegungen M.—Sch. und M.—A., ferner die Differenzen dieser Distanzen gegen meine beobachteten und mit dem oben angegebenen vorläufigen Skalenwerte reduzierten Distanzen. In den beiden letzten Spalten sind die Differenzen gegeben, welche übrig bleiben zwischen meinen mit dem definitiven Skalenwerte reduzierten Distanzen und den von Auwers gegebenen und mit den Eigenbewegungen M.—Sch. und M.—A. auf 1905.05 reduzierten Distanzen.

	Auwers mit E. B. M.—Sch.	Auwers-Heliometer	Auwers mit E. B. M. – A.	Auwers-Heliometer	Auwers-Heliometer M.—Sch.	Auwers-Heliometer M.—A.
c—f	7100.″32	−0.″26	7101.53	+0.″95	−0.″19	+1.″02
c—e	5269.25	0.00	5269.03	−0.22	+0.06	−0.16
d—f	4904.87	+0.03	4904.46	−0.38	+0.08	−0.33
b—d	4312.66	0.00	4312.66	−0.01	+0.05	+0.02
e—d	3100.69	−0.12	3100.46	−0.35	−0.09	−0.32
c—d	2198.30	−0.09	2198.26	−0.13	−0.07	−0.12
c—b	2118.25	−0.02	2118.33	+0.06	−0.01	+0.07
e—f	1906.36	−0.15	1906.40	−0.11	−0.14	−0.10
		Σ −0.″61		Σ −0.″19		

Die Summe der Distanzen in Skalenteilen ist 772.″45. Mithin ist die Korrektion des von mir angewendeten Skalenwertes nach dem System M.—Sch.

$-0.''00079$, nach dem System M.—A. $-0.''00025$. Dem letzteren Werte gebe ich wieder das Gewicht $^1/_3$ und erhalte so die Korrektion an den Ausgangswert zu

$$-0.''00065.$$

Es ist demnach

$$1^s = 40.''01434 \text{ aus dem Hydrakreise.}$$
$$= 40.\,01499 \text{ „ „ Polbogen.}$$

Der Unterschied der Parswerte ergibt auf 100 Skalenteile, der durchschnittlichen Entfernung in der nachfolgenden Orionvermessung, eine Differenz von nur $0.''06$.

Ich gebe der Bestimmung aus dem Hydrakreise das doppelte Gewicht gegenüber der aus dem Polbogen, da der erstere Wert sich aus 8 am Meridiankreise beobachteten Distanzen ableitet. Weiter möchte ich das Gewicht nicht vergrössern, da die Distanz des Polbogens auf einer ungleich grösseren Anzahl von Messungen beruht als die einzelnen Hydradistanzen.

Ich erhalte so als definitiven Skalenwert

$$1^s = 40.''01456.$$

VI. Die Distanzen im Orion.

Hauptnetz.

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur		Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
			J.		a—b.					
1902 Nov. 4	2^h35	749.9 + 0.5	+ 3.0	21.60	144.5337	+ 744	144.6081	144.6098	3	3
6	6 14	743.7 + 4.0	+ 4.2	21.60	144.5045	+ 1000	144.6045		3	3-4
17	3 48	748.9 — 4.8	— 3.4	21.60	144.5272	+ 787	144.6059		2	3-4
20	2 33	752.4 — 8.3	— 5.1	21.80	144.5367	+ 708	144.6075		3	3
26	4 29	738.2 — 2.6	— 1.8	21.50	144.5395	+ 834	144.6229		3	3
					b—c.					
1902 Nov. 11	3 26	747.2 + 4.4	+ 5.9	21.60	103.2255	+ 1280	103.3535	103.3475	3	3
17	4 11	748.9 — 4.8	— 3.4	21.60	103.2360	+ 1107	103.3467		2	3-4
19	3 58	749.7 — 5.6	— 4.9	21.50	103.2200	+ 1174	103.3374		2	2
21	5 3	753.4 — 9.0	— 7.5	21.50	103.2378	+ 1048	103.3426		2-3	2-3
26	4 41	738.2 — 2.6	— 1.8	21.50	103.2568	+ 1027	103.3595		3	3
					a—c.					
1902 Nov. 4	3 48	749.9 + 0.5	+ 2.0	21.60	103.8157	+ 333	103.8490	103.8587	3	3
6	3 17	743.7 + 4.0	+ 5.2	21.60	103.8004	+ 409	103.8413		3	3-4
18	5 26	754.9 — 7.9	— 7.2	21.60	103.8400	+ 334	103.8734		3	3
21	4 4	753.4 — 9.0	— 7.0	21.50	103.8191	+ 367	103.8558		2-3	2-3
26	4 53	738.2 — 2.6	— 1.8	21.50	103.8440	+ 301	103.8741		3	3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
			J.	c—d.					
1902 Nov. 4	3h 0	749.9 + 0.5	+ 2.3	21.60	103.7106	+ 788	103.7894	103.7967	3	3
6	4 15	743.7 + 4.0	+ 5.2	21.60	103.7128	+ 733	103.7861		3	3-4
11	3 45	747.2 + 4.4	+ 5.7	21.60	103.7283	+ 717	103.8000		3	3
18	6 23	754.9 — 7.9	— 7.2	21.60	103.6905	+ 1097	103.8002		3	3
19	4 35	749.7 — 5.6	— 4.8	21.50	103.7238	+ 807	103.8045		2	2
20	2 43	752.4 — 8.3	— 5.3	21.80	103.7238	+ 764	103.8002		3	3
				a—d.					
1902 Nov. 4	4 0	749.9 + 0.5	+ 1.8	21.60	98.7710	+ 1163	98.8873	98.8871	3	3
11	3 56	747.2 + 4.4	+ 5.6	21.60	98.7833	+ 1139	98.8972		2-3	2-3
21	3 40	753.4 — 9.0	— 6.8	21.50	98.7508	+ 1321	98.8829		2-3	2-3
22	3 49	750.5 — 8.1	— 5.8	21.50	98.7640	+ 1245	98.8885		3	3
Dez. 13	5 7	755.0 — 5.8	— 5.9	21.40	98.7915	+ 892	98.8807		3	3
				d—e.					
1902 Nov. 4	5 10	749.9 + 0.5	+ 1.8	21.60	78.1421	+ 220	78.1641	78.1622	3	3
6	2 45	743.7 + 4.0	+ 5.3	21.60	78.1083	+ 411	78.1494		3	3-4
18	3 50	754.9 — 7.9	— 6.5	21.60	78.1249	+ 266	78.1515		3	3
21	4 33	753.4 — 9.0	— 7.0	21.50	78.1478	+ 267	78.1745		2-3	2-3
20	3 51	752.4 — 8.3	— 5.8	21.50	78.1435	+ 282	78.1717		3	3
				a—e.					
1902 Oct. 31	2 43	748.8 + 4.0	+ 5.3	21.60	85.9876	+ 989	86.0865	86.0803	3	3
Nov. 4	4 15	749.9 + 0.5	+ 1.8	21.60	86.0137	+ 777	86.0914		3	3
6	3 59	743.7 + 4.0	+ 5.2	21.60	85.9860	+ 789	86.0649		3	3-4
19	4 24	749.7 — 5.6	— 4.8	21.50	86.0034	+ 813	86.0847		2	2
22	4 0	750.5 — 8.1	— 5.8	21.50	85.9900	+ 839	86.0739		3	3
				e—f.					
1902 Nov. 4	4 51	749.9 + 0.5	+ 1.8	21.60	64.8329	+ 211	64.8540	64.8571	3	3
6	2 29	743.7 + 4.0	+ 5.5	21.60	64.7684	+ 703	64.8387		3	3-4
18	4 5	754.9 — 7.9	— 6.8	21.60	64.8181	+ 316	64.8497		3	3
20	3 32	752.4 — 8.3	— 5.5	21.80	64.8279	+ 279	64.8558		3	3
21	4 46	753.4 — 9.0	— 7.3	21.50	64.8500	+ 244	64.8744		2-3	2-3
26	5 5	738.2 — 2.6	— 1.8	21.50	64.8481	+ 216	64.8697		3	3
				a—f.					
1902 Nov. 4	4 40	749.9 + 0.5	+ 1.8	21.60	110.5518	+ 510	110.6028	110.6112	3	3
11	4 20	747.2 + 4.4	+ 5.3	21.60	110.5716	+ 443	110.6159		2-3	2-3
17	3 49	748.9 — 4.8	— 3.4	21.60	110.5625	+ 446	110.6071		2	3-4
18	5 37	754.9 — 7.9	— 7.2	21.60	110.5462	+ 650	110.6112		3	3
20	3 15	752.4 — 8.3	— 5.5	21.80	110.5863	+ 329	110.6192		3	3
				f—g.					
1902 Nov. 4	5 39	749.9 + 0.5	+ 1.6	21.60	96.2898	+ 833	96.3731	96.3633	3	3
6	5 33	743.7 + 7.0	+ 5.0	21.60	96.2830	+ 810	96.3640		3	3
17	4 22	748 9 — 4.8	— 3.5	21.60	96.2650	+ 894	96.3544		2	3-4
19	4 15	749.7 — 5.6	— 4.9	21.50	96.2746	+ 921	96 3687		2	2
22	4 16	750.5 — 8.1	— 6.3	21.50	96.2616	+ 947	96.3563		3	3
				a—g.					
1902 Nov. 4	5 25	749.9 + 0.5	+ 1.6	21.60	75.2246	+ 279	75.2525	75.2512	3	3
6	2 57	743.7 + 4.0	+ 5.3	21.60	75.1949	+ 722	75.2671		3	3-4
18	4 19	754.9 — 7.9	— 7.1	21.60	75.1925	+ 439	75.2364		3	3-4
20	4 0	752.4 — 8.3	— 5.9	21.80	75.2053	+ 408	75.2461		3	3
21	3 52	753.4 — 9.0	— 6.9	21.50	75.2022	+ 516	75.2538		2-3	2-3

Datum	Stern-zeit	Barometer und Lufttemperatur		Ocular-Stellung	Ge-messene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
			J.		g—h.					
1902 Nov. 4	5h55	749.9 + 0.5	+ 1.5	21.60	102.9011	+ 797	102.9808	102.9516	3	3
6	5 52	743.7 + 4.0	+ 4.8	21.60	102.8777	+ 732	102.9509		3	3
17	4 33	748.9 — 4.8	— 3.5	21.60	102.8845	+ 696	102.9541		2	3-4
18	6 3	754.9 — 7.9	— 7.2	21.60	102.8677	+ 732	102.9409		3	3
20	3 4	752.4 — 8.3	— 5.4	21.80	102.8815	+ 634	102.9449		3	3
					a—h.					
1902 Nov. 4	6 11	749.9 + 0.5	+ 1.4	21.60	116.5580	+ 1053	116.6633	116.6713	3	3
6	3 43	743.7 + 4.0	+ 5.2	21.60	116.5341	+ 1326	116.6667		2-3	2-3
11	4 36	747.2 + 4.4	+ 5.2	21.60	116.5636	+ 1206	116.6842		2-3	2-3
19	4 6	749.7 — 5.6	— 4.9	21.50	116.5438	+ 1333	116.6771		2	2
21	5 16	753.4 — 9.0	— 7.5	21.50	116 5485	+ 1169	116.6654		2-3	2-3
					h—b.					
1902 Nov. 4	6 21	749.9 + 0.5	+ 1.4	21.60	110.0304	+ 272	110.0576	110.0580	3	3
6	3 25	743.7 + 4.0	+ 5.5	21.60	110.0054	+ 364	110.0418		3	3-4
18	4 33	754.9 — 7.9	— 7.1	21.60	110.0263	+ 331	110.0594		3	3
21	4 21	753.4 — 9.0	— 7.0	21.50	110.0164	+ 385	110.0549		2-3	2-3
22	4 32	750.5 — 8.1	— 6.4	21.50	110.0384	+ 359	110.0743		3	3
					a—b.					
1904 Nov. 16	5 15	756.9 — 2.2	+ 0.4	21.50	144.5125	+ 1010	144.6135	144.6140	2	2
Dez. 10	5 20	734.5 — 0.2	+ 2.0	21.55	144.5412	+ 883	144.6295		3	3
„ 27	6 1	755.7 — 6.4	— 4.2	21.40	144.4997	+ 1125	144.6112		2-3	2-3
1905 Jan. 22	6 1	756.7 — 4.4	— 2.0	21.47	144.5015	+ 1004	144.6019		2-3	2-3
					b—c.					
1904 Nov. 16	5 24	756.9 — 2.2	+ 0.3	21.50	103.2589	+ 1016	103.3605	103.3650	2	2
Dez. 10	5 30	734.4 — 0.2	+ 2.0	21.55	103.2735	+ 880	103.3615		3	3
„ 27	5 19	755.8 — 6.3	— 3 8	21.40	103.2744	+ 976	103.3720		2-3	2-3
1905 Jan. 22	7 20	756.9 — 5.0	— 2.8	21.47	103.2618	+ 1041	103.3659		2-3	2-3
					a—c.					
1904 Nov. 16	4 53	756.7 — 2.3	+ 0.7	21.50	103.8286	+ 340	103.8626	103.8652	2	2
Dez. 10	5 51	734.4 — 0.1	+ 1.8	21.55	103.8443	+ 258	103.8701		3	3
„ 27	5 12	755.8 — 6.3	— 3.6	21.40	103.8316	+ 318	103.8634		2-3	2-3
1905 Jan. 2	6 28	761.1 — 16.8	— 13.8	21.16	103.8318	+ 465	103.8793		4	4
„ 22	6 14	756.7 — 4.4	— 2.2	21.47	103.8204	+ 304	103.8508		2-3	2-3
					c—d.					
1904 Nov. 16	5 34	757.0 — 2.1	+ 0.2	21.50	103.7143	+ 827	103.7970	103.7972	2	2
Dez. 10	5 40	734.4 — 0.2	+ 1.9	21.55	103.7291	+ 766	103.8057		3	3
1905 Jan. 7	5 7	752.1 + 0.2	+ 0.9	21.51	103.7296	+ 721	103.8017		3-4	3-4
„ 22	7 9	756.9 — 5.0	— 2.8	21.47	103.6988	+ 721	103.7709		2-3	2-3
					a—d.					
1904 Nov. 16	5 51	757.0 — 2.0	0.0	21.50	98.8115	+ 753	98.8868	98.8946	2	2
Dez. 10	6 6	734.3 — 0.2	+ 1.5	21.55	98.8155	+ 695	98.8850		3	3
1005 Jan. 7	4 56	752.0 + 0.3	+ 1.0	21.51	98.8236	+ 823	98.9059		3-4	3-4
„ 14	4 49	762.2 — 8.0	— 4.9	21.37	98.8085	+ 923	98.9008		4	3-4
					d—e.					
1904 Nov. 16	6 1	757.1 — 2.1	0.0	21.50	78.1465	+ 226	78.1691	78.1702	2	2
Dez. 14	5 44	738.9 + 1.5	+ 2.9	21.55	78.1565	+ 186	78.1751		3	3
„ 27	4 57	755.8 — 6.3	— 3.3	21.40	78.1502	+ 190	78.1692		2-3	2-3
1905 Jan. 22	6 58	756.9 — 4.8	— 2.6	21.47	78.1530	+ 146	78.1676		2-3	2-3

Datum	Stern-zeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Ge-messene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					a—e.					
1904 Nov. 16	6h30	757.2 — 2.3	— 0.3	21.50	85.9978	+ 937	86.0915	86.0901	2	2
Dez. 14	5 35	738.9 + 1.5	+ 3.0	21.55	86.0020	+ 762	86.0782		3	3
Dez. 27	5 29	755.7 — 6.3	— 4.1	21.40	86.0149	+ 825	86.0974		2-3	2-3
1905 Jan. 22	5 42	756.6 — 4.2	— 1.8	21.47	86.0170	+ 766	86.0936		2-3	2-3
					e—f.					
1904 Nov. 16	6 16	757.1 — 2.3	— 0.2	21.50	64.8458	+ 193	64.8651	64.8638	2	2
Dez. 14	5 53	738.9 + 1.5	+ 2.9	21.55	64.8516	+ 157	64.8673		3	3
Dez. 27	4 47	755.9 — 6.3	— 2.8	21.40	64.8546	+ 203	64.8349		2-3	2-3
1905 Jan. 22	6 48	756.8 — 4.7	— 2.5	21.47	64.8545	+ 134	64.8679		2-3	2-3
					a—f.					
1904 Nov. 16	6 26	757.2 — 2.3	— 0.2	21.50	110.5477	+ 831	110.6308	110.6192	2	2
Dez. 14	6 0	738.9 + 1.5	+ 2.9	21.55	110.5544	+ 629	110.6173		3	3
Dez. 27	5 45	755.7 — 6.4	— 4.1	21.40	110.5483	+ 679	110.6162		2-3	2-3
1905 Jan. 22	5 51	756.7 — 4.3	— 1.9	21.47	110.5501	+ 624	110.6135		2-3	2-3
					f—g.					
1904 Nov. 16	6 50	757.2 — 2.4	— 0.4	21.50	96.2586	+ 1118	96.3704	96.3681	2	2
Dez. 14	6 8	738.9 + 1.5	+ 2.8	21.55	96.2820	+ 910	96.3730		3	3
Dez. 27	4 33	755.9 — 6.3	— 2.7	21.40	96.2754	+ 921	96.3675		3	3
1905 Jan. 22	6 38	756.8 — 4.5	— 2.4	21.47	96.2601	+ 1012	96.3613		3	3
					a—g.					
1904 Nov. 16	5 4	756.8 — 2.2	+ 0.6	21.50	75.2094	+ 351	75.2445	75.2476	2	2
Nov. 16	6 41	757.1 — 2.3	— 0.3	21.50	75.2360	+ 265	75.2625		2	2
Dez. 14	6 20	738.9 + 1.4	+ 2.3	21.55	75.2158	+ 239	75.2397		3	3
Dez. 27	4 23	756.0 — 6.2	— 2.5	21.40	75.1953	+ 423	75.2376		2-3	2-3
1905 Jan. 22	6 25	756.8 — 4.5	— 2.4	21.47	75.2302	+ 235	75.2537		3	3
					g—h.					
1904 Nov. 16	7 2	757.2 — 2.4	— 0.5	21.50	102.8407	+ 1141	102.9548	102.9577	2	2
Dez. 14	6 29	738.9 + 1.3	+ 2.7	21.55	102.8850	+ 828	102.9678		3	3
1905 Jan. 7	5 20	752.5 — 0 0	+ 0.7	21.51	102.8756	+ 705	102.9461		3-4	3-4
Jan. 22	7 42	757.0 — 5.3	— 3.0	21.47	102.8272	+ 1348	102.9620		2-3	2-3
					a—h.					
1904 Nov. 16	7 14	757.3 — 2.5	— 0.6	21.50	116.5392	+ 1209	116.6601	116.6653	2	2
Dez. 10	6 14	734.3 — 0.1	+ 1.3	21.55	116.5721	+ 1039	116.6760		3	3
Dez. 21	5 37	757.9 — 2.3	— 0.6	21.47	116.5500	+ 1107	116.6607		4	4
1905 Jan. 14	4 40	762.2 — 7.9	— 4.8	21.37	116.5452	+ 1194	116.6646		4	3-4
					h—b.					
1904 Nov. 16	7 22	757.3 — 2.5	— 0.7	21.50	110.0378	+ 406	110.0784	110.0747	2	2
Dez. 14	6 39	738.9 + 1.2	+ 2.5	21.55	110.0579	+ 221	110.0800		3	3
Dez. 21	5 23	758.0 — 2.3	— 0.6	21.47	110.0445	+ 273	110.0718		3	3
Dez. 27	6 7	755.7 — 6.4	— 4.2	21.40	110 0543	+ 284	110 0827		2-3	2-3
1905 Jan. 22	7 31	757.0 — 5.1	— 3.0	21.47	110.0258	+ 348	110.0606		2-3	2-3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					a_1—d.					
1902 Dez. 13	5h18.2	757.4 — 6.0	— 5.8	21.35	104.6503	+ 900	104.7403	104.7302	3	3
1903 Jan. 14	7 18.3	763.0 — 11.4	— 8.4	21.31	104 6563	688	104.7251		2-3	2-3
Jan. 16	7 56.5	759.8 — 5.2	— 3.6	21.45	104.6645	607	104.7252		2	2
					a_1 — e.					
1903 Jan. 16	7 27.5	759.8 — 5.8	— 3.4	21.45	85.7445	1142	85.8587	85.8651	2	2
Jan. 17	6 20.5	760.7 — 7.8	— 6.4	21.35	85.7699	931	85.8630		3	3-4
März 1	7 40.5	743.1 + 3.1	+ 5.0	21.60	85.7564	1171	85.8735		3	3
					a_1—g.					
1903 Febr. 26	9 19.8	759.9 + 2.4	+ 4.6	21.60	67.3212	169	67.(3381)	67.3534	2-3	3-4
1904 Jan. 10	4 35.5	751.7 0.0	+ 1.2	21.50	67.3236	282	67.3518		3	3
Febr. 4	4 7.3	737.1 + 2.0	+ 3.1	21.51	67.3167	435	67.3602		3-4	3
					a_2—d.					
1903 Jan. 14	7 28.5	763.0 — 11.4	— 8.5	21.31	86.7393	617	86.8010	86 .8050	4	4
Jan. 16	8 6.5	759.8 — 5.1	— 3.7	21.45	86.7357	554	86.7911		2	2
1904 Dez. 14	6 51.2	738.9 + 1.1	+ 2.4	21.55	86.7727	502	86.8229		3	3
					a_2—e.					
1903 Jan. 16	7 40.0	759.8 — 5.3	— 3.5	21.45	77.4646	1155	77.5801	77.5800	2	2
Jan. 17	6 33.0	760.6 — 7.4	— 6.5	21.35	77.4886	851	77.5737		3	3-4
März 1	7 59.7	743.1 + 3.1	+ 4.8	21.60	77.4711	1150	77.5861		3	3
					a_2—g.					
1903 Febr. 26	9 27.3	759.9 + 2.4	+ 4.5	21.60	84.5970	114	84.(6084)	84.6330	2-3	3-4
1904 Jan. 10	4 42.5	751.7 0.0	+ 1.2	21.50	84.6004	378	84.6382		3	3
Febr. 4	4 15.3	739.1 + 1.8	+ 3.0	21.51	84.5883	414	84.6297		3	3
1905 Febr. 13	4 28.7	758.2 — 8.3	— 2.0	21.45	84.5965	429	84.6394		3	3-4
					n_X—e.					
1904 Jan. 10	4 1.5	751.7 + 0.2	+ 1.2	21.50	116.8213	1178	116.9391	116.9557	3-4	3
Dez. 14	7 2.0	738.9 + 1.0	+ 2.4	21.55	116.8532	1248	116.9780		3	3
1905 Jan. 23	6 35.7	756.6 — 4.4	— 2.0	21.45	116.8291	1209	116.9500		3	3
					n_X—h.					
1903 Dez. 3	5 7.8	749.3 — 4.5	— 3.7	21.40	81.1930	798	81.2728	81.2857	3-4	3-4
Dez. 23	6 48.3	746.1 0.0	+ 0.5	21.46	81.2175	747	81.2922		4	4
1904 Febr. 4	6 26.8	739.5 + 1.4	+ 2.2	21.51	81.2275	647	81.2922		3	3
					n_X—c.					
1904 Febr. 4	5 41.3	739.3 + 0.9	+ 2.2	21.51	122.8316	269	122.8585	122.8589	3	3
März 19	7 56.8	753.4 + 3·9	+ 6.0	21.55	122.8171	244	122.8415		3	3
März 20	8 7.9	750.6 + 6.1	+ 8.7	21.70	122.8570	197	122.8767		3	3
					n_{10}—e.					
1904 Jan. 10	4 9.5	751.7 + 0.1	+ 1.2	21.50	122.1680	1258	122.2938	122.3046	3-4	3
Dez. 14	7 13.2	738.9 + 0.9	+ 2.3	21.55	122.1881	1349	122.3230		3	3
1905 Jan. 23	6 26.7	756.7 — 4.4	— 1.9	21.45	122.1720	1251	122.2971		3	3
					n_{10}—h.					
1903 Dez. 3	5 16.3	749.3 — 4.5	— 3.7	21.40	76.0995	731	76.1726	76.1743	3-4	3-4
1904 Febr. 4	6 35.8	739.6 + 1.5	+ 2.2	21.51	76.1102	540	76.1642		3	3
März 28	8 2.6	748.9 + 9.4	+ 11.0	21.70	76.0963	898	76.1861		3	3

Datum	Stern-zeit	Barometer und Luft-temperatur	J.	Ocular-Stellung	Ge-messene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					n_{10}—c.					
1904 Febr. 4	5h48.8	739.4 + 1.0	+ 2.2	21.51	133.2843	+ 267	133.3110	133.3191	3	3
März 20	7 52.4	750.6 + 6.5	+ 9.3	21.70	133.2935	547	133.(3482)		3	3
1905 Jan. 23	6 7.7	756.7 — 4.4	— 1.9	21.45	133.2793	333	133.3126		3	3
					n_4—e.					
1903 Jan. 22	7 43.5	751.2 — 7.9	— 6.0	21.37	105.5505	1441	105.6946	105.6770	3	3
Dez. 28	5 7.0	755.3 — 5.8	— 4.0	21.40	105.5666	1057	105.6723		3	3
1904 Jan. 10	3 33.5	751.8 + 0.4	+ 1.3	21.50	105.5452	1189	105.6641		3-4	3
					n_4—h					
1903 Dez. 3	4 19.5	749.6 — 4.5	— 3.7	21.40	92.3351	988	92.4339	92.4391	3-4	3-4
Dez. 23	6 26.3	746.6 — 0.4	+ 0.4	21.46	92.3553	902	92.4455		4	4
1904 Febr. 4	6 8.8	739.3 + 1.3	+ 2.2	21.51	92.3586	794	92.4380		3	3
					n_4—c.					
1903 März 23	8 1.3	744.6 + 13.2	+ 15.6	21.90	126.4419	109	126.4528	126.4452	3	3
Dez. 28	5 37.5	755.2 — 6.0	— 4.5	21.40	126.4070	396	126.4466		3	3
1904 Febr. 4	5 16.3	739.1 + 0.5	+ 2.2	21.51	126.4114	248	126.4362		3	3
					n_5—e.					
1903 Jan. 22	7 34.0	751.3 — 7.8	— 6.0	21.37	103.2495	1349	103.3844	103.3815	3	3
Dez. 28	4 13.0	755.3 — 5.9	— 4.2	21.40	(103 3151)	1148	(103.4299)		3	3
1904 Jan. 10	3 40.0	751.8 + 0.3	+ 1.3	21.50	103.2638	1148	103.3786		3-4	3
					n_5—h.					
1903 März 1	8 37.8	742.6 + 3.0	+ 4.4	21.60	94.5777	1536	94.(7313)	94.7049	3	3
Dez. 3	4 26.8	749.6 — 4.5	— 3.7	21,40	94.6013	976	94.6989		3-4	3-4
Dez. 23	6 31.8	746.4 — 0.3	+ 0.4	21.46	94.6149	874	94.7023		4	4
1905 Febr. 20	6 54.5	743.5 — 0.7	+ 1.3	21.50	94.6118	884	94.7002		3	3
					n_5—c.					
1903 März 23	8 36.2	744.6 + 12.5	+ 15.0	21.90	123.7559	339	123.7898	123.7857	3	3
Dez. 28	5 50.0	755.2 — 6.0	— 4.6	21.40	123.7506	404	123.7910		3	3
1904 Febr. 4	5 27.8	739.2 + 0.7	+ 2.2	21.51	123.7505	259	123.7764		3	3
					n_6—e.					
1903 Jan. 22	7 26.0	751.6 — 7.7	— 6.0	21.37	103.2448	1319	103.3767	173.3873	3	3
Dez. 28	5 19.5	755.3 — 5.9	— 4.3	21.40	103.2898	1065	103.3963		3	3
1904 Jan. 10	3 46.0	751.8 + 0.3	+ 1.3	21.50	103.2782	1106	103.3888		3-4	3
					n_6—h.					
1903 März 1	8 44.7	742.6 + 3.0	+ 4.4	21.60	94.6031	1584	94.7615	94.7431	3	3
Dez. 3	4 33,3	749.5 — 4.5	— 3.7	21.40	94.6370	987	94.7357		3-4	3-4
Dez. 23	6 38.3	746.3 + 0.1	+ 0.5	21.46	94.6583	918	94.7501		3	3
1905 Febr. 13	5 44.2	758.5 — 10.4	— 6.2	21.35	94.6505	934	94.7439		3	3
Febr. 20	7 0.5	743.5 — 1.0	+ 1.2	21.50	94.6452	882	94.7334		3	3
					n_6—c.					
1903 März 23	8 30.2	744.6 + 12.4	+ 15.0	21.90	122.4520	283	122.4803	122.4721	3	3
Dez. 28	5 57.5	755.2 — 6.0	— 4.6	21.40	122.4325	403	122.4728		3	3
1904 Febr. 4	5 27.8	739.2 + 0.7	+ 2.2	21.51	122.4373	260	122.4633		3	3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					n_7—e.					
1903 Jan. 17	6h48·5	760.5 — 6.0	— 6.5	21.35	103.0425	+ 1185	103.1610	103.1540	3-4	4
Dez. 28	5 25.0	755.3 — 5.9	— 4.5	21.40	103.0481	1052	103.1533		3	3
1904 Jan. 10	3 51.5	752.7 + 0.3	+ 1.2	21.50	103.0403	1073	103.1476		3-4	3
					n_7—h.					
1903 Dez. 3	4 43.8	749.5 — 4.5	— 3,7	21.40	95.0091	991	95.1082	95.1194	3-4	3-4
1904 Febr. 4	6 18.3	739.3 + 1.1	+ 2.2	21.51	95.0442	791	95.1233		3	3
März 28	7 52.6	748.5 + 9.7	+ 11.6	21.70	95.0434	832	95.1266		3	3
					n_7—c.					
1903 März 21	8 43.2	753.5 + 8.2	+ 9.6	21.75	120.5280	438	102.5718	120.5715	3	3
Dez. 28	6 4.5	755.2 — 6.1	— 4.7	21.40	120.5350	359	102.5709		3	3
1904 Febr. 4	5 27.8	739.2 + 0.7	+ 2.2	21.51	120.5503	214	102.5717		3	3
					n_9—e.					
1904 Jan. 10	4 17.5	751.7 0.0	+ 1.2	21.50	89.5875	915	89.6790	89.6802	3-4	3
Dez. 14	7 21.2	738.9 + 0.8	+ 2.3	21.55	89.5840	945	89.6785		3	3
1905 Jan. 23	6 43.2	756.4 — 4.4	— 2.0	21.45	89.5945	886	89.6831		3	3
					n_9—h.					
1903 Dez. 3	5 23.8	749.2 — 4.5	— 3.7	21.40	109.7029	1049	109.8078	109.8168	3-4	3-4
1904 März 28	8 8.6	749.0 + 9.2	+ 11.0	21.70	109.6995	1393	109.(8388)		3	3
1905 Jan. 26	7 39.8	761.4 — 3.5	— 2.1	21.45	109.6738	1409	109.8147		2	2
					n_9—c.					
1904 Febr. 4	5 56.8	739.4 + 1.0	+ 2.2	21.51	136.4248	245	136.4493	136.4542	3	3
März 20	7 59.4	750.6 + 6.1	+ 8.0	21.70	136.4176	421	136.4597		3	3
1905 Jan. 23	5 59.2	756.7 — 4.3	— 1.8	21.45	136.4208	327	136.4535		3	3
					h_1—a.					
1903 Jan. 13	7 46.0	758.1 — 9.1	— 6.6	21.35	105.5675	1197	105.6872	105.6888	3	3
Febr. 19	7 2.5	757.8 — 3.0	+ 4.2	21.56	105.6060	825	105.6885		3-4	3-4
Dez. 23	5 10.3	746.8 — 1.0	— 0.5	21.46	105.5912	936	105.6848		2	3
1904 Febr. 10	5 14.6	724.8 + 3.7	+ 5.0	21.60	105.6171	777	105.6948		4	3
					h_1—b.					
1903 Febr. 16	7 26.5	760.6 — 2.7	— 0.4	21.50	113.5486	379	113.5865	113.5814	2-3	2-3
Dez. 28	6 17.0	755.2 — 6.2	— 4.7	21.40	113.5491	367	113.5858		3	3
1904 Jan. 10	6 56.5	751.2 — 0.4	+ 1.0	21.50	113.5384	334	113.5718		3	3-4
					h_1—g.					
1903 Febr. 16	8 51.0	761.3 — 4.0	— 1.1	21.50	90.9733	2375	91.2108	91.2084	2-3	2-3
Febr. 18	6 47.0	763.1 0.0	+ 1.1	21.40	91.1241	847	91.2088		2	2
Dez. 28	8 5.0	754.9 — 7.3	— 5.5	21.40	91.0565	1525	91.2090		3	3
1904 Jan. 10	5 49.0	751.5 — 0.4	+ 1.1	21.50	91.1393	658	91.2051		3	3
					h_2—a.					
1903 Jan. 13	7 55.7	758.1 — 9.1	— 6.6	21.35	111.6844	1317	111.8161	111.8270	3	3
März 28	8 58.5	750.0 + 8.0	+ 9.8	21.70	111.6697	1649	111.8346		3-4	4
Dez. 23	5 15.3	746.8 — 0.9	— 0.6	21.46	111.7390	1012	111.8402		2	3
1904 Febr. 10	5 30.0	724.8 + 3.7	+ 5.0	21.60	111.7482	788	111.8270		4	3
Febr. 17	6 0.6	724.8 + 3.0	+ 3.6	21.58	111.7391	781	111.8172		3	4

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					h_2—b.					
1903 Febr. 16	7h35.2	760.6 — 2.8	— 0.7	21.50	113.1705	+ 355	113.2061	113.2181	2-3	2-3
Dez. 28	6 2.3	755.1 — 6.3	— 4.7	21.40	113.1890	368	113.2258		3	3
1904 Jan. 10	7 2.0	751.1 — 0.4	+ 0.9	21.50	113.1911	314	113.2225		3	3
					h_2—g.					
1903 Febr. 18	6 56.2	763.1 0.0	+ 1.1	21.50	96.5168	919	96.6087	96.6090	2	2
Dez. 28	8 12.0	754.9 — 7.3	— 5.5	21.40	96.4366	743	96.6109		3	3
1904 Jan. 10	5 54.0	751.3 — 0.4	+ 1.1	21.50	96.5351	724	96.6075		3	3
					h_3—a.					
1903 Jan. 13	8 6.2	758.2 — 9.2	— 6.7	21.35	109.8365	1546	109.(9911)	110.0134	3	3
Dez. 23	5 21.8	746.8 — 0.9	— 0.6	28.46	109.9193	995	110.0188		2	3
1904 Febr. 17	6 9.6	724.8 + 2.9	+ 3.6	21.58	109.9439	827	110.0266		3	3
1905 Febr. 13	5 11.2	758 4 — 10.1	— 4.5	21.45	109.9061	997	110.0058		4	4
					h_3—b.					
1903 Febr. 16	7 44.0	760.9 — 3.2	+ 0.1	21.50	96.7761	358	96.8119	96.8036	2-3	2-3
Dez. 28	6 30.5	755.1 — 6.4	— 4.7	21.40	96.7643	319	96.7962		3	3
1904 Jan. 10	7 8.0	751.1 — 0.4	+ 0.9	21.50	96.7743	279	96.8027		3	3
					h_3—g.					
1903 Febr. 18	7 6.5	763.1 — 0.2	+ 1.1	21.50	105.8949	981	105.9930	106.0004	2	2
Dez. 28	8 21.5	754.9 — 7.3	— 5.6	21.40	105.8127	1995	106.0122		3	3
1904 Jan. 10	6 0.5	751.3 — 0.4	+ 1.1	21.50	105.9252	707	105.9959		3	3
					h_4—a.					
1903 Jan. 13	8 18.7	758.2 — 9.4	— 6.7	21.35	119.6718	1423	119.(8141)	119.8278	3	3
Dez. 23	5 29.3	746.8 — 0.5	— 0.6	21.46	119.7258	1057	119.8315		2	3
1904 Febr. 17	6 37.1	724.8 + 2.4	+ 3.5	21.58	119.7499	855	119.8354		3	3
1905 Febr. 13	5 20.7	758.4 — 10.2	— 5.0	21.45	119.7123	1111	119.8234		3	3
					h_4—b.					
1903 Febr. 16	7 57.7	760.9 — 3.3	0.0	21.50	122.0555	456	122.1011	122.0947	2-3	2-3
Dez. 28	6 37.0	755.1 — 6.5	— 4.8	21.40	122.0486	405	122.0891		3	3
1904 Jan. 10	7 14.5	751.0 — 0.5	+ 0.8	21.50	122.0573	365	122.0938		3	3
					h_4—g.					
1903 Febr. 18	7 19.8	763.1 — 0.3	+ 1.2	21.50	97.9350	944	98.0294	98.0421	2	2
Dez. 28	8 28.5	754.8 — 7.3	— 5.6	21.40	97.8411	2057	98.0468		3	3
1904 Jan. 10	6 6.0	751.3 — 0.4	+ 1.1	21.50	97.9692	810	98.0502		3	3
					h_6—a.					
1904 Febr. 17	6 20.1	724.8 + 2.8	+ 3.6	21.58	118.0159	782	118.0941	118.0839	3	3
März 16	8 4.5	750.3 + 1.2	+ 2.1	21.50	117.9813	1036	118.0849		2-3	2-3
März 28	8 47.6	749.8 + 8.3	+ 10.1	21.70	117.9576	1151	118.0727		3-4	4
					h_6—b.					
1903 Febr. 16	8 16.7	761.0 — 4.0	— 0.4	21.50	127.8250	608	127.8858	127.8685	2-3	2-3
Dez. 28	6 45.0	755.0 — 6.8	— 4.8	21.40	127.8218	396	127.8614		3	3
1904 Jan. 10	7 19.5	750.9 — 0.5	+ 0.7	21.50	127.8268	401	127.8669		3	3

Datum	Stern-zeit	Barometer und Luft-temperatur	J.	Ocular-Stellung	Ge-messene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					$h_6-g.$					
1903 Febr. 18	7h27.5	763.1 — 0.4	+ 1.2	21.50	92.4194	+ 1103	92.5297	92.5386	2	2
Dez. 28	2 42.5	754.8 — 7.4	— 5.7	21.40	92.3218	2227	92.5445		3	3
1904 Jan. 10	6 12.0	751.2 — 0.4	+ 1.1	21.50	92.4528	719	92.5247		3	3
1905 Febr. 13	4 42.5	758.3 — 9.1	— 2.6	21.45	92.4676	910	92.5586		3	3-4
					$h_8-a.$					
1904 Febr. 17	6 26.6	724.8 + 2.7	+ 3.5	21.58	111.1349	683	111.2032	111.2185	3	3
März 16	8 9.0	750.3 + 1.2	+ 2.1	21.50	111.1374	855	111.2229		2-3	2-3
März 28	8 52.6	749.9 + 8.1	+ 9.9	21.70	111.1056	1030	111.2086		3-4	4
1905 Febr. 13	5 31.2	758.4 — 10.3	— 5.6	21.35	111.1446	947	111.2393		3	3
					$h_8-b.$					
1903 Febr. 16	8 31.7	761.2 — 4.4	— 0.7	21.50	131.9223	874	132.(0097)	131.9840	2-3	2-3
Dez. 28	6 51.5	755.0 — 7.1	— 4.8	21.40	131.9356	409	131.9765		3	3
1904 Jan. 10	7 25.0	750.8 — 0.5	+ 0.6	21.50	131.9473	311	131.9784		3	3
					$h_8-g.$					
1903 Febr. 18	7 40.0	763.1 — 0.5	+ 1.2	21.50	82.9608	1082	83.0690	83.0681	2	2
Dez. 28	8 45.0	754.8 — 7.4	— 5.7	21.40	82.8628	2030	83.0658		3	3
1904 Jan. 10	6 16.5	751.2 — 0.4	+ 1.0	21.50	82.9978	717	83.0695		3	3
					$i_1-e.$					
1903 März 1	8 11.8	742.7 + 3.1	+ 4.8	21.60	59.0887	814	59.1701	59.1865	3	3
März 17	7 15.3	748.9 + 5.8	+ 8.9	21.70	59.1308	553	59.1861		4	4
Oct. 25	6 6.0	743.0 + 4.7	+ 7.4	21.50	59.1330	579	59.1909		3	3
1904 Jan. 10	3 0.0	751.8 + 0.6	+ 1.3	21.50	59.1186	722	59.1908		3-4	3
					$i_1-f.$					
1903 März 13	7 16.0	749.3 + 2.7	+ 5.1	21.60	82.0730	574	82.1304	82.1416	3	3
Oct. 25	7 40.0	743.1 + 4.5	+ 6.7	21.50	82.0806	815	82.1621		3	2-3
Dez. 30	6 53.5	751.2 — 10.4	— 7.9	21.35	82.0651	661	82.1312		4	3
1904 Jan. 2	7 25.6	752.1 — 7.4	— 6.3	21.45	82.0644	838	82.1482		3	3
					$i_1-g.$					
1903 März 14	7 32.0	749.6 + 1.6	+ 5.8	21.60	72.7439	176	72.7615	72.7567	3	3
Dez. 30	7 31.5	750.5 — 10.4	— 8.3	21.35	72.7163	343	72.7506		4	3
1904 Febr. 4	4 23.8	739.1 + 1.8	+ 2.8	21.51	72.6989	591	72.7580		3	3
					$i_2-e.$					
1903 März 17	7 22.8	748.9 + 5.8	+ 8.6	21.70	57.2547	521	57.3068	57.3041	3	3
Oct. 25	5 24.0	743.0 + 4.9	+ 7.4	21.50	57.2438	572	57.3010		3	3
1904 Jan. 10	3 6.4	751.8 + 0.6	+ 1.3	21.50	57.2268	778	57.3046		3-4	3
					$i_2-f.$					
1903 März 13	7 24.0	749.3 + 2.5	+ 5.0	21.60	76.5462	617	76.6079	76.6087	3	3
Oct. 25	7 16.0	743.1 + 4.5	+ 7.0	21.50	76.5325	701	76.6026		3	2-3
Dez. 30	7 0.5	751.1 — 10.4	— 8.0	21.35	76.5437	681	76.6118		4	3
1904 Jan. 2	7 34.1	752.2 — 7.1	— 6.3	21.45	76.5302	822	76.6124		3	3
					$i_2-g.$					
1903 März 14	7 39.0	749.6 + 1.5	+ 5.6	21.60	70.0388	217	70.0605	70.0547	3	3
Dez. 30	7 5.0	750.6 — 10.5	— 8.4	21.35	70.0022	205	70.0427		4	3
1904 Febr. 4	4 30.8	739.1 + 1.6	+ 0.6	21.51	70.0113	496	70.0609		3	3

Datum	Stern-zeit	Barometer und Luft-temperatur	J.	Ocular-Stellung	Ge-messene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					$i7_1$—e.					
1903 März 17	8h 0.8	748.9 + 5.0	+ 7.8	21.70	50.5276	+ 557	50.5833	50.5672	2-3	2-3
Oct. 25	6 20.5	743.0 + 4.8	+ 7.4	21.50	50.5124	473	50.5597		3	3
1904 Jan. 10	3 14.4	751.8 + 0.5	+ 1.3	21.50	50.4942	645	50.5587		3-4	3
					$i7_1$—f.					
1903 März 13	7 47.0	749.4 + 2.0	+ 4.8	21.60	70 3568	669	70.4237	70.4155	3	3
Dez. 30	7 13.0	751.0 — 10.4	— 8.1	21.35	70.3451	636	70.4087		4	3
1904 Jan. 2	7 44.6	752.2 — 6.9	— 6.4	21.45	70.3373	768	70.4141		3	3
					$i7_1$ – g.					
1903 März 14	8 21.0	749.7 + 0.7	+ 4.6	21.60	73.3723	338	73.4061	73.4071	3	3
Dez. 30	8 14.0	750.7 — 10.5	— 8.5	21.35	73.3578	486	73.4064		4	3
1904 Febr. 4	4 41.8	739.1 + 1.0	+ 2.5	21.51	73.3543	545	73.4088		3	3
					$i7_2$—e.					
1903 März 17	8 0.8	748.9 + 5.0	+ 7.8	21.70	49.8981	554	49.9535	49.9478	2-3	2-3
Oct. 25	6 20.5	743.0 + 4.8	+ 7.4	21.50	49.8840	476	49.9316		3	3
1904 Jan. 10	3 14.4	751.8 + 0.5	+ 1.3	21.50	50.8942	642	49.9584		3-4	3
					$i7_2$—f.					
1903 März 13	7 47.0	749.4 + 2.0	+ 4.8	21.60	69.4912	692	69.5604	69.5601	3	3
Dez. 30	7 13.0	751.0 — 10.4	— 8.1	21.35	69.4981	675	69.5596		4	3
1904 Jan. 2	7 44.6	752.2 — 6.9	— 6.4	21.45	69.4845	557	69.5602		3	3
					$i7_2$—g.					
1903 März 14	8 21.0	749.7 + 0.7	+ 4.6	21.60	73.5443	343	73.5786	73.5769	3	3
Dez. 30	7 14.0	750.7 — 10.5	— 8.5	21.35	73.5116	495	73.5611		4	3
1904 Febr. 4	4 41.8	739.1 + 1.0	+ 2.5	21.51	73.5367	544	73.5911		3	3
					i_8—e.					
1903 März 17	8 14.8	748.9 + 4.7	+ 7.2	21.70	47.7893	646	47.8539	47.8514	2-3	2-3
Oct. 25	6 31.0	743.0 + 4.7	+ 7.3	21.50	47.7979	464	47.8443		3	3
1904 Jan. 10	3 23.0	751.8 + 0.5	+ 1.3	21.50	47.7976	585	47.8561		3-4	3
					i_8—f.					
1903 März 13	7 57.0	749.5 + 1.7	+ 4.6	21.60	73.3571	706	73.4277	73.4354	3	3
Dez. 30	7 22.0	750.9 — 10.4	— 8.2	21.35	73.3608	771	73.4379		4	3
1904 Jan. 2	7 59.1	752.2 — 6.1	— 6.5	21.45	73.3548	858	73.4406		3	3
					i_8—g.					
1903 März 14	8 30.5	749.7 + 0 5	+ 4.4	21.60	78.4980	319	78.5299	78.5361	3	3
Dez. 30	8 23.0	750.7 — 10.5	— 8.5	21.35	78.4946	465	78.5411		4	3
1904 Febr. 4	5 1.3	739.1 + 0.5	+ 2.2	21.51	78.4856	578	78.5434		3	3
					k_1—a.					
1903 Jan. 31	7 15.8	748.6 + 1.1	+ 2.3	21.50	75.3008	644	75.3652	75.3748	3	3
Dez. 3	5 38.3	749.1 — 4.5	— 3.7	21.40	75.2944	755	75.3699		3-4	3-4
Dez. 23	5 47.8	746.8 — 0.5	— 0.5	21.46	75.3211	681	75.3892		2	3
					k_1—b.					
1903 Febr. 6	8 32.5	753.1 + 1.0	+ 2.0	21.47	118.8208	1327	118.9535	118.9568	3	3
Dez. 28	7 14.5	752.0 — 7.1	— 4.8	21.40	118.8886	741	118.9627		3	3
1904 Jan. 10	7 36.5	750.8 — 0.5	+ 0.6	21.50	118.8783	759	118.9542		3-4	3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					$k_1-g.$					
1904 Jan. 10	$4^h46.0$	751.6 — 0.1	+ 1.2	21.50	67.8518	+ 295	67.8813	67.8842	3	3
Jan. 23	3 49.0	761.4 — 6.3	— 3.0	21.44	67.8583	263	67.8846		3	3
März 26	8 47.3	748.4 + 8.0	+ 9.6	21.70	67.7471	1396	67.8867		3	3
					$k_2-a.$					
1903 Jan. 31	7 25.0	748.6 + 1.0	+ 2.2	21.50	72.3833	657	72.4490	72.4534	3	3
Dez. 3	5 45.8	749.0 — 4.5	— 3.7	21.40	72.3826	707	72.4533		3-4	3-4
Dez. 23	5 58.3	746.7 — 0.4	— 0.1	21.46	72.3939	639	72.4578		2	3
					$k_2-b.$					
1903 Febr. 6	8 39.7	753.1 + 0.8	+ 2.0	21.47	113.5728	1455	113.7183	113.7206	3	3
Dez. 28	7 21.5	755.0 — 7.1	— 4.9	21.40	113.6391	741	113.7132		3	3
1904 Jan. 10	8 1.5	750.6 — 0.5	+ 0.6	21.50	113.6348	956	113.7304		3-4	3
					$k_2-g.$					
1904 Jan. 10	5 8.0	751.6 — 0.3	+ 1.1	21.50	71.5373	325	71.5698	71.5652	2-3	2-3
Jan. 23	4 11.0	761.3 — 6.4	— 3.2	21.44	71.5284	254	71.5538		3	3
März 28	8 28.6	749.4 + 8.6	+ 10.5	21.70	71.4713	1073	71.5786		3	3
					$k_3-a.$					
1903 Jan. 31	7 32.5	748.6 + 0.9	+ 2.2	21.50	74.4751	693	74.5444	74.5556	3	3
Dez. 3	5 50.3	749.0 — 4.6	— 3.8	21.40	74.4763	738	74.5501		3-4	3-4
Dez. 23	5 53.3	746.7 — 0.5	— 0.3	21.46	74.5060	662	74.5722		2	3
					$k_3-b.$					
1903 Febr. 6	8 47.2	753.2 + 0.7	+ 2.0	21.47	115.1682	1550	115.3232	115.3153	3	3
Dez. 28	7 28.5	755.0 — 7.1	— 5.0	21.40	115.2395	793	115.3188		3	3
1904 Jan. 10	7 46.0	750.7 — 0.5	+ 0.6	21.50	115.2216	823	115.3039		3-4	3
					$k_3-g.$					
1904 Jan. 10	4 59.5	751.6 — 0.2	+ 1.1	21.50	70.7850	300	70.8150	70.8185	2-3	2-3
Jan. 23	4 4.0	761.4 — 6.4	— 3.1	21.44	70.7883	274	70.8157		3	3
März 28	8 23.1	749.3 + 8.8	+ 10.6	21.70	70.7249	999	70.8248		3	3
					$k_6-a.$					
1903 Jan. 31	8 1.5	748.7 + 0.7	+ 1.9	21.50	86.4221	759	86.4980	86.5024	3	3
Dez. 3	5 56.8	748.9 — 4.7	— 3.9	21.40	86.4210	784	86.4994		3-4	3-4
Dez. 23	6 9.3	746.7 — 0.4	+ 0.1	21.46	86.4415	684	86.5099		2	3
					$k_6-b.$					
1903 Dez. 28	7 37.5	755.0 — 7.2	— 5.1	21.40	122.8801	872	122.9673	122.9664	3	3
1904 Jan. 10	7 59.0	750.6 — 0.5	+ 0.6	21.50	122.8738	865	122.9603		3-4	3
März 20	8 17.4	750.6 + 5.8	+ 8.8	21.70	122.8886	831	122.9717		3	3
					$k_6-g.$					
1904 Jan. 10	5 16.0	751.6 — 0.3	+ 1.1	21.50	70.0925	372	70.1297	70.1292	2-3	2-3
Jan. 23	4 20.0	761.3 — 6.5	— 3.4	21.44	70.0920	388	70.1308		3	3
1905 Febr. 13	4 54.5	758.3 — 9.8	— 3.2	21.45	70.0860	411	70.1271		3	3-4
					$k_8-a.$					
1904 Jan. 30	7 34.1	744.2 + 0.5	+ 1.4	21.50	97.4384	845	97.5229	97.5319	2	2-3
März 16	8 18.0	750.3 + 1.1	+ 2.0	21.50	97.4365	1011	97.5376		2-3	2-3
1905 Jan. 23	4 38.2	756.8 — 3.7	— 1.0	21.45	97.4365	958	97.5323		3	3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					k_8—b.					
1904 Jan. 10	8h 4.5	750.5 — 0.5	+ 0.6	21.50	117.5870	+ 711	117.6581	117.6577	3-4	3
Jan. 30	7 41.6	744.0 + 0.5	+ 1.4	21.50	117.6092	541	117.6633		2	2-3
März 20	8 25 9	750.6 + 5.5	+ 8.5	21.70	117.5805	711	117.6516		3	3
					k_8—g.					
1904 Jan. 10	5 21.5	751.5 — 0.4	+ 1.1	21.50	81.8610	520	81.9130	81.9055	2-3	2-3
Jan. 23	4 27.5	761.2 — 6.8	— 3.6	21.44	81.8330	496	81.8826		3	3
März 28	8 37.6	749.6 + 8.5	+ 10.3	21.70	81.7620	1588	81.9208		3-4	3
					k_{10}—a.					
1903 Dez. 3	6 4.8	748.8 — 5.4	— 4.0	21.40	86.3926	677	86.4603	86.4615	3-4	3-4
Dez. 23	6 13.3	746.6 — 0.4	+ 0.3	21.46	86.4181	600	86.4781		2	3
1905 Jan. 8	5 53.9	753.5 + 0.3	+ 1.3	21.52	86.3876	586	86.4462		4	3-4
					k_{10}—b.					
1903 Dez. 28	7 46.0	755.0 — 7.2	— 5.5	21.40	139.2108	989	139.3097	139.3207	3	3
1904 Jan. 10	8 11.0	750.5 — 0.5	+ 0.6	21.50	139.2112	1101	139.3213		3-4	3
Jan. 23	8 46.5	760.3 — 8.0	— 5.8	21.44	139.1610	1806	139.3416		3	3
					k_{10}—g.					
1904 Jan. 10	5 27.5	751.5 — 0.4	+ 1.1	21.50	56.0240	369	56.0609	56.0540	2-3	2-3
Jan. 23	4 35.0	761.6 — 6.9	— 3.8	21.44	56.0149	363	56.0512		3	3
1905 Jan. 7	5 48.7	752.9 — 0.3	+ 0.5	21.51	56.0089	411	56.0500		3	3-4
					m_1—d.					
1903 März 12	7 34.2	749.7 + 3.5	+ 4.9	21.60	62.9112	406	62.9518	62.9544	3-4	3-4
März 22	8 25.5	751.9 + 10.4	+ 12.6	21.80	62.9096	418	62.9514		3-4	3-4
Dez. 23	7 7.3	745.9 + 0.2	+ 0.5	21.46	62.9118	482	62.9600		4	4
					m_1—e.					
1904 Jan. 23	5 30.0	761.1 — 7.0	— 3.9	21.44	76.4865	502	76.5367	76.5444	3	3
Jan. 30	6 29.1	744.8 + 0.5	+ 1.5	21.50	76.4870	587	76.5457		2	2-3
Dez. 14	7 39.2	738.9 + 0.8	+ 2.3	21.55	76.4552	955	76.5507		3	3
					m_1—c.					
1904 Jan. 23	5 50.0	760.0 — 7.1	— 4.2	21.44	83.6060	522	83.6582	83.6561	3	3
Jan. 27	7 30.0	753.6 — 6.7	— 4.8	21.45	83.5926	631	83.6557		3-4	3
März 16	8 39.0	750.3 + 0.9	+ 2.0	21.50	83.5358	1186	83.6544		2-3	2-3
					m_2—d.					
1903 März 12	7 41.2	749.7 + 3.5	+ 4.8	21.60	64.5883	184	64.6067	64.6055	3-4	3-4
März 22	8 17.4	751.9 + 10.5	+ 12.8	21.80	64.5949	100	64.6049		3-4	3-4
1904 Dez. 21	6 4.0	757.7 — 2.4	— 0.7	21.47	65.5693	357	64.6050		3	3
					m_2—e.					
1904 Jan. 23	5 23.5	761.2 — 6.9	— 3.8	21.44	55.4575	394	55.4969	55.4976	3	3
Jan. 30	6 24.6	744.8 + 0.5	+ 1.5	21.50	55.4401	438	55.4839		2	2-3
Dez. 14	7 34.2	738.9 + 0.8	+ 2.3	21.55	55.4426	695	55.5121		3	3
					m_2—c.					
1904 Jan. 23	5 41.5	761.0 — 7.0	— 4.0	21.44	105.8386	417	105.8803	105.8908	3	3
Jan. 27	7 23.5	753.8 — 6.6	— 4.7	21.45	105.8101	816	105.8917		3-4	3
März 16	8 32.0	750.3 + 0.9	+ 2.0	21.50	105.7540	1463	105.9003		2-3	2-3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					m_3—c.					
1904 Jan. 23	5h59.5	761.0 — 7.1	— 4.4	21.44	49.9402	+ 250	49.9652	49.9622	3	3
Jan. 27	7 38.5	753.5 — 7.0	— 4.9	21.45	49.9081	501	49.9582		3-4	3
März 16	8 45.5	750.4 + 0.5	+ 1.9	21.50	49.8671	962	49.9633		3	3
					m_3—d.					
1904 Jan. 23	6 20.5	761.0 — 7.2	— 4.6	21.44	61.7019	627	61.7646	61.7649	3	3
Jan. 30	7 13.6	744.5 + 0.5	+ 1.5	21.50	61.6842	652	61.7494		2	2-3
1905 Jan. 26	6 54 8	761.5 — 3.0	— 2.0	21.45	61.7070	660	61.7730		2	2
					m_3—a.					
1904 Jan. 23	6 28.5	760.9 — 7.3	— 4.7	21.44	67.3782	181	67.3963	67.3949	3	3
Jan. 30	7 22.1	744.4 + 0.5	+ 1.4	21.50	67.3764	125	67.3889		2	2-3
1905 Jan. 26	7 3.8	761.5 — 3.0	— 2.0	21.45	67.3838	156	67.3994		3	3
					o_1—a.					
1903 Dez. 30	6 22.0	751.6 — 10.3	— 7.7	21.35	71.0210	713	71.0923	71.0954	4	3
1904 Jan. 23	8 21.0	760.4 — 7.8	— 5.4	21.44	70.9613	1349	71.0962		3	3
März 31	8 26.0	743.6 + 3.1	+ 7.4	21.70	70.9766	1210	71.0976		3-4	3-4
					o_1—h.					
1903 Dez. 30	5 16.0	751.6 — 10.1	— 7.3	21.35	69.4925	484	69.5409	69.5352	4	3
1904 Jan. 23	7 46.0	760.6 — 7.6	— 5.0	21.44	69.5007	297	69.5304		3	3
Dez. 21	6 25.5	757.7 — 2.4	— 0.7	21.47	69.4992	352	69.5344		3	3
					o_1—c.					
1903 Dez. 30	5 53.0	751.6 — 10.3	— 7.5	21.35	92.4880	517	92.5397	92.5473	4	3
1904 Jan. 23	7 3.0	760.8 — 7.4	— 4.8	21.44	92.5175	345	92.5520		3	3
März 22	7 35.0	749.3 + 4.5	+ 7.5	21.80	92.5038	463	92.5501		3	3
					o_2—a.					
1903 Dez. 30	6 16.5	751.6 — 10.3	— 7.6	21.35	83.4497	824	83.5321	83.5334	4	3
1904 Jan. 23	8 14.0	760.5 — 7.7	— 5.2	21.44	83.3938	1481	83.5419		3	3
März 31	8 22.7	743.7 + 3.5	+ 8.0	21.70	83.3883	1380	83.5263		3-4	3-4
					o_2—h.					
1903 Dez. 30	5 11.0	751.6 — 10.1	— 7.2	21.35	66.8051	400	66.8451	66.8438	4	3
1904 Jan. 23	7 40.0	760.6 — 7.5	— 4.9	21.44	66.8166	210	66.8376		3	3
Dez. 21	6 32.0	757.7 — 2.4	— 0.7	21.47	66.8238	248	66.8486		3	3
					o_2—c.					
1903 Dez. 30	5 59.0	751.6 — 10.3	— 7.6	21.35	95.0029	497	95.0526	95.0607	4	3
1904 Jan. 23	6 54.0	760.9 — 7.3	— 4.7	21.44	95.0278	451	95.0729		3	3
März 22	7 44.0	749.2 + 4.5	+ 7.3	21.80	95.0018	549	95.0567		3	3
					o_3—a.					
1903 Dez. 30	6 31.5	751.4 — 10.3	— 7.8	21.35	73.2691	663	73.3354	73.3338	4	3
1904 Jan. 23	8 28.5	760.4 — 7.8	— 5.4	21.44	73.1914	439	73.3353		3	3
März 31	8 30.5	743.6 + 2.5	+ 7.3	21.70	73.2080	226	73.3306		3	2-3
					o_3—h.					
1903 Dez. 30	5 22.0	751.6 — 10.1	— 7.3	21.35	89.7586	568	89.8154	89.8184	4	3
1904 Jan. 23	7 52.0	760.5 — 7.6	— 5.1	21.44	89.7878	347	89.8225		3	3
Dez. 21	6 40.0	757.5 — 2.3	— 0.7	21.47	89.7781	391	89.8172		3	3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					o_3—c.					
1903 Dez. 30	5^h 47.5	751.6 — 10.3	— 7.5	21.35	71.6890	+ 415	71.7305	71.7332	4	3
1904 Jan. 23	7 15.5	760.6 — 7.5	— 4.9	21.44	71.7085	248	71.7333		3	3
1905 Jan. 23	5 45.2	756.7 — 4.1	— 1.6	21.45	71.7028	330	71.7358		3	3
					o_4—a.					
1903 Dez. 30	6 49.0	751.3 — 10.3	— 7.9	21.35	74.5695	588	74.6283	74.6136	4	3
1904 Jan. 23	8 39.5	760.4 — 7.9	— 5.6	21.44	74.4715	1349	74.6064		3	3
März 31	8 35.0	743.7 + 2.0	+ 7.1	21.70	74.4935	1127	74.6062		3	2-3
					o_4—h.					
1903 Dez. 30	5 30.0	751.6 — 10.2	— 7.4	21.35	108.6255	659	108.6914	108.6896	4	3
1904 Jan. 23	8 0.0	760.6 — 7.7	— 5.2	21.44	108.6566	379	108.6945		3	3
Dez. 29	6 46.5	757.5 — 2.3	— 0.7	21.47	108.6373	457	108.6830		3	3
					o_4—c.					
1903 Dez. 30	5 40.0	751.6 — 10.2	— 7.5	21.35	52.9043	298	52.9341	52.9337	4	3
1904 Jan. 23	7 22.5	760.6 — 7.5	— 4.9	21.44	52.9115	170	52.9285		3	3
1905 Jan. 23	5 35.7	756.7 — 4,1	— 1.5	21.45	52.9178	212	52.9390		3	3
					d_1—a.					
1904 Jan. 27	5 53.0	754.2 — 6.5	— 4.2	21.45	77.9270	555	77.9825	77.9957	3-4	3-4
Jan. 30	4 30.6	745.8 + 1.5	+ 2.0	21.50	77.9291	670	77.9961		2	2-3
März 31	8 50.2	743.7 + 2.6	+ 6.7	21.70	77.9585	499	78.0084		3	2-3
					d_1—c.					
1904 Jan. 27	6 21.0	754.1 — 6.5	— 4.5	21.45	98.0380	743	98.1123	98.1006	3	3-4
Jan. 30	5 8.1	745.6 + 1.0	+ 1.8	21.50	98.0475	425	98.0900		2	2-3
März 26	8 22.3	748.3 + 8.8	+ 10.0	21.70	97.9596	398	98.0994		3	3
					d_1—e.					
1904 Jan. 27	6 44.5	753.9 — 6.5	— 4.6	21.45	66.4740	250	66.4990	66.4926	3-4	3-4
Jan. 30	5 29.1	745.3 + 0.7	+ 1.7	21.50	66.4678	134	66.4812		2	2-3
1905 Jan. 26	7 14.5	761.4 — 3.1	— 2.0	21.45	66.4671	304	66.4975		2	2
					d_2—a.					
1904 Jan. 27	5 3.5	754.3 — 6.5	— 4.1	21.45	98.2308	632	98.2940	98.3001	3-4	3-4
Jan. 30	4 35.6	745.7 + 1.5	+ 2.0	21.50	98.2242	746	98.2988		2	2-3
März 31	8 43.7	743.7 + 2.7	+ 6.9	21.70	98.2728	347	98.3075		3	2-3
					d_2—c.					
1904 Jan. 27	6 28.0	754.0 — 6.5	— 4.5	21.45	93.6161	906	93.7067	93.7080	3	3-4
Jan. 30	5 14.1	745.5 + 0.9	+ 1.8	21.50	93.6400	680	93.7080		2	2-3
März 26	8 16.8	748.3 + 9.0	+ 10.2	21.70	93.5608	486	93.7094		3	3
					d_2—e.					
1904 Jan. 27	6 37.0	754.0 — 6.5	— 4.5	21.45	86.9097	258	86.9355	86.9353	3	3-4
Jan. 30	5 24.1	745.4 + 0.8	+ 1.7	21.50	86.9263	158	86.9421		2	2-3
1905 Jan. 26	7 23.8	761.4 — 3.2	— 2.0	21.45	86.8945	339	86.9284		2	2
					d_{3a}—a.					
1904 Jan. 30	4 45.1	745.7 + 1.5	+ 2.0	21.50	63.6963	395	63.7358	63.7296	2	2-3
März 31	9 0.7	743.7 + 2.5	+ 6.5	21.70	63.7105	102	63.7207		3	2-3
1905 Jan. 23	4 51.2	756.8 — 3.8	— 1.1	21.45	63.6896	428	63.7324		3	3

Datum	Sternzeit	Barometer und Lufttemperatur	J.	Ocular-Stellung	Gemessene Distanz	Σ corr.	Red. Distanz	Mittel	Bildgüte R.	Bildgüte S.
					d_{3a}—c.					
1904 Jan. 30	5h 0.6	745.6 + 1.2	+ 1.8	21.50	76.6408	+ 333	76.6741	76.6752	2	2-3
März 26	8 31.3	748.4 + 8.5	+ 10.0	21.70	76.5488	1242	76.6730		3	3
1905 Jan. 23	8 23.2	756.7 — 4.0	— 1.4	21.45	76 6379	405	76.6784		3	3
					d_{3a}—d.					
1904 Jan. 30	5 39.6	745.2 + 0.6	+ 1.6	21.50	40.2310	317	40.2627	40.2606	2	2-3
Dez. 21	5 52.0	757.8 — 2.4	— 0.7	21.47	40.2271	356	40.2627		3	3
1905 Jan. 23	5 7.7	756.7 — 3.8	— 1.3	21.45	40.2195	368	40.2563		3	3
					d_{3b}—a.					
1904 Jan. 27	6 1.5	754.2 — 6.5	— 4.3	21.45	69.7239	325	69.7564	69.7605	3-4	3-4
Jan. 30	4 45.1	745.7 + 1.5	+ 2.0	21.50	69.7194	415	69.7609		2	2-3
März 31	8 56.0	743.7 + 2.6	+ 6.7	21.70	69.7550	92	69.7642		3	2-3
					d_{3b}—c.					
1904 Jan. 27	6 14.5	754.1 — 6.5	— 4.4	21.45	74.4818	559	74.5377	74.5352	3-4	3-4
Jan. 30	5 0.6	745.6 + 1.2	+ 1.8	21.50	74.5020	380	74.5400		2	2-3
März 26	8 31.3	748.4 + 8.5	+ 10.0	21.70	74.3932	1274	74.5206		3	3
					d_{3b}—d.					
1904 Jan. 27	7 0.5	753.8 — 6.5	— 4.7	21.45	36.8843	323	36.9166	36.9116	3	3-4
Jan. 30	5 39.6	745.2 + 0.6	+ 1.6	21.50	36.8808	290	39.9098		2	2-3
1905 Jan. 23	5 7.7	756.7 — 3.8	— 1.3	21.45	36.8763	322	36.9085		3	3
					r_1—a.					
1904 Jan. 2	5 53.1	751.9 — 7.5	— 5.9	21.45	56.6856	555	56.7411	56.7324	3	3
Jan. 27	4 49.0	754.5 — 6.1	— 3.4	21.45	56.6738	527	5.67265		3-4	3-4
1905 Jan. 26	5 57.3	761.5 — 2.4	— 1.6	21.45	56.6768	528	56.7296		2	2
					r_1—d.					
1904 Jan. 27	5 13.0	754.3 — 6.3	— 3.8	21.45	64.9388	254	64.9642	64.9675	3-4	3-4
Jan. 30	6 12.1	745.0 + 0.6	+ 1.6	21.50	64.9598	156	64.9754		2	2-3
1905 Jan. 26	6 32.8	761.5 — 2.7	— 1.9	21.45	64.9456	163	64.9629		2	2
					r_1—f.					
1904 Jan. 2	6 47.6	752.0 — 7.5	— 6.1	21.45	82.7321	306	82.7627	82.7619	3	3
Jan. 27	5 21.0	754.3 — 6.4	— 4.0	21.45	82.7371	196	82.7567		3-4	3-4
1905 Jan 26	6 21.3	761.5 — 2.6	— 1.8	21.45	82.7441	223	82.7664		2	2
					r_2—a.					
1904 Jan. 2	6 51.1	751.9 — 7.5	— 6.0	21.45	72.6861	756	72.7617	72.7588	3	3
Jan. 27	4 57.0	754.4 — 6.2	— 3.5	21.45	72.6973	677	72.7650		3-4	3-4
1905 Jan. 26	6 3.3	761.5 — 2.5	— 1.7	21.45	72.6824	674	72.7498		2	2
					r_2—d.					
1904 Jan. 27	5 6.0	754.4 — 6.3	— 3.8	21.45	48.5125	91	48.5216	48.5244	3-4	3-4
Jan. 30	6 3.6	745.0 + 0.6	+ 1.6	21.50	48.5200	42	48.5242		2	2-3
1905 Jan. 26	6 45.3	761.5 — 2.9	— 2.0	21.45	48.5210	64	48.5274		2	2
					r_2—f.					
1904 Jan. 2	6 57.1	752.1 — 7.5	— 6.2	21.45	94.0239	265	94.0504	94.0543	3	3
Jan. 27	5 28.0	754.3 — 6.5	— 4.1	21.45	94.0350	228	94.0578		3-4	3-4
1905 Jan. 26	6 13.3	761.5 — 3.5	— 1.8	21.45	94.0316	231	94.0547		2	2

In der beigegebenen Skizze sind die Sterne in der Umgegend des Orion-Nebels eingetragen, welche in die Messung mit einbegriffen sind. Die durch gerade Linien verbundenen Sterne sind die eines Hauptnetzes, das für sich ausgemessen und in der Rechnung einheitlich ausgeglichen wurde. An diese Sterne wurden dann die dazwischen liegenden durch je drei Distanzen angeschlossen. Es wurden alle Distanzen möglichst so gewählt, dass sie etwa von gleicher Grössenordnung waren, um eventuell noch vorhandene von der Grösse der Distanz abhängende systematische Fehler unschädlich zu machen.

Für das Hauptnetz wurden die Sterne so gewählt, dass 7 äussere Sterne an einen Centralstern und jeder an die zwei ihm unmittelbar benachbarten angeschlossen wurde. Es entsteht so ein Netz von 14 Distanzen, das demnach nur mit einer Distanz überbestimmt ist. Es wäre besser gewesen, auch einige diagonale Distanzen zu messen[1]), so weit es das Heliometer erlaubte, da es sonst unmöglich ist, aus dem Hauptnetz allein einen systematischen Fehler, mit dem eventuell eine der Distanzen behaftet ist, zu finden und dieser Distanz einen geringeren Einfluss auf das Netz zu geben. Solche systematischen Fehler haften offenbar den Messungen des Hauptnetzes an, da aus der Ausgleichung sich ein mittlerer Fehler der Gewichtseinheit ergibt, der den bedeutend übertrifft, welcher sich aus dem Vergleich der Einzelmessungen unter sich ergibt. Dieser beträgt im Mittel aus den oben angeführten Distanzen $\pm$ 0.″12, während er sich aus der Ausgleichung zu $\pm$ 0.″26 findet. Was die Ursache dieses schlechteren Zusammenstimmens ist, lässt sich nicht erkennen. Ich habe versucht zu finden, ob einem Sterne oder einer Distanz dieselbe zuzuschreiben ist, indem ich alle Distanzen, mit denen die übrigen Sterne an das Hauptnetz angeschlossen sind, mit berücksichtigt habe, nicht in strenger Ausgleichung, sondern durch versuchsweises Einzelrechnen. Es hat sich jedoch hierbei nichts auffälliges finden lassen. Etwas weniger gut stimmen die Distanzen nach dem Sterne *f* zusammen, und es ist möglich, dass hier kleine Fehler in den Messungen liegen.

Dies wäre umso eher erklärlich, als der Stern *f* in 20″ Abstand einen schwächeren Begleiter hat, der bei den Messungen stets im Gesichtsfelde bleibt. Durch seine seitliche Lage auf der Netzhaut erschien sein Bild merklich heller, sein Vorhandensein ist mir bei den Messungen oft unangenehm aufgefallen. Eine Ursache eventuell vorhandener systematischer Fehler mag auch die verschiedene Helligkeit der Sterne des Hauptnetzes sein. Die äusseren Sterne haben bis auf zwei ($h = 7.0$, $d = 6.5$) die Helligkeit 8.5, der Centralstern dagegen ist 7.8ter Grösse, so dass ich alle radialen Distanzen mit einer Blende habe messen müssen, während dies bei den Distanzen längs des Umfanges nur bei zwei Sternen der Fall war. Da die verwendeten Blenden Gitterblenden sind, so treten im Gesichtsfelde Beugungsbilder auf in Gestalt zweier senkrecht zu einander stehender Lichtstreifen, die bei der zu den radialen Distanzen ver-

1) Ich habe nachträglich noch einige solche Distanzen gemessen, doch konnten diese Beobachtungen, die auch noch zu gering an Zahl sind, hier nicht mehr mit berücksichtigt werden.

wendeten Blende ziemlich nahe an das Bild reichen (Erstes Bild für die *D*-Linie etwa in der Entfernung von 1′). Bei den Messungen der beiden helleren äusseren Sterne gegen die benachbarten kam eine engere Blende in Betracht, bei welcher die Beugungsbilder weiter vom Sterne entfernt liegen und daher sich weniger störend bemerkbar machen. Durch die verschiedene Richtung dieser Streifen gegen die Verbindungslinie der Sterne in den beiden Lagen der Messung mag die Beurteilung der Vertikalen im Gesichtsfelde verschieden beeinflusst, und dadurch die Messung mit einem systematischen Fehler behaftet werden. Wären z. B. in vorliegendem Falle sämtliche radialen Distanzen ein wenig zu kurz gemessen, so würde dies den auftretenden Unterschied in den mittleren Fehlern völlig erklären. Es sind zwar früher Untersuchungen über den Einfluss der Blenden auf die Distanzmessungen von Professor Schur gemacht worden, ohne ein Resultat zu liefern, doch sind hierbei vielleicht stärkere Blenden und sicher eine stärkere Vergrösserung angewendet worden, so dass die störenden Beugungserscheinungen weiter von dem Sterne fortrückten, und ihre Wirkung daher nicht so zur Geltung kam.

VII. Ableitung der Sternpositionen.

Aus den im vorigen Abschnitte gegebenen Distanzen wurden die Positionen der Sterne in folgender Weise abgeleitet. Zunächst wurde das Hauptnetz für sich ausgeglichen. Ausgehend von willkürlich angenommenen, aber schon sehr genähert richtigen Sternorten wurden die Distanzen zwischen den einzelnen Sternen gerechnet und zwar zur Kontrolle auch von dem Rechner der Sternwarte, Herrn Jastram, der mir auch sonst bei manchen Reduktionen behülflich war. Aus den Differenzen der gemessenen gegen die so gerechneten Distanzen wurden die Korrektionen an die angenommenen Sternkoordinaten abgeleitet. Es geschah dies, wie es auch sonst meist ausgeführt wird, durch Ausgleichung des Netzes in rechtwinkligen Koordinaten, wobei der Ort des Sternes *b* und die Declination des Sternes *f* als richtig vorausgesetzt wurden.

Es ergeben sich so 14 Bedingungsgleichungen mit 13 Unbekannten. An der Hand der folgenden Zusammenstellungen lassen sich die einzelnen Abschnitte der Rechnung leicht verfolgen.

Tabelle VI gibt zunächst die genäherten Orte der Sterne für 1855.0, ferner in Spalte 4 und 5 die für diese Orte aus der Ausgleichung folgenden Korrektionen und endlich die sich mit diesen ergebenden verbesserten Orte der Sterne des Hauptnetzes.

VI.
Die Sterne des Hauptnetzes.

Ausgangsorte der Hauptsterne für 1855.0			$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Verbesserte Orte für 1855.0	
f	$5^h25^m\ 15.^s110$	$-6^0\,30'\ 7.''90$	$-0.^s126$	$0.''00$	$5^h25^m\ 14.^s984$	$-6^0\,30'\ 7.''90$
g	26 0.00	−5 26 50.0	−0.004	−0.68	25 59.996	−5 26 50.68
c	28 5.10	−6 39 50.0	−0.348	+1.43	28 4.752	−6 39 48.57
h	28 20.40	−4 27 48.0	−0.004	+2.85	28 20.396	−4 27 45.15
a	29 8.80	−5 44 40.0	−0.182	+2.05	29 8.618	−5 44 37.95
d	31 35.10	−6 39 40.0	−0.403	−1.83	31 34.697	−6 39 41.83
b	33 14.765	−4 30 9.''75	0.000	0.00	33 14.765	−4 30 9.75
c	33 46.20	−5 38 38.0	−0.164	−1.17	33 46.036	−5 38 39.17

Die folgende Tabelle VII enthält nach den ersten durch die Ueberschrift verständlichen Spalten in Spalte 6 und 7 die beobachteten, respektive mit den vorläufigen Oertern gerechneten Distanzen des Hauptnetzes, dann folgen deren Differenzen und schliesslich die für die Distanzen noch übrig bleibenden Fehler nach der Ausgleichung des Netzes.

VII.
Die Distanzen des Hauptnetzes.

Distanz	Epoche	Gemessene Distanz	Mittel	Wahre Distanz in Skalenteilen	Wahre Distanz in Sekunden	Gerechnete Distanz	Beob.-Rech.	*v.*	*v. v.*
a—b	1902.87	$144.^s6098$	$144.^s6119$	$144.^s6170$	5786.″786	5786.″729	+ 0.″057	— 0.″068	0.0046
	4.97	6140	+ 51						
	3.92								
b—c	2.86	103.3475	103.3563	103.3614	4135.960	4135.010	+ 0.950	+ 0.065	0.0042
	4.97	3650							
	3.92								
a—c	2.86	103.8587	103.8620	103.8671	4156.096	4156.262	— 0.066	— 0.044	0.0019
	4.97	8652							
	3.92								
c—d	2.87	103.7967	103.7970	103.8021	4153.594	4151.247	+ 2.347	+ 0.077	0.0052
	4.97	7972							
	3.92								
a—d	2.88	98.8871	98.8909	98.8960	3957.279	3955.948	+ 1.331	— 0.080	0.0064
	4.97	8946							
	3.93								
d—e	2.87	78.1622	78.1662	78.1713	3127.992	3128.745	— 0.753	+ 0.079	0.0062
	4.97	1702							
	3.92								

Distanz	Epoche	Gemessene Distanz	Mittel	Wahre Distanz in Skalenteilen	Wahre Distanz in Sekunden	Gerechnete Distanz	Beob.-Rech.	v.	$v.v.$
a—e	1902.86	86.s0803	86.s0852	86.s0903	3444.″866	3443.″602	+ 1.″264	— 0.″017	0.0003
	4.97	0901							
	3.92								
e—f	2.87	64.8571	64.8605	64.8656	2595.568	2599.064	— 3.496	+ 0.076	0.0058
	4.97	8638							
	3.92								
a—f	2.87	110.6112	110.6152	110.6203	4426.425	4425.938	+ 0.487	— 0.114	0.0120
	4.97	6192							
	3.92								
f—g	2.87	96.3633	96.3657	96.3708	3856.233	3856.490	— 0.257	+ 0.090	0.0081
	4.97	3681							
	3.92								
a—g	2.87	75.2476	75.2494	75.2545	3011.276	3014.772	— 3.496	— 0.032	0.0010
	4.95	2512							
	3.91								
g—h	2.87	102.9516	102 9547	102.9598	4119.889	4116.768	+ 3.121	+ 0.089	0.0079
	4.98	9577							
	3.93								
a—h	2.86	116.6713	116.6683	116.6734	4668.634	4668.340	+ 0.294	— 0.080	0.0064
	4.96	6653							
	3.91								
h—b	2.87	110.0580	110.0663	110.0714	4404.460	4404.247	+ 0.213	+ 0.058	0.0034
	4.95	0747							
	3.91								

Die Summe $[v.v.] = 0.0702$ und demnach der m. F. einer Distanz

$$= \pm \sqrt{\frac{0.0702}{14-13}} = \pm 0.''26.$$

Der m. F. einer Coordinate des Centralsterns ist

$$\pm \frac{0.''26}{\sqrt{4.68}} = \pm 0.''12.$$

Nimmt man an, dass sich die Gewichte der Coordinaten zweier Sterne verhalten wie die Anzahl der Distanzen, durch welche der Ort des Sternes bestimmt wird, so ergibt sich für die Coordinaten der übrigen Sterne des Hauptnetzes der m. F. zu

$$\pm 0.''12 \cdot \sqrt{\frac{7}{3}} = \pm 0.''18.$$

VIII.

Die Coefficienten der Normalgleichungen.

	x_d	y_d	x_e	y_e	x_g	y_g	x_h	y_h	x_c	y_c	x_f	x_a	y_a	n
x_d	+ 1.5280	− 0.0400	− 1.0000	− 0.0040					+ 0.2230	− 0.4160		− 0.3050	+ 0.4600	+ 1.1190
y_d		+ 1.4740	− 0.0040	0.0000					− 0.4160	− 0.7780		+ 0.4600	− 0.6960	+ 3.1780
x_e			+ 2.0270	+ 0.0500							− 0.9510	− 0.0760	− 0.2650	+ 3.0040
y_e				+ 0.9750							+ 0.2190	− 0.2650	− 0.9240	+ 0.4270
x_g					+ 1.1630	+ 0.2770	− 0.2590	− 0.4380			− 0.0300	− 0.8740	+ 0.3320	− 1.6630
y_g						+ 1.8370	− 0.4380	− 0.7410			− 0.1710	+ 0.3320	− 0.1260	+ 4.2230
x_h							+ 1.2830	+ 0.2550				− 0.0240	+ 0.1520	− 1.3290
y_h								+ 1.7180				+ 0.1520	− 0,9760	− 2.9880
x_c									+ 1.2280	+ 0.3920		− 0.9920	− 0.0890	− 1.1480
y_c									+ 1.7740		+ 1.6020	− 0.0890	− 0.0080	− 1.1150
x												− 0.6210	− 0.4850	− 3.0390
x_g												+ 3.2940	+ 0.3850	+ 3.1960
y													+ 3.7061	− 3.5760

Tabelle VIII enthält die Coefficienten der Normalgleichungen für die Ausgleichung des Hauptnetzes. Die Grössen x und y entsprechen den Koordinatenverbesserungen $\Delta\alpha \cos\delta$ und $\delta\Delta$. (s. S. 40).

Nachdem so die Orte der Sterne des Hauptnetzes gefunden waren, wurden für willkürliche — aber meist bis auf 1″ richtig angenommene — Koordinaten der übrigen Sterne die Korrektionen aus den 3 Anschlussdistanzen in entsprechender Weise bestimmt. Es seien hier nur die notwendigsten Daten gegeben. Tabelle IX enthält in der Spalte 2 die gemessenen Anschlussdistanzen für jeden Stern, in Spalte 3 und 4 die sich aus diesen ergebenden Koordinaten des Sternes und in Spalte 5 die für die 3 Distanzen noch übrig bleibenden Fehler.

IX.

Stern	Gemessene Distanzen	Ort für 1855.0 α	Ort für 1855.0 δ	v	Stern	Gemessene Distanzen	Ort für 1855.0 α	Ort für 1855.0 δ	v
k_{10} a	3459.″927	$5^h27^m14^s.758$	$-4^\circ 54' 24.''81$	−0.″050	i_2 e	2293.″202	$5^h28^m5^s.543$	$-6^\circ 1' 35.''63$	−0.″235
b	5575.061			+0.061	f	3065.667			+0.159
g	2243.536			+0.070	g	2803.412			−0.197
h_8 a	4450.563	27 22.162	−4 35 21.41	−0.172	n_4 e	4228.823	28 9.187	−5 29 20.37	−0.105
b	5281.486			+0.120	h	3699.114			−0.104
g	3324.138			+0.164	c	5059.853			+0.002
h_6 a	4725.279	27 32.605	−4 29 35.78	−0.115	i_8 e	1914.957	28 10.664	-6° 7 55.51	+0.133
b	5116.642			+0.079	f	2938.689			−0.086
g	3703.095			+0.114	g	3142.792			+0.120
n_9 e	3588.718	27 40.289	−5 40 18.51	−0.065	h_1 a	4229.295	28 11.567	−4 35 35.48	−0.089
h	4394.475			−0.072	b	4545.114			+0.077
c	5460.359			+0.016	g	3649.868			+0.108
h_4 a	4795.061	27 48.242	−4 27 16.01	−0.308	h_2 a	4474.912	28 11.827	−4 31 24.24	−0.024
b	4885.770			+0.208	b	4530.577			+0.020
g	3923.316			+0.310	g	3865.971			+0.025
k_6 a	3461.560	27 55.293	−4 49 54.41	−0.198	k_1 a	3016.294	28 14.007	−4 56 14.10	−0.079
b	4920.650			+0.260	b	4760.208			+0.211
g	2806.613			+0.308	g	2716.560			+0.252
$i7_2$ e	1998.843	27 55.819	−6 6 34.21	−0.051	n_5 e	4136.969	28 15.687	−5 30 54.55	+0.269
f	2783.621			+0.023	h	3789.779			+0.273
g	2944.351			−0.036	c	4953.434			+0.008
n_{10} e	4894.169	27 58.271	−5 18 15.40	−0.050	n_6 e	4137.201	28 19.219	−5 30 56.71	+0.288
h	3048.285			−0.047	h	3791.308			+0.291
c	5334.909			+0.001	c	4900.871			+0.009
$i7_1$ e	2023.628	27 57.437	−6 6 7.94	−0.063	i_1 e	2368.526	28 20.453	−6 0.31.43	+0.207
f	2817.849			+0 043	f	3287.064			−0.168
g	2937.557			−0.051	g	2911.531			+0.169
k_8 a	3902.900	28 3.257	−4 41 39.24	−0.098	n_x e	4680.135	28 23.673	−5 21 57.16	−0.410
b	4708.225			+0.100	h	3252.816			−0.440
g	3277.617			+0.133	c	4916.349			+0.042

Stern	Gemessene Distanzen	Ort für 1855.0 α	Ort für 1855.0 δ	v	Stern	Gemessene Distanzen	Ort für 1855.0 α	Ort für 1855.0 δ	v
k_3 a	2983.514	5h 28m24.232	— 4° 56′ 9.″46	— 0.″336	o_1 a	2845.055	5h30m27s.960	— 5° 1′ 31.″40	— 0.030
b	4614.495			+ 0.274	h	2782.625			— 0.187
g	2833.975			+ 0.225	c	3703.444			— 0.178
n_7 e	4127.866	28 24.246	— 5 31 11.02	— 0.063	o_2 a	3342.756	30 44.238	— 4 54 15.56	+ 0.044
h	3806.365			— 0.067	h	2674.929			— 0.290
c	4824.820			— 0.003	c	3804.016			— 0.302
k_2 a	2899.395	28 30.428	— 4 57 15.23	— 0.229	d_1 a	3121.168	30 57.923	— 6 28 59.55	+ 0.008
b	4550.684			+ 0.083	e	2660.876			— 0.025
g	2863.854			— 0.144	c	3925.656			— 0.024
a_1 d	4190.937	28 47.601	— 5 43 32.34	— 0.183	$d3_a$ a	2550.316	31 14.803	— 6 13 18.32	— 0.153
e	3436.058			+ 0.107	c	3068.328			— 0.104
g	2695.321			— 0.140	d	1611.214			— 0.183
r_1 a	2270.326	28 54.919	— 6 22 18.90	— 0.143	o_3 a	2934.624	31 18.632	— 5 7 57.29	— 0.015
d	2599.850			— 0.179	h	3594.248			+ 0.350
f	3311.885			— 0.267	c	2870.572			+ 0.349
k_3 a	4402.342	28 55.754	— 4 31 19.80	— 0.001	$d3_b$ a	2791.640	31 30.064	— 6 15 6.01	+ 0.161
b	3873.758			+ 0.002	c	2982.697			+ 0.167
g	4241.763			+ 0.003	d	1477.206			+ 0.218
a_2 d	3473.668	29 23.317	— 5 51 53.43	— 0.172	o_4 a	2985.834	31 54.506	— 5 16 50.45	— 0.019
e	3104.534			+ 0.085	h	4349.385			— 0.263
g	3386.756			— 0.145	c	2118.324			— 0.267
r_2 a	2911.615	29 27.266	— 6 32 56.21	— 0.044	d_2 a	3933.639	31 57.421	— 6 35 0.87	+ 0.219
d	1941.887			— 0.267	e	3478.882			— 0 231
f	3763.746			— 0.257	c	4749.888			— 0.207
m_2 d	2585.365	29 30.699	— 6 9 34.25	— 0.034	m_3 c	1999.420	31 59.895	— 5 58 59.29	— 0.034
e	2220.916			+ 0.103	d	2471.699			— 0.019
c	4237.378			+ 0.073	a	2696.981			— 0.043
m_1 d	2519.300	30 21.920	— 6 1 48.10	+ 0.027					
e	3063.095			— 0.070					
c	3347.666			— 0.065					

Beim Anschluss dieser Sterne an das Hauptnetz ergibt sich im Mittel der m. F. einer Distanz zu ± 0.″24, während er sich aus der inneren Uebereinstimmung der Einzelmessungen zu ± 0.″18 ergab. Der m. F. einer Koordinate ist demnach ± 0.17, wenn man vereinfachend annimmt, dass im Durchschnitt die drei Anschlussdistanzen normal, d. h. mit einem Abstande von 120° unter sich von den Sternen ausgehen. Da der m. F. einer Koordinate des Hauptnetzes ± 0.″18 ist, so wird derjenige der Koordinaten der übrigen Sterne durchschnittlich ± 0.″25, ohne Rücksicht auf die m. F. der Anhaltsterne.

Die gefundenen Orte der Sterne wurden von 1855.0 auf 1900.0 reduciert. Um die Orte der Fundamentalsterne und der Sterne *b* und *f* möglichst zur

Deckung zu bringen mit den Meridiankreisbestimmungen, wurde noch das ganze Netz einheitlich um $+0.^s045$ in Rektascension und $-0.''05$ in Declination verschoben. Die sich dann ergebenden definitiven Orte der Sterne sind in der Tabelle X enthalten.

X.

Definitive Orte für 1900.0.

Stern		B. D.	A. G. C.	α	δ	Orte
f	1	— 6.1212	1527	$5^h27\ 26.^s468$	$-6^\circ 27\ 55.97$	03.9
g	2	— 5.1289	1626	28 12.586	— 5 24 41.72	03.9
k_{10}	3	— 4.1167	1636	29 27.911	— 4 52 20.74	04.2
h_8	4	— 4.1171	1638	29 35.649	— 4 33 17.81	03.9
h_6	5	— 4.1172	1640	29 46.192	— 4 27 32.99	04.0
n_9	6	— 5.1305	1642	29 52.637	— 5 38 16.04	04.4
h_4	7	— 4.1176	1646	30 1.868	— 4 25 14.11	03.8
$i7_2$	8	— 6.1233	1548	30 7.704	— 6 4 32.78	03.7
k_6	9	— 4.1179	1649	30 8.523	— 4 47 52.97	04.0
$i7_1$	10	— 6.1234	1550	30 9.337	— 6 4 6.58	03.7
n_{10}	11	— 5.1311	1652	30 11.004	— 5 16 14.15	04.4
e	12	— 6.1238	1552	30 16.051	— 6 37 47.70	03.9
k_8	13	— 4.1180	1651	30 16.631	— 4 39 38.34	04.2
i_2	14	— 6.1237	1553	30 17.515	— 5 59 35.11	03.7
n_4	15	— 5.1318	F. C.	30 21.736	— 5 27 19.95	(03.9)
i_8	16	— 6.1240	1555	30 22.524	— 6 5 55.06	03.7
h_1	17	— 4.1183	1663	30 25.055	— 4 33 35.12	03.7
h_2	18	— 4.1184	1664	30 25.380	— 4 29 23.90	03.7
k_1	19	— 4.1185	1665	30 27.126	— 4 54 13.88	03.8
n_5	20	— 5.1315	F. C.	30 28.208	— 5 28 54.49	(0.39)
n_6	21	— 5.1320	1668	30 31.728	— 5 28 56.79	03.7
i_1	22	— 6.1241	1557	30 32.446	— 5 58 31.59	(03.8)
h [1])	23	— 4.1186	1670	30 34 012	— 4 25 45.34	03.9
n_x	24			30 36.340	— 5 19 57.51	04.3
n_7	25	— 5.1326	1674	30 36.751	— 5 29 11.43	03.8
k_3	26	— 4.1187	1675	30 37.352	— 4 54 9.89	03.8
k_2	27	— 4.1188	1678	30 43.528	— 4 55 16.05	03.8
a_1	28	— 5.1330	1682	30 59.888	— 5 41 34.31	03.3
r_1	29	— 6.1247	1562	31 6.524	— 6 20 21.31	04.4
k_3	30	— 4.1190	1684	31 9.306	— 4 29 22.34	03.8
a	31	— 5.1334	1687	31 20.884	— 5 42 41.29	03.9
a_2	32	— 5.1336	1564	31 35.454	— 5 49 57.70	03.6
r_2	33	— 6.1254	1565	31 38.681	— 6 31 0.69	04.4
m_2 [2])	34	— 6.1255	1566	31 42.525	— 6 7 39.07	04.1
m_1	35	— 6.1262	1574	32 33.880	— 5 59 56.19	03.9
o_1	36	— 5.1342	1700	32 40.978	— 4 59 39.91	04.2
o_2	37	— 4.1196	1702	32 57.382	— 4 52 25.13	04.2
d_1	38	— 6.1269	1579	33 9.400	— 6 27 9.98	04.2
d_{3a}	39	— 6.1271	1581	33 26.556	— 6 11 27.87	04.5
o_3	40	— 5.1347	1707	33 31.534	— 5 6 9.13	04.3
d_{3b}	41	— 6.1274	1582	33 41.784	— 6 13 18.53	04.2
d	42	— 6.1275	1584	33 45.983	— 6 37 54.66	03.9
o_4	43	— 5.1351	1716	34 7.250	— 5 15 4.61	04.3
d_2	44	— 6.1277	1587	34 8.788	— 6 33 15.15	04.2
m_3	45	— 5.1353	1589	34 11.898	— 5 57 13.79	04 3
b	46	— 4.1210	1728	35 28.324	— 4 28 29.18	03.9
c	47	— 5.1359	1732	35 58.390	— 5 37 0.60	03.9

Anmerkung. Bei den 3 Fundamentalsternen sind die Oerter mit den Auwers'schen E. B. der F. C. Sterne auf die Epoche 1900.0 reduziert, was durch Einklammerung d. Epochenzahl angedeutet ist.

1) h comes sequ. mg 10. Dist. 4.″64, P. W. 59°.5.

2) m_2 comes praec. mg 9.5 Dist. 5.″02 P. W. 283°.2.

VIII. Vergleich mit früheren Beobachtungen.

Die Differenzen der soeben abgeleiteten Oerter der Sterne gegen die aus früheren Beobachtungen gefundenen sind in den folgenden Tabellen zusammen gestellt. Der Centralstern ($\Theta = n_4$), auf welchen sich die früheren Beobachtungen meist beziehen, ist mit der Eigenbewegung $+0.^s0003$ und $+0.''005$ reduciert worden und die beiden Fundamentalsterne n_5 und i_1 mit den Eigenbewegungen $+0.^s0008$ und $+0.''014$ respective $+0.^s0005$ und $-0.''004$. Die Orte der Sterne wurden dann für jede einzelne der früheren Vermessungen gemeinsam so verschoben, dass sich die Orte der vorkommenden Fundamentalsterne möglichst mit den von mir gefundenen deckten.

Die Vergleichungen mit dem A. G. Kataloge, sowie mit den in der Einleitung erwähnten Beobachtungen von Bond, Struve, Herschel und Lassell sind in der folgenden Tabelle XI. enthalten.

XI.

Die Vergleichung mit anderen Beobachtungen.

Stern	M—A. G. C.		M—Bond.		M—Struve		M—Herschel		M—Lassell	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
	s	"	s	"						
f	— 0.062	— 0.05	— 0.03	+ 3.1						
g	— 0.084	+ 0.42	— 0.04	— 1.3			+ 0.24	+ 3.0		
k_{10}	+ 0.011	+ 1.46	+ 0.10	— 3.3						
h_8	— 0.021	+ 1.59	+ 0.05	+ 2.1						
h_6	— 0.008	+ 1.10	— 0.05	+ 1.0						
n_9	— 0.083	— 1.60	— 0.16	+ 0.6	+ 0.10	+ 1.3	+ 0.63	— 1.4		
h_4	— 0.072	+ 0.49	— 0.12	+ 2.2						
k_6	+ 0.013	+ 0.53	+ 0.04	+ 1.5			— 0.07	+ 3.2		
$i7_2$	— 0.006	+ 0.42	+ 0.06	+ 3.4						
n_{10}	— 0.146	+ 1.15	— 0.03	— 0.9	— 0.03	— 0.9	+ 0.24	+ 2.5	— 0.5	+ 1.8
$i7_1$	— 0.021	+ 0.52	— 0.06	— 0.9						
k_8	— 0.109	+ 0.36	— 0.17	+ 1.1						
e	— 0.019	+ 0.40	— 0.13	+ 3.7						
i_2	— 0.045	+ 0.49	+ 0.01	+ 0.7						
n_4	+ 0.010	+ 0.14	+ 0.01	— 1.7	+ 0.02	+ 1.1	+ 0.17	+ 1.0	— 0.02	+ 1.4
i_8	+ 0.004	— 0.26	+ 0.09	+ 1.6						
h_1	— 0.005	+ 1.48	— 0.11	+ 1.5						
h_2	+ 0.020	+ 1.00	+ 0.13	— 0.3						
k_1	— 0.034	— 0.48	+ 0.02	+ 0.7			— 0.12	— 0.7		
n_5	+ 0.005	— 0.25	— 0.01	0.0	— 0.02	— 1.1	— 0.16	— 1.1	+ 0.03	— 1.4
n_6	— 0.012	+ 0.61	— 0.04	+ 2.3	— 0.01	— 0.2	+ 0.21	+ 0.4	— 0.11	+ 1.5
h	+ 0.032	+ 0.56	— 0.04	+ 0.3						
i_1	+ 0.007	+ 0.20	— 0.01	+ 1.8						
n_x			+ 0.01	— 0.7	— 0.02	— 1.4	+ 0.31	+ 1.6	+ 0.38	+ 3.4
k_3	+ 0.022	— 0.19	+ 0.04	— 2.0			+ 0.72	— 11.0		

Stern	M—A. G. C.		M—Bond.		M—Struve		M—Herschel		M—Lassel	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
	s	"	s	"						
n_7	— 0.049	+ 0.87	+ 0.01	+ 0.1	+ 0.02	— 0.2	+ 0.32	+ 0.3	0.00	+ 2.6
k_2	— 0.002	+ 3.45	— 0.08	+ 2.4			— 0.50	— 3.0		
a_1	— 0.042	+ 0.59	— 0.12	+ 2.6	— 0.01	+ 1.4	+ 0.57	— 0.3		
r_1	— 0.036	— 0.11	— 0.22	+ 3.4						
h_3	+ 0.016	+ 3.56	— 0.03	— 1.5						
a	— 0.026	+ 0.01	— 0.09	+ 0.6	— 0.07	— 0.6	— 0.07	— 0.6	+ 0.09	— 2.0
a_2	— 0.086	+ 0.20	— 0.09	+ 3.3					+ 2.23	+ 3.8
r_2	— 0.029	— 0.29	00	+ 4.4						
m_2	— 0.025	+ 0.43	— 0.02	+ 1.8						
m_1	0.000	+ 0.62	+ 0.05	+ 1.2						
o_1	+ 0.028	— 0.01	— 0.11	— 2.0						
o_2	+ 0.022	+ 0.37	+ 0.07	— 1.3						
d_1	— 0.030	— 1.18	— 0.04	— 4.9						
$d3_a$	— 0.054	+ 1.82								
o_3	+ 0.024	+ 0.27								
$d3_b$	— 0.076	— 0.23								
d	— 0.037	— 0.86								
o_4	+ 0.030	— 1.11								
d_2	+ 0.008	— 0.35								
m_3	— 0.062	— 0.59								
b	+ 0.044	— 0.05								
c	— 0.050	— 3.00								

Die Differenzen stimmen im Allgemeinen nur schlecht zusammen, und dem entsprechend haben auch die Eigenbewegungen, die sich aus ihnen für die Sterne ableiten lassen und die in der folgenden Tabelle XII. gegeben werden, nur geringen Wert. Höchstens zwischen den aus dem A. G.-Kataloge und den Messungen von Bond abgeleiteten Bewegungen ist eine gewisse Parallelität zu erkennen.

XII.

Eigenbewegungen in $0^s.001$ und $0.''01$ als Einheiten.

Stern	M—A. G. C.		M—Bond		M—Struve		M—Herschel		M—Lassel	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
f	— 7.0	— 0.6	— 0.7	+ 7.2						
g	— 7.0	+ 3.5	— 1.0	— 3.0			+ 3.5	+ 4.4		
k_{10}	+ 0.9	+ 12.2	+ 2.3	— 7.6						
h_8	— 3.5	+ 27.0	+ 1.1	+ 4.8						
h_6	— 0.7	+ 9.2	— 1.2	+ 2.3						
n_9	— 6.7	— 12.9	— 3.8	+ 1.3	+ 1.9	+ 2,4	+ 8.3	— 2.0		
h_4	— 5.5	+ 3.7	— 2.8	+ 5.1						
k_5	+ 1.1	+ 4.4	+ 0.9	+ 3.4			— 1.0	+ 4.7		
$i7_2$	— 0.7	+ 5.0	+ 1.4	+ 7.8						

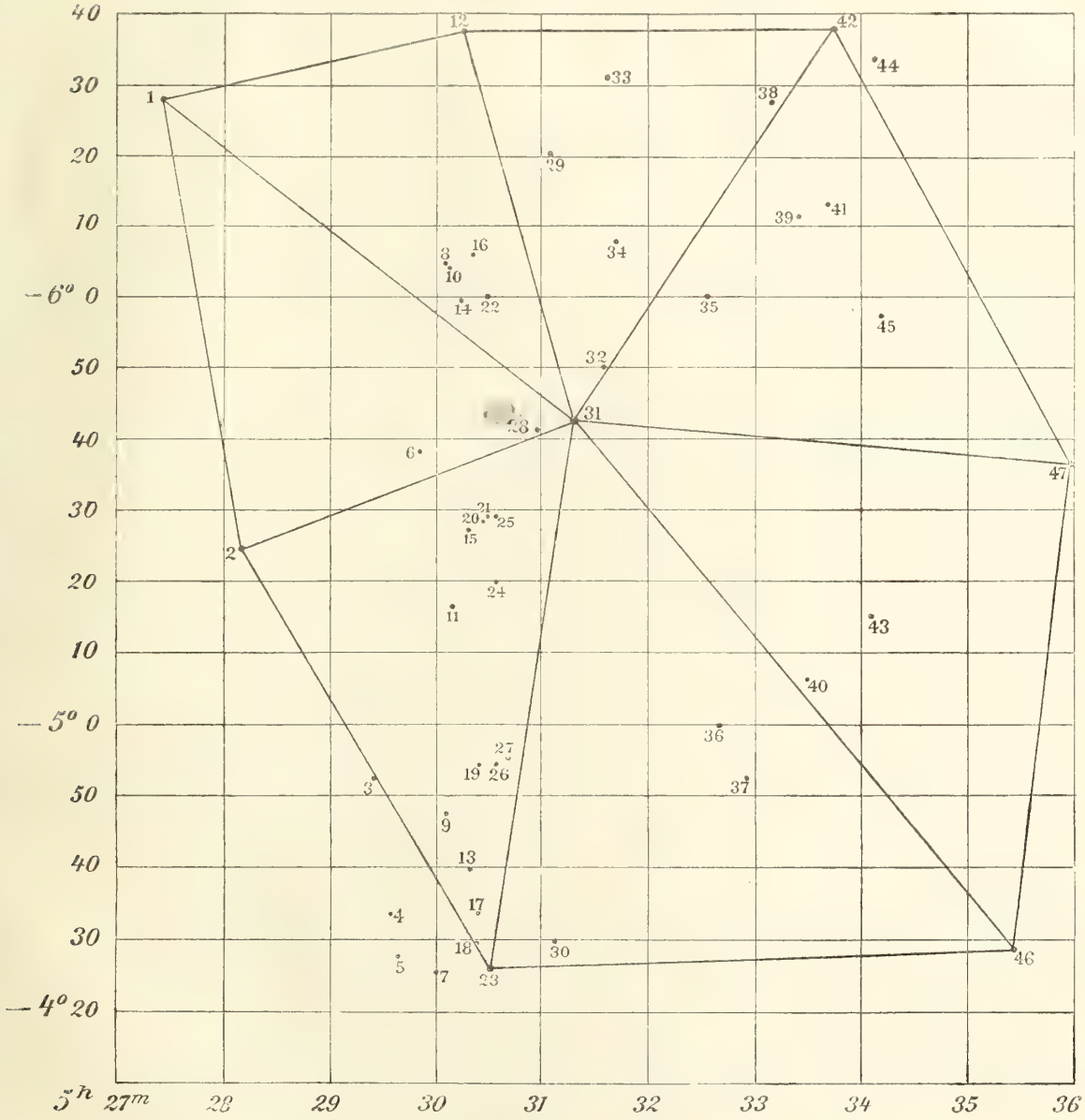
Stern	M—A. G. C.		M—Bond		M—Struve		M—Herschel		M—Lassel	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
n_{10}	— 11.8	+ 9.4	— 0.7	— 2.1	— 0.6	— 1.7	+	3.7	— 3.0	+ 3.6
$i7_1$	— 2.7	+ 6.7	— 1.4	— 2.1						
k_8	— 9.0	+ 3.0	— 4.1	+ 2.5						
e	— 2.4	+ 5.1	— 3.1	+ 8.5						
i_2	— 6.2	+ 6.8	+ 0.2	+ 1.6						
n_4			+ 0.3	— 3.9	+ 0.4	+ 2.1	+ 2.5	+ 1.1	— 0.4	+ 2.8
i_8	+ 0.6	— 3.9	+ 2.1	— 3.7						
h_1	— 0.4	+ 12.7	— 2.6	+ 3.4						
h_2	+ 1.7	+ 8.5	+ 3.0	— 0.8						
k_1	— 2.9	— 4.1	+ 0.4	+ 1.4			— 1.8	— 1.0		
n_5			— 0.2	0.0	— 0.4	— 2.1	— 2.3	— 1.6	+ 0.6	— 2.8
n_6	— 1.1	+ 5.7	— 1.0	+ 5.3	+ 0.2	— 0.4	+ 3.1	— 0.6	— 2.2	+ 3.0
h	+ 2.5	+ 4.4	— 1.0	+ 0.6						
i_1			— 0.2	+ 3.7						
n_X			+ 0.2	— 1.7	— 0.4	— 2.6	+ 4.5	+ 2.3	+ 7.6	+ 6.8
k_3	+ 1.9	— 1.6	+ 0.9	— 4.7			+ 10.5	— 16.2		
n_7	— 8.6	+ 15.2	+ 0.2	+ 0.2	+ 0.4	— 0.4	+ 4.7	+ 0.4	0.0	+ 5.2
k_2	— 0.2	+ 12.4	— 1.9	+ 5.5			— 7.3	— 4.4		
a_1	— 3.8	+ 5.2	— 2.8	+ 6.0	— 0.2	+ 2.6	+ 8.4	— 0.4		
r_1	— 4.3	— 1.3	— 3.1	+ 7.8						
h_3	+ 1.4	+ 4.8	— 0.7	— 3.5						
a	— 2.2	+ 0.1	— 2.1	+ 1.3	— 1.3	— 1.2	— 1.3	— 2.9		
a_2	— 12.1	+ 2.8	— 2.1	+ 7.6			+ 32.8	+ 5.6		
r_2	— 4.0	— 4.0	0.0	+ 10.0						
m_2	— 2.5	+ 4.3	— 0.5	+ 4.1						
m_1	0.0	+ 6.5	+ 1.1	+ 2.7						
o_1	+ 2.1	— 0.1	— 2.6	— 4.7						
o_2	+ 1.7	+ 2.8	+ 1.6	+ 2.0						
d_1	— 3.5	— 13.8	— 1.0	— 11.4						
$d3_a$	— 6.3	+ 21.5								
o_3	+ 1.9	+ 2.5								
$d3_b$	— 6.5	— 2.0								
d	— 5.3	— 12.3								
o_4	+ 2.2	— 8.0								
d_2	+ 0.9	— 3.8								
m_3	— 8.5	— 8.1								
b	+ 3.0	— 0.3								
c	— 3.7	— 22.4								

Der m. F. einer mit Hülfe des A. G.-Kataloges abgeleiteten Eigenbewegung ist etwa $\pm 0.''56$. Als besonders grosse Eigenbewegungen wären zu bemerken diejenigen von $k_{10}\,\delta$, $k_8\,\delta$, $n_9\,\delta$, $n_{10}\,\alpha$, $k_8\,\alpha$, $h_1\delta$, $n_7\alpha$ und δ, $k_2\delta$, $a_2\,\alpha$, $d_1\,\delta$, $d3_a\,\delta$, $d\,\delta$, $m_3\,\alpha$ und $c\,\delta$, welche meist auch durch die anderen Beobachtungen wenigstens dem Vorzeichen nach bestätigt werden.

Die im übrigen geringe Uebereinstimmung der Eigenbewegungen untereinander lässt es nicht zu, aus ihnen weitere Schlüsse zu ziehen. Würde man den mit Hülfe des A. G.-Kataloges abgeleiteten Eigenbewegungen reellen Wert beilegen, so würde sich aus ihnen eine Drehung des ganzen Gebietes um den Nebel

in positivem Sinne und eine geringe Bewegung in der Richtung der abnehmenden Rektascension folgern lassen. Diese Bewegungen sind aber, wie gesagt, so unsicher bestimmt, dass ihr Ursprung wohl systematischen Fehlern der Beobachtungen zugeschrieben werden kann.

Karte der Umgebung des Orionnebels.



24 OCT. 1906

NATURAL HISTORY

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Kehr, P.**, *Ueber eine römische Papyrusurkunde im Staatsarchiv zu Marburg.* Mit drei Facsimile auf zwei Tafeln. 4. (28 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Ueber Lauterbachs und Aurifabers Sammlungen der Tischreden Luthers.* 4. (43 S.) 1896. 3 M.

I. Bd. No. 3. **Bonwetsch, N.**, *Das slavische Henochbuch.* 4. (57 S.) 1896. 4 M.

I. Bd. No. 4. **Wellhausen, J.**, *Der arabische Josippus.* 4. (50 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 5. **Hultsch, Fr**, *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne.* 4. (48 S.) 1897. 3 M.

I. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Buchstabenverbindungen der sogenannten gothischen Schrift.* Mit 5 Tafeln. 4. (124 S.) 1897. 9 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 7. **Leo, Fr.**, *Die plautinischen Cantica und die hellenistische Lyrik.* 4. (114 S.) 1897. 7 M. 50 Pf.

I. Bd. No. 8. *Asadî's neupersisches Wörterbuch Lughat-i Furs* nach der einzigen vatikanischen Handschrift herausgegeben von **Paul Horn**. 4. (37 u. 133 S.) 1897. 18 M.

II. Bd. No. 1. **Wellmann, M.**, *Krateuas.* Mit zwei Tafeln. 4. (32 S.) 1897. 3 M.

II. Bd. No. 2. *Das hebräische Fragment der Weisheit des Jesus Sirach* herausgegeben v. **Rudolf Smend.** 4. (34 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 3. **Schulten, Adolf**, *Die Lex Manciana*, eine afrikanische Domänenordnung. 4. (51 S.) 1897. 3 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 4. **Kaibel, Georg**, *Die Prolegomena ΠΕΡΙ ΚΩΜΩΙΔΙΑΣ.* 4. (70 S.) 1898. 4 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 5. **Bechtel, Fr.**, *Die einstämmigen männlichen Personennamen des Griechischen*, die aus Spitznamen hervorgegangen sind. 4. (85 S.) 1898. 5 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 6. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Die Spaltung des Patriarchats Aquileja.* 4. (37 S.) 1898. 2 M. 50 Pf.

II. Bd. No. 7. **Schulten, Adolf**, *Die römische Flurteilung und ihre Reste.* Mit 5 Figuren im Text und 7 Karten. 4. (38 S.) 1898. 5 M.

II. Bd. Nr. 8. **Roethe, Gustav**, *Die Reimvorreden des Sachsenspiegels.* 4. (110 S.) 1899. 8 M.

III. Bd. Nr. 1. *Die charakteristischen Unterschiede der Brüder van Eyck* von **Otto Seek**. 4. (77 S.) 1899. 5. M.

III. Bd. Nr. 2. **Marquardt, J**, *Ērānšahr nach der Geographie des Ps. Moses Xorenac'i.* Mit historisch-kritischem Kommentar und topographischen Excursen. 4. (358 S.) 1901. 30 M.

III. Bd. No. 3. **Achelis, H.**, *Die Martyrologien, ihre Geschichte und ihr Wert.* 4. (VIII u. 247 S.) 1900. 16 M.

IV. Bd. No. 1. **Tüselmann, Otto**, *Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.* 4. (43 S.) 1900. 4 M.

IV. Bd. No. 2. **Schulten, Adolf**, *Die Mosaikkarte von Madaba* und ihr Verhältnis zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern u. 1 Figurentafel. 4. (121 S.) 1900. 10 M.

IV. Bd. No. 3. **Wilamowitz-Moellendorff, U. v.**, *Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.* 4. (121 S.) 1900. 8 M.

IV. Bd. No. 4 **Rahlfs, Alfred.** *Die Berliner Handschrift des sahidischen Psalters.* Mit drei Lichtdrucktafeln. 4. (154 S.) 1901. 11 M.

IV. Bd. No. 5. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Der Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus.* 4. (140 S.) 1901. 9 M.

IV. Bd. No. 6. **Lüders, Heinrich**, *Über die Grantharecension des Mahābhārata.* (Epische Studien I). 4. (91 S.) 1901. 6 M.

V. Bd. No. 1. **Roethe, Gustav**, *Brentanos ‚Ponce de Leon'*, eine Saecularstudie. 4. (100 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 2. **Wellhausen, J.**, *Die religiös-politischen Oppositionsparteien im alten Islam.* 4. (99 S.) 1901. 6 M. 50 Pf.

V. Bd. No. 3. *Neuarabische Volkspoesie* gesammelt und übersetzt von **Enno Littmann**. 4. (159 S.) 1901. 12 M.

V. Bd. No. 4. **Pischel, R.**, *Materialien zur Kenntnis des Apabhraṁśa.* Ein Nachtrag zur Grammatik der Prākrit-Sprachen. 4. (86 S.) 1902. 6 M.

V. Bd. No. 5. **Schulze, Wilhelm**, *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen.* 4. (647 S.) 1904. 40 M.

VI. Bd. No. 1. **Kraus, Carl**, *Metrische Untersuchungen über Reinbots Georg.* Mit 2 Excursen. 4. (225 S.) 1902. 16 M.

Fortsetzung umstehend

Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Philologisch-histor. Klasse. Neue Folge.

VI. Bd. No. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 M.

VI. Bd. No. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563–1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 M.

VI. Bd. No. 4. **Pietschmann, R.,** *Pedro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* Im Druck.

VII. Bd. No. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 M.

VII. Bd. No. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 M.

VII. Bd. No. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 4. 1903. 5 M. 50 Pf.

VII. Bd. No. 4. **Flemming, J.,** und **Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* 4. (X u. 76 S.) 1904. 8 M.

VII. Bd. No. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des h. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 2. **Frensdorff, F.,** *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 3. **Schulthess, Fr.,** *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjaden-Moschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln. 4. (138 S.) 1905. 12 M.

VIII. Bd. No. 4. **Schulten, A.,** *Numantia.* Eine topographisch-historische Untersuchung. Mit 3 Karten. 4. (X u. 112 S.) 1905. 10 M.

VIII. Bd. No. 5. **Leo, Fr.,** *Der Saturnische Vers.* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5 M. 50 Pf.

VIII. Bd. No. 6. **Schwartz, E.,** *Christliche und jüdische Ostertafeln.* Mit 3 Tafeln. 14 M.

Mathematisch-physikalische Klasse. Neue Folge.

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.,** *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4. (48 S.) 1897. 5 M.

Nachtrag dazu. 4. (S. 49 — 65 mit Tafeln V—VII.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4. (171 S.) 1898. 16 M.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.,** *Ableitung relativer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Sehnenlängen ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn u. Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Plänen der Sternwarte nebst Verzeichniss der grösseren Instrumente. 4. (26 S.) 1898. 3 M.

I. Bd. No. 4. **Schur, W.,** *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte in Göttingen verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4. (88 S.) 1900. 9 M.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.,** *Theorie der automatischen Seismographen.* 4. (128 S.) 1903. 8 M.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius,** *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hecuba Typus.* 4. (153 S.) 1902. 15 M.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.,** *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4. (82 S.) 1902. 6 M.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.,** *Constitution of Matter and Analytical Theories of Heat.* 4. (68 S.) 1903. 6 M.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E.,** *Neuseeländische Anneliden.* Mit 9 Tafeln. 4. (79 S.) 1904. 10 M.

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.,** *Ueber die Untere Kreide Helgolands und ihre Ammonitiden.* Mit 4 Tafeln. 4. (63 S.) 1904. 4 M.

III. Bd. No. 3. **Schur u. Ambronn,** *Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsoldschen 6zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* 4. (126 S. u. 2 Taf.) 1905. 12 M.

III. Bd. No. 4. **Brendel, M.,** *Theorie des Mondes.* 4. (97 S.) 1905. 7 M.

III. Bd. No. 5. **Linke, F.,** *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten.* Mit 4 Tafeln 4. (30 S.) 1904. 6 M.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. 4. (31 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegeltelescope. Mit 9 Fig. 4. (28 S.) 1905. 2 M.

IV. Bd. No. 3. **Schwarzschild, K.,** *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* III. Ueber die astrophotographischen Objektive. Mit 10 Fig. 4. (54 S.) 1905. 4 M.

IV. Bd. No. 4. **Verworn, M.,** *Die archaeolithische Cultur in den Hipparionschichten von Aurillac. (Cantal).* Mit 5 Taf. 4. (56 S.) 1905. 4 M. 50 Pf.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner), Göttingen.